

## 제 7차 1-6단계 수학과 교육과정 상의 확률과 통계영역 교과서에 대한 통계적 분석

장 대 흥 (부경대학교)

우리나라 초·중·고등학교 수학과 교육은 1997년 교육인적자원부 고시로 제 7차 수학과 교육과정(교육인적자원부 발간)이 개정되어 현재 초·중·고등학교 현장에서 시행되어 오고 있다. 확률 및 통계교육도 이러한 수학과 교육 과정의 한 부분으로서 시행되어진다. 본 논문을 통하여 제 7차 초등학교 수학과 교육과정에 맞추어 출간되어 교육 현장에서 쓰이고 있는 교과서를 대상으로 확률 및 통계영역에 대한 통계적 분석을 행하였다.

### I. 서 론

우리나라 초·중·고등학교 수학과 교육은 1997년 교육인적자원부 고시로 제 7차 수학과 교육과정(교육인적자원부 발간)이 개정되어 현재 초·중·고등학교 현장에서 시행되어 오고 있다. 확률 및 통계교육도 이러한 수학과 교육 과정의 한 부분으로서 시행되어진다. 통계학은 관심의 대상에 대한 자료를 수집하고 정리, 요약하며, 실험이나 관측에 의하여 얻은 자료나 정보를 토대로 불확실한 사실에 대하여 과학적인 판단을 내릴 수 있도록 그 방법을 제시하는 학문이다. 이러한 통계학의 본질상 확률 및 통계교육은 귀납법적인 사고를 요구한다. 이런 이유로 확률과 통계영역에 대한 연구는 다른 수학 영역에 대한 연구와 구별된다.

초등학교 확률 및 통계영역에 대한 기존의 연구들은 초등학교 확률 및 통계영역에 나타나는 정보그래픽스(informational graphics)에 대한 연구, 초등학교 수학과 교육과정에 대한 연구 그리고 초등학교 수학과 교육과정 지원을 위한 컴퓨터프로그램개발 연구 이렇게 크게 세 가지 범주로 나눌 수 있다.

첫째는 초등학교 확률 및 통계영역에 나타나는 정보그래픽스에 대한 연구로서 권기욱(2001)은 그 래프 구성활동 프로그램 적용을 통하여 수학적 힘을 육성할 수 있다고 주장하였고 박경연과 최창우(2001)는 막대그래프를 대상으로 하여 통계적 교수·학습 과정을 통하여 그래프 이해력 증진이 가능함을 밝혔고 송정화(2001)는 교과서 분석 결과 그래프에 대한 질적 접근과 광의적 측면이 부족하다고 지적하고 좀 더 역동적인 그래프 학습이 필요함을 역설하였다. 이강섭과 김도하(2003)는 원그래프 다시 보기 작업을 수행하였고 임지애(2003)는 통계그래프 지도방법에 대한 연구를 수행하였고 황순

\* ZDM 분류 : U22

\* MSC2000 분류 : 97U20

\* 주제어 : 확률과 통계 교육

호(2003)는 질문지를 통한 초등학교 그래프 이해에 관한 연구를 시도하였다. 정재현(2006)은 통계그래프를 중심으로 한국과 일본의 초등학교 수학교과서를 비교하였고 황현미(2007)는 초등학생들의 그래프 이해능력에 대한 실태조사를 행하였다. 둘째는 초등학교 수학과 교육과정에 대한 연구로서 이경미(1997)는 확률과 통계영역 내용의 재구성에 대하여 연구하였고 장운정(1997)은 초등학교와 중등학교 사이의 확률과 통계영역 내용 연계성에 대하여 연구를 행하였고 박영희(1999)는 초등학교 6학년 통계영역의 심화교수·학습 자료에 대한 연구를 수행하였다. 김영신(2001)은 초등학교 확률과 통계영역 지도 내용에 대하여 연구하였고 이소연과 김원경(2001)은 초등학교 확률학습 프로그램개발을 시도하였다. 이강섭과 김규상(2003)은 초등학교 확률과 통계영역의 변천에 대하여 연구하였다. 정진영(2003)은 초등학교 확률 내용의 논리적, 심리적 측면분석을 행하였고 남궁필선(2004)은 평균에 대한 교수·학습 방안에 대하여 연구하였고 김태욱(2005)은 초등학교 확률내용에 대한 연구를 수행하였다. 서정완(2005)은 NIE 활동이 초등학생 자료분석력에 영향을 미친다고 주장하였다. 김해규와 김현정(2006)은 초등학교 4학년 확률과 통계영역 교사용지도서의 재구성에 대하여 언급하였고 이춘재와 전평국(2006)은 초등학교 5, 6학년을 대상으로 대푯값에 대한 비형식적 개념분석을 시도하였다. 셋째는 초등학교 수학과 교육과정 지원을 위한 컴퓨터프로그램개발 연구로서 박동준과 강혜진(2000)은 비주얼 베이직을 활용한 초등학교 고학년용 통계교육프로그램을 제시하였고 배영권의 2인(2003)은 초등학교 확률과 통계학습 지원을 위한 스프레드시트를 개발하였고 장대흥(2007)은 초등학교 확률과 통계영역 교육에서 무료패키지인 R 통계패키지를 사용하자고 제안하였다.

본 논문을 통하여 제 7차 수학과 교육과정 내의 확률과 통계영역 목표와 내용을 중심으로 집필된 1-6단계 수학교과서들의 확률 및 통계단원에 대한 통계적 분석을 행하고자 한다. 2절에서는 1-6단계 수학교과서들의 확률 및 통계단원에 대한 통계적 분석을 행하였다. 분석시 필요한 통계패키지로는 R을 사용하였다. 3절에서 결론을 맺었다.

## II. 1-6단계 확률과 통계영역 교과서 분석

### 1. 확률과 통계영역의 목표와 내용

제 7차 수학과 교육과정의 편성·운영 지침에 보면 1학년에서 10학년까지의 10년 동안은 국민 공통 기본 교육과정을 편성, 운영하는 것으로 되어 있고, 10단계의 각 단계별로 학기를 단위로 하는 2개의 하위 단계(가, 나)를 설정하여 단계형 수준별 교육 과정을 운영한다. 1-10단계의 국민 공통 기본 교육과정에서는 확률과 통계영역은 6개의 영역(수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수) 중 하나이다. 제 7차 수학과 교육과정 내의 1-6단계 확률과 통계영역 목표 체계표와 내용 체계표는 다음 <표 1>과 <표 2>와 같다. 1-6단계 중 6-나 단계에서 다루는 경우의 수와 확률을 제외하면 나머지 단계들은 모두 '자료의 정리와 요약'이라는 기술통계학 영역에 해당한다.

&lt;표 1&gt; 확률과 통계영역 목표 체계표

단계	단계별 목표
1-가	사물을 간단한 기준에 따라 분류할 수 있다.
2-나	간단한 자료의 크기를 표나 그래프로 나타낼 수 있다.
3-나	실생활에서 찾을 수 있는 간단한 자료의 크기를 표와 그래프로 정리할 수 있다.
4-나	꺾은선그래프를 알고, 이를 이용하여 자료를 정리하고 표현할 수 있다.
5-나	자료를 정리하여 이를 줄기와 잎 그림으로 나타낼 수 있고, 주어진 자료의 평균을 구 할 수 있다.
6-가	생활 속의 자료를 적절한 비율그래프로 표현할 수 있다.
6-나	경우의 수를 이해하고, 확률의 의미를 안다.

&lt;표 2&gt; 확률과 통계영역 내용 체계표

단계	단계별 내용	단원 이름
1-가	한 가지 기준으로 사물을 분류하기	분류하여 세어보기
2-나	표와 그래프 만들기	표와 그래프
3-나	자료의 수집, 정리, 막대그래프로 나타내기	자료 정리하기
4-나	꺾은선그래프, 여러 가지 그래프로 나타내기	꺾은선그래프
5-나	줄기와 잎 그림, 평균	자료의 표현
6-가	비율그래프(띠그래프, 원그래프)	비율그래프
6-나	경우의 수와 확률	경우의 수

## 2. 확률과 통계영역 교과서 분석

제 7차 수학과 교육과정 1-6단계에서 정의한 용어와 주요개념은 각각 다음 <표 3>과 <표 4>와 같았다.

&lt;표 3&gt; 제 7차 수학과 교육과정에서 정의한 용어

단계	용어
1-가	없음
2-나	표, 그래프
3-나	막대그래프
4-나	꺾은선그래프
5-나	줄기와 잎 그림, 평균
6-가	띠그래프, 원그래프
6-나	경우의 수, 확률

&lt;표 4&gt; 제 7차 수학과 교육과정에서 쓰이는 주요개념

단계	주요개념
1-가	없음
2-나	표, 그래프
3-나	막대그래프, 그림그래프
4-나	꺾은선그래프, 물결선을 사용한 꺾은선그래프
5-나	줄기와 잎 그림, 평균
6-가	띠그래프, 원그래프
6-나	경우의 수, 순서가 다른 짝짓기 방법으로 경우의 수 알아보기, 순서가 있는 경우의 수, 수형도, 확률

1-6단계 확률과 통계영역 교과서 내용에 대한 전반적인 특징은 다음과 같다.

1. '자료의 정리와 요약'이라는 기술통계학 영역에서 수치적 측도보다는 각 종 그래프의 설명과 작성법에 치중되어 있다.

2. 그래프는 정보그래픽스 위주로 구성되어 있고 막대그래프, 비율그래프, 꺾은선그래프, 그림그래프 4개의 그래프 위주로 작성되어 있다. 정보그래픽스가 아닌 통계그래픽스로는 줄기와 잎 그림이 거론되어 있다. 이 줄기와 잎 그림은 반 표, 반 그래프의 성격을 갖고 있는 특이한 통계그래픽스이다.

3. 자료의 중심경향을 알 수 있는 수치적 측도로서 유일하게 산술평균(arithmetic mean)만이 언급되어 있으나 중앙값(median), 최빈값(mode)에 대한 언급은 없다. 최빈값에 대한 정의는 없으나 최빈값을 물어보는 문제는 여러 번 나타나고 있다.

4. 자료의 흩어진 정도(산포도)를 알 수 있는 수치적 측도는 하나도 언급되어 있지 않다. 범위(range)에 대한 언급도 없다. 범위에 대한 정의는 없으나 범위를 물어보는 문제는 여러 번 나타나고 있다.

5. 통계 자료는 주로 학생들 자신 및 주변 친구들의 자료를 이용하고 있다. 그러나 가상 자료가 대부분이고 실제 자료를 취급하는 경우가 너무 적다. 또한 실제 자료를 사용하는 경우는 자료의 출처(제공처)를 꼭 병기하여야 하는 데 이를 잘 지키지 않고 있다. 다양한 실제자료를 사용할 필요가 있다.

6. 통계자료의 자료제공처로서 홈페이지 주소를 유일하게 언급한 것이 기상청 홈페이지 주소(www.kma.go.kr) 뿐이다. 통계자료를 제공하는 기관들의 다양한 홈페이지 주소를 제공할 필요가 있다. 특히 통계청 홈페이지(www.nso.go.kr)는 아주 유용한 통계정보 서비스(국가 통계 포털: www.kosis.kr, 어린이 통계동산: mirae.nso.go.kr, e-나라지표: www.index.go.kr 통계메타DB: meta.nso.kr, 원시자료제공시스템: mdss.nso.go.kr, 통계지리정보시스템: gis.nso.kr)를 제공하고 있다. 이 중 어린이 통계동산(mirae.nso.go.kr)은 초등학교 학생들이 통계에 대하여 많은 체험을 할 수 있는 매우 유익한 곳이다.

7. 모든 수학책과 수학익힘책 끝에 필수적으로 있어야 할 찾아보기(index)가 없다. 적어도 3단계 이후부터는 수학책과 수학익힘책 끝에 찾아보기가 있어야 한다.

제 1-6단계 수학교과서 1종에 대하여 교과서를 구성하고 있는 중요 요소를 다음 <표 5>와 같이 구분하고, 이 기준을 이용하여 부록에 있는 <표 6>과 같이 정리하였다.

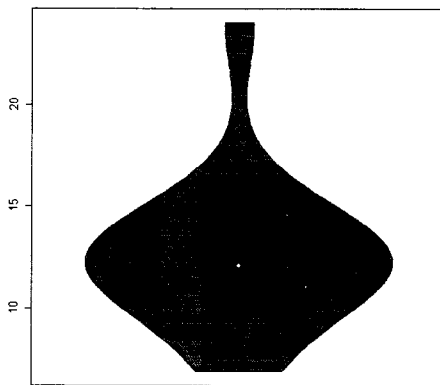
<표 5> 교과서 구성 요소

구성요소	설명
본문 쪽수	확률과 통계 영역이 차지하는 쪽수
본문 비율	확률과 통계 영역 쪽수가 전체 영역 쪽수에서 차지하는 비율(%)
도표	다이아그램, 수형도 및 표
그래프	통계 그래프(히스토그램, 꺾은선그래프, 막대그래프, 그림그래프 등)
삽화, 사진	삽화와 사진
문제	본문 중의 문제

&lt;표 6&gt; 교과서 구성요소 현황

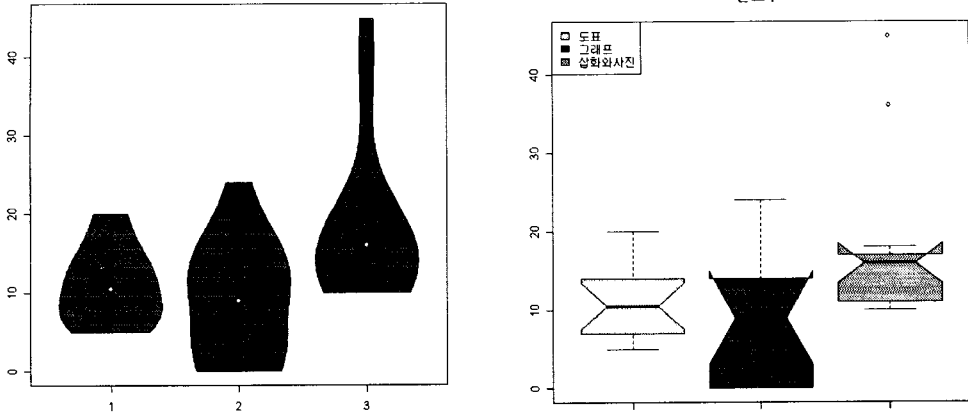
단계	교과서	본문쪽수	본문비율	도표	그래프	삽화, 사진	문제
1-가	수학	8	6.9	6	0	17	16
2-나		14	12.1	14	4	10	49
3-나		16	24.1	11	10	11	50
4-나		18	15.3	8	13	18	47
5-나		16	11.9	10	8	16	55
6-가		14	10.4	14	16	11	47
6-나		16	11.9	6	0	36	68
1-가	수학의 힘	10	8.6	5	0	17	12
2-나		14	12.1	14	6	11	61
3-나		16	13.8	12	13	16	58
4-나		18	13.8	7	16	13	72
5-나		18	12.0	19	14	17	84
6-가		18	12.3	20	24	12	75
6-나		18	12.7	7	0	45	74

본문비율의 최소값은 6.9, 최대값은 24.1, 산술평균은 12.71, 중앙값은 12.1이었다. 본문비율에 대한 바이올린그림을 그리면 다음 <그림 1>과 같았다.



&lt;그림 1&gt; 본문비율에 대한 바이올린그림

도표, 그래프, 삽화와 사진의 사용횟수에 대하여 산술평균을 계산하면 10.93, 8.86, 17.86이었고 중앙값을 계산하면 10.5, 9, 16이었다. 도표와 그래프의 평균빈도는 비슷하고 삽화와 사진이 도표나 그래프보다 평균빈도가 큼을 알 수 있다. 이는 초등학교 확률 및 통계교육에서 교육내용을 나타내는 도표나 그래프도 중요하지만 교육내용을 돕기 위한 삽화나 사진이 큰 역할을 함을 암시한다 하겠다. 도표, 그래프, 삽화와 사진에 대하여 병렬바이올린그림과 병렬췌기상자그림을 그리면 다음 <그림 2>와 같았다. 6-나 수학 및 수학의힘책에서 삽화와 사진이 36개와 45개로 특이하게 많음을 알 수 있다. 이는 6-나 단계가 경우의 수와 확률을 다루는 관계로 교육내용 상 도표나 그래프를 사용할 필요성이 적고 교육내용을 돕기 위한 삽화나 사진이 많아지게 된 연유에서 비롯된다.



<그림 2> 도표, 그래프, 삽화와 사진의 사용 횟수에 대한 병렬바이올린그림과 병렬색기상자그림 각 단계별로 나누어 교과서를 분석하여 보면 다음과 같다.

<1-가 단계> 8단원. 분류하여 세어 보기

1. ‘한 가지 기준으로 분류하기’에 쓰인 예는 다음 <표 7>과 같았다. 학생들 자신 및 주변 친구들의 자료를 이용하여 분류하여 세어 보는 훈련을 강조하고 있다.

<표 7> ‘한 가지 기준으로 분류하기’에 사용된 예들

교과서	예
수학	우리 반 어린이들이 좋아하는 여름철 과일
	우리 반 어린이들이 좋아하는 놀이
	우리 반 학생들이 친구의 생일날에 주고 싶은 선물
	우리 분단 어린이들이 좋아하는 음식
	우리 분단 어린이들이 좋아하는 과목
	영희네 반 어린이들이 달고 싶어 하는 단추 (색깔, 구멍의 수)
	독서를 좋아하는 어린이들의 사진

교과서	예
수학 익힘책	우리 학교 1학년 어린이 20명에게서 조사한 가장 좋아하는 장난감
	우리 반 어린이들이 좋아하는 색깔
	우리 반 어린이들이 좋아하는 동물
	6월의 날씨
	어린이들이 좋아하는 과일
	1학년 어린이 20명에게서 조사한 커서 하고 싶은 일
	우리 반 어린이들의 가족수
	우리 분단 어린이들이 좋아하는 계절
1학년 어린이 25명에게서 조사한 좋아하는 옷의 색깔	

2. 다음 그림은 수학책 ‘실생활에 적용하여 봅시다.’에 나오는 독서를 좋아하는 어린이들의 사진을 삽화 형태로 제시한 그림이다. 총 4가지 질문을 하고 있다. 그런데 이 활동문제는 다음과 같은 두 가지 고려할 사항이 있다.

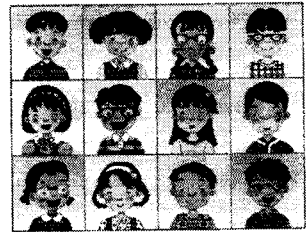
(1) 분류에 대한 훈련에서는 분류 대상을 서로 분할된 범주 중 하나에 정확하게 구분할 수 있는 문제를 제시하여야 한다. 12 명의 아이 중 남자인지 여자인지 구분하기 어려운 아이가 있다. 교과서

에서 남자와 여자의 구별을 머리를 땡거나 묶고 머리핀을 한 아이를 기준으로 남자와 여자를 구분하도록 강요하고 있다. 이러한 강요는 여자라면 머리를 땡거나 묶고 머리핀을 하여야 한다는 고정관념을 1학년 대부터 심어줄 공산이 크다. 남자와 여자 대신 12명의 아이를 머리핀을 한 아이와 머리핀을 하지 않은 아이로 나누는 것이 적절하다.

(2) 이 활동문제는 한 가지 기준으로 구분하기 문제가 아니라 ‘성별’이라는 구분과 “안경착용여부”라는 구분을 이용한 두 가지 기준으로 구분하기 문제에 해당한다. 삽화의 정보를 이용하여 분할표(contingency table)를 만들면 다음 <표 8>과 같다. 참고로 수학책 ‘문제를 해결하여 봅시다.’에서는 단추에 대하여 색깔에 따라, 구멍의 수에 따라 각각 구별하는 문제가 나온다.



독서를 좋아하는 어린이들의 사진을 보았습니다.



- 안경을 쓴 남자 어린이는 몇 명인지 세어 보시오.  
 ● 안경을 쓰지 않은 남자 어린이는 몇 명인지 세어 보시오.  
 ● 안경을 쓴 여자 어린이는 몇 명인지 세어 보시오.  
 ● 안경을 쓰지 않은 여자 어린이는 몇 명인지 세어 보시오.

<표 8> 독서를 좋아하는 어린이들 문제에 대한 분할표

성별 \ 안경착용여부	착용	미착용	합계
남자	3	3	6
여자	2	4	6
합계	5	7	12

<2-나 단계> 6단원. 표와 그래프

1. ‘표와 그래프’를 작성하기 위하여 쓰인 예는 다음 <표 9>와 같았다. 신문에서 나오는 표나 그래프 자료를 제외하고는 학생들 자신 및 주변 친구들의 자료를 이용하여 표와 그래프를 작성하는 훈련을 강조하고 있다.

<표 9> ‘표와 그래프’ 작성에 사용된 예들

교과서	예	교과서	예
수학	정민이네 반 학생들이 좋아하는 음식	수학 의협책	윤정이의 옷(종류, 색깔)
	우리 반 학생들이 좋아하는 음식		은별이의 학용품
	슬기네 반 학생들이 좋아하는 과일		어느 달의 날씨
	우리 반 학생들이 좋아하는 계절		현철이네 반의 시간표
	학생들이 좋아하는 음료수		준호네 반의 학생들이 사는 마을
	가위바위보 10번 하였을 때 이긴 횟수		학생들이 좋아하는 운동
	돌림판		지연이네 반 학생들이 좋아하는 주스
	신문에서 나오는 표나 그래프(1999년 동계 아시아 경기 대회 메달 수, 초등학교 학급당 학생 수(’65-’95), 1997년 각 도의 쌀 생산량, 날씨, 비율 확률)		영미네 반 학생들이 태어난 달
	윤호 친구들이 지난 달에 읽은 동화책 수		
	민수네 반 학생들이 좋아하는 아이스크림		
	종호네 반 학생들이 좋아하는 과일		
	주영이 친구들이 좋아하는 텔레비전 프로그램		

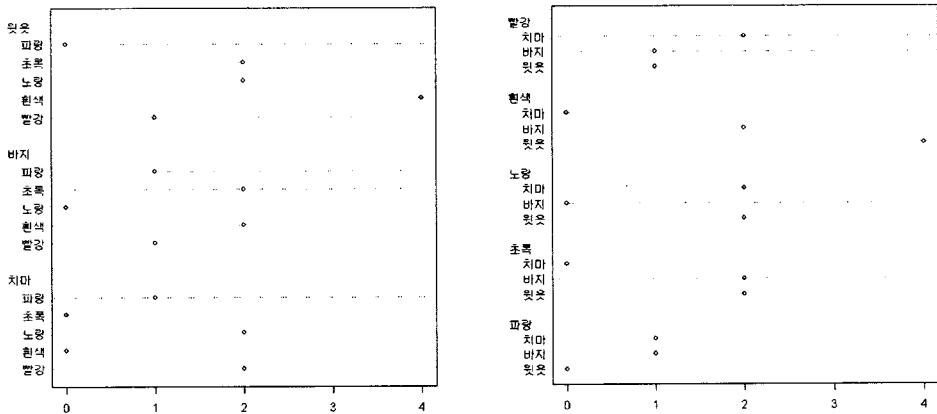
2. <표 9>에서 제시된 예들 중 수학적힘책 '표에 대하여 알아보기'에 나오는 오른쪽 그림과 같은 윤정이의 옷 문제에서 옷의 종류와 옷의 색깔 종류 각각에 대하여 분류하는 것 외에 이 두 분류변수를 동시에 고려하면 다음 <표 10>과 같은 분할표가 만들어진다. 이러한 분할표를 학생들이 작성하여 보게 한다. 이는 '두 범주형 변수의 요약'이라는 측면에서 유의한 훈련이 된다.

<표 10> 옷 문제에 대한 분할표

옷의 종류 \ 옷의 색깔	흰옷	바지	치마	합계
빨강	1	1	2	4
흰색	4	2	0	6
노랑	2	0	2	4
초록	2	2	0	4
파랑	0	1	1	2
합계	9	6	5	20

이러한 2차원 분할표를 그래프로 형상화하는 방법으로서 다음과 같은 세 가지 그래픽 방법들이 있다. 물론 2-나 단계에서는 가르치기 어려운 내용이나 3-나 단계에서 막대그래프를 배우므로 3학년 이상의 학생들에게 교사가 심화과정에서 보충자료로 활용할 수가 있다. 이 세 가지 그래프들은 작성하는 데 큰 어려움이 없는 그래프들이다.

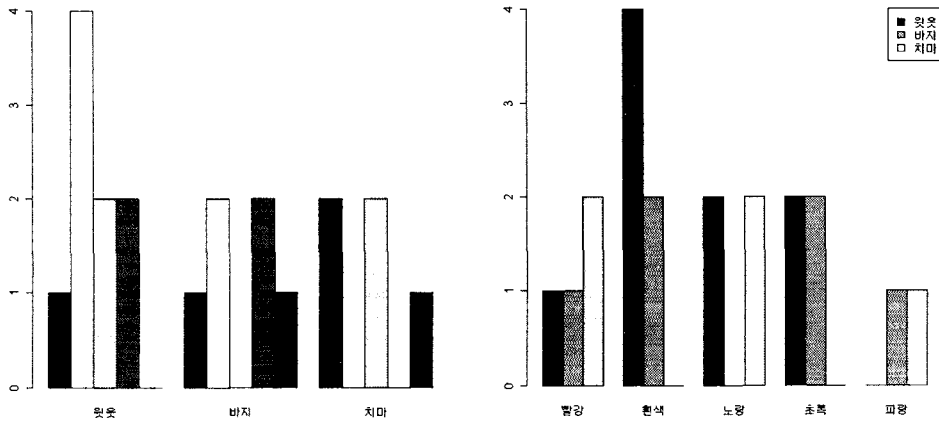
다음 <그림 3>은 <표 10>의 분할표에 대한 dotchart이다. 옷의 종류와 옷의 색깔 사이에 연관성이 있음을 쉽게 확인할 수 있다.



<그림 3> <표 10>의 분할표에 대한 dotchart

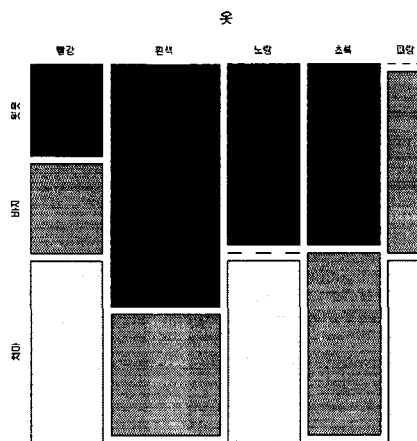


다음 <그림 4>는 <표 10>의 분할표에 대한 병렬막대그래프이다. 옷의 종류와 옷의 색깔 사이에 연관성이 있음을 쉽게 확인할 수 있다.



<그림 4> <표 10>의 분할표에 대한 막대그래프

다음 <그림 5>는 <표 10>의 분할표에 대한 모자이크그램이다. 이 모자이크그램에서 각 상자는 분할표 상의 각 칸에 대응되는 데 각 상자의 가로 폭은 옷의 색깔에 대한 주변표(marginal table), 즉 옷의 색깔에 대한 합계에 비례하여 그리고 각 상자의 세로 폭은 옷의 종류에 대한 주변표, 즉 옷의 종류에 대한 합계에 비례하여 그린다. 옷의 종류와 옷의 색깔 사이에 연관성이 있음을 쉽게 확인할 수 있다.



<그림 5> <표 10>의 분할표에 대한 모자이크그램

3. 우리가 자료를 4가지 척도(명명척도, 서열척도, 등간척도, 비율척도)로 나눌 때 <표 9>에서 제시된 예들은 모두 명명척도에 해당한다. 이러한 명명척도에 대한 자료에 대하여 자료의 중심경향을

알 수 있는 수치적 척도로서 최빈값을 사용할 수 있고 자료의 흩어진 정도(산포도)를 알 수 있는 수치적 척도로서 다양성지수(diversity index)를 사용할 수 있다. <표 9>에서 제시된 예들 중 ‘표에 대하여 알아보시다.’ 생활에서 알아보기(활동 1) 정민이네 반 학생들이 좋아하는 음식 예를 살펴보면 다음 <표 11>을 작성할 수 있다.

<표 11> 음식별 좋아하는 학생 수

좋아하는 음식	김밥	라면	햄버거	자장면	피자	합계
학생수(명)	4	6	3	5	2	20

위의 표를 이용하면 최빈값(가장 많은 학생이 좋아하는 음식)은 ‘라면’이다. 다양성지수를 계산하면 0.957이 되어 1에 상당히 가깝다. 음식별 좋아하는 학생수가 상당히 골고루 퍼져 있음을 알 수 있다. 학생 20명이 모두 한 음식만 좋아하면 이 다양성지수는 0이 되고 음식별 좋아하는 학생수가 4명씩 똑같으면 이 다양성지수는 1이 된다. 이러한 다양성 지수에 대한 개념은 초등학생에게는 어려운 개념이므로 교사가 <표 11>에서 ‘음식별 좋아하는 학생수가 상당히 골고루 퍼져 있음을 알 수 있다’라는 언급을 통하여 자료의 흩어진 정도를 지적할 필요가 있다.

4. ‘표에 대하여 알아보시다.’ 생활에서 알아보기(활동 1) 정민이네 반 학생들이 좋아하는 음식 예에서 ‘가장 많은 학생이 좋아하는 음식이 무엇입니까?’와 ‘가장 적은 학생이 좋아하는 음식이 무엇입니까?’라는 질문에서 최대값과 최소값의 개념이 나온다. 최대값과 최소값의 정의가 필요하다.

### <3-나 단계> 7단원. 자료 정리하기

1. 장대홍(1995)은 정보그래픽스에 대한 통계적 오용의 형태로서 다음과 같은 17가지를 나열하였다.

- (1) 자료의 크기와 그래프의 크기가 비례하지 않는다.
- (2) 시계열그래프에서 시간축의 눈금 간격이 일정하지 않다.
- (3) 같은 시간대의 비교를 하지 않는다.
- (4) 그래프에서 자료가 빠져 있다.
- (5) 그래프에서 수직축의 눈금이 중간에서 변경되거나 그래프의 줄임표시가 있다.
- (6) 그래프를 입체화하기 위하여 투영도법을 무리하게 적용한다.
- (7) 그래프에서 배경그림이 자료에 대한 해독(decoding)을 방해한다.
- (8) 시계열그래프에서 수평축인 기준선을 공유하지 않는다.
- (9) 중요한 그림 요소를 빠뜨리거나 불필요한 그림 요소를 첨가시켜 그래프 상의 수치 비교를 방해한다.

- (10) 자료에 맞지 않는 그래프를 선택하여 그린다.
- (11) 자료에 대한 오차를 표현할 때 아래의 통계적 변동 중 어떤 오차인지를 밝히지 않는다.
  - (i) 표본평균±표본표준편차
  - (ii) 표본평균±표준오차
  - (iii) 모평균에 대한  $100(1-\alpha)\%$  신뢰구간(여기서,  $\alpha$ 는 유의수준)
- (12) 자료값이 범위를 갖는 경우에 표시를 하지 않는다.
- (13) 독자들의 시각적 암시(visual metaphor)를 무시한다.
- (14) 배경그림만 있고 그래프가 없다.
- (15) 부주의하여 그림 요소에 대한 설명이 틀리거나 빠져 있다.
- (16) 원형그래프를 변형하여 타원, 사각형, 육각형그래프 등을 사용할 때 각 범주의 면적을 고려하지 않는다.
- (17) 시계열그래프에서 자료점들을 연결할 때 흥미를 끌기 위하여 직선이 아닌 다른 표현을 쓴다.

우리가 그림그래프를 사용할 때 제일 주의할 사항은 범례(legend)에서 자료의 크기와 그래프의 크기가 비례하여야 한다는 사실이다. 다음 그림은 수학적 ‘생활에서 알아보기’ 우리 마을의 과수원에서 수확한 사과 생산량 예이다. 범례에서 100상자는 10상자에 비하여 10배의 차이가 있음에도 불구하고 100상자를 나타내는 그림이 10상자를 나타내는 그림보다 2배( $8.5^2 : 7^2 = 72.25 : 49 \approx 1.47 : 1$ )가 채 되지 않는다. 이러한 오류는 수학 및 수학적힘책에 나오는 모든 그림그래프에서 나타나고 있다.

4-나 수학적힘책 ‘좀 더 알아보기’에서 다음과 같은 주의 사항을 언급하면서도 3-나 단계에 있는 모든 그림그래프에서는 자료의 크기와 그래프의 크기가 비례하여야 한다는 사실을 어기고 있다.

**과수원별 생산량**

과 수 원	총생산량	사과	당귤	포도	복숭아	계
과수원 A	210	160	320	410	130	1230

**과수원별 사과 생산량**

과수원별 사과 생산량을 나타내고, 다음을 알아보시오.

과수원별 사과 생산량

100상자  
10상자

- 사과 생산량을 어떤 원형으로 나타내었습니까?
- 어느 과수원의 사과 생산량이 가장 많습니까?
- 사과 생산량이 가장 많은 과수원과 가장 적은 과수원과의 차는 몇 상자입니까?

**좀 더 알아보기**

그래프는 여러 가지 사실을 알아보는 방법 나타내는 편리한 도구이다. 한 가지 실제 다루어야 합니다. 다음 이야기를 읽고, 어떤 점에 주의를 기울여 그래프를 읽어라. 또는 그래프가 무슨 말을 할지 생각해 보시오.

● 표본의 원수는 각각 동화책을 몇 권 가지고 있는지 조사하여 보여줍니다. 표본은 34인, 원수는 65권을 가지고 있습니다. 원수-이치를 다음과 같은 그림그래프로 나타내었습니다.

● 그래프에서, 두 가지 차이를 있는 동화책 수의 원수에서 차이를 있는 동화책 수의 원수도 보일까요? 원에 각각의 동화책 수, 표본의 동화책 수의 원 수를 보여주세요.

● 그래프에서는 세 원수가 표본에 대하여 몇 권의 동화책 수를 가지고 있는지를 보여줍니다.

2. '자료정리하기'에서 쓰인 예는 다음 <표 12>와 같았다. 학생들 자신 및 주변 친구들의 자료를 이용하여 자료를 정리하는 훈련을 강조하고 있다.

교과서	예	교과서	예
수학	경춘이네 반 학생들이 가 보고 싶은 체험 학습 장소	수학 익힘책	놀이별 학생 수
	무지개 색깔 중에서 가장 좋아하는 색깔		아침에 등교하는 길에 본 자동차들(종류별, 색깔별)
	영춘이네 반 모둠별로 모은 신문의 무게		좋아하는 민속놀이우리 반 학생들의 아침식사 종류
	우리 마을의 과수원에서 수확한 사과 생산량		명수네 고장 학교별 심은 나무 수
	3학년 학생들이 좋아하는 놀이 기구		회경이네 학교 3학년 학예회 발표에 참가할 종목별 학생 수
	3학년 학생들이 사는 마을학생들이 좋아하는 모양과 색깔의 색종이에 쓴 좋아하는 과일 이름		우리 고장에서 초등학교에 입학할 신입생 수
	우리 반 학생들이 좋아하는 공놀이		은지네 반 학생들이 좋아하는 탈 것
	마을 별로 강아지를 기르는 가정의 수		지윤이네 반 학생들의 취미
	학교 근처 식품점에서 지난 주에 팔린 아이스크림		
	어느 달의 날씨		
	동찬이네 학교에서 각 반 별로 남학생과 여학생이 모은 책 수		
	놀이 기구 한 칸에 탈 수 있는 사람 수		

<표 12> '자료정리하기'에 사용된 예들

3. 수학책 '과제를 하여 봅시다'에서 나오는 예는 기준이 세 가지이다. 즉 좋아하는 모양, 좋아하는 색깔, 좋아하는 과일이다. 이 자료를 하나의 표로 작성하면 다음 <표 13>과 같은 3가지 범주형 변수를 동시에 고려한 3차원 분할표(three-dimensional contingency table)가 된다.

<표 13> 3차원 분할표

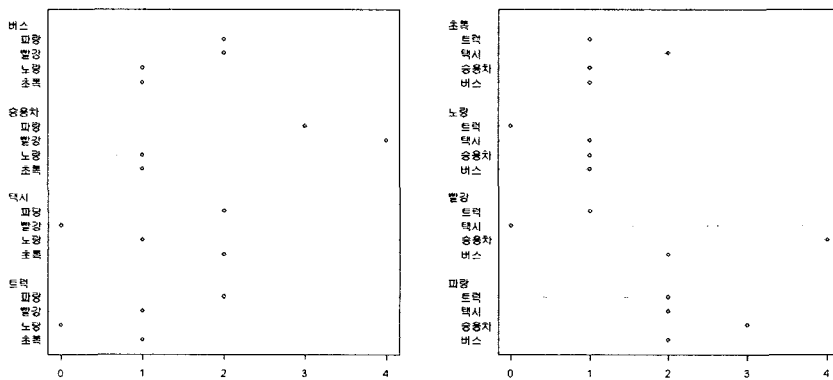
색깔 \ 모양 \ 과일	네모				세모				별				원				합계
	밤	감	배	귤	밤	감	배	귤	밤	감	배	귤	밤	감	배	귤	
분홍	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3
녹색	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	2	0	5
파랑	0	0	1	0	1	3	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	9
노랑	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	1	0	3
합계	3				7				4				6				20

4. <표 12>에서 제시된 예들 중 수학익힘책 '막대그래프 알아보기'에 나오는 아침에 등교하는 길에 본 자동차들 문제에서 자동차 종류와 자동차 색깔 각각에 대하여 분류하는 것 외에 이 두 분류변수를 동시에 고려하면 다음 <표 14>와 같은 분할표가 만들어진다. 이러한 분할표를 학생들이 작성하여 보게 한다. 이는 '두 범주형 변수의 요약'이라는 측면에서 유의한 훈련이 된다. 한 가지 주의 할 사항은 택시의 색깔이 초록, 노랑, 파랑으로 다양하게 나타나 현실적으로는 우리나라 각 지역에서는 택시의 색깔이 통일되어 한 가지 색깔만 나타나야 한다는 사실이다.

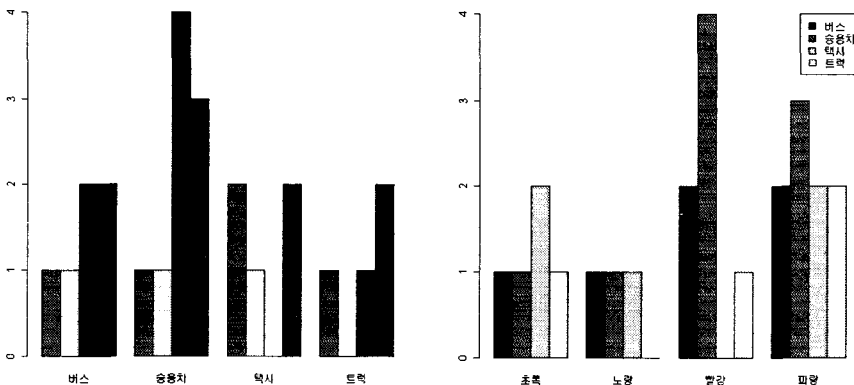
<표 14> 자동차 문제에 대한 분할표

색깔 \ 종류	버스	승용차	택시	트럭	합계
초록	1	1	2	1	5
노랑	1	1	1	0	3
빨강	2	4	0	1	7
파랑	2	3	2	2	9
합계	6	9	5	4	24

다음 <그림 6>과 <그림 7>은 각각 <표 14>의 분할표에 대한 dotchart와 병렬막대그래프이다. 자동차의 종류와 색깔 사이에 연관성이 있음을 쉽게 확인할 수 있다.

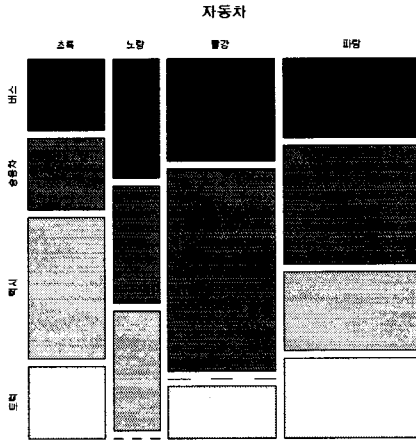


<그림 6> <표 14>의 분할표에 대한 dotchart



<그림 7> <표 14>의 분할표에 대한 막대그래프

다음 <그림 8>은 <표 14>의 분할표에 대한 모자이크그램이다. 자동차의 종류와 색깔 사이에 연관성이 있음을 쉽게 확인할 수 있다.



<그림 8> <표 14>의 분할표에 대한 모자이크그림

5. <표 12>에서 제시된 예들 중 수학적힘책 '막대그래프 그려보기'에 나오는 우리 반 학생들의 아침식사 종류 문제에서 아침식사 종류가 밥과 빵으로만 나뉘어져 있으나 현실상 '밥'과 '빵' 외에 '시리얼', '아침을 먹지 않음' 같은 범주도 취급하여야 한다. 아니면 '밥'과 '빵' 외에 '기타'라는 범주를 넣는 방법도 있다. 교과서에 나오는 자료는 항상 시의적절하게 수정하여 주어야 한다.

6. 수학책 '막대그래프를 알아봅시다.' 중 생활에서 알아보기(활동 2)에서 '가장 많은 학생이 선택한 장소부터 차례로 말하십시오.'라는 내림차순 정렬(decreasing sort(ing))을 물어보는 문제가 나온다. 정렬에는 내림차순 정렬뿐만이 아니라 오름차순 정렬(increasing sort(ing))도 있음을 학생들에게 가르쳐야 한다. 즉 '가장 적은 학생이 선택한 장소부터 차례로 말하십시오.'라는 질문도 필요하다.

7. 수학책 '그림그래프로 나타내어 봅시다.' 중 생활에서 알아보기(활동 1)에서 '사과 생산량이 가장 많은 과수원과 가장 적은 과수원의 차는 몇 상자입니까?'라는 범위(range)를 물어보는 문제가 나온다. 범위에 대한 정의가 필요하다.

#### <4-나 단계> 7단원. 꺾은선그래프

1. 우리가 꺾은선그래프를 그릴 때 특히 주의 할 사항은 다음과 같다.

- (1) 꺾은선그래프에서 시간축(가로축)의 눈금 간격이 일정한가?
- (2) 세로축에 물결선이 꼭 필요한가?

수학적힘책 '좀 더 알아보기'에서 물결선을 쓸 때의 위험성에 대한 언급이 있으나 수학책에도 이

물결선 사용에 대한 주의 사항을 언급하여야 한다. 물결선을 사용여부는 전적으로 자료의 특성과 꺾은선그래프의 작성목적에 달려있다. 즉 ‘자료가 어떤 자료이냐’와 ‘무엇을 꺾은선그래프에서 나타내고자 하느냐?’에 따라 물결선을 사용할 수도 있고 물결선을 사용해서는 안 되는 경우도 있다는 것이다.

2. ‘꺾은선그래프’에 쓰인 예는 다음 <표 15>와 같았다. 주로 학생들 자신 및 주변 친구들의 자료를 이용하여 꺾은선그래프를 그리는 훈련을 강조하고 있다.

교과서	예	교과서	예
수학	성인이네 반 교실의 온도	수학 익힘책	재민이네 거실의 온도
	초등학생 수의 변화(1960년-2000년)		경미네 교실의 온도
	1학년부터 4학년까지의 영민이의 몸무게		병우의 요일별 팔 굽혀펴기 기록
	지영이의 체온		재하의 키(5월-10월)
	성근이가 키우는 식물의 키		지윤이가 키우는 양파의 키
	진희와 친구들의 훌라후프 돌린 횟수		재원과 친구들의 줄넘기 횟수
	명진이의 요일별 멀리뛰기 최고기록		병주의 요일별 줄넘기 횟수
	우리나라 초등학교 6학년 남녀학생의 키(1970년-200년)		소라네 교실의 온도
	한 사람이 하루에 배출하는 생활쓰레기의 양(1985년-2000년)		형선이의 몸무게(3월-9월)
	연도별 교통사고 발생횟수		정민이네 주전자 물의 온도
			어느 회사의 판매량

<표 15> ‘꺾은선그래프’에 사용된 예들

3. 꺾은선그래프는 다른 정보그래픽스인 막대그래프나 원그래프와는 달리 이차원 직각좌표계를 쓴다. 즉 수평축에 시간이라는 변수를 사용하고 수직축에 관심의 대상이 되는 변수를 사용하여 각 시계열 자료를 이차원 직각좌표계 안의 한 점으로 표시하게 된다. 그러므로 꺾은선그래프를 작성하고 분석할 때는 꺾은선그래프의 패턴(특히 점들 사이의 기울기)이 중요하고 수평축과 수직축을 동시에 중요하게 다루어야 한다.

4. 통계그래픽스, 특히 꺾은선그래프에서 모양모수의 영향은 매우 중요하다. 그래프의 전체적인 인상을 좌우할 뿐만 아니라 자료에 대한 시각적인 평가에도 영향을 미치기 때문이다. 그래프에서 모양모수(shape parameter)란 다음과 같이 정의된다.

$$sp = \frac{w}{h}$$

여기서,  $sp$ 는 모양모수,  $h$ 는 그래프의 높이(그래프에서 세로의 길이),  $w$ 는 그래프의 폭(너비, 그래프에서 가로 길이, 이 폭을 그래프의 길이라고도 함.)이다. 이 모양모수의 크기에 따라 꺾은선그래프 상의 점들 사이의 기울기가 다르게 나타나고 전체적인 패턴도 다르게 느껴질 수 있다. 학생들에게 하나의 시계열 자료를 이용하여 다양한 모양모수를 적용하여 꺾은선그래프들을 그려보게 하고 어떤 모양모수가 적당한 지를 결정하도록 하는 훈련이 필요하다.

<5-나 단계> 7단원. 자료의 표현

1. '자료의 표현'에 쓰인 예는 다음 <표 16>과 같았다. 주로 학생들 자신 및 주변 친구들의 자료를 이용하여 자료를 표현하는 훈련을 강조하고 있다. 외부자료제공처를 명기한 홈페이지 주소로서 유일하게 기상청 홈페이지 주소를 언급하고 있다.

<표 16> '자료의 표현'에 사용된 예들

교과서	예
수학	성민이네 마을에 살고 계신 어른들의 나이
	윗몸일으키기 기록
	승은이네 학교 5학년 반별 학생 수
	요일별 식당의 이용자수
	월별 수리한 자동차의 대수
	근대 5종 경기 성적
	학교 운동장의 크기
	벼농사 수확량의 비교
	도별 사육 소의 마릿수
	마을 별 학생 수
	효진이네 집의 월별 전화 사용료
	우리나라 연도별 수출액(1995년-2000년)
	2005년 10월 서울지역 날짜별 평균기온
	기상청 홈페이지: <a href="http://www.kma.go.kr">www.kma.go.kr</a>
	어느 초등학교의 마을별 학생 수
우리 학교 주변에 있는 초등학교의 학생 수와 선생님 수	

교과서	예
수학 의협책	효진이네 마을에 살고 있는 사람들의 나이
	성민이네 반 학생들의 윗몸일으키기 횟수
	원영이네 반 학생들의 수학 점수
	우리 반 학생들의 키
	달걀의 무게
	민수네 모듬의 몸무게
	어느 지역의 마을별 사람 수
	하민이의 각 과목 성적
	진영이네 모듬의 텔레비전 본 시간
	대원이네 반 34명이 한 달 동안에 읽은 책의 종류별 권수
	희수네/수연이네 학교에서 요일별 결석학생 수
	한솔이네 모듬/나은이네 모듬에서 농구공 10번 던져 끝인된 횟수
	인형을 만드는 갯수
	찬호네 모듬/민호네 모듬 수학 점수
	어느 도의 군별 고구마 생산량
	어느 컴퓨터 회사에서 한 달 동안의 도별 판매량
	전국의 감자 생산량(2004년)
	도별 사과 생산량(2005년)
	한솔이네 반 학생들의 수학 성적
	훈범이네 반 남녀 학생들의 평균 몸무게
	마을별 염소의 수
4 개 도의 옥수수 생산량(2005년)	
다은이네 반 학생들의 국어 성적	
어느 도시의 하룻동안의 기온	
은선이네 학교 5학년의 반별 결석 학생 수	
20도별 쌀 생산량(2004년)	
줄넘기 횟수	
가은이네 반의 남녀 학생들의 수학 성적	

2. 줄기와 옆 그림 설명에서 줄기와 옆을 어떻게 정하는 지에 대한 언급이 필요하다. 자료에서 중요한 자릿수를 줄기에 넣고 덜 중요한 자릿수를 옆에 배당한다.

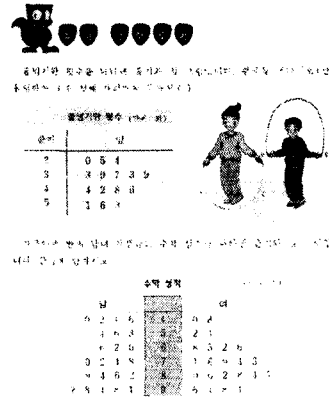
3. 줄기와 옆 그림의 작성 시 옆 부분의 정렬을 실시한 줄기와 옆 그림을 작성하여 볼 필요가 있다. 그러면 중앙값을 계산하기 쉽게 된다.

4. 줄기와 옆 그림을 그린 후에 산술평균, 중앙값, 최빈값, 범위 등을 구하면 여러 개의 줄기와 옆 그림들을 비교할 때 도움을 받을 수 있다.



5. 좀 더 다양한 자료(특이값(outlier, 이상값이라고도 함)이 있는 자료, 봉우리가 두 개 이상 있는 자료, 비대칭자료)에 대하여 줄기와 잎 그림을 그려 볼 필요가 있다.

6. 수학 익힘책 '좀 더 알아보기'에서 다음과 같은 줄기와 잎 그림이 나오는 데 이를 우리는 통상 '등과 등을 맞댄 줄기와 잎 그림'(back-to-back stem-and-leaf plot)이라 칭한다.



<6-가 단계> 8단원. 비울그래프

1. '비울그래프'에 쓰인 예는 다음 <표 17>과 같았다. 주로 학생들 자신 및 주변 친구들의 자료를 이용하여 비울그래프를 작성하는 훈련을 강조하고 있다.

<표 17> '비울그래프'에 사용된 예들

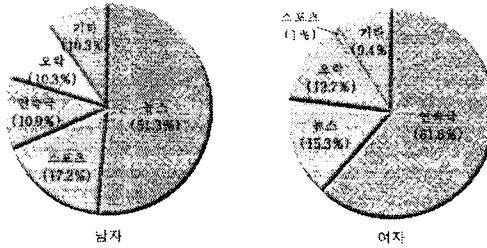
교과서	예
수학	어느 학교 학생 1200명의 혈액형
	유민이네 학교 학생들이 좋아하는 계절
	미영이네 학교 학생들의 한 달 동안의 독서량
	상희네 반 학생들이 좋아하는 운동
	우리 학급의 학생들이 좋아하는 과일
	영민이네 학교의 어린이 회장 선거에서 입후보자들의 득표 수
	우리 마을에서 한 달 동안 발생하는 쓰레기의 양
	민지네 학교 학생들이 즐겨보는 텔레비전 프로그램
	예은이네 반 학생들이 가장 좋아하는 과목
	은주가 어느 담에 쓴 용돈의 쓰임용석이네 농장의 종류별 동물의 마릿수
	상준이의 하루 일과표
	연령별 농가 인구 구성비(1980년-1997년)
	우리나라 사람들이 즐겨 보는 텔레비전의 프로그램별 시청률

교과서	예
수학 익힘책	경인이네 반 부모님들의 직업별 가구 수
	수정이네 김의 한 달 생활비
	어느 마을의 성씨
	성철이가 가지고 있는 색깔별 구슬 수
	영미네 반의 학급 문고의 종류
	어느 고장의 토지 이용도
	기환이네 반 학생들의 취미활동
	학교별 학생 수(2002년)
	어느 과일 가게의 종류별 과일 수
	민영이네 학교 학생 2400명에 대한 거주지별 학생 수
	어느 도시의 의료시설 수
	자신의 한 달 용돈의 쓰임
	학교방송국에서 600명의 학생을 대상으로 조사한 장래 희망
	지수네 학교에서 실시한 어린이 회장 선거 후보자별 득표율
	희석이네 학교 6학년 학생들이 좋아하는 과일
	경수네 학교 학생들이 좋아하는 계절
	형준이의 한 달 용돈의 쓰임
경수네 반 학생들의 계절별 생일	
기수네 학교 6학년 학생 120명이 등교할 때 이용하는 교통수단	
말가루에 들어 있는 영양소	
우리나라 자동차 등록 대수(2001년)	
우리나라 국토이용률, 임야 면적 비율, 농경지 면적 비율	
혜수네 집에서 생산하는 곡물의 양	

2. 수학책 '실생활에 적용하여 보자' 활동 2에 보면 다음과 같은 두 개의 원그래프가 나타나 있다. 남녀 각각 순위대로 색깔을 배정하다보니 남녀 사이의 범주를 서로 비교하는 데 색깔이 방해를 놓고 있다.

2 우리나라 사람들이 즐겨 보는 텔레비전의 프로그램별 시청률  
 률을 조사하여 나타낸 것이다.

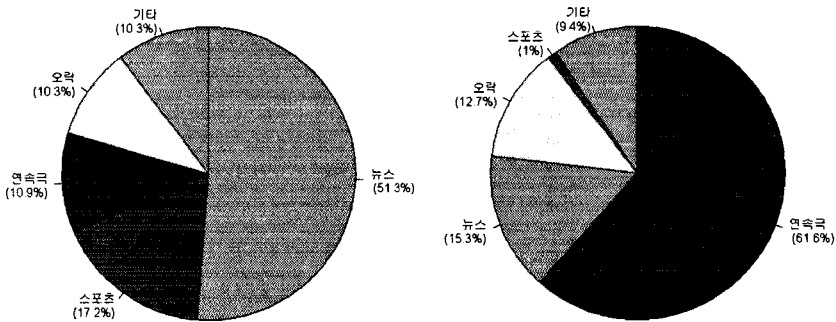
텔레비전의 프로그램별 시청률(1998)



다음과 같이 남녀 사이의 같은 범주에 같은 색깔을 배당하여 원그래프를 작성하는 것이 그래픽인  
 식작업상 더 수월하다.

텔레비전 시청률(남자, 1998년)

텔레비전 시청률(여자, 1998년)



<6-나 단계> 6단원. 경우의 수

1. 6-나 단계 수학교과서에 통계적 확률과 수학적 확률이 모두 나타나고 있다. 여기에 두 가지 문  
 제점이 있다. 첫 번째 문제점은 수학적 확률의 정의를 '모든 경우의 수에 대한 어떤 사건이 일어날  
 경우의 수의 비율'(104쪽)이라고 정의하였다. 이 정의에서 문제가 되는 것은 각각의 경우가 일어날  
 가능성이 일정하다는 조건을 달지 않았다는 것이다. 즉 동전의 경우는 찌그러지지 않은 동전이어야  
 하고 주사위의 경우는 모서리가 마모되지 않은 주사위이어야 한다는 것이다. 두 번째 문제점은 통계  
 적 확률의 예로 100원짜리 동전을 30번 던지는 시행에서 그림면이 나온 경우의 수의 비율, 100원짜  
 리 동전을 40번 던지는 시행에서 숫자면이 나오는 경우의 수의 비율, 주사위를 20번 던지는 시행에  
 서 홀수의 눈이 나오는 경우의 수의 비율을 구하는 문제 총 3 가지 예가 나오는 데 이 세 가지 경우

모두 시행횟수가 너무 적다는 것이다. 시행횟수가 이렇게 적으면 우리가 예상하는 확률 0.5가 거의 나오지 않는다. 그러므로 시행횟수를 적어도 100번 정도는 시행을 하여야 한다. 103쪽에 나와 있는 ‘활동’ 문제를 다음과 같이 바꿔 보자.

(활동) 100 원짜리 동전을 직접 던져 보고, 그림면이 나온 경우의 수의 비율을 알아보시오.

던진 횟수	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
그림면이 나온 횟수										
(그림면이 나온 횟수) / (던진 횟수)										

그림면이 나온 경우의 수의 비율은 얼마입니까?

동전을 던지는 시행은 각각이 성공률이 0.5인 베르누이시행이 된다. 교사는 학생들과 같이 다음과 같은 활동을 시행하여 본다.

(1) 각각의 학생들은 위의 표에서 던진 횟수를  $x$ 축으로 하고, (그림면이 나온 횟수)/(던진 횟수)를  $y$ 축으로 하는 격은 선그래프를 그려 던진 횟수가 커짐에 따라 0.5에 다가가는 지를 확인하여 본다.

(2) 교사는 던진 횟수 각각에 대하여 반 전체 학생들의 결과를 합쳐 1과 같은 그래프를 그려(던진 횟수는 학생 수만큼 곱하여져 커짐.) 던진 횟수가 커짐에 따라 0.5에 다가가는 지를 확인하여 본다.

(3) 교사는 던진 횟수 각각에 대하여 반 전체 학생들의 결과(그림면이 나온 횟수)를 모아 던진 횟수 각각에 대하여 줄기와 잎 그림을 그려본다. 이 각각의 그림에서 던진 횟수가 시행횟수가 되고 성공률이 0.5인 이항분포를 따라감을 확인할 수 있다.

(4) 교사는 던진 횟수 각각에 대하여 반 전체 학생들의 결과(그림면이 나온 경우의 수의 비율)를 모아 던진 횟수 각각에 대하여 줄기와 잎 그림을 그려본다. 이 그림들에서 던진 횟수가 커짐에 따라 점점 평균은 0.5이고 점점 산포가 작아짐을 확인할 수 있다.

(5) 각각의 학생들은 던진 횟수 각각에 대하여 (그림면이 나온 경우의 수의 비율-0.5)를 계산한다.

(6) 교사는 던진 횟수 각각에 대하여 반 전체 학생들의 결과(그림면이 나온 경우의 수의 비율-0.5)를 모아 던진 횟수 각각에 대하여 줄기와 잎 그림을 그려본다. 이 그림들에서 던진 횟수가 커짐에 따라 점점 산포가 작아짐을 확인할 수 있다.

2. 6-나 수학 105쪽에 다음과 같은 ‘익히기’가 제시되어 있다.

- 상자 안에 50 개의 제비가 들어 있습니다. 물음에 답하십시오.
- 당첨 제비가 15 개일 경우에 한 개의 제비를 뽑아 당첨될 확률은 얼마입니까?
- 50 개 모두가 당첨 제비일 경우에 당첨될 확률은 얼마입니까?
- 당첨 제비가 하나도 없는 경우에 당첨될 확률은 얼마입니까?



이 물음들은 임의의 사건  $A$ 의 확률  $P(A)$ 가  $0 \leq P(A) \leq 1$ 을 항상 만족하여야 함을 확인시키는 물음들이다. 엄격히 말하면 이 성질은 우리가 확률을 정의하기 위한 약속(axiom, 공리)이지 성질이 아니다. 확률이 1보다 클 수 없고 0보다 작을 수 없다는 것은 일종의 수학적 약속인 것이다. 그러나 초등학생들에게 이러한 약속을 예를 들어 확인시키는 작업은 중요하다. 그래서 ‘성공할 확률 500%’ 등과 같은 표현은 문학적, 수사적 표현은 될 수는 있지만 확률의 엄격한 의미로서는 틀린 표현이라는 것을 교사는 학생들에게 주지시켜야 한다.





3. 압정을 던졌을 때 뽀족한 침이 하늘로 향할 확률, 병뚜껑을 던졌을 때 바깥부분이 나타날 확률, 윗가락 한 개를 던졌을 때 둥그런 부분이 하늘로 향할 확률 등은 수학적 확률로는 구할 수 없고 통계적 확률로만 구할 수 있는 예들이다. 이러한 예들이 교과서에서 언급이 되어야 한다.

4. 6-나 수학 106쪽에 다음과 같은 ‘재미있는 놀이’가 제시되어 있다.

이 놀이를 시행하기 전 우리는 이 회전판 놀이가 네 사람 모두에게 왜 공평한 지를 따져야 한다. 이 개념이 ‘기대값’이라는 개념이다. 즉 다음과 같이 회전판 4개는 ‘2’라는 동일한 기대값을 갖는다. 그러므로 이 회전판 놀이가 네 사람 모두에게 공평하게 되는 것이다.

**재미있는 놀이**

● 이 놀이에는 바늘이 있는 회전판 4개(각 4등분)와 한 장의 종이 한 장은(바늘에 꽂을 것)

● 놀이 방법

- 네 사람이, 함께 놀이를 합니다.
- 각 사람이 회전판을 한 번씩 던집니다.
- 네 사람이 바늘이 가리키는 회전판을 흔듭니다.
- 정답을 낸, 바늘이 바늘의 주위를 가리키면 해당 점수를 기록판에 적습니다.
- 회전판 1: 바늘의 끝은 - 4점    회전판 2: 바늘의 끝은 - 6점
- 회전판 3: 바늘의 끝은 - 8점    회전판 4: 바늘의 끝은 - 12점
- 6명을 넘는 사람 많은 경우를 영은 사람이 수정한다.

이름	1회	2회	3회	4회	총점

회전판	분포	기대값						
가	<table border="1"> <tr> <td>점수</td> <td>0</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>확률</td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> </tr> </table>	점수	0	4	확률	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$0 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{2} = 2$
점수	0	4						
확률	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$						
나	<table border="1"> <tr> <td>점수</td> <td>0</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>확률</td> <td><math>\frac{2}{3}</math></td> <td><math>\frac{1}{3}</math></td> </tr> </table>	점수	0	6	확률	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$0 \times \frac{2}{3} + 6 \times \frac{1}{3} = 2$
점수	0	6						
확률	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$						
다	<table border="1"> <tr> <td>점수</td> <td>0</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>확률</td> <td><math>\frac{3}{4}</math></td> <td><math>\frac{1}{4}</math></td> </tr> </table>	점수	0	8	확률	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$0 \times \frac{3}{4} + 8 \times \frac{1}{4} = 2$
점수	0	8						
확률	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$						
라	<table border="1"> <tr> <td>점수</td> <td>0</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>확률</td> <td><math>\frac{5}{6}</math></td> <td><math>\frac{1}{6}</math></td> </tr> </table>	점수	0	12	확률	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	$0 \times \frac{5}{6} + 12 \times \frac{1}{6} = 2$
점수	0	12						
확률	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$						

이 '기대값'의 개념은 1-10단계에는 나타나지 않고 10단계 이수 후의 선택과목인 '수학 I', 10단계 이수 여부와 관계없이 선택할 수 있는 선택과목 '실용수학'과 '확률과 통계'에서 배우는 개념이다. 즉 고등학교에 가서나 배우는 개념인 것이다. 그러므로 교사는 '기대값'의 개념을 사용하지 않고 어떻게 이 회전판 놀이가 네 사람 모두에게 공평한 지를 설명할 수 있는 지에 대하여 고민을 하여야 할 것이다. 한 가지 해결방안으로서 회전판놀이 횟수를 많이 하여(적어도 100회 이상) 평균점수가 4가지 회전판 모두 2에 가까운 수가 나옴을 확인함으로써 이 회전판 놀이가 네 사람 모두에게 공평하다는 것을 체험할 수 있다.

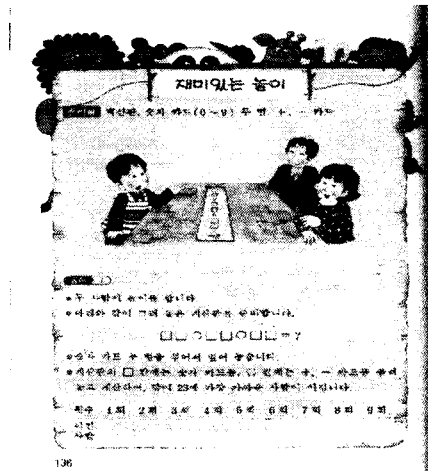
5. 6-나 수학 136쪽 8장 '문제 푸는 방법 찾기'에서 다음과 같은 '재미있는 놀이'가 제시되어 있다.

이 놀이를 다음과 확장하여 보자.

(1) 답이 나올 수 있는 경우 수는 총 몇 가지인가?

(2) 한 반에서 두 사람씩 짝을 지어 회수를 50번으로 놀여 이긴 사람, 진 사람의 숫자를 기록한 후 이 놀이의 결과를 가장 잘 나타낼 수 있는 각종 그래프를 각자 그려본다.

(3) 교사는 각 학생들이 2번에서 그린 그래프들을 선택한 이유를 학생들 앞에서 발표하게 한다.



이렇게 확률과 통계영역이 아닌 다른 단원에 나오는 문제를 확률과 통계영역 문제로 바꾸어 교사가 응용하여 볼 수가 있다. 그러면 확률과 통계영역과 수학교과서 상의 다른 수학 영역과의 연계성을 시도해보는 작업이 될 것이다. 장대홍(2007)에서는 2-나 수학 교과서 7단원 '문제 푸는 방법 찾기' 중 '문제를 해결하여 봅시다'(119p)에 나오는 과녁맞히기놀이(이 놀이는 2-나 수학 교과서 1단원 '곱셈구구' 중 '생활에서 알아보기(19p)에서도 나타남.)를 통계학의 가장 중요한 주제 중의 하나인 '변동'의 문제로 생각하여 보았다.

### III. 결론

우리는 2절에서 1-6단계 확률 및 통계영역 교과서 분석을 각 단계별로 분석하여 보았다. '자료의 정리와 요약'이라는 기술통계학 영역에서 수치적 측도보다는 각 종 그래프의 설명과 작성법에 치중되어 있고 통계 자료는 가상 자료가 대부분이고 실제 자료를 취급하는 경우가 너무 적다는 것을 알 수 있었다. 그러므로 교사는 우리나라 통계작성기관의 홈페이지나 신문기사 등을 통하여 다양한 실제자료를 얻어 교육 현장에서 활용할 필요가 있다.

추후 작업으로서 1-6단계 수학 외 교과목에서 사용하고 있는 '자료의 정리와 요약' 수단(각 종 정보그래픽스, 자료의 중심경향과 자료의 산포도를 알 수 있는 수치적 측도)과 수학 교과목에서 언급하는 '자료의 정리와 요약' 수단과의 연관성에 대한 연구가 있다.

### 참 고 문 헌

- 권기욱 (2001). 그래프 구성활동 프로그램 적용이 수학적 힘의 육성에 미치는 영향, 대구교육대학교 석사학위 논문.
- 김영신 (2001). 초중등학교 수학과 교육과정의 확률과 통계 지도 내용에 관한 연구, 이화여자대학교 석사학위 논문.
- 김태욱 (2005). 초등 수학과 확률적 추론 지도에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 9(2), pp.75-87.
- 김혜규 · 김현정 (2006). 초등수학 4-나 단계 6, 7, 8 단원 교사용 지도서의 재구성, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 20, pp.147-177.
- 교육인적자원부 (1997). 제 7차 수학과 교육과정.
- 교육인적자원부 (2006). 1-6단계 수학교과서와 수학익힘책.
- 남궁필선 (2004). 초등학교에서 평균에 대한 교수·학습 방안 연구, 춘천교육대학교 석사학위 논문.
- 박경연 · 최창우 (2001), 통계적 교수·학습 과정을 통한 그래프 이해력 증진에 관한 탐구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 11, pp.107-126.

- 박동준·강혜진 (2000). 비주얼 베이직을 활용한 초등학교 고학년용 통계교육 모형, 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 4(2), pp.127-137.
- 박영희 (1999). 초등학교 통계영역의 심화 교수·학습 자료에 대한 연구: 6학년을 중심으로, 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 3(2), pp.109-113.
- 배영권·이태옥·박판우 (2003). 초등학교 확률과 통계학습 지원을 위한 스프레드시트의 개발, 정보교육학회논문지, 7(3), pp.285-298.
- 서정완 (2005). 초등학교 5학년 통계단원에서의 NIE 활동이 자료 분석력에 미치는 효과, 이화여자대학교 석사학위 논문.
- 송정화 (2001). 교과서 분석을 통한 그래프 지도 방안에 대한 연구, 이화여자대학교 석사학위 논문.
- 이강섭·김규상 (2003). 초등학교 수학과 교육과정에서 “확률과 통계” 영역의 변천에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 15, pp.113-117.
- 이강섭·김도하 (2003). 수학 6-가 교과서의 원그래프 다시 보기, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 15, pp.99-104.
- 이경미 (1997). 초등학교 수학과 확률·통계 관련 내용의 재구성에 관한 연구, 이화여자대학교 석사학위 논문.
- 이소연·김원경 (2001). 초등학교 확률 학습 프로그램 개발과 적용에 관한 사례 연구: 초등학교 6학년을 대상으로, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 11, pp.127-144.
- 이춘재·전평국 (2006). 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념분석, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 45(3), pp.319-343.
- 임지에 (2003). 초등학교 수학교과서에 나타난 통계그래프 지도 방법에 대한 분석, 서울교육대학교 석사학위 논문.
- 장대홍 (1995). 우리나라 언론매체에 나타나는 통계적 그래픽의 오용실태조사와 통계적, 제도적 해결방안에 대한 연구, 응용통계연구, 8(2), pp.1-26.
- 장대홍 (2007). 초·중·고등학교 확률 및 통계영역 교육에서의 R 통계패키지의 활용(II), 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 21, pp.227-270.
- 장윤정 (1997). 초등학교 과정과 중등학교 과정 중 확률통계의 연계성에 관한 연구, 목포대학교 석사학위논문.
- 정재현 (2006). 한국과 일본의 초등 수학 교과서 비교 연구-통계그래프를 중심으로, 전주교육대학교 석사학위 논문.
- 정진영 (2003). 초등학교 확률 내용의 논리적 측면과 심리적 측면 분석, 이화여자대학교 석사학위 논문.
- 황순호 (2003). 단계 설정을 통한 질문지로 초등학교 그래프 이해에 관한 연구, 상지대학교 석사학위 논문.
- 황현미(2007). 초등학교 6학년 학생들의 그래프 이해 능력 실태 조사, 한국교원대학교 석사학위 논문

## **A Statistical Analysis on the Contents on Probability and Statistics in 1-6 Grade Mathematics Textbooks in Korea**

**Jang, Dae-Heung**

Division of Mathematical Sciences, Pukyong National University, Busan Korea, 608-737

E-mail: dhjang@pknu.ac.kr

In Korea, mathematics education of 1-6 grade students has been taken according to the 7th national mathematics curriculum, which was renovated by the Ministry of Education and Human Resources Development announcement in 1997. The education of probability and statistics has been carried out as a part of this curriculum. We analyze the contents of probability and statistics in 1-6 grade mathematics textbooks and propose the solutions about the problems on the contents of probability and statistics.

---

\* ZDM Classification : U22

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

\* Key Words : the education of probability and statistics