모델축소를 이용한 고차계 적분공정의 안정한 PID 동조

論 文
56-11-23

Stable PID Tuning for High-order Integrating Processes using Model Reduction Method

李 元 赫† · 黃 炯 秀*
(Won-Hyok Lee · Hyung-Soo Hwang)

Abstract - PID control is windely used to control stable processes, However, its application to integrating processes is less common. In this paper, we proposed a stable PID controller tuning method for integrating processes with time delay using model reduction method. For proposed model reduction method, it disconnect an integrating factor from integrating processes and reduces separate process using reduction method. and it connect an integrating factor to reduced model. We can obtain stable integrating processes using P controller in inner feedback loop and PID tuning is then used to cancel the pole of the feedback loop. This guarantees both robustness and performance. Simulation examples are given to show the good performance of the proposed tuning method comparing with other methods.

Key Words : PID, integrating Processes, high-order, model reduction, stable

1. 서 론

PID 제어기는 간단한 구조로 인해 이해하기 쉽고, 모델링 시 에러가 적으며 실현하기 용이하여 현재까지 산업현장에 가장 널리 운영되어지고 있으며, 발전된 형태의 제어기술은 지속적으로 개발되고 있다. 또한 최적의 성능을 얻을 수 있는 PID 제어기의 동조 방법이 연구되어 있으며 그 중에서 Ziegler-Nichols rules, Cohen-Coon Method, IAE, ISE, ITAE, IMC Method등은 현재까지도 보편적으로 사용되고 있는 동조방법들이다.[1]~[3] 그러나 이 동조방법들은 조건에 맞는 제어계에는 좋은 성능을 나타내지만 지연시간을 갖는 적분공정을 제어하기에는 어렵움이 많다. 일반적으로 적분공정에서는 과도한 오버슈트가 발생하며 지연시간이 포함된 경우 정상상태로 수렴하는 정정시간이 길어지거나 불안정 발산을 하는 단점을 가지고 있다. 현재 이러한 단점을 극복한 동조방법들이 제안되어지고 있으나[4]~[8] 고차계의 지연시간을 갖는 적분공정에 대하여는 좋은 성능을 얻을 수 없다. 일반 공정에서는 고차 모델에서 저차 모델로 축소하여 제어기 파라미터를 동조하는 방법이 연구되고 있으며, 축소모델을 구하기 위한 방법으로서 Wang등은 일반공정 모델을 시간 지연항을 갖는 2차 모델로 축소하고 축소된 모델에 대해 제어알고리즘을 적용함으로써 저차 및 고차, 크고 작은 지연시간, 단조롭거나 진동하는 응답 등의 다양한 동특성을 갖는 공정들에 대해 범용적으로 적용할 수 있는 방법을 제안하였다.[8] 이 방법은 비교적 우수한 성능을 갖지만 위상이 $-\pi/2$, $-\pi$인 두 점만을 고려했기 때문에 실제의 모델과 축소모델 사이에서 정상상태오차가 발생할 뿐 아니라, 두 점을 지나지 않는 적분공정에 대하여서는 적용할 수 없는 단점을 가지고 있다. 본 논문은 Wang의 방법에서 발생하는 문제점을 개선하기 위하여 0, $-\pi/2$, $-\pi$인 세 개의 점을 선택하여 정상상태의 오차를 줄였으며, 적분공정으로부터 적분인자를 분리하고, 적분인자가 분리되어진 공정을 모델 축소 방법을 통하여 축소한 후, 다시 분리된 적분인자와 결합하여 저차의 근사모델을 구하는 축소방법을 제안한다. 또한 제어방법으로는 내부 궤환 루프에 P 제어기를 이용하여 적분공정을 안정된 조건으로 설계한 후, 전체 시스템으로부터 얻어진 계수를 사용하여 극점을 소거하는 방식으로 오버슈트를 보상하는 설정가중치 PID제어기[1]를 사용한다. 제안된 설계방법은 기존의 제어 방법보다 더 나은 성능을 보여준다.

† 교신저자, 正會員 : 圓光大 工大 制御計測學科 博士課程
E-mail : control1@wonkwang.ac.kr
* 正 會 員 : 圓光大 電氣電子 情報工學部 正敎授 工博
接受日字 : 2007年 4月 10日
最終完了 : 2007年 9月 5日

2. 본 론

1. 개선된 모델 축소 방법

식 (1)은 지연시간을 갖는 적분공정의 축소 모델이다.

$$\hat{G}_p(s)=\frac{e^{-sL}}{s(bs+c)} \tag{1}$$

식(1)로부터 적분인자 $1/s$를 분리하면 식(2)와 같은 1차 식으로 표현할 수 있다.

$$\hat{G}(s)=\frac{e^{-sL}}{bs+c} \tag{2}$$

여기서 b, c, L은 결정해야할 미지수이며, b, c, L의 값에 따라 식(2)의 모델은 실근 또는 허근을 가지므로 진동하는 공정의 동특성을 표현할 수 있다. 3개의 미지수를 결정하기 위해서는 3개의 식이 필요하다. 적분인자를 분리한 실

제공정에서 0, $-\pi/2$, $-\pi$을 지나는 주파수가 각각 ω_c, ω_b, ω_a라 하면 $\angle G(j\omega_c)=-\pi$, $\angle G(j\omega_b)=-\frac{\pi}{2}$, $\angle G(j\omega_a)=0$인 수식이 얻어진다. 여기서 적분인자를 분리한 실제공정과 축소모델의 주파수 응답이 일치하도록 함으로써 미지수를 결정할 수 있다. 즉, $G(j\omega_c)=\hat{G}(j\omega_c)$, $G(j\omega_b)=\hat{G}(j\omega_b)$, $G(j\omega_a)=\hat{G}(j\omega_a)$인 조건으로부터 다음 식을 유도할 수 있다.

$$c+jb\omega_c=\frac{\cos(\omega_c L)-j\sin(\omega_c L)}{-|G(j\omega_c)|} \tag{3}$$

$$c+jb\omega_b=\frac{\cos(\omega_b L)-j\sin(\omega_b L)}{-j|G(j\omega_b)|} \tag{4}$$

$$c+jb\omega_a=\frac{\cos(\omega_a L)-j\sin(\omega_a L)}{|G(j\omega_a)|} \tag{5}$$

위 식들을 실수부와 허수부를 고려하여 풀면 아래와 같은 결과를 얻는다.

$$\frac{\sin(\omega_c L)}{\cos(\omega_b L)}=\frac{\omega_c|G(j\omega_c)|}{\omega_b|G(j\omega_b)|}:=\theta \tag{6}$$

$$b=\frac{\sin(\omega_c L)}{\omega_c|G(j\omega_c)|} \tag{7}$$

$$c=\frac{\cos(\omega_a L)}{|G(j\omega_a)|} \tag{8}$$

식(6)는 비선형 방정식으로 직접적으로 해를 얻기 어렵다. 그렇지만 초기값을 잘 설정하면 Newton - Raphson 반복법을 사용하여 해를 구할 수 있다. 초기치를 설정하기 위해 사인함수와 코사인 함수를 아래와 같이 근사화 한다.

$\sin(x)=px^2+qx$,$\cos(x)=px^2+rx+1$
여기서, $p=(8/\pi^2)(1-\sqrt{2})$,$q=(2/\pi)(2\sqrt{2}-1)$,
$r=(2/\pi)(2\sqrt{2}-3)$이다.

식(6)에 적용하면 다음 식을 얻는다.

$$p(\omega_c^2-\theta\omega_b^2)L^2+(q\omega_c-\theta r\omega_b)L-\theta=0 \tag{9}$$

여기서 $\theta=(\omega_c|G(j\omega_c)|/\omega_b|G(j\omega_b)|)$이다.

식(9)는 L에 대한 2차 방정식이 되며, 방정식의 근 주에서 절대값이 작은 근을 초기값을 설정하고 Newton - Raphson 방법을 적용하면 L값을 구할 수 있다.

$$L_2=L_1-\frac{f(L_1)}{f'(L_1)} \tag{10}$$

여기서, $f(L)=\frac{\sin(\omega_c L)}{\cos(\omega_b L)}-\frac{\omega_c|G(j\omega_c)|}{\omega_b|G(j\omega_b)|}$

$$f'(L)=\frac{\omega_b\sin(\omega_b L)\sin(\omega_c L)+\omega_c\cos(\omega_b L)\cos(\omega_c L)}{\cos^2(\omega_b L)}$$

결론적으로 Nyquist 응답으로부터 위상이 0, $-\pi/2$, $-\pi$을 지나는 주파수 ω_c, ω_b,ω_a의 세 점을 알면, Newton - Raphson 방법을 이용하여 지연시간 L을 구하고, 식(7)과 식(8)로부터 식(1)의 공정 파라메터 b, c를 구할 수 있다. 그리고, 주파수가 0인 점 즉$G(0)$점은 시간 영역에서 보았을 때, 정상상태의 값으로 축소모델에서 $G(0)$의 주파수 w_a를 사용하여 c점을 결정해 줌으로서 정상 상태의 오차를 줄였다.

구해진 공정의 파라미터 b, c, L를 식(2)에 적용한 후 다시 적분인자 $1/s$를 결합하면 식(1)과 같은 지연시간을 갖는 적분공정의 축소 모델를 구할 수 있다. 원래 공정과 제안된 방법에 의해 축소된 모델의 비교는 주파수 응답과 단위 계단 응답으로 나누어 시뮬레이션에서 설명되어있다.

2. PID 제어기의 동조

2.1. 내부 궤환 P 제어기의 동조

적분공정을 제어하기 위한 내부 피드백 루프 제어기의 블록선도는 그림 1처럼 표현된다. 여기서, 내부 피드백 루프의 P 제어기는 적분공정이 안정하도록 변화시키는 중요한 동작을 하게 된다.

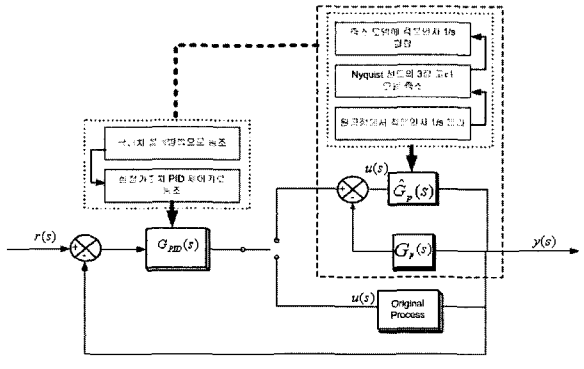


그림 1 제안된 축소모델을 사용한 PID 제어기 동조
Fig. 1 Identification of PID controller using model reduction algorithm

고차의 적분공정 전달함수는 모델축소 방법을 통해 $\hat{G}_p(s)$로 표현되며, 저차에 지연시간이 포함된 형태가 된다.

$$\hat{G}_p(s)=\frac{e^{-sL}}{s(bs+c)} \tag{11}$$

내부 피드백 루프의 P 제어기는 다음과 같은 전달함수 $G_P(s)$로 주어진다.

$$G_P(s)=k_p \tag{12}$$

P 제어기를 포함한 내부 궤환 폐루프 시스템의 전달함수 $G_l(s)$를 계산하면 다음과 같다.

$$G_l(s)=\frac{\hat{G}_p(s)}{1+G_P\hat{G}_p(s)}=\frac{e^{-Ls}}{s(bs+c)+k_p e^{-Ls}} \tag{13}$$

식 (13)에서 분모항의 시간지연 e^{-Ls} 부분을 테일러 급수 전개를 사용하여 근사화하면

$$e^{-Ls} \cong 1 - Ls + 0.5L^2 s^2 \tag{14}$$

식 (14)으로 표현되고, 식(14)을 식(13)에 대입하면 내부 궤환 폐루프 시스템의 전달함수 $G_l(s)$는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$G_l(s) \cong G_m(s) = \frac{e^{-Ls}}{(b + 0.5L^2 k_p)s^2 + (c - k_p L)s + k_p} \tag{15}$$

여기서, $G_m(s)$ 은 테일러 급수 전개 방법으로부터 얻어진 2차 시간지연 모델이 된다. 전달함수 $G_m(s)$의 특성 방정식은 공정의 안정성을 위해 Routh-Hurwitz 안정도 판별식로 부터 다음과 같은 조건을 만족해야만 한다.

$$k_p < \frac{c}{L} \tag{16}$$

이 조건을 만족하는 P 제어기의 이득 값 k_p은 외란에서도 최적의 성능을 나타낼 수 있도록 Sung and Lee [10]의 이득 값 $k_p = 0.2/KL$을 변형하여 사용한다. 제안된 축소모델에서는 공정의 이득 값은 $K=1$ 이므로 다음과 같이 k_p을 설정할 수 있다.

$$k_p = \frac{0.2}{L} \tag{17}$$

식(16)에서 표현된 c의 값은 항상 양수의 적절한 값을 갖기 때문에 식 (17)로 표현되어진 공정이득 값 k_p는 안정도 판별식 식(16)를 만족하게 되며, 내부 궤환 폐루프 시스템의 전달함수 $G_m(s)$은 식(18)처럼 다시 쓸 수 있다.

$$G_m(s) = \frac{e^{-Ls}}{(b + 0.1L)s^2 + (c - 0.2)s + \frac{0.2}{L}} \tag{18}$$

내부 피드백 루프는 Routh-Hurwitz 안정도 판별식에 의해 안정화된 공정이득 k_p값을 사용하는 P 제어기에 의하여 동조되였기 때문에 안정하며, PID 제어기는 이미 안정화된 공정을 제어하도록 설계된다.

2.2. PID 제어기의 동조

P 제어기를 사용하여 안정화된 적분공정 $G_m(s)$은 다음과 같은 수식(19)과 같이 표현될 수 있으며, 이 모델에 대한 PID 제어기의 파라미터를 결정하게 된다.

$$\widehat{G_m}(s) = \frac{1}{as^2 + bs + c} e^{-Ls} \tag{19}$$

먼저 식(19)의 모델에 대한 시상수 τ_0와 개루프 제동비 ζ_0를 결정한다. 등가 시상수 τ_0는 공정의 응답속도에 반비례한다. 단조로운 공정의 응답 속도는 우세 극의 위치에 영향을 받으며 진동하는 공정의 응답속도는 복소 극의 실수부에 관계된다. 등가 시상수 이론으로부터 시상수를 식(20)처럼 얻는다.

$$\frac{1}{\tau_0} = \begin{cases} \dfrac{c}{\sqrt{b^2 - 2ac}} & b^2 - 4ac \geq 0 \\ \dfrac{b}{2a} & b^2 - 4ac < 0 \end{cases} \tag{20}$$

개루프 제동비 ζ_0는 식(21)처럼 정의된다.

$$\zeta_0 = \begin{cases} \dfrac{b}{2\sqrt{ac}} & b^2 - 4ac < 0 \\ 1 & b^2 - 4ac \geq 0 \end{cases} \tag{21}$$

PID 제어기는 식(22)처럼 정의되며,

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \tag{22}$$

PID 제어기는 식(23)처럼 다시 쓸 수 있다.

$$G_{PID}(s) = k\left(\frac{As^2 + Bs + C}{s}\right) \tag{23}$$

여기서 $A = (K_d/k), B = (K_p/k), C = (K_i/k)$이다.

PID 제어기의 가장 중요한 점은 식(14)에서의 제어기 파라메터 $A, B, C,\ k$를 결정하는 문제이다. P 제어기를 통해 안정화된 적분공정 $\widehat{G_m}(s)$의 극점이 소거되도록 제어기의 영점을 $A = a, B = b, C = c$처럼 선택하면 개루프 전달함수는 식(24)처럼 된다.

$$G_{PID}(s)\ \widehat{G_m}(s) = \frac{ke^{-sL}}{s} \tag{24}$$

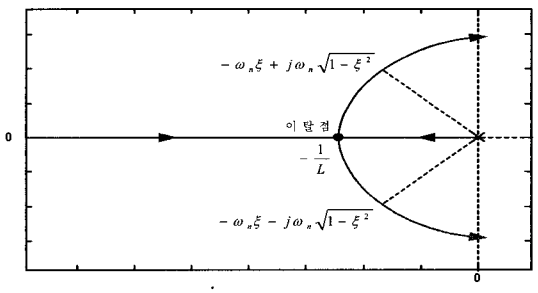


그림 2 $G_{PID}(S)\hat{G}(s) = ke^{-sL}/s$에 대한 근궤적

Fig. 2 Root locus of $G_{PID}(S)\hat{G}(s) = ke^{-sL}/s$

그림 2에 식(24)에 대한 근궤적을 보인다. 적절한 k값을 사용함으로써 식(24)의 폐루프 극점을 선택할 수 있으며, 안정화된 적분공정 $G_m(s)$의 극점이 소거되도록 제어기 영점을 설정한다. 진동하는 공정에 대해서는 소거되지 않은 극점으로 인하여 실제 응답에서 진동을 유도하므로 실수 극을 선택하고, 반대로 단조로운 공정에 대해서는 응답속도 개선을 위해 복소 극을 선택하도록 두 가지 경우에 대하여 k값을 선택할 수 있다.

case 1. $\zeta_0 > 0.7071$ *or* $0.05 < L/\tau_0 < 0.15$ *or* $L/\tau_0 > 1$

이 경우에는 실제 응답이 단조 증가를 가지는 공정을 의미하며 근궤적 상에서 복소 근을 선택한다. 적분공정 $\widehat{G_m}(s)$은 P 제어기를 사용하여 안정화되어 있기 때문에 대부분 단조 증가의 특성을 갖는다. 식(24)에 대한 폐루프 전달함수의 근을 식(25)처럼 복소 근으로 정의할 수 있다.

$$s_{1,2} = -w_n\zeta \pm jw_n\sqrt{1-\zeta^2} \tag{25}$$

근궤적에서 위상과 크기 조건은 각각 식(26)과 식(27)과 같다.

위상 조건

$$\angle G(s)H(s) = (2i+1)\pi, \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots \tag{26}$$

크기 조건

$$| G(s)H(s) | = \frac{1}{k} \tag{27}$$

여기서 $G(s)H(s)$는 개루프 전달함수이다.

식(26)의 위상 조건에서 식(24)의 근에 대하여 조건이 만족해야 식(28)이 얻어진다.

$$\angle \frac{e^{-sL}}{s}\Big|_{s_{1,2} = -w_n\zeta \pm jw_n\sqrt{1-\zeta^2}} = -\pi \tag{28}$$

식(28)을 정리하면 식(29)이 얻어진다.

$$-w_n\sqrt{1-\zeta^2}L - (\pi - \cos^{-1}\zeta) = -\pi$$

$$w_n = \frac{\cos^{-1}\zeta}{L\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{29}$$

식(27)의 크기 조건으로부터 식(30)이 얻어진다.

$$\left|\frac{e^{-sL}}{s}\right|_{s_{1,2} = -w_n\zeta \pm jw_n\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{1}{k} \tag{30}$$

식(30)을 정리하면 식(31)이 얻어진다.

$$k = w_n e^{w_n\zeta L} \tag{31}$$

식(31)에 식(29)을 대입하면 식(32)처럼 k값이 결정된다.

$$k = \frac{\cos^{-1}\zeta}{L\sqrt{1-\zeta^2}} e^{\frac{\zeta\cos^{-1}\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \tag{32}$$

식(32)처럼 k값을 선택하여 폐루프 응답을 본 본 결과 $\zeta = 0.7071$에서 가장 만족할 만한 응답을 보임을 알 수 있었다. 결론적으로 식(32)에 $\zeta = 0.7071$을 대입함으로써 식(23)의 PID 제어기의 k값을 식(33)처럼 결정한다.

$$k = \frac{0.5}{L} \tag{33}$$

case 2. $\zeta_0 \le 0.7071$ and $0.15 \le L/\tau_0 \le 1$

이 경우는 제동비가 0.707 보다 적은 경우이므로 부족 제동이 되어, 공정응답이 진동을 하게된다. 그러므로 폐루프 전달함수가 실근의 k값을 가지도록 선택하면 된다. 근의 위치는 가능하면 개루프 전달함수의 응답속도에 유사하도록 선택한다. 즉, 근궤적 상에서 이탈점 이전의 근을 갖도록 선택하고, 불가능하면 이탈점과 같은 근을 가지도록 k값을 선택하면 된다. 식(24)의 폐루프 전달함수의 특성 방정식은 식(34)처럼 된다.

$$s + ke^{-sL} = 0 \tag{34}$$

근궤적 상에서 근, 다시 말하면 식(34)의 근이 $s_{1,2} = -1/\tau_0$가 되기 위한 k값은 식(35)처럼 된다.

$$k = \frac{1}{\tau_0} e^{-\frac{L}{\tau_0}} \tag{35}$$

그림 2에서 이탈점은 ζ가 1로 수렴하면 허수 부의 값은 0으로 수렴하게 되어 이탈점을 구할 수 있다. 이탈점을 구하기 위하여 식(29)으로부터 식(36)이 얻어진다.

$$\lim_{\zeta \to 1} w_n = \lim_{\zeta \to 1} \frac{\cos^{-1}\zeta}{L\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{1}{L} \tag{36}$$

그러므로 이탈점은 식(37)처럼 구해진다.

$$s_{1,2} = -w_n\zeta \pm jw_n\sqrt{1-\zeta^2}\Big|_{\zeta=1} = -w_n = -\frac{1}{L} \tag{37}$$

그리고 위의 근은 식(27)의 크기 조건을 만족해야 하므로 이탈점에서의 k값은 식(38)처럼 구해진다.

$$k = \left|\frac{s}{e^{-sL}}\right|_{s=-1/L} = \frac{1}{eL} \tag{38}$$

결론적으로 case. 2에서의 k값은 식(39)처럼 식(35)과 식(38)의 최소 값을 선택하면 된다.

$$k = \min\left\{\frac{1}{\tau_0} e^{L/\tau_0}, \frac{1}{eL}\right\} \tag{38}$$

결론적으로 식(23)의 PID 제어기의 파라메터는 모델의 등가 제동비와 시정수에 따라 식(33)나 식(39)에 의하여 k값을 구하고, 축소 모델의 계수를 이용하여 식(31)처럼 결정될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} b \\ c \\ a \end{bmatrix} \tag{40}$$

그림 1의 블록선도에서 $e(s) = r(s) - y(s)$를 고려하여 공정의 입력 $u(s)$는 다음식으로 표현된다.

$$u(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right)(r(s) - y(s)) - k_p y(s) \tag{41}$$

이 때의 PID 제어기의 파라미터는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} b \\ c \\ a \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} (c - 0.2) \\ \dfrac{0.2}{L} \\ b + 0.1L \end{bmatrix} \tag{42}$$

여기서, 적분공정의 특성인 과도한 오버슈트를 줄이기 위해 제어기를 설정가중치 PID 제어기를 사용하게 되면 제어기의 수식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.[1]

$$u(s) = K_p'(br(s) - y(s)) + \left(\frac{K_i'}{s} + K_d' s\right) e(s) \tag{43}$$

이때 제어기의 파라미터는 K_p', K_i', K_d' 와 설정가중치 b로 다시 변경되어진다. 적분공정을 위한 PID 제어기의 파라미터를 다시 계산하면,

$$\begin{bmatrix} K_p' \\ K_i' \\ K_d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_p + k_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix}, \left[b = \frac{K_p}{K_p + k_p} \right]$$

가 된다.

3. 시뮬레이션

시뮬레이션은 짧은 지연시간을 갖는 적분공정과 긴 지연시간의 고차 적분공정을 예로하여 제안된 방법과 기존의 방식들에 대하여 비교를 하였다. 각 각의 예에 대하여 원래 공정과 제안된 방법으로 축소된 공정을 비교하였으며, 제안된 PID제어기의 동조방법과 고차계 공정에 자동동조 방법을 사용한 Z-N 동조방법[1]과 오버슈트를 줄여주는 Refinement Z-N동조방법[11]을 비교하였다.

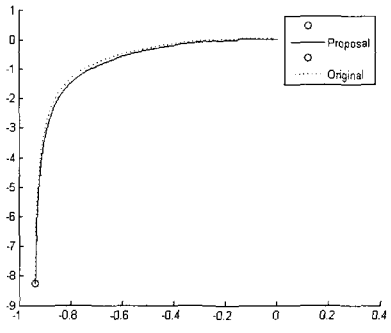
Example 1

- 원 적분공정 : $\dfrac{e^{-0.2s}}{s(0.1s+1)(s+1.2)}$

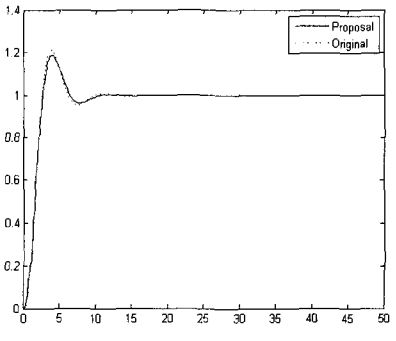
원 적분공정에서 적분인자 1/s를 분리하면 $\dfrac{e^{-0.2s}}{(0.1s+1)(s+1.2)}$이 되며, Nyquist 선도의 3점을 지나는 주파수는 각각 $w_c = 6.0979, w_b = 1.8920, w_a = 1.0000e^{-3}$이 된다. 적분인자를 분리한 공정에서 얻어진 주파수 $\omega_c, \omega_b, \omega_a$와 지연시간 L=0.2를 식(3)~식(8)에 대입하여 축소모델 계수인 b=1.1202, c=1.2, L=0.1997를 얻을 수 있다. 이 축소모델에 적분인자 1/s를 재결합하면 다음과 같은 축소모델 $\hat{G}_p(s)$를 얻을 수 있다.

- 제안된 방법에 의한 축소 모델 : $\dfrac{e^{-0.1997s}}{s(1.1202s+1.2)}$

원래 공정과 제안된 방법에 의해 축소된 모델를 주파수 응답과 단위 계단 응답을 비교하여 도시하였다.



(a) 주파수 응답



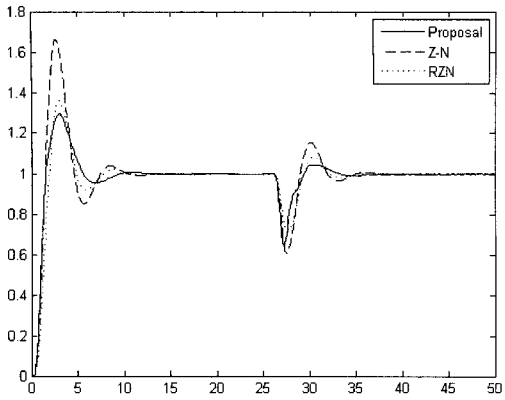
(b) 단위 계단 응답

그림 3 적분공정 $e^{-0.2s}/s(0.1s+1)(s+1.2)$의 원 공정과 축소 모델 비교

Fig. 3 Real model Comparing with Reduction model

그림 3에서 볼 수 있듯이 원래 공정과 제안된 방법을 이용한 축소 모델의 응답곡선이 거의 같은 모양을 갖는다. 고주파수 영역의 주파수 응답에서는 약간의 차이가 남을 볼 수 있지만, 시간영역에서의 응답특성은 거의 일치한 특성을 보인다. 특히 주파수가 0인 점은 시간영역에서 정상상태 값을 의미하게 되며 단위 계단응답을 보면 실제 공정과 오차가 발생하지 않음을 볼 수 있다.

동조 방법 비교



(c) 제어 성능 비교

시뮬레이션은 스텝함수를 입력으로 주어 각각의 동조방법를 비교하였으며, 25s에 입력외란을 주어 외란에 대한 강인성(robust)를 비교하였다. 결과에서 볼 수 있듯이 제안된 동조방법은 Z-N 동조방법이나 RZN 동조방법보다 오버슈트가 적으며 정상상태로의 수렴시간도 양호함을 볼 수 있다. 그리고 외란후 정상상태로의 수렴시간와 오버슈트면에서도 비교 동조방법보다 좋은 강인성을 보인다.

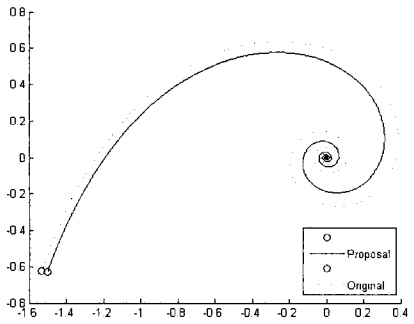
Example 2

- 원 적분공정 : $\dfrac{e^{-10s}}{s(s+1)(s+2)(s+3)^2}$

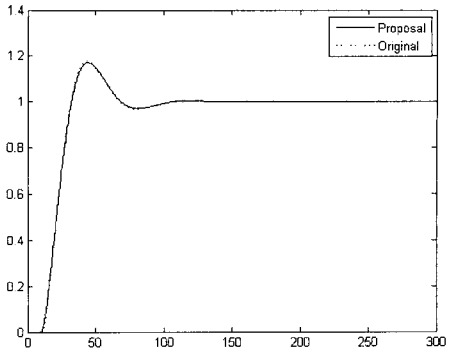
원 적분공정에서 적분인자 1/s를 분리하면 $\dfrac{e^{-10s}}{(s+1)(s+2)(s+3)^2}$이 되며, Nyquist 선도의 3점을 지나는 주파수는 각각 $w_c=0.2591, w_b=0.1293, w_a=1.0000e^{-3}$이 된다.

적분인자를 분리한 공정에서 얻어진 주파수 $\omega_c, \omega_b, \omega_a$와 지연시간 L=10를 식(3)~식(8)에 대입하여 축소모델 계수인 b=42.7360, c=18.0005, L=9.8228를 얻을 수 있다. 이 축소모델에 적분인자 1/s를 재결합하면 다음과 같은 축소모델 $\hat{G}_p(s)$를 얻을 수 있다.

- 제안된 방법에 의한 축소 모델 : $\dfrac{e^{-9.8228s}}{s(41.7360s+18.0005)}$



(a) 주파수 응답



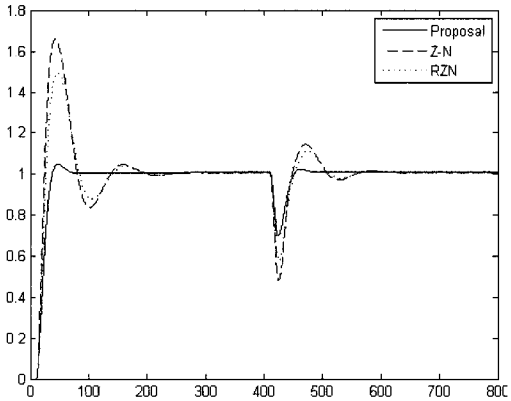
(b) 단위 계단 응답

그림 4 적분공정 $e^{-10s}/s(s+1)(s+2)(s+3)^2$의 원 공정과 축소 모델 비교

Fig. 4 Real model Comparing with Reduction model

이번 적분공정은 큰 지연시간을 갖는 고차계의 모델을 비교하였다. 그림 4에서 볼 수 있듯이 원래 공정과 제안된 방법을 이용한 축소 모델이 저주파수에서 유사한 모양을 갖지만 고주파수 영역에서는 다소 차이가 남을 볼 수 있다. 그렇지만 시간영역에서의 응답특성은 거의 일치한 특성을 보인다. 특히 주파수가 0인 점은 시간영역에서 정상상태 에서는 실제 공정과 오차가 발생하지 않음을 볼 수 있다.

동조방법 비교



(c) 제어 성능 비교

이번 시뮬레이션 역시 스텝함수를 입력으로 주어 각각의 동조방법를 비교하였으며, 400s에 입력외란을 주어 외란에 대한 강인성(robust)를 비교하였다. 결과에서 볼 수 있듯이 제안된 동조방법은 Z-N 동조방법이나 RZN 동조방법보다 오버슈트가 현저히 적으며 정상상태로의 수렴시간도 우수함을 볼 수 있다. 특히 외란후 정상상태로의 수렴시간와 오버슈트면에는 비교 동조방법보다 매우 우수한 강인성을 보인다.

4. 결 론

본 논문에서는 시간지연을 갖는 고차계의 적분공정을 위한 개선된 형태의 모델 축소 방법과 PID 동조방법을 제안하였다. 적분공정을 위한 전형적인 구조의 PID 제어기 형태를 벗어나 두 개의 루프를 사용한 구조를 채택하여 내부 루프에 P 제어기로부터 공정의 안정성을 확보한 후, 극 소거 방식을 이용하여 공정의 안정조건에 맞는 설정가중치 PID제어기를 동조하였다. 시뮬레이션에서 볼 수 있듯이 고차계의 원 공정과 제안된 방법의 축소 모델은 거의 같은 응답을 나타냈으며, 특히 고차계에 지연시간을 크게 한 공정에서도 거의 같은 응답을 같는 모델을 얻을 수 있었다. 제어기의 성능 역시 비교된 기존의 방식보다 오버슈트와 정상상태로의 수렴 시간면에서 뛰어난 제어 성능과 외란에 대한 강인성을 나타내었다.

참 고 문 헌

[1] J.G.Ziegler, N.B.Nichols, "Optimum settings for automatic controllers", Trans. ASME, 1942, 65, pp. 433-444

[2] K.J.Astrom, "Automatic tuning of PID regulators", Instrument Soc. Amer., 1998

[3] Astrom, K.J., Hagglund, T., Hang, C.C., and Ho, W.K., "Automatic tuning and adaptation for PID controllers", Control Eng. Pract., Vol.1, No.4, 699-714, 1993

[4] Poulin, E. and Pomerleau, A. PID tuning for integrating and unstable processes, IEE Proc.-Control Theory Appl., 1998, Vol. 143, No.5, 429-435.

[5] Luyben, W.L. Tuning Proportional-Integral -Derivative Controllers for Integrator Deadtime Processes, Ind. Eng. Chem. Res. 1996, Vol.35, 3480-3483.

[6] Wang, L. and Cluett, W.R. Tuning PID controllers for integrating processes, IEE Proc.-Control Theory Appl. 1997, Vol. 144, No. 5, 385-392.

[7] Wang, Y.G. and Shao, H.H. PID autotuner based on gain and phase margin specifications. Ind.Eng.Chem.Res. 1999,38,3007-3012.

[8] Q.G.Wang, T.H.Lee, H.W.Fung, Q.Bi and Y. Zhang, "PID tuning for improved performance", IEEE Trans. Contro. Syst. Technol., vol. 7, no.4, pp. 457-465, July 1999.

[9] Astrom, K.J. and Hagglund, T. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning, Instrument Society of America. Research Triangle Park, NC, 1995.

[10] Sung, S.W. and Lee, I. Limitations and Countermeasures of PID controllers. Ind. Eng. Chem. Res. 1996, Vol. 35, No. 8,2596-2610.

[11] C.C.Hang, K.J.Astrom, "Refinements of the Ziegler Nichols tuning formula for PID auto-tuners", Proc. ISA Conf.,USA

저 자 소 개

이 원 혁 (李 元 赫)

1997년 원광대학교 제어계측공학과 학사 졸업. 1999년 원광대학교 제어계측공학과 석사 졸업. 2003년 원광대학교 제어계측공학과 박사 과정.

E-mail : control1@wonkwang.ac.kr

황 형 수 (黃 炯 秀)

1983년 전북대학교 전기공학과 석사 졸업. 1987년 전북대학교 전기공학과 박사 졸업. 1998년 원광대학교 전기전자및 정보공학부 교수

E-mail : hshwang@wonkwang.ac.kr