

<학술논문>

단일 카메라를 이용한 이상유동 기포율 측정방법의 개발과 응용

최동환* · 성재용† · 유정열** · 송진호***

(2007년 3월 24일 접수, 2007년 9월 11일 심사완료)

A Void Fraction Measurement Technique by Single Camera and Its Application

Dong whan Choi, Jae yong Sung, Jung Yul Yoo and Jin Ho Song

Key Words : Void Fraction(기포율), Bubbly Flow(기포 유동), Stereo-Matching Technique(스테레오 매칭 기법), Two-Phase PIV(이상유동 입자영상유속계)

Abstract

A measurement technique for void fraction has been proposed using a time-resolved two-phase PIV system and the bubble dynamics has been investigated in gas-liquid two-phase flows. For the three-dimensional evaluation of the bubble information, both the images from the front and side views are simultaneously recorded into a high speed CCD camera by reflecting the side view image on a 45° oriented mirror to be juxtaposed with the front view image. Then, a stereo-matching technique is applied to calculate the void fraction, bubble size and shape. To obtain the rising bubble velocities, the 2-frame PTV method was adopted. The present technique is applied to freely rising bubbly flows in stagnant liquid. The results show that the increase of bubble flow rate gives rise to the increase of bubble size and rising velocity at first. If it goes over a certain level, the rising velocity becomes constant and the horizontal velocity grows bigger instead due to the obstruction of other bubbles.

기호설명

V_b : 기포의 부피
 $V_{horizontal}$: 기포의 수평 속도
 V_{rise} : 기포의 상승 속도 성분
 V_{total} : 기포의 전체 속도
 a, b, c : 기포의 X, Y, Z 축 반경
 d_{eq} : 평균등가기포지름
 d_{long} : 기포의 장축 직경
 d_{short} : 기포의 단축 직경

u, v, w : 기포의 x, y, z 방향 속도성분
 x_b, y_b, z_b : 기포 도심의 X, Y, Z 좌표 성분
 α : 기포율
 β : 기포 면적율
 χ : 종횡비

1. 서론

열교환기, 원자로 냉각기 등 많은 공학 응용분야에서 기포 유동은 중요한 비중을 차지 한다. 그리고 액체와 기체의 이상유동(two-phase flow)은 질량 전달 과정과 혼합 과정 속에서 발생하는 상승 기포의 국부적인 난류를 발생시키기 때문에 그 발생 빈도가 더욱 높다. 또한 기포율(void fraction)은 열전달과 유동 소음 특성 때문에 매우 중요한 물리적 특성으로 여겨진다. 하지만 다상 유동은 이러한 중요성에도 불구하고 그 구조가 매우 복잡하므로 해석하는 데 어려움이 따른다.

† 책임저자, 회원, 서울산업대학교 기계공학과

E-mail : jysung@snut.ac.kr

TEL : (02)970-6398 FAX : (02)949-1458

* LG 전자 DA 연구소

** 서울대학교 기계항공공학부

*** 한국원자력연구소

기포율을 측정 하는 종래의 기법은 크게 접촉식 측정 기법과 비 접촉식 기법으로 분류할 수 있다. 접촉식 측정 기법에는 액체상과 기체상 사이의 전기 저항 차이를 이용한 임피던스 프로브(impedance probe)^(1, 2)가 있으며 비접촉식 기법으로는 초음파 도플러 측정기법(ultrasonic Doppler method)⁽³⁾과 중성자 방사선 영상 기법(Neutron radiography)⁽⁴⁾이 있는데, 이는 순간적인 2차원의 기포 유동을 측정한다. 하지만 이러한 기법들은 유동에 교란을 주거나 고가의 장비가 필요하다.

이에 비해, PIV(particle image velocimetry) 영상 처리 기법을 이용한 기포 유동 측정 방법은 저렴하면서도 별도의 속도 보정이 없이도 계속할 수 있는 장점이 있다. 기포 유동의 속도장을 측정하기 위해서는 기포 영상과 액상의 입자영상을 분리하는 기법이 필수적이며, Broder와 Sommerfeld⁽⁵⁾는 두 대 이상의 카메라를 사용하여 한 대의 카메라에는 입자영상을 저장하고 다른 카메라에는 기포영상을 분리 저장하는 기법을 채택하였다. 이 기법은 여러 대의 카메라를 사용하기 때문에 광학배치를 정밀하게 조절하여야 하는 어려움이 있다. 단일 카메라를 사용한 영상분리기법으로서 Lindken과 Merzkirch⁽⁶⁾가 디지털마스킹(digital mask) 기법을 사용하였고, Sung 등⁽⁷⁾은 이진화된 영상(binairized image)에 메디언 필터, 팽창 및 침식 연산을 적용하여 분리하였다. 두 상의 영상이 분리되면 각 상에 대하여 PIV 또는 PTV 기법으로 속도장을 구한다. 최근에는 Kim과 Lee⁽⁸⁾가 X-ray 영상을 이용하여 미세기포의 크기와 속도를 동시에 측정하는 기법을 개발하였다.

한편, 광학적 기법에 의하여 기포율을 측정하기 위해서는 기포의 크기와 형상에 대한 3 차원 영상을 획득하여야 하며, Hassan 등⁽⁹⁾과 Fujiwara 등⁽¹⁰⁾은 90° 각

도를 가지는 두 대의 Shadow 카메라와 한 대 이상의 입자영상 획득을 위한 카메라를 이용하여 단일 기포의 변형 및 액체 유동과의 관계를 3 차원적으로 고찰하였다. 그러나 대부분의 응용유동은 다수의 기포가 존재하는 유동이며, Murai 등⁽¹¹⁾은 두 대의 카메라에서 측정된 2 차원 기포 면적율(bubble shadow fraction)로부터 3 차원 기포율을 통계적 방법으로 매칭하는 방법을 제안하였다.

본 연구에서는 기포율이 상대적으로 낮은 기포류(bubbly flow)에 있어서 단일 카메라를 이용하여 3 차원 기포의 크기와 형상을 측정하여 기포율을 구하는 방법을 제안하고, 다수의 기포가 자유상승하는 유동장에 적용하고자 한다. 단일 카메라에 90° 각도에서 본 정면과 측면의 두 영상을 저장하기 위하여 Pan 등⁽¹²⁾이 고체입자-액체의 이상유동 측정에 적용한 바 있는 평면 수직 거울을 이용하였다. 서로 다른 각도에서 본 두 영상의 스테레오 매칭기법(stereo matching technique)과 중첩되는 기포의 분리 기법을 적용하여 3 차원 기포분포를 엄밀하게 측정한다. 개발된 기법을 바탕으로 정지된 액체 내에 주입되는 기포 유량을 변화시키면서 기포유동의 특성에 대하여 고찰한다.

2. 실험 장치

정지하고 있는 액체에 자유 상승하는 3 차원의 기포 유동을 구성하기 위해, Fig. 1 에서와 같이 9 개의 바늘을 이용하여 공기를 수직관에 주입하는 실험장치를 구성하였다. 실험 장치의 수직관은 각각 60 mm 길이의 정사각형 단면적이고, 높이가 200 mm 이다. 수직 관에는 액체로 사용되는 물이 150 mm 의 높이까지 채워져 있고, 기체로 사용한 공기는 수직 관의

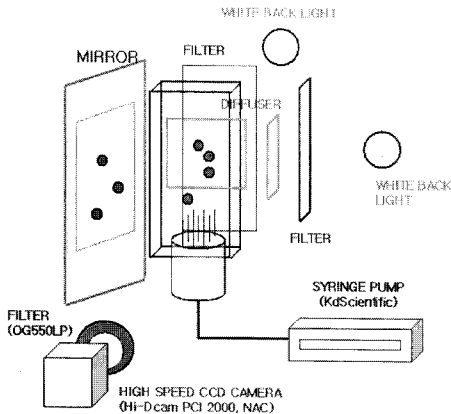


Fig. 1 A schematic of the experimental facilities

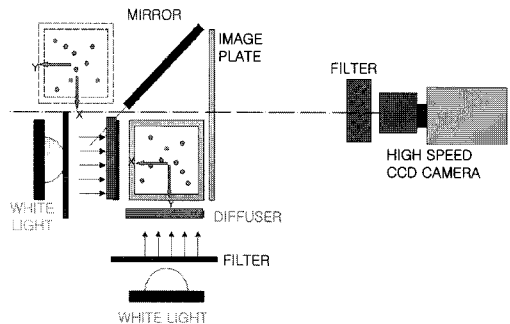


Fig. 2 Top view of the experimental set-up

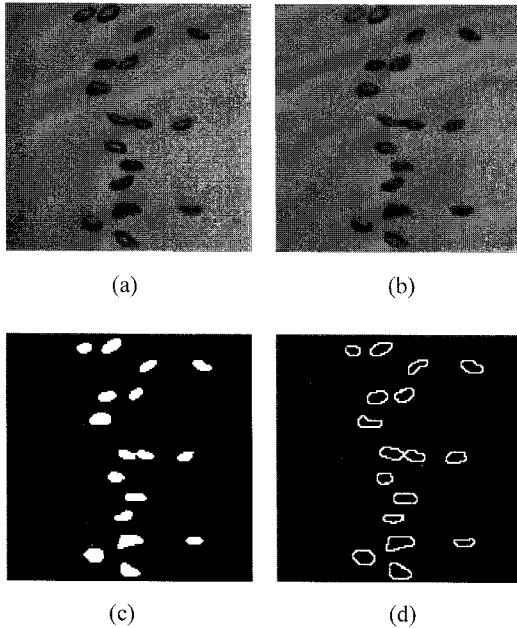


Fig. 3 Image processing step: (a) original image, (b) median filter, (c) dilation / erosion, (d) edge detection

바닥에 직교방향으로 각각 7 mm 간격으로 총 9 개의 바늘을 통해 정지 액체에 균일하게 주입된다. 바늘의 직경은 0.6 mm 이고, 25 mm 의 길이가 사용되었다. 기체의 유량은 시린지 펌프에 의해 0 에서 2,500 mm³/s 까지 조절하면서 실험하였다.

Fig. 2 는 실험장치를 위에서 내려다본 그림이다. 기포의 영상을 획득하기 위해서 두 개의 광원과 두 개의 광학용 필터가 사용되었다. 75 W 의 광원에서 나온 빛이 광학용 필터를 거치면서 적색 광원만 통과시킨 다음 디퓨저를 설치하여 균일한 조명을 측정용 단면에 투과시켰다. 수직관 내의 기포는 뒤에서 조명함으로써 기포의 그림자 영상으로 만들어 지고, 이는 광학용 필터 (OG-550LP)를 거쳐서 고속 CCD 카메라(Hi-Dcam PCI 2000, NAC)에 저장할 수 있다. 자유 상승하는 기포의 영상을 정밀하게 획득하기 위해서 카메라의 셔터 속도를 초당 250 프레임으로 하여 저장하였다.

단일 카메라로 3 차원의 기포 영상을 측정하기 위해서 Fig. 2 와 같이 평면 거울을 수직관 옆에 설치하였다. 가로 85 mm, 세로 200 mm 인 수직 평면 거울을 카메라의 투시선과 45° 각도로 세워서 측면의 영상을 반사해 준다. 정면의 영상은 CCD 카메라의 반을 차지하고 거울에 의해 반사된 측면 영상은 나머지 반을 차지하게 함으로써

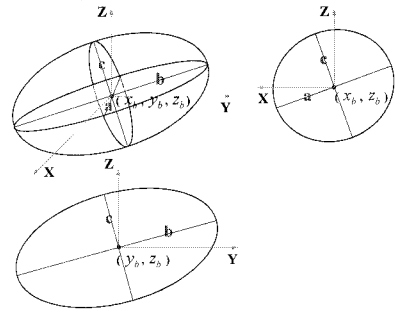


Fig. 4 A test bubble

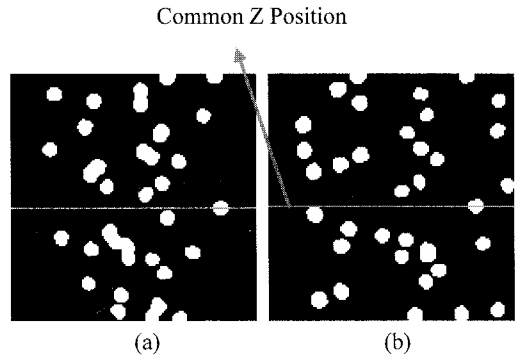


Fig. 5 Bubble stereo-matching technique: (a) front image, (b) side image

단일의 고속 CCD 카메라로 정면과 측면을 동시에 촬영할 수 있게 된다. 최종적으로 획득된 영상에서 정면 영상과 측면 영상을 분리하였다. 측정 영역(field of view)는 가로 85 mm, 세로 150 mm 로서 시험부 전체에 대해서 영상을 획득하고 기포의 크기, 형상, 속도를 측정하였다.

3. 측정 기법

3.1 영상 처리 기법

고속 CCD 카메라로 얻어진 영상은 PC 에 480 pixel × 420 pixel 의 8 bit window BMP 파일로 저장된다. 뒤의 조명에 의한 기포의 그림자 영상과 주위 배경이 각각 다른 명암을 가지기 때문에 이를 이용하여 기포를 영상에서 분리하여 측정하게 된다. 이러한 영상 처리 과정을 Fig. 3 에서 보여 주고 있다. 최초의 영상은 미디언 필터를 거치고, 침식 연산과 팽창 연산 과정을 거쳐 기포의 영상을 주위 배경과 분리하고, 이를 기포와 배경 사이의 경계로 결정 한다. 이상유동 PIV 의 영상분

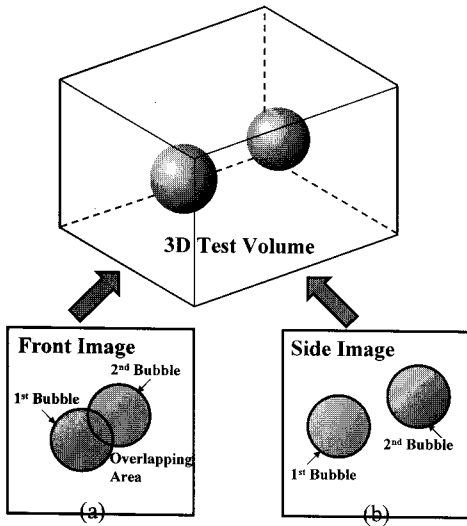


Fig. 6 Bubble separation technique. (a) front image (b) side image

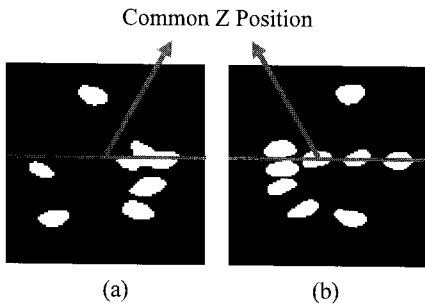


Fig. 7 Bubble separation technique. (a) front image (b) side image

리 기법은 이전연구⁽³⁾에 잘 나타나 있다.

3.2 스테레오 매칭 기법 및 기포의 체적 계산
 자유 상승하는 기포 유동에서 3 차원의 기포 체적을 측정하기 위해 정면의 영상과 평면 수직 거울을 이용하여 반사된 측면의 영상을 조합하는 기법을 사용하였다. 우선 단일 카메라로 얻은 영상을 통해서 정면과 측면에서 기포의 도심과 기포의 크기를 구할 수 있다. 모형화한 기포에서의 도심 크기와 좌표 성분을 Fig. 4 에서 보여 주고 있다. 기포율이 증가함에 따라 기포의 모양과 크기가 변하기 때문에 기포의 모양은 단축을 기준으로 축 대칭 타원체로 가정하였다.

정면과 측면의 영상을 조합하여 기포의 부피

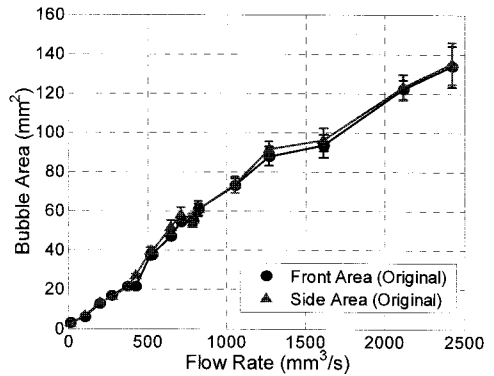


Fig. 8 Bubble areas calculated from the original images

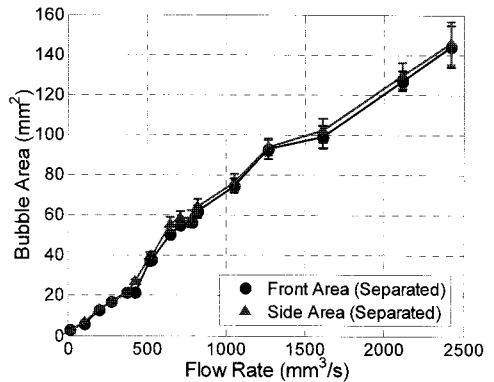


Fig. 9 Bubble areas calculated from the separated images

를 Fig. 5 와 같이 스테레오 매칭 기법으로 결정할 수 있다. 여기서 실험장치의 수직 방향을 Z 축으로, 가로축을 각각 X, Y 축으로 정의하여 좌표축을 설정하였다. 정면과 거울을 이용하여 반사된 측면의 영상을 단일 카메라로 동시에 측정하였을 때, 기포는 동일한 도심 좌표 z_b 와 반경 c 를 가지고 있다. 또한 정면과 측면의 영상은 각각 ZX 와 YZ 평면을 구성할 수 있고, 이들 평면에서 기포의 도심 좌표인 (x_b, y_b) 와 기포의 반경 a 와 b 를 각각 구한다. 이를 이용하여 기포의 형상과 크기를 결정하고 기포의 부피(V_b)를 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$V_b = \frac{4}{3} \pi \times (a \cdot b \cdot c) \quad (1)$$

3.3 중첩되는 기포의 분리 기법
 유량이 증가함에 따라 기포들이 중첩되는 현상

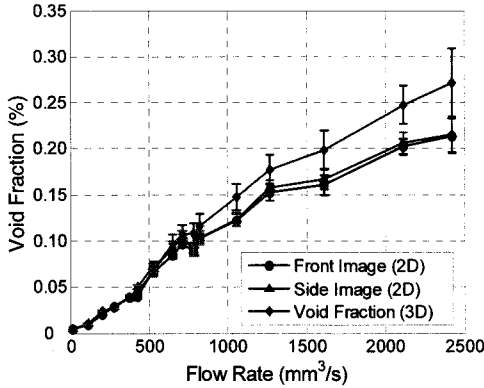


Fig. 10 Difference between the void fraction from 2D image and the 3D volume fraction

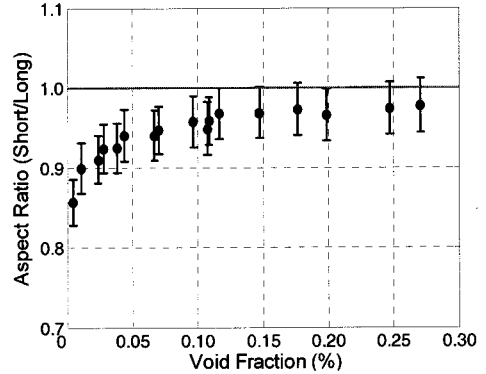


Fig. 12 Measurement of the bubble aspect ratio

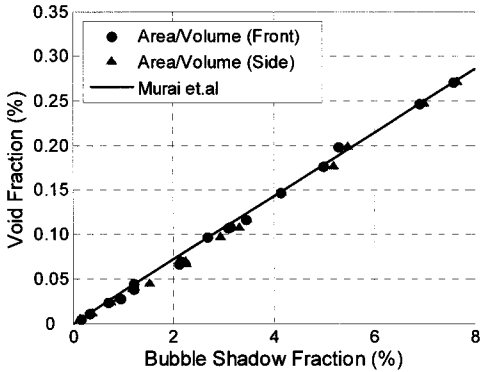


Fig. 11 Correlation of the bubble shadow fraction and void fraction

이 발생하게 된다. 정면 혹은 측면 2 차원 영상에서는 이를 해결할 수 없으나, Fig. 6 에서와 같이 평면 수직 거울을 이용한 3 차원 측정에서는 해결이 가능하다. 동일한 수직 높이에 두 개 이상의 중첩되는 기포에 대하여 Fig. 6(a)와 같은 정면의 영상을 Fig. 6(b)와 같은 측면의 영상을 통해 중첩된 기포를 찾아내어 분리한다. 분리된 기포영상은 3.2 절에서 설명한 스테레오 매칭 기법을 이용하여 보다 정확한 기포의 부피를 계산할 수 있다. 따라서 3 차원의 기포율 측정이 가능해 진다.

실제 실험에서 얻은 정면과 측면의 영상을 Fig. 7 에서 보여 주고 있다. 3 차원으로 측정하지 않고 정면의 영상으로만 기포율을 측정하였다면 4 개의 기포가 분리되지 않고 하나의 기포로 측정할 수 밖에 없지만, 중첩되는 기포의 분리 기법을 통하여 4 개의 서로 다른 기포로

분리해 낼 수 있다.

3.4 기포의 속도 측정 기법

기포의 속도를 측정하기 위해서 기포를 타원체로 가정하여 구한 도심을 2-frame PTV (particle tracking velocimetry) 기법으로 기포의 수직관내 공간에 걸친 속도벡터의 3 성분을 계측할 수 있다. 정면의 영상에서 얻은 속도 성분 u 와 w , 측면의 영상에서 얻은 속도 성분 v 와 w 에서 각각 동일한 수직 상승 속도 성분 w 에 대하여 u 와 v 를 조합하여 3 차원의 기포 속도를 얻을 수 있다.

4. 결과 및 고찰

4.1 기포를 측정

기포율의 측정에 앞서 시린지 펌프의 주입량을 조절하여 기체 유량을 변화시키면서 정면과 측면의 영상을 동시에 획득하고 각각의 영상에서 기포 면적율을 측정하였다. 여기서 기포율(α)과 기포 면적율(β)은 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha = \frac{\text{기포 체적}}{\text{시험체적}} \tag{2}$$

$$\beta = \frac{\text{기포 면적}}{\text{시험면적}} \tag{3}$$

Fig. 8 은 중첩을 고려하지 않고 단순히 영상처리 기법으로 기포가 차지하는 면적을 계산한 결과이며, Fig. 9 는 중첩되는 기포를 분리하고 스테레오 매칭 기법을 적용하여 각각의 영상에 중첩된 면적을 보정하여 얻은 결과이다. 이 그림에서 막대 바로 표시된 것은 주어진 유량에서 측정된 기포 면적율의 불확도를 나타낸다. 낮은 기체 유량에서는 중첩되는 부분이 적어 두 결과가 거의 같지만 유

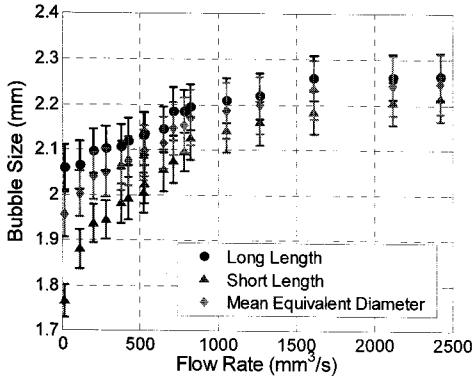


Fig. 13 Mean equivalent bubble diameter

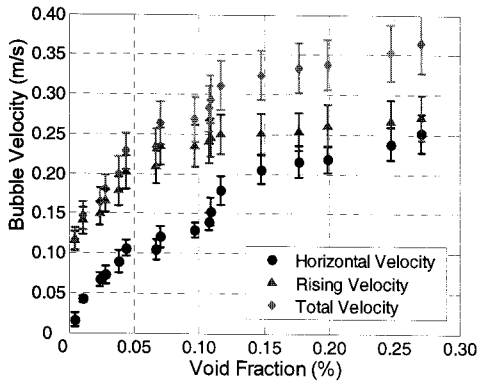


Fig. 14 Bubble velocity according to the change of void fraction

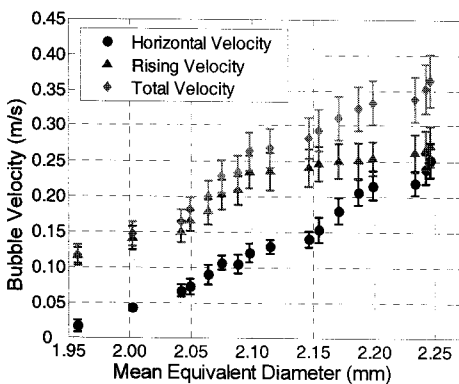


Fig. 15 Bubble velocity according to the change of mean equivalent diameter

량이 증가하여 중첩되는 기포가 많아지면 Fig. 9의 보정된 면적이 약간 크게 나타남을 확인할 수 있다. 지금까지 많은 연구들에서 기포율을 2 차원영상에 의한 기포 면적율로부터 계산해 왔다. 기포율과 기포 면적율의 상관관계를 살펴보기 위하여 Fig.

10에서 2 차원 영상의 기포 면적율에 깊이 방향의 체적을 곱하여 계산한 기포율과 중첩되는 기포를 분리하고 스테레오 매칭 기법을 통해 3 차원의 기포 부피를 계산하여 얻은 기포율을 비교하였다. 3 차원 기포율의 측정불확도는 유량이 증가할수록 약간씩 증가하며 평균적으로 8.5%의 불확도를 가지고 있다. 본 연구는 기포율이 0.3% 이하인 기포류(bubbly flow)에 대하여 적용하였으며, 10% 이상의 높은 기포율에 적용되어 왔던 임피던스 프로브 기법은 약 10-15%의 불확도를 가진 것으로 보고되고 있다.⁽¹⁾ 따라서 본 연구의 방법이 측정 불확도 면에서 획기적으로 개선된 것은 아니다. 그러나 PIV 영상처리 기반의 측정기법은 기포율 뿐만 아니라 기포의 속도, 액상의 속도를 동시에 측정할 수 있어 기포와 액상의 상호작용 등 다양한 물리적 현상을 고찰할 수 있는 장점이 있다.

유량이 증가함에 따라 2 차원에서의 계산된 기포율은 증가가 둔화되지만 3 차원에서의 기포율은 선형적으로 증가하여 큰 유량에서는 그 차이가 매우 크게 나타났다. 따라서 2 차원에서의 기포 면적만을 이용한 기포율 계산은 많은 오차가 수반할 가능성이 있다. 따라서 중첩되는 기포를 분리하여 3 차원 체적을 직접 계산하여야만 보다 정확한 기포율을 계산할 수 있다. 하지만 유량이 더욱 증가할 경우에는 겹쳐지는 기포가 많아져서 기포를 분리하는데 한계가 있으므로 부가적인 고급 기술이 필요하다. Fig. 11에서는 기체 유량의 증가에 따른 3 차원 기포율과 2 차원 기포 면적율과의 관계를 나타내었다. 이 그림에서 기포율이 증가함에 따라 기포 면적율도 선형적으로 증가함을 알 수 있으며, Murai 등⁽¹¹⁾의 연구결과와 일치한다.

4.2 기포의 형상, 크기 및 속도

기포율이 증가함에 따른 기포의 형상 변화 결과를 Fig. 12에 나타내었다. 타원체로 가정한 기포의 길이 중에서 가장 짧은 길이 (d_{short})를 가장 긴 길이 (d_{long})로 나눈 종횡비 $\chi = d_{short} / d_{long}$ 로 계산한 결과, 기포율이 증가함에 따라 종횡비가 1에 가깝게 증가함을 알 수 있다. 이는 기포의 형상이 타원체에서 구에 가까워지고 있음을 보여준다. 타원체형 기포에 대하여 Zenit 등⁽²⁾의 정의에 따라 기포의 평균등가지름(d_{eq})을 다음과 같이 정의하였다.

$$d_{eq} = (d_{long}^2 d_{short})^{\frac{1}{3}} \quad (4)$$

Fig. 13 에서 본 실험에서 측정된 평균등가지름을 기포율의 변화에 따라 살펴보았다. 평균등가지름의 측정 불확도는 2.7%이다. 기포율이 0.2%보다 작을 때에는 기포율이 증가하면 기포의 평균등가지름이 증가하다가 0.2% 이상이 되면 평균등가지름의 증가가 매우 둔화됨을 볼 수 있다.

한편, 타원체로 가정한 기포의 중심의 이동을 2-frame PTV 기법을 이용하여 각각의 속도 성분 u, v, w 를 구할 수 있다. Fig. 14 에서 기포율의 변화에 따른 기포의 속도를 측정된 결과를 나타내었다. 이 그림에서 기포의 속도 성분 중에서 상승속도(rising velocity), V_{rise} 와 수평속도(horizontal velocity), $V_{horizontal}$ 그리고 전체속도(total velocity), V_{total} 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$V_{total} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (5)$$

$$V_{rise} = w \quad (6)$$

$$V_{horizontal} = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (7)$$

기포의 상승속도, 수평속도, 전체속도의 측정 불확도는 각각 14.7%, 6.5%, 5.2%이다. 기포의 상승속도 성분은 기포율이 적은 경우에는 선형적으로 증가함을 보이다가 기포율이 계속 증가 할수록 그 증가율이 점점 감소하는 경향을 보인다. 그에 반해 수평 속도는 기포율의 증가에 따라 지속적으로 증가함을 알 수 있다. 이는 기포의 좌우로 지그재그 움직임을 활발해 짐을 보여준다. 또한 전체 속도도 기포율이 증가함에 따라 증가함을 확인할 수 있다. 이러한 기포 운동 속도의 변화는 기포율 증가가 기포의 크기에 영향을 주기 때문에 나타나며, Fig. 15 에서 평균등가지름에 대한 기포 속도성분을 고찰하였다. 전체적으로 평균등가지름이 커질수록 수직속도의 증가율에 비해 수평속도의 증가율이 더 커짐을 알 수 있다. 이는 기포의 양이 많아지면서 기포들 간의 상호작용이 활발해져 상승속도를 방해하는 힘으로 작용하고 기포 주위에 발생하는 와 세딩의 영향으로 수평방향 운동이 증가하는 것으로 판단된다. 정리하면, 수직관 내 정지된 액체에 기포를 주입할 때, 기포율이 증가하면 처음에는 기포의 크기 및 상승속도가 증가하다가 일정 기포율 이상이 되면 기포의 크기는 거의 일정해지

고 상승속도의 증가도 크게 둔화된다.

5. 결론

본 연구에서는 정면과 측면의 영상을 스테레오 매칭 기법으로 3 차원의 기포율과 기포의 크기, 형상을 동시에 측정하는 방법을 제안하였다. 단일 카메라와 평면 수직 거울을 이용하여 정면과 측면의 영상을 동시에 측정하고, 측정된 영상 정보에서 동일한 수직 높이에 기포의 위치와 크기, 형상을 정확하게 획득하는 기법을 사용하였다.

제한된 이상유동 PIV 측정기법을 자유 상승하는 기포 유동에 대하여 적용하여 다음과 같은 결과를 얻었다. 유량이 증가하면서 기포가 많아지면 중첩되는 기포로 인하여 2 차원 기포 면적을 통한 기포율 측정은 오차가 많으며, 본 연구에서 제안한 3 차원 기포율 측정기법이 사용되어야 함을 밝혔다. 수직관 내 정지된 액체에 기포를 주입할 때, 기포율이 증가하면 처음에는 기포의 크기 및 상승속도가 증가하다가 일정 기포율 이상이 되면 기포의 크기는 거의 일정해지고 상승속도의 증가도 크게 둔화된다. 반면, 수평방향 속도 성분은 주위 기포의 방해로 인해 더욱 더 커짐을 확인하였다.

후 기

이 논문은 2003 년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2003-003-D00056).

참고문헌

- (1) Liu, T. J. and Bankoff, S. G., 1993, "Structure of Air-Water Bubbly Flow in a Vertical Pipe-II. Void Fraction, Bubble Velocity and Bubble Size Distribution," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 4, pp. 1061~1072.
- (2) Zenit, R., Koch, D. L. and Sangani, A. S., 2001, "Measurements of the Average Properties of a Suspension of Bubbles Rising in a Vertical Channel," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 429, pp. 307~342.
- (3) Murakawa, H., Kikura, H. and Aritomi, M., 2003, "Measurement of Liquid Turbulent Structure in Bubbly Flow at Low Void Fraction Using Ultrasonic Doppler Method," *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 40, No. 9, pp. 644~654.
- (4) Matsubayashi, M. and Tsuruno, A., 1992, *Neutron Radiography*, Gordon and Breach Science Publishers, San Francisco, Vol. 4, pp. 415~422.
- (5) Broder, D. and Sommerfeld, M., 2001, "Experimental Studies of the Hydrodynamics in a Bubble Column by

- an Imaging PIV/PTV-System,” *Proc. 4th International Symposium on Particle Image Velocimetry*, P1089, pp. 1~12.
- (6) Lindken, R. and Merzkirch, W., 2002, “A Novel PIV Technique for Measurements in Multiphase Flows and Its Application to Two-Phase Bubbly Flows,” *Experiments in Fluids*, Vol. 33, pp. 814~825.
- (7) Sung, J., Park, S. M. and Yoo, J. Y., 2004, “Time-Resolved Two-Phase PIV Measurements of Freely Rising Bubble Flows with an Image Separation Method,” *KSV Journal*, Vol. 2, No. 1, pp. 39~45.
- (8) Kim, S. and Lee, S. J., 2004, “X-ray Micro-Imaging Technique for Simultaneous Measurement of Size and Velocity of Micro-Bubbles,” *KSME Journal B*, Vol. 28, No. 6, pp. 659~664.
- (9) Hassan, Y. A., Villafuerte, J. O. and Schmidl, W. D., 2001, “Three-Dimensional Measurements of Single Bubble Dynamics in a Small Diameter Pipe Using Stereoscopic Particle Image Velocimetry,” *International Journal of Multi Phase Flow*, Vol. 27, pp. 817~842.
- (10) Fujiwara, A., Danmoto, Y., Hishida, K. and Maeda, M., 2004, “Bubble Deformation and Flow Structure Measured by Double Shadow Images and PIV/LIF,” *Experiments in Fluids*, Vol. 36, No. 1, pp. 157~165.
- (11) Murai, Y., Matsumoto, Y. and Yamamoto, F., 2001, “Three-Dimensional Measurement of Void Fraction in a Bubble Plume Using Statistic Stereoscopic Image Processing,” *Experiments in Fluids*, Vol. 30, pp. 11~21.
- (12) Pan, X. H., Luo, R., Yang, X. Y. and Yang, H. J., 2002, “Three-Dimensional Particle Image Tracking for Dilute Particle-Liquid Flow in a Pipe,” *Measurement Science and Technology*, Vol. 13, pp. 1206~1216.