

등가보 이론을 이용한 복합 거더의 정적 및 자유진동 해석

Static and Free Vibration Analyses of Hybrid Girders by the Equivalent Beam Theory

최인식[†] · 여인호^{*}

In-Sik Choi · In-Ho Ye

Abstract 3D finite element analyses of a corrugated steel web girder and a steel truss web girder are conducted to investigate the static and dynamic behaviour of the hybrid girders. And the analyses results are compared with those by the equivalent beam theory. The equivalent theory is a theory that all section properties of a truss structure are replaced by section properties of a beam including a shear coefficient. When applying the equivalent beam theory, the shear coefficient of the corrugated steel web girder is estimated as the area ratio of flange section to web section and that of the steel truss web girder is calculated by the equation proposed by Abdel. Static deflections and natural frequencies by 3D finite element analyses and those by the equivalent beam theory are in good agreement.

Keywords : Hybrid rail way bridge, Corrugated steel web, Composite truss

요 지 복부 파형강판 거더와 복합 트러스 거더의 정적 및 동적거동 특성을 분석하기 위해 3차원 유한요소해석을 수행하였고, 이 결과를 등가보 이론에 의한 해석결과와 비교하였다. 등가보 이론은 트러스 구조의 모든 단면제원을 등가의 보로 치환함과 동시에 전단계수 등의 단면특성을 고려한 이론이다. 등가보 이론 적용 시 복부 파형강판 거더의 전단계수는 복부 단면적에 대한 전체 단면적의 비로 산정하였고, 복합 트러스 거더의 전단계수는 Abdel의 계산식을 사용하여 산정하였다. 정적해석 및 자유진동해석 결과 3차원 유한요소모델을 이용한 해석결과가 전단변형을 고려한 등가보 이론에 의한 해석결과와 잘 일치하였다.

주 요 어 : 복합철도교량, 복부파형강판, 복합트러스

1. 서 론

다양한 형태의 교량이 적용되고 있는 도로교와는 달리 철도교에서는 연대별로 강 트러스교, 콘크리트 T빔 교, 강판형 교, PSC 빔 교, PSC 박스 교, 프리플렉스 빔 교와 일부 강합성교 등 몇 가지 형태의 교량이 집중적으로 시공되었으며, 최근 들어 도로교에 이미 적용되고 있는 몇몇 형태의 거더교에 대한 철도교 적용성이 검토되고 있다. 본 논문에서 검토하고자 하는 교량 형태는 복합교량으로서 PSC 박스의 복부를 파형강판이나 강재 트러스로 대체하는 교량 형식이다. 이

러한 복합교량은 복부의 중량의 콘크리트를 경량의 강재로 대체하여 거더 자중을 감소시킴으로써 경간을 연장시킬 수 있는 장점이 있지만 휨강성의 감소 및 전단변형의 증가로 처짐이 증가하는 단점이 있다. 표 1에서와 같이 경간 50m 기준으로 철도교에서의 설계 활하중은 도로교 활하중의 약 6배 이상이고, 처짐 기준은 도로교 기준의 1/3정도이므로 단면결정 시 활하중에 의한 주거더의 처짐은 철도교 설계의 주요 요소가 된다.

그러므로 복부를 강재로 대체한 박스 거더를 철도교에 적용하기 위해서는 처짐의 정확한 예측과 진동특성 파악을 위한 연구가 선행되어야 한다. 본 연구에서는 복부 파형강판 거더와 복합 트러스 거더의 정적 및 고유진동 특성을 분석하기 위해 3차원 유한요소해석을 수행하였으며, 이 결과를 전단변형을 고려하는 등가보 이론에 의한 해석결과와 비교하였다.

[†] 책임저자 : 정희원, 한국철도기술연구원, 궤도토목연구본부

E-mail : ischoi@krri.re.kr

TEL : (031)460-5455 FAX : (031)460-5359

^{*} 정희원, 한국철도기술연구원, 궤도토목연구본부

Table 1. Comparison of railway bridge specification with road way bridge

Provision	Railway bridge	Road way bridge	Ratio(Railway / Road way)
Live load (kN)	4,532(LS-22)	432(DB-24)	10.49
		743(DL-24)	6.10
Deflection (mm)	L/1600=31.3	L/500=100.0	0.313

2. 등가보 이론

등가보 이론은 트러스 구조에서 모든 단면제원을 등가의 보요소로 치환함과 동시에 전단계수 등의 단면특성을 고려한 이론이다. 트러스 구조에서는 휨에 의한 처짐뿐 아니라 전단 변형에 의한 처짐을 고려하여야 하므로 트러스 구조의 전단 변형 특성을 전단계수로 나타내어 보 이론에 적용하면 보 요소의 모델화만으로 트러스 구조의 정적 처짐을 정확히 산정할 수 있게 된다.

전단변형을 고려한 보에 대한 이론과 특성은 Timoshenko[1]에서 찾아볼 수 있으며, 트러스 구조물의 형태에 따른 전단계수의 산정은 Abdel-Ghaffar[2]에서 유도되었다. Gupta[3]은 트러스 구조물의 동적 거동에 대하여 연구하였으며, DeWolf[4]는 인장과 압축을 받는 트러스 부재를 등가의 보를 이용하여 해석하였다. 김문영과 정성엽은 평면트러스의 안정해석 및 자유진동해석에 등가보 요소를 이용하였다.

그림 1은 등가보 이론에서 고려하는 트러스의 형태를 나타내고 표 2는 트러스 형태에 따른 전단계수 산정식과 복합 트러스에 적용할 수 있도록 수정된 전단계수 산정식을 나타낸다. 표에서 A_d 는 강 사재의 단면적, A 는 강 상하현재의 단면적의 합, A_c 는 콘크리트 상하현재의 단면적의 합, E 는 강의 탄성계수, E_c 는 콘크리트의 탄성계수, G 는 강의 전단탄성계수, G_c 는 콘크리트의 전단탄성계수, n 은 탄성계수비, 그리고 ϕ 는 그림에서와 같이 사재가 수직선과 이루는 사이각을 나타낸다.

3. 복합거더 모델

복부 파형강판 거더와 복합 트러스 거더의 거동을 분석하기 위해 범용 유한요소 프로그램 마이다스를 사용하여 그림 2와 그림 3과 같은 I 단면과 박스 단면에 대해 지간길이 50m, 높이 4m의 모델을 구성하였다. 그림 4와 같은 복부강재 단면을 따라 복부 강트러스는 보요소로 모델링하였고, 파형강판 복부는 쉘 요소로 모델링 하였다.

Table 2. Shear coefficient according to truss type

Type	Steel truss	Hybrid composite truss
(a)	$f_s = \frac{AG}{A_d E \sin \phi \cos^2 \phi}$	$f_s = \frac{A_c G_c}{n A_d E_c \sin \phi \cos^2 \phi}$
(b)	$f_s = \frac{AG}{A_d E \sin \phi \cos^2 \phi}$	$f_s = \frac{A_c G_c}{n A_d E_c \sin \phi \cos^2 \phi}$
(c)	$f_s = \frac{AG}{2 A_d E \sin \phi \cos^2 \phi}$	$f_s = \frac{A_c G_c}{2 n A_d E_c \sin \phi \cos^2 \phi}$
(d)	$f_s = \frac{AG}{2 A_d E \sin \phi \cos^2 \phi}$	$f_s = \frac{A_c G_c}{2 n A_d E_c \sin \phi \cos^2 \phi}$

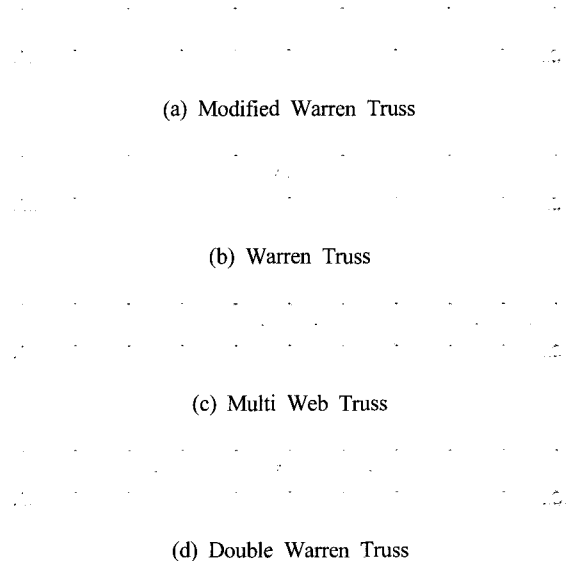


Fig. 1. Type of truss structure

Table 3. Material properties

Modulus	Value(GN/m ²)
Flange elastic modulus E_c	27.9
Flange shear modulus G_c	11.63
Web elastic modulus E	210

그리고 상·하현재는 I 단면인 경우에는 보요소로, 박스 단면인 경우에는 쉘요소로 모델링하였다. 모델링에 적용한 재료특성은 표 3과 같다.

그림 5는 등가보 이론을 적용할 때의 복부 단면을 제외한 I 단면과 박스 단면을 나타내고, 표 4와 표 5는 각각 I 단면과 박스 단면의 등가보 단면특성을 나타낸다.

복부 파형강판 거더의 전단계수는 복부단면적(파형강판의 두께×복부 높이)에 대한 플랜지 단면적의 비로 산정하였고 복합 트러스의 전단계수는 표 2의 Warren 트러스의 전단계수 산정식으로부터 계산하였다.

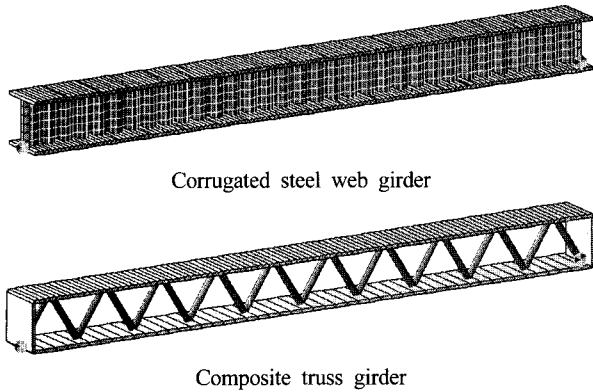


Fig. 2. I section hybrid girder models

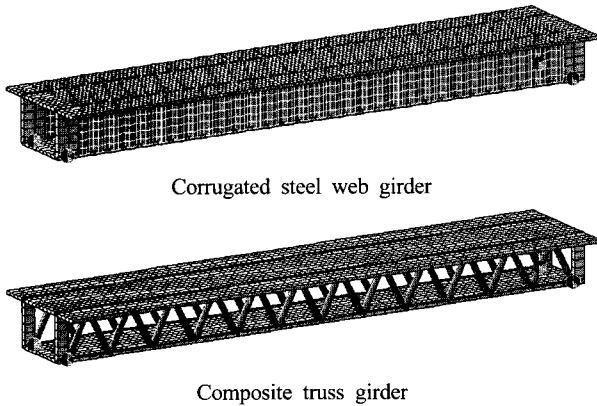


Fig. 3. Box section hybrid girder models

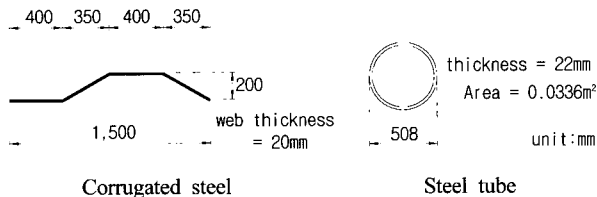


Fig. 4. Web steel sections

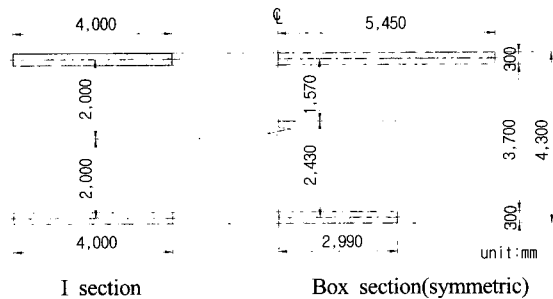


Fig. 5. Equivalent beam sections

Table 4. Sectional properties of I section equivalent beam

Properties	Corrugated steel	Composite truss
Area(m^2)	2.40	2.40
Moment of Inertia(m^4)	9.62	9.62
Shear coefficient	3.98	10.38
Mass per unit length(ton/m)	6.76	6.98

Table 5. Sectional properties of box section equivalent beam

Properties	Corrugated steel	Composite truss
Area(m^2)	5.06	5.06
Moment of Inertia(m^4)	18.57	18.57
Shear coefficient	4.20	11.85
Mass per unit length(ton/m)	14.98	14.48

4. I 단면 복합거더의 해석

4.1 정적해석

복합 거더의 축력, 휨모멘트, 그리고 전단력에 대한 거동을 분석하기 위해 표 6과 같은 세 가지 하중경우에 대하여 변형량을 검토하였다. 하중 경우 1은 축방향 변형특성을, 하중 경우 2는 순수 휨에 의한 변형특성을, 그리고 하중 경우 3은 전단변형의 영향을 확인하기 위한 것이다. 표 7의 식들은 하중 경우 1에 대해서는 축방향 변위를, 하중경우 2와 3에 대해서는 중앙 처짐을 검토하기 위한 계산식이다. 그리고 하중 경우 3의 계산식에서 전단계수 f_s 에 복부 강재의 전단특성이 고려 되었으므로 수정 없이 Timoshenko 보 이론에 의한 식을 그대로 적용하였다.

표 8은 각 하중 경우에 대하여 그림 2의 복합 거더 각 모델에 대한 유한요소 해석결과와 표 4의 검토식에 의한 계산값을 비교하여 정리한 것이다. 계산값에서는 전단 변형을 고려하지 않는 오일러 보 이론에 의한 값과 Timoshenko 보 이론에 의한 값을 비교하여 나타내었다.

복부파형강판 거더와 복부트러스 거더 모두에서 유한요소 해석결과가 전단 변형을 고려한 등가 보이론에 의한 값과 잘 일치하였으며, 전단 변형을 고려하지 않은 경우의 값과는 차이를 나타내었다. 이 차이는 하중 경우 3에서 발생하였는데 유한요소해석 값이 복부파형강판 거더에서는 약 20%, 복부트러스 거더에서는 약 44% 더 크게 나타났다.

이러한 사실은 복합 거더의 전단 변형 특성을 고려하기 위해 산정한 전단계수의 값이 타당성 있음을 나타내며, 수직하중을 받는 복합거더의 처짐 계산 시 전단변형의 영향을 반드시 고려하여야 함을 나타낸다.

Table 6. Static Analysis of hybrid girders

Load case	Load diagram
Case 1 (Axial stretch)	
Case 2 (Pure bending)	
Case 3 (Bending+Shear)	

Table 7. Deflection formulas and magnitude of load

Load case	Formula	Magnitude of load
Case 1	$\delta = \frac{PL}{E_c A_c}$	P=200kN
Case 2	$\delta = \frac{ML^2}{8E_c I_c}$	M=400kN · m
Case 3	$\delta = \frac{PL^3}{48E_c I_c} \left(1 + \frac{12f_s E_c I_c}{G_c A_c L^2} \right)$	P=100kN

Table 8. Results of static analysis

Load case	Corrugated Steel(mm)			Composite truss(mm)		
	FEM	Beam analysis		FEM	Beam analysis	
		Euler beam	Equi. beam		Euler beam	Equi. beam
Case 1	0.146	0.149	0.149	0.149	0.149	0.149
Case 2	0.456	0.466	0.466	0.465	0.466	0.466
Case 3	1.161	0.970	1.168	1.390	0.970	1.435

4.2 자유진동해석

등가보 이론을 적용한 자유진동해석을 수행하기 위해 LUSAS의 Thick Beam 요소를 사용하여 등가보 모델을 구성하였고, 단면적을 전단계수로 나눈 값을 유효단면적으로 적용하였다. 표 9와 표 10은 그림 2의 유한요소 모델과 등가보 모델의 자유진동형상을 5차 모드까지 나타낸 것인데, 그림에서와 같이 형상이 잘 일치한다.

표 11은 자유진동해석 결과로서 고유진동수 (Hz)를 비교하여 나타낸 것이다. 복합 트러스 거더의 경우, 평면트러스 모델의 고유진동수는 전단변형을 고려한 등가보 모델의 고유진동수와 잘 일치함을 알 수 있다. 또한 전단변형을 고려한 해석값과 전단변형을 무시한 경우의 해석값의 차이는 고차 모드로 갈수록 크게 증가하므로 등가보로 복합 거더를 해석할 때는 반드시 전단변형의 영향을 고려하여야 함을 알 수 있다.

Table 9. Mode shapes of the I section corrugated steel web girder

Mode	FEM	Equivalent Beam
1		
2		
3		
4		
5		

Table 10. Mode shapes of the I section composite truss girder

Mode	FEM	Equivalent beam
1		
2		
3		
4		
5		

Table 11. Natural frequencies of the I section hybrid girders

Mode	Corrugated steel(Hz)			Composite truss(Hz)		
	FEM	Beam analysis		FEM	Beam analysis	
		Euler beam	Equi. beam		Euler beam	Equi. beam
1	3.63	3.84	3.67	3.39	3.85	3.27
2	11.80	15.04	12.16	9.86	15.04	9.41
3	21.1	32.7	21.8	16.12	32.7	15.34
4	30.4	46.7	30.6	21.3	46.7	20.5
5	39.4	55.5	38.2	24.8	55.5	24.7

5. 박스 단면 복합거더의 해석

5.1 정적해석

등가보의 박스단면 적용성 평가를 위해 그림 3의 모델을 사용하였고, 중앙 집중하중과 등분포하중에 대하여 변형을 분석하였다(그림 6).

그림 7과 그림 8은 각각 복부파형강판 거더와 복부트러스 거더의 집중하중에 의한 수직처짐을 나타내고, 그림 9와 그림 10는 각각 복부파형강판 거더와 복부트러스 거더의 등분포하

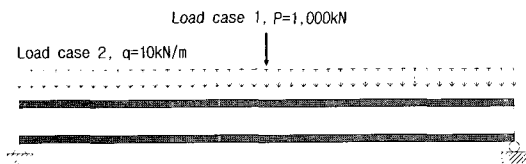


Fig. 6. Loading diagram

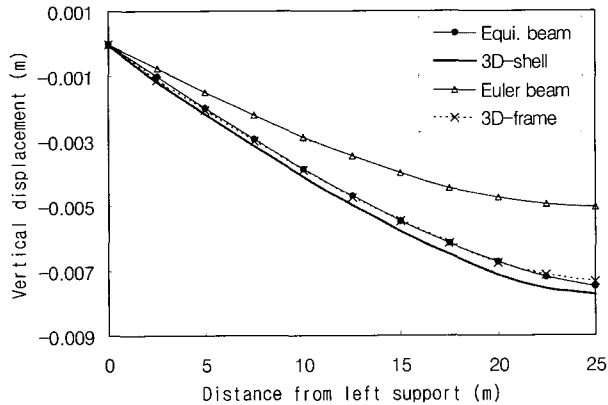


Fig. 7. Vertical deflection of Corrugated steel web girder under concentrated load at mid span

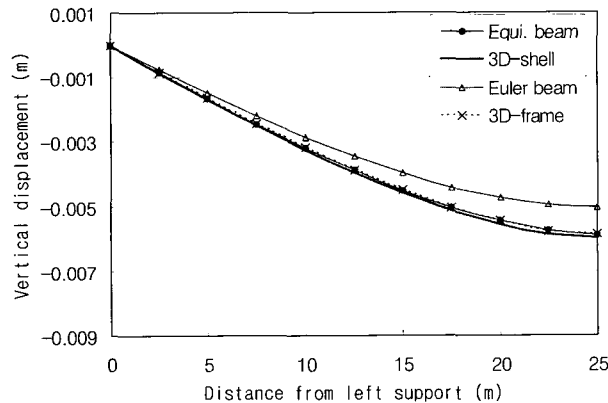


Fig. 8. Vertical deflection of composite truss girder under concentrated load at mid span

중에 의한 수직처짐을 나타낸다.

그림에서 골조해석은 그림 3의 모델에서 상·하부 플랜지를 보요소로 모델링하여 해석한 결과로서 전단지연의 영향을 배제한 경우의 해석 결과를 나타낸다. 복합거더의 등가보 해석값은 골조해석결과와 잘 일치하고, FEM 해석결과와는 다소 차이를 나타내나 오차범위 5%이내이므로 허용할 만한 수준으로 판단된다.

한편, 전단변형을 고려하지 않는 오일러보를 사용한 해석 결과는 복부파형강판 거더에서는 최대 16%, 복부트러스 거더에서는 최대 35%의 차이를 나타내어 복합거더의 수직처짐을 과소평가하고 있다.

따라서 박스단면의 경우에도 등가보 이론을 적용할 수 있는 것으로 판단되며, 철도교 설계시 등가보를 사용하면 정적하중에 대한 변형량을 정확하게 산정할 수 있을 것으로 판단된다.

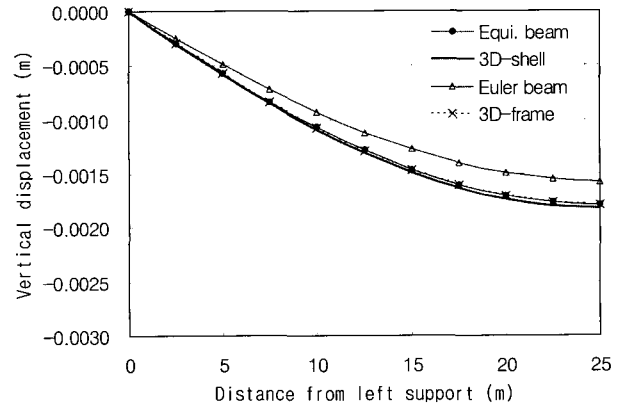


Fig. 9. Vertical deflection of Corrugated steel web girder under distributed load

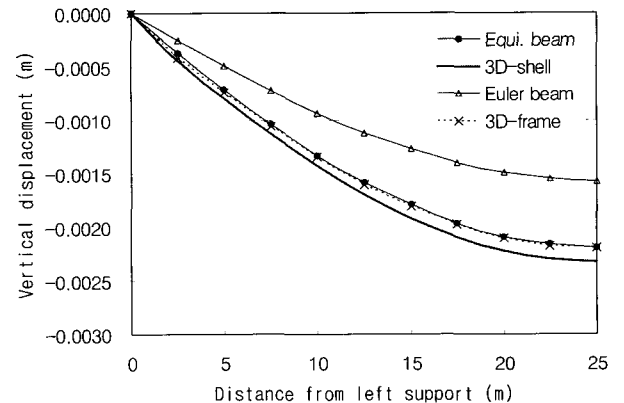


Fig. 10. Vertical deflection of Composite truss girder under distributed load

5.2 자유진동해석

등가보의 동적해석에 대한 적용성 검토를 위해 박스 단면 복합거더의 자유진동해석을 수행하였고, FEM 해석, 등가보 해석, 그리고 골조해석 결과를 비교하였다. 표 12는 비교 결과를 나타낸다. 등가보해석 결과와 골조해석 결과는 잘 일치하고 있으나, 상·하 플랜지를 shell 요소로 모델링한 FEM 해

석결과와는 차이가 있다. 그 차이는 모드가 증가함에 따라 증가하며 그 원인은 3D FEM 모델에서는 전단지연 현상이 고려되며, 또한 표 13과 표 14의 자유진동형상에서와 같이 횡방향 휨모드가 고려되기 때문으로 판단된다.

그러나 1차 모우드 고유진동수가 잘 일치하며, 동적해석을 통한 수직 처짐 계산시 1차 모우드의 기여가 지배적이라는 것을 고려할 때 고차 모우드에서의 차이는 허용할 만하다고 판단된다.

Table 12. Natural frequencies of the box section hybrid girders

모우드	Corrugated steel(Hz)			Composite truss(Hz)		
	FEM		Equi. Beam	FEM		Equi. Beam
	3D-shell	3D-frame		3D-shell	3D-frame	
1	3.38	3.44	3.43	3.04	3.14	3.15
2	9.40	10.53	11.46	8.02	8.95	9.03
3	16.26	21.6	20.6	12.19	15.51	14.71
4	24.9	30.9	29.2	17.03	21.1	19.66
5	27.0	38.4	36.7	19.30	26.21	23.83

Table 13. Mode shapes of the box section corrugated steel web girder







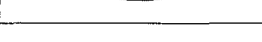




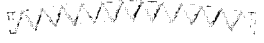

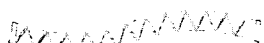






Mode	3D-shell model	3D-frame model
1		
2		
3		
4		
5		

Table 14. Mode shapes of the box section composite truss girder

Mode	3D-shell model	3D-frame model
1		
2		
3		
4		
5		

6. 결론

본 논문에서는 복합 거더의 정적 및 고유진동 특성을 분석하기 위해 3차원 유한요소해석을 수행하였고, 해석결과를 전단변형을 고려하는 등가보 이론에 의한 해석결과와 비교하였다. 등가보 이론 적용 시 복부 파형강판 거더의 전단계수는 복부 단면적에 대한 플랜지 단면적의 비로 산정하였고, 복합 트러스 거더의 전단계수는 Abdel의 계산식을 이용하여 산정하였다. 해석 비교 결과 다음의 결론을 얻었다.

- 1) 복합 거더의 정적해석에서 3차원 유한요소모델을 이용한 해석결과가 전단변형을 고려한 등가보 이론에 의한 해석결과와 최대오차 5% 이내로 잘 일치하였다. 한편 오일러 보를 사용한 해석은 처짐을 과소평가하는 것으로 나타났다.
- 2) I 단면 복합거더의 자유진동해석 결과, 3차원 유한요소모델의 고유진동수가 전단변형을 고려한 등가보 모델의 고유진동수와 잘 일치하였다.
- 3) 박스 단면 복합거더의 자유진동해석 결과, 3차원 유한요소해석에 의한 1차 고유진동수는 등가보 해석값과 잘 일치하고, 고차 모드에서는 차이를 나타내었다. 그 원인은 3차원 유한요소해석에서는 전단지연과 횡방향 휨 모드의 영향이 고려되기 때문으로 판단되나 동적해석 시 1차 모우드가 지배적이라는 것을 고려하면 허용할 만한 차이라고 판단된다.
- 4) 결과적으로 본 논문에서 제시된 전단계수를 적용한 등가보 이론은 복합거더의 정적해석 및 동적해석에서 수직처짐 산정에 충분히 사용할 수 있는 방법으로 사료된다.
- 5) 향후 본 연구의 결과를 복합 거더의 정적 및 동적 실험 결과와 비교하여 복합 철도교에의 등가보 이론 적용성을 검증하는 것이 필요하다고 판단된다.

참고 문헌

1. S. P. Timoshenko (1955), "Strength of Materials", 3rd Edition, D. Van Nostrand, pp.170-175.

2. A. M. Abdel-Ghaffar(1979), "Free Vibration of Suspension Bridge", ASCE Structural Division, pp.767-788.
3. R. P. Gupta and S.C. Goel (1972), "Dynamic analysis of Staggered Truss framing system", ASCE Structural Division pp.1475-1492.
4. J. T. DeWolf and J. F. Pelliccione (1979), "Cross-Bracing Design", ASCE Structural Division, pp.1379-1391.
5. 김문영, 정성엽(1996), "등가 보요소를 이용한 평면트러스의 안정성 및 자유진동해석", 강구조학회, pp.193-203.

(2007년 7월 18일 논문접수, 2007년 9월 3일 심사완료)