

단일 유연 모드를 가지는 시스템의 잔여 진동을 최소화하기 위한 제어 전략

신영주[#]

A Control Strategy for Systems with Single Flexible Mode to Reduce Residual Vibration

Young Joo Shin[#]

ABSTRACT

Many manufacturing devices must execute motions as quickly as possible to achieve profitable high-volume production. Most of them have devices having flexibility and a time delay of one sampling is added to the plants when they are controlled by fast discrete controllers, which brings about non-minimum phase zeros. This paper develops a control strategy that combines feedforward and feedback control with command shaping for such devices. First, the feedback controller is designed to increase damping and eliminate steady-state error. Next, the feedforward controller is designed to speed up the transient response. Finally, an appropriate reference profile is generated using command-shaping techniques to ensure fast point-to-point motions with minimum residual vibration. The particular focus of the paper is to understand the interactions between these individual control components. The resulting control strategy is demonstrated on a model of a high-speed semiconductor manufacturing machine.

Key Words: Residual vibration (잔여진동), Flexible mode (유연모드), Command shaping (명령성형), Motion control (모션제어), Feedforward control (피드포워드 제어)

1. 서론

제조업에 사용되는 조립 장비는 생산성의 증가를 위해 가능한 빠른 모션을 수행하는 것이 요구된다. 이러한 장비들의 대부분은 빠른 모션 수행시에 유연모드(flexible mode)를 발생시키는 전동 요소(transmission element) 및 링크 장치를 가지고 있어, 유연모드를 고려한 모션 제어 알고리즘의 개발은 생산성 증가를 위한 중요한 요인이 된다. 비록

피드백 제어 메커니즘이 유연모드로부터 가진 에너지(excitation energy)를 제거하도록 설계 될 수 있어도, 입력 모션 프로파일의 적절한 설계를 통한 유연모드의 가진 에너지 제거가 일반적으로 더 유용하다. 이러한 시도들은 이미 칩 마운터¹나 산업용 로봇²과 같은 장치에서 보고 된 바 있다.

이 연구에서 제안된 제어 전략은 빠른 모션 동안에 발생하는 잔여 진동의 최소화를 위해 피드백 및 피드포워드 제어기와 함께 적절한 입력 모

접수일: 2007년 6월 19일; 게재승인일: 2007년 10월 1일

[#] 교신저자: 삼성전자 반도체총괄 메모리사업부

E-mail: yj2247.shin@samsung.com Tel. (010) 3205-2247

션 프로파일을 동시에 사용하는 것이다. 입력 프로파일의 생성을 위해서는, 주어진 시스템의 공진 주파수에서 가진 에너지를 제거하여 유연모드에서의 가진을 최소화하는 토크 프로파일을 생성하는 명령성형(command shaping) 기법이 사용된다.³⁻⁶

이러한 제어 전략의 구현을 위해, 한 성능지수(performance index)를 최소화하는 상태 피드백 제어기가 설계된다. 이 피드백 제어기는 시스템의 감쇠를 향상시키며, 정상상태에러(steady-state error)가 존재하지 않도록 보장한다. 또한 주어진 시스템으로부터 얻을수 없는 속도 상태 변수를 예측하기 위하여 discrete reduced-order observer 가 추가된다. 그리고 시스템 출력의 입력 프로파일 추종 성능을 향상 시키기 위하여 피드포워드 제어기가 설계되며, 주어진 시스템 및 observer-based 피드백 제어기가 이러한 피드포워드 제어기의 설계에 이용된다.

2. 모델링

이 연구에서는 제어 대상 시스템으로 반도체 제조에 사용되는 한 장비의 구동부가 사용된다. 이 장비는 구동부의 끝단이 삼차원 공간의 어떤 위치에 도달할 수 있도록 독립적인 세 개의 축으로 구성되어 있으나 본 연구에서는 단지 수직 방향의 모션만이 다루어 진다. 이러한 제어 대상 시스템의 단순화된 모델이 Fig. 1 에서 보여진다.

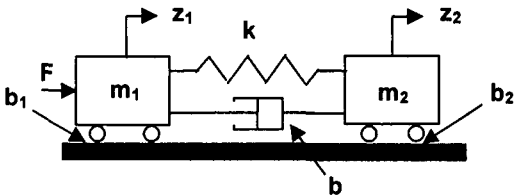


Fig. 1 A simple model with linked two masses

이 모델은 스프링(\$k\$)과 댐퍼(\$b\$)에 의해 연결된 두 개의 움직이는 질량(\$m_1\$ & \$m_2\$)으로 이루어져 있으며, 선형의 점성 댐핑(\$b_1\$ & \$b_2\$)으로 묘사된 마찰력에 영향을 받는다. 모터를 구동하기 위하여 입력 전압을 전류로 전환하는 trans-conductance 증폭기가 사용되며, 증폭기의 입력 전압과 모터의 출력 토크는 전달 함수 내에서 단순 비례 상수로 나타내어 진다.

주어진 시스템을 나타내는 미분방정식이 뉴턴

의 법칙으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$m_1 \ddot{z}_1 + k(z_1 - z_2) + b(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + b_1 \dot{z}_1 = F \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 + k(z_2 - z_1) + b(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + b_2 \dot{z}_2 = 0 \quad (2)$$

위의 방정식은 상태 공간 방정식으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (3)$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (4)$$

여기서

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k/m_1 & -(b+b_1)/m_1 & k/m_1 & b/m_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k/m_2 & b/m_2 & -k/m_2 & -(b+b_2)/m_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1/m_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = [z_1 \quad \dot{z}_1 \quad z_2 \quad \dot{z}_2]^T, \quad u = F, \quad y = z_1$$

이러한 모델을 나타내는 전달 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{Z_1(s)}{F(s)} = \frac{s^2 + \left(\frac{2M}{M+1}\zeta\omega_n + \frac{1+M}{4}a\right)s + \frac{M}{1+M}\omega_n^2}{m_1 s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s+a)} \quad (5)$$

여기서 $M = m_1/m_2$, $b_1 = b_2$, $\omega_n = \sqrt{(m_1^{-1} + m_2^{-1})k}$, $\zeta\omega_n = (2b + b_1)(m_1^{-1} + m_2^{-1})/4$, $a = (b_1 + b_2)/(m_1 + m_2)$

모터는 볼 스크류에 의해서 선형 모션으로 변환되는 토크를 생성한다. 그러므로 입력 토크로부터 회전축까지의 모델을 나타내는 전달 함수가 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\Theta(s)}{T(s)} &= \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \frac{Z_1(s)}{F(s)} \\ &= \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \frac{s^2 + (1.6\zeta\omega_n + 1.25a)s + 0.8\omega_n^2}{m_1 s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s+a)} \end{aligned} \quad (6)$$

주어진 시스템에 대한 파라미터 값들은 $L = 0.03$ m/rev, $\omega_n = 2076$ rad/sec, $\zeta = 0.047$, $a = 45.56$, $m_1 =$

2.03kg 그리고 $m_2 = 0.509\text{kg}$ 이다.

실제 시스템과 식 (6)에 나타난 모델과의 보드 선도가 Fig. 2 에 나타나 있다.

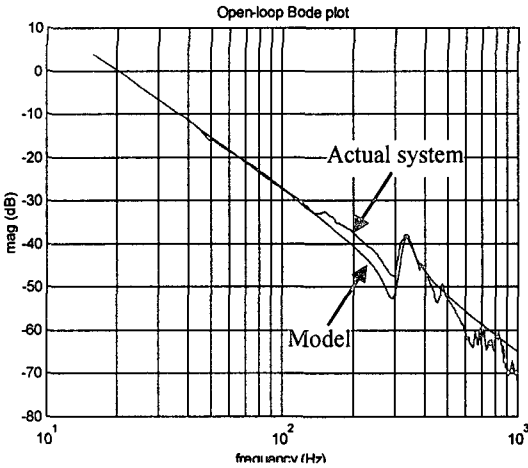


Fig. 2 Bode plot of the plant model and actual plant

두 보드선도가 매우 유사한 것으로 보아 여기서 세워진 모델은 실제 시스템을 잘 표현하고 있다고 말할 수 있다. 이 보드선도로부터 주어진 시스템의 유연모드가 약 330 Hz 의 주파수에서 나타남을 볼 수 있다. 수직 이동 거리(z_p) 23mm (= 4.817rad)와 최대 토크(T_{MAX}) 3.82Nm 를 이용하여 실제 시스템과 모델의 시간 반응을 비교하기 위한 실험과 시뮬레이션이 각각 수행되었다.

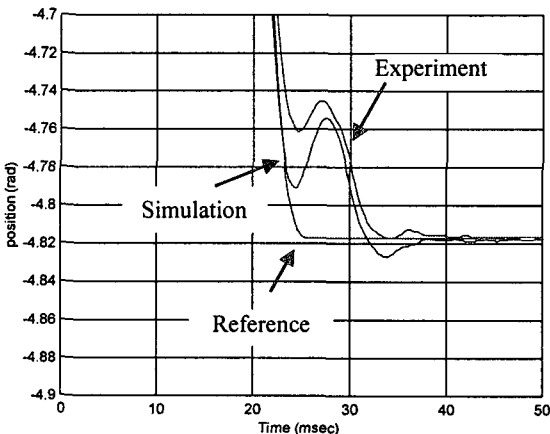


Fig. 3 Comparison of simulation and experiment

주어진 이동 거리 및 최대 토크 값들은 실제 장비의 작동에 사용되는 값들이다. 다음 장에서 설명될 성형입력(shaped input)을 사용한 실험 및 시뮬레이션의 시간 응답 결과가 Fig. 3 에서 비교된다. 그림에서 보여지는 것처럼 실험과 시뮬레이션 결과 사이에 약 0.75ms (= 2.5sample)의 시간 지연을 볼 수 있으며, 보다 나은 시스템 모델을 위하여 이러한 시간 지연은 Pade approximation 에 의하여 전달 함수, G_{Td} ,로 표현 되며, 식 (6)에 추가된다.

3. 명령 성형

이 장에서는 성형 입력의 특성을 알아보기 위하여 5 차 다항식을 이용해서 생성된 다항 입력과 비교된다.

3.1 다항 기준 입력

일반적으로 기준 입력 생성을 위해서 식 (7)에 나타난 경계 조건을 만족하는 다항식을 사용한다. 이러한 다항식으로부터 얻은 기준 입력은 부드러운 곡선의 모션을 보장한다.

$$\begin{aligned} r(0) &= 0 & r(t_p) &= \theta_f \\ \frac{d}{dt}r(0) &= 0 & \frac{d}{dt}r(t_p) &= 0 \\ \frac{d^2}{dt^2}r(0) &= 0 & \frac{d^2}{dt^2}r(t_p) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

위 식에서 θ_f 는 최종 회전 위치이며 t_p 는 요구되는 이동 시간이다. 위의 경계 조건을 만족하는 다항 함수가 다음의 식 (8)에 나타나 있다.

$$\begin{aligned} r(t) &= \frac{6\theta_f}{t_p^5}t^5 - \frac{15\theta_f}{t_p^4}t^4 + \frac{10\theta_f}{t_p^3}t^3 \\ \frac{d}{dt}r(t) &= \frac{30\theta_f}{t_p^4}t^4 - \frac{60\theta_f}{t_p^3}t^3 + \frac{30\theta_f}{t_p^2}t^2 \\ \frac{d^2}{dt^2}r(t) &= \frac{120\theta_f}{t_p^3}t^3 - \frac{180\theta_f}{t_p^2}t^2 + \frac{60\theta_f}{t_p}t \end{aligned} \quad (8)$$

3.2 성형 입력

종래의 성형입력 기법은 시간 지연이 있는 여러 개의 임펄스로 구성된 FIR(Finite Impulse

Response) 필터가 많이 사용되었다. 따라서 입력 성형기의 설계는 임펄스의 간격과 크기를 구하는 것이었다. 이러한 방식은 그 구현 방법의 용이성 때문에 산업용 장치인 천정크레인의 잔여 진동을 최소화 하는 데에 응용 되었다.⁷ 본 연구에서는 이와는 다른, 공진 주파수에서 가진 에너지를 제거함에 따라 생성되는 성형 기준 입력을 사용한다.^{3,5} 이 입력은 빠른 이동을 하면서도 최소 잔여 진동만을 허용하도록 디자인 되었다. 먼저 요구되는 특성을 가지는 토크 프로파일이 생성이 되고, 이 프로파일이 두 번의 적분을 통하여 위치 입력으로 변환된다. 토크 프로파일은 식 (9)에서 나타난 것처럼 연속적인 ramped sinusoid 항들로 이루어져 있다.

$$T_{REF}(t) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{B_i}{\alpha_i^2} \right) \left(\alpha_i \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{t_i} \right) + \sin \alpha_i \frac{t}{t_i} - \frac{\alpha_i}{2} \cos \alpha_i \frac{t}{t_i} \right) \quad (9)$$

위 식에서 α_i 은 각 항의 기초 함수의 고유 특성 값이며, t_i 는 총 이동 시간을 나타낸다. B_i 은 각 항의 계수로서, 시간 최적화와 잔여 진동 최소화라는 상반된 목적을 포함하고 있는 성능 지수(performance index)를 최소화함에 의하여 계산된다. 식 (10)은 이러한 상반된 목적을 나타내는 두 개의 항으로 구성된 성능 지수의 수학적 표현을 보여준다.

$$PI = \frac{1}{t_f} \left\{ \int_0^{t_f/2} [1 - T_{REF}(t)]^2 dt + \int_{t_f/2}^{t_f} [-1 - T_{REF}(t)]^2 dt \right\} + \rho \sum_{i=1}^N (\omega_i t_i)^2 |T_{REF}(\omega_i t_i)|^2 \quad (10)$$

첫 번째 항의 목적은 최적의 이동 시간을 갖는 입력을 생성하는 것이고, 두 번째 항은 진동을 최소화하기 위하여 가진 에너지를 줄이려는 것이다. 이러한 상반된 두 목적은 가중치 요소인 ρ 에 의해서 조정된다. 시스템의 고유 주파수의 모델링에 어려가 존재하는 상태하에서도 적절한 진동 축소를 보장하기 위하여, 입력 주파수 스펙트럼은 고유 진동수의 $\pm 10\%$ 범위 (즉, $0.9\omega_n < \omega_i < 1.1\omega_n$) 에서 최소화 된다. 또한 한 배율 인자 (scale factor)를 이용하여 결과적인 토크 프로파일이 주어진 모터의 최대 토크를 넘어서지 않도록 보장한다.

중요 매개변수(principal parameter)인 $\omega_n t_s / 2\pi$ 는

입력 토크 프로파일의 형상을 나타내 주는 무차원 주파수이다. 이 무차원 변수에서, ω_n 은 고유 진동수를 나타내며, t_s 는 가속과 감속의 구간에서 최대 토크를 사용하여 이동할 때의 총 이동 시간을 나타내며 식 (11)과 같이 나타내어 진다.

$$t_s = \sqrt{\frac{4J\theta_f}{T_{MAX}}} \quad (11)$$

이 무차원 매개변수는 물리적으로는 총 이동 시간 안에 포함 되는 진동 주기의 숫자를 나타낸다. 그러므로 이 값이 클수록 토크 프로파일은 최대 토크를 사용하는 계단 형상(square shape)에 가까워 진다. 주어진 시스템에 대해서 이 변수 값은 약 5.645 의 값을 갖는다. 후에 소개될 피드백 제어가 시스템 고유 진동수에 거의 영향을 미치지 않으므로, 개루프(open-loop) 고유 진동수 330Hz 가 이 값의 계산을 위하여 사용되었다.

그러나, 일반적으로 피드포워드 제어기의 사용은 시스템의 작동 중에 사용 되는 토크의 증가를 가져오므로, 기준 입력 프로파일의 생성을 위해 주어진 최대 토크(T_{MAX})를 사용하는 것은 결과적으로 모터에 적용 되는 토크의 포화를 야기시키게 된다. 주어진 최대 토크를 사용한 성형 입력이 피드포워드 제어기와 함께 사용된 경우에 모터 토크 포화가 발생 하는 것이 Fig. 4 에 보여진다.

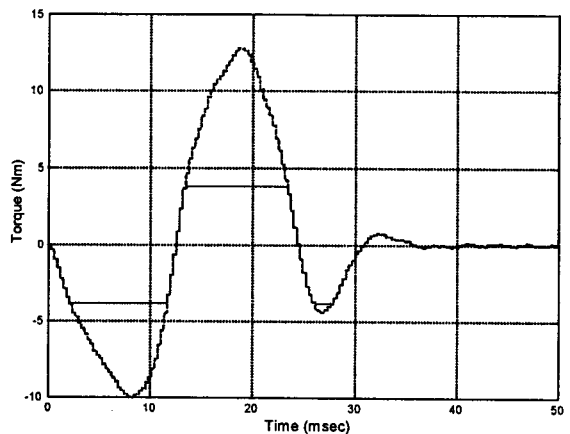


Fig. 4 Saturation of torque command at the motor torque limit of 3.82Nm when using a shaped reference profile with $\omega_n t_s / 2\pi = 5.645$

이러한 토크의 포화를 제거하기 위해서는 입력 프로파일의 생성에 사용되는 절정 토크(T_{PEAK})를 최대 토크 보다 작은 값으로 사용하여야 한다. 주어진 시스템에 대해서는 성형 입력 생성시 최대 토크의 약 72%인 2.75Nm 가 절정 토크로 사용 되어야 포화 상태를 막을 수 있다. 이러한 토크의 사용 시 $\omega_{nt}/2\pi$ 는 6.854 로 증가한다. 식 (9)에서 N 으로 표시된 총 ramped sinusoid 의 항이 10 일 때의 결과적인 입력 토크 프로파일이 Fig. 5 에서 보여진다.

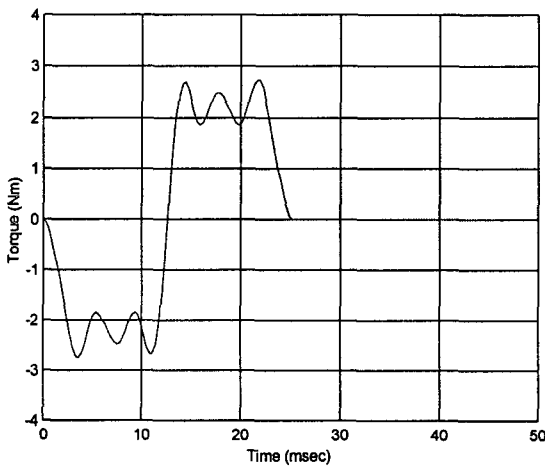


Fig. 5 Ramped sinusoid reference torque signal

또한 성형 토크 프로파일에 대응되는 주파수 스펙트럼이 Fig. 6 에서 보여진다.

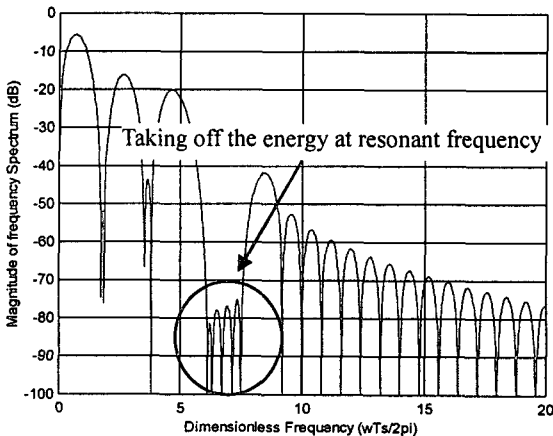


Fig. 6 Frequency spectrum of shaped torque profile

또한 성형 토크 프로파일에 대응되는 주파수 스펙트럼이 Fig. 6 에서 보여진다. 고유 주파수에 대응되는 무차원 주파수 6.854 의 주변에서 에너지가 줄어들었음을 그림을 통해서 알 수 있다.

이 토크 프로파일에 상응하는 위치 입력 프로파일은 2 회의 적분과 관성모멘트(J)에 의한 나눗셈에 의해서 생성된다. 이렇게 구해진 성형 입력 프로파일이 다항 입력 프로파일과 함께 Fig. 7 에서 보여진다.

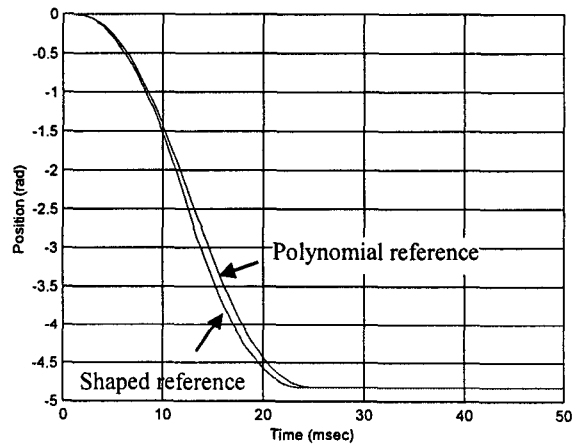


Fig. 7 Shaped ramped sinusoid reference profile compared with polynomial reference

4. 제어 전략

이 연구에서 제안된 모션 제어기의 구성이 블록 선도의 형태로 Fig. 8 에서 보여진다.

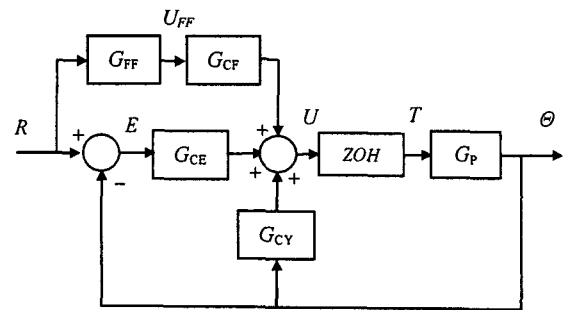


Fig. 8 Block diagram of proposed control system

성형 기법에 의해 생성된 토크 프로파일로부터

구해진 성형 위치 입력(R)은 실제 측정된 시스템의 위치 출력(θ)과 함께 피드백 제어기의 입력으로 사용되며, 성형 위치 입력만을 사용하여 생성된 피드포워드 신호(U_{FF})는 피드백 제어 신호들과 함께 합쳐져서 주어진 시스템의 입력으로 사용된다. 이러한 제어 전략은 Fujisaki 와 Ikeda⁸에 의해서 언급된 2 자유도 제어기(two degree-of-freedom controller) 디자인과 유사하다.

4.1 피드백 제어기

전달함수 G_{CE} 와 G_{CY} 로 구성된 피드백 제어기는 시스템 댐핑을 증가시키고, 정상 상태 에러가 존재하지 않도록 하는 PID 제어기이다. 이러한 제어기의 개발은 Mita⁹에 의해서 이루어 졌다. 먼저 Fig. 1 에서 주어진 시스템 모델에 상응하는 유사 강체 모델에 대한 상태 피드백 제어기가 개발된다. 강체 모델의 상태 공간 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{rb} &= A_{rb}x_{rb} + B_{rb}u \\ y &= C_{rb}x_{rb} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_{rb} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -D/J \end{bmatrix}, B_{rb} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J \end{bmatrix}, C_{rb} = [1 \ 0], \\ D &= 2.70 \times 10^{-3} \text{ Nm-s/rad}, J = 5.80 \times 10^{-5} \text{ kg-m}^2 \end{aligned}$$

이러한 상태 공간 모델은 먼저 0.3msec 의 샘플 시간을 갖는 ZOH(zero-order holder)를 이용하여 A_d , B_d 그리고 C_d 로 이루어진 이산 상태 공간 방정식을 생성한다. 피드백 제어기는 다음의 식 (14)에 표현된 성능 지수를 최소화하도록 설계 된다.

$$PI = \int_0^{\infty} (y^T Q y + u^T u) dt \quad (14)$$

여기서 $Q = 100$

그리고 다음 식 (15)의 제어 입력 u 를 구성하는 이득 벡터 K 를 얻는다.

$$u = -Kx_{rb} \quad (15)$$

Mita⁹에 의해서 정의된 한 벡터 E 가 이산 상태 공간 방정식의 시스템 행렬들에 의해서 다음과 같이 얻어진다.

$$E = \begin{bmatrix} A_d - I & B_d \\ C_d & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

그리고 PID 제어기의 이득은 K , A_d , B_d 그리고 E 에 의하여 다음과 같이 계산된다.

$$[K_p \ K_D] = KA_d E^{-1} \quad (17)$$

$$K_I = (KB_d + 1)E^{-1} \quad (18)$$

4.2 Reduced-Order Observer

본 연구에서 사용되는 시스템은 단지 위치 측정을 위한 센서만을 가지고 있기 때문에, 미분기의 사용을 위해서는 모터 속도가 반드시 예측 되어야만 한다. 디지털 센서의 신호에 유한차 알고리즘(finite-difference algorithm)을 적용하여 속도를 얻는 방법은 센서 노이즈에 취약하므로, reduced-order observer¹⁰를 사용하여 속도를 예측한다. 이러한 observer 의 설계를 위하여, 1000 의 외란 공분산(disturbance covariance)과 1 의 센서 노이즈 공분산(sensor noise covariance) 이 사용되었다.

강체 모델에 대한 상태 벡터는 측정 가능한 부분과 예측 해야 하는 부분으로 나누어진다.

$$\dot{x}_{rb}(k) = [x_1(k) \ x_2(k)]^T \quad (19)$$

여기서 x_1 은 측정 가능한 상태 변수 이며, x_2 는 예측 해야 하는 상태 변수 이다.

추정되어야 하는 상태 변수를 위한 reduced-order observer 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_2(k+1) &= a_{22}\hat{x}_2(k) + [a_{21}x_1(k) + b_2u(k) \\ &+ K_e[x_1(k+1) - a_{11}x_1(k) - b_1u(k) - a_{12}\hat{x}_2(k)]] \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 K_e 는 예측 이득이고 a_{ij} 와 b_j 는 각각 A_d 와 B_d 의 요소들이다.

위의 식에서 $x_1(k+1)$ 은 측정 가능하지 않기 때문에 변수 변환에 의해서 제거될 수 있다.

$$\hat{x}_r(k) = \hat{x}_2(k) - K_e x_1(k) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_r(k+1) &= (a_{22} - K_e a_{12})\hat{x}_r(k) + (a_{22}K_e - K_e a_{12}K_e \\ &+ a_{21} - K_e a_{11})y(k) + (b_2 - K_e b_1)u(k) \end{aligned} \quad (22)$$

최종 상태 방정식은 아래와 같다.

$$\hat{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \hat{x}_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \hat{x}_p(k) + K_e x_1(k) \end{bmatrix} \quad (23)$$

피드백 제어기와 reduced-order observer로부터 Fig. 8에 나타난 결과적인 이산 전달 함수는 다음과 같이 나타내어 진다.

$$G_{CE}(z) = \frac{9.2z - 8.9}{(z + 0.09)(z - 1)} \quad (24)$$

$$G_{CY}(z) = \frac{-131.9z + 128.1}{z + 0.09} \quad (25)$$

$$G_{CF}(z) = \frac{z - 0.97}{z + 0.09} \quad (26)$$

4.3 피드포워드 제어기

피드포워드 신호(U_{FF})를 생성하기 위한 피드포워드 제어기로서 이 연구에서는 두 가지 형태의 모델이 비교된다. 하나는 일반적으로 사용되는 모델로서 피드백 제어기를 설계할 때 사용되었던 강체 모델과 PD 제어기를 합친 모델(G_{FF1})이다.

$$G_{FF1}(s) = Js^2 + (D + K_D)s + K_P \quad (27)$$

피드포워드 제어기의 유/무에 따른 페루프 시스템(closed-loop system)의 보드 선도(Bode plot)가 Fig. 9에서 비교된다.

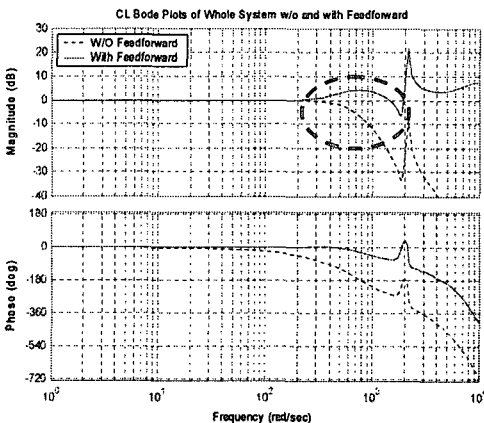


Fig. 9 Bode plot of closed-loop system with and without feedforward controller

피드포워드 제어기는 시스템의 주파수 대역폭(bandwidth)을 증가시켜 고주파 영역에서의 추종을 향상시킨다. 시뮬레이션 결과에 나타난 Fig. 14의 시간 응답 시뮬레이션으로부터 피드포워드 제어기가 추종 성능(tracking performance)을 향상시킴을 명확히 볼 수 있다. 그러나 모션의 끝 부분에서 약 110Hz 주변에서의 심한 언더슈트(under shoot)을 볼 수 있는데, 이것은 Fig. 9의 절대값 선도(magnitude plot)의 700rad/sec 부분에서의 험프(hump)에 상응하는 것으로 추정된다.

두 번째 형태는 피드포워드 제어기를 포함한 R부터 θ 까지의 전체 전달 함수가 1이 되도록 설계된 모델(G_{FF2})이다.

$$\theta = \frac{(G_{CF} \cdot G_{FF2} + G_{CE}) \cdot G_{RT}}{1 + (G_{CE} + G_{CY}) \cdot G_{RT}} = 1 \quad (28)$$

$$G_{FF2} = \frac{1 + G_{CY} \cdot G_{RT}}{G_{CF} \cdot G_{RT}}$$

여기서 G_{RT} 는 시간 지연을 포함한 강체 모델의 전달 함수이다.

피드포워드 제어기로서, 각각 G_{FF1} 과 G_{FF2} 를 갖는 페루프 시스템의 보드 선도가 Fig. 10에서 비교된다. G_{FF2} 사용 시에는 G_{FF1} 사용 시에 보였던 100Hz 주변에서의 험프가 사라지는 것을 볼 수 있다. 이는 시간 응답에 있어서도 110Hz 주변에서 나타났던 언더슈트가 줄어드는 것을 의미한다.

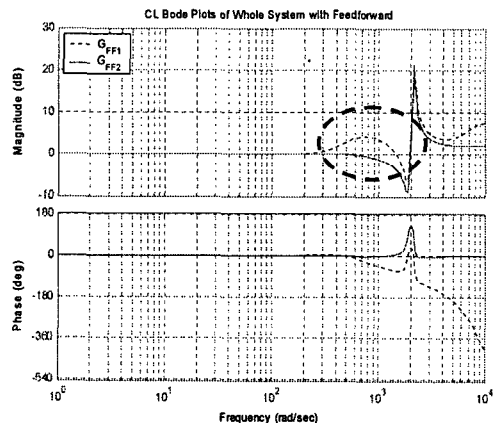


Fig. 10 Bode plots of closed-loop system with either feedforward controller, G_{FF1} or G_{FF2}

그러므로 G_{FF2} 가 G_{FF1} 보다 더 나은 피드포워드 제어기라 할 수 있다. 위에서 설계된 G_{FF2} 를 직접적으로 적용 하는 것은 불가능하다. 그 이유는 G_{RT} 에 포함 되어 있는 시간 지연의 Pade approximation 에 의해 G_{FF2} 가 불안정한 폴(pole)을 갖기 때문이다. 이러한 문제를 해결하기 위해 연속 시간 도메인에서의 ZPETC (Zero Phase Error Tracking Controller)를 사용한다. ^{11, 12} 이미 제어공학 엔지니어들에게 잘 알려진 ZPETC 는 요구 출력과 실제 출력 사이의 주파수 응답이 전체 주파수 영역에서 위상차(phase shift)를 갖지 않도록 보장한다.

Fig. 11 에서 주어진 한 non-minimum phase 시스템에 대해서 전달 함수가 식 (29)와 같이 주어진다.

$$\frac{Y}{R} = \frac{N^s(s) \cdot N^u(s)}{D(s)} \quad (29)$$

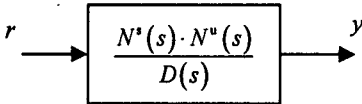


Fig. 11 Non-minimum phase system

여기서 $N^s(s)$ 와 $N^u(s)$ 는 각각 안정된 제로 및 불안정한 제로들을 갖는 다항식들이다.

식 (29)에 상응하는 ZPETC(G_{ZFF})는 다음과 같이 주어진다.

$$G_{ZFF}(s) = \frac{D(s) N^u(-s)}{N^s(s) [N^u(0)]^2} \quad (30)$$

그러므로 G_{FF2} 를 G_{ZFF} 로 대체하고 난 후의 전체 전달 함수 G_T 는 다음과 같이 나타내어진다.

$$G_T = \frac{(G_{CF} \cdot G_{ZFF} + G_{CE}) \cdot G_{PT}}{1 + (G_{CE} + G_{CY}) \cdot G_{PT}} \quad (31)$$

여기서 G_{PT} 는 시간 지연을 포함하는 제어 대상 시스템이며 G_p 와 G_{Td} 의 곱으로 나타내어진다.

G_{FF2} 와 G_{ZFF} 가 각각 사용된 경우의 페루프 시스템의 보드 선도가 Fig. 12 에서 보여진다. 비록 2300rad/sec 이상의 주파수 영역에서 절대값 선도가 약간의 차이를 보이지만, 위상 선도는 정확하게 일

치함을 볼 수 있다.

5. 시뮬레이션 결과

설계된 제어기의 성능을 테스트 하기 위하여 시뮬레이션이 수행되었다. 주어진 시스템에서 실제 사용되는 23mm(= 4.817rad)의 이동 거리에 대해 출력 위치가 $\pm 10\mu\text{m}$ 이내로 수렴하였을 때를 응답 안정 시간(settling time)으로 규정하였다.

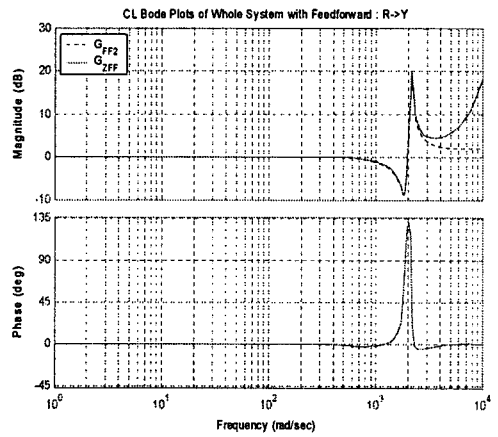


Fig. 12 Bode plots of closed-loop system with either feedforward controller, G_{FF1} or G_{FF2}

5.1 다항 입력과 성형 입력 비교

다항 입력과 성형 입력의 시간 응답이 Fig. 13 에서 보여진다.

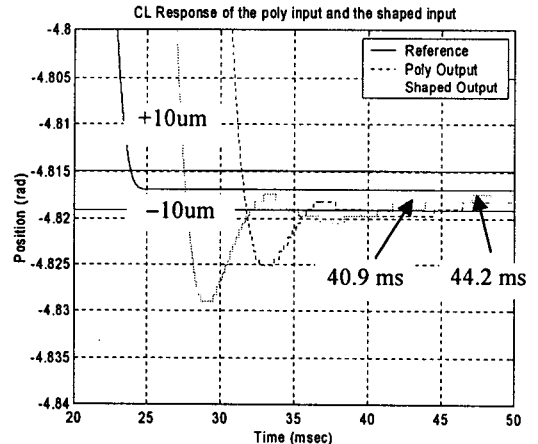


Fig. 13 Time responses for polynomial and shaped input

다항 입력을 기준 입력으로 사용 시에는 44.2msec 를, 성형 입력 사용 시에는 40.9msec 의 안정 시간을 보여 주며, 성형 입력 사용 시에 약 7.5%의 시간 응답 향상을 보여 준다. 성형 입력은 설계 단계에서 시스템의 공진 특성을 이미 고려하였기 때문에 빠른 응답을 얻기 위하여 제어 시스템을 보다 더 가혹하게 사용할 수 있는 반면 다항 입력은 그렇지 못하다. 그러므로 성형 입력은 다항 입력 보다 더 빠른 시스템 응답을 얻을 수 있다.

5.2 피드포워드 제어기 효과

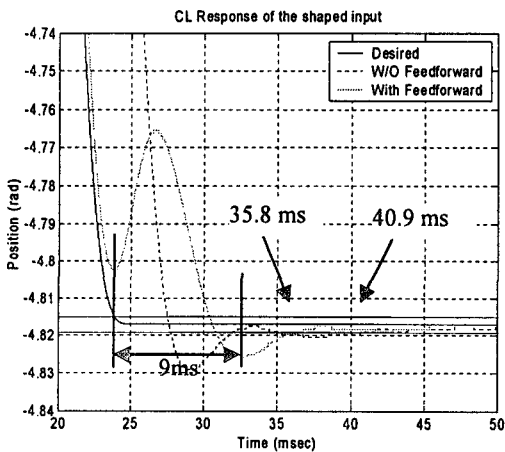


Fig. 14 Time responses of the closed-loop system with and without feedforward controller

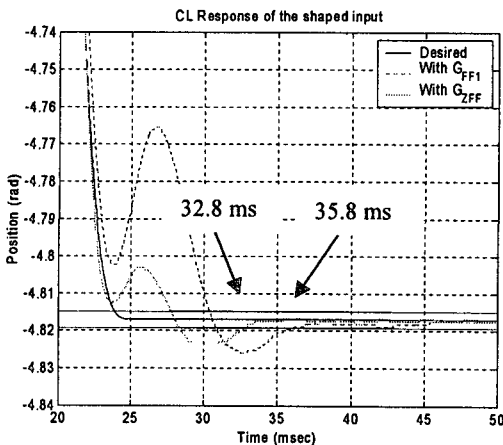


Fig. 15 Time responses of the closed-loop system with feedforward controllers, G_{FF1} and G_{ZFF}

피드포워드 제어기의 효과를 보기 위하여 피드포워드 제어기의 유/무에 따른 시간 응답을 구하였다. 피드포워드 제어기로서 G_{FF1} 이 사용된 시간 응답이 Fig. 14 에서 보여 진다. 피드포워드 제어기의 추가는 응답 안정 시간을 40.9msec 에서 35.9msec 로 12.2% 줄여 준다.

피드포워드 제어기 타이의 성능을 비교하기 위하여 G_{FF1} 과 G_{ZFF} 가 각각 사용되었을 때의 시간 응답 결과가 Fig. 15 에서 보여 진다. G_{ZFF} 가 피드포워드 제어기로 사용되었을 때에는 G_{FF1} 사용 시에 나타나는 언더슈트 현저히 주어 들며 응답 안정 시간도 32.8msec 로 8.4% 향상 되는 것을 볼 수 있다.

6. 결론

단일 유연 모드를 가지는 두 질량으로 구성된 시스템에 대하여 잔여 진동을 최소화하면서 빠른 시간 응답을 얻을 수 있는 제어 전략이 소개되었다. 이 전략은 피드백 및 피드포워드 제어기 그리고 성형 입력의 세 제어 요소로 구성되어 있다.

먼저 일련의 ramped sinusoid 함수들로 구성된 성형입력이 시스템 공진 주파수에서 최소의 가진 에너지를 갖도록 설계된다. 이러한 성형 입력은 시스템 댐핑을 증가시키고 정상 상태 에러를 제거하는 피드백 제어기의 기준 입력으로 사용된다. 또한 추종 성능의 향상을 위하여 피드포워드 제어기가 추가된다. 피드포워드 제어기는 피드백 제어기 및 시간 지연을 갖는 시스템 모델을 포함한 전체 전달 함수가 1 이 되도록 설계되며 이때 발생하는 불안정한 제로의 제거를 위하여 단순하고 효과적인 ZPETC 가 사용된다. 피드포워드 제어기의 사용은 개루프(open-loop) 제어 전략이므로 추가적인 토크를 야기시켜 결과적으로 모터 토크의 포화를 발생시킬 수 있다. 이러한 토크 포화는 성형 입력 설계 시 절정 토크의 조절에 의하여 방지 될 수 있다.

참고문헌

1. Chang, P. and Park, J., "A Concurrent Design of Input Shaping Technique and a Robust Control for High-Speed/High-Precision Control of a Chip Moulder," Control Engineering Practice, Vol. 9, No.

- 12, pp. 1279-1285, 2001.
2. Park, H., Chang, P. and Kim, S., "Time-Varying Input Shaping Technique Applied to Vibration Reduction of an Industrial Robot," Proc. International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vol. 1, pp. 285-290, 1999.
3. Meckl, P. H. and Seering, W. P., "Reducing Residual Vibration in Systems with Uncertain Resonances," IEEE Cont. Syst. Mag., Vol. 8, No. 2, pp. 73-76, 1988.
4. Meckl, P. H. and Seering, W. P., "Experimental Evaluation of Shaped Inputs to Reduce Vibration for a Cartesian Robot," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 112, No. 2, pp. 159-165, 1990.
5. Meckl, P. H. and Kudo, K., "Input Shaping Technique to Reduce Vibration for Disk Drive Heads," ASME Advances in Information Storage Systems, Vol. 5, pp. 45-58, 1993.
6. Meckl, P. H. and Kinceler, R., "Robust Motion Control of Flexible Systems Using Feedforward Forcing Functions," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 2, No. 3, pp. 245-254, 1994.
7. Park, U. H., Lee, J. W. and Noh, S. H., "Reduction of Residual Vibration for Axes Overhead Crane by Input Shaping," J. KSPE, Vol. 17, No. 4, pp. 181-188, 2000.
8. Fujisaki, Y. and Ikeda, M., "A Two-Degree-of-Freedom Design of Optimal Servosystems for General Reference Signals," Proc., 32nd Conf. on Decision & Cont., pp. 3808-3810, 1993.
9. Mita, T., "Optimal Digital Feedback Control Systems Counting Computation Time of Control Laws," IEEE Trans. on Auto. Cont., Vol. AC-30, No. 6, pp. 542-548, 1985.
10. Ogata, K., "Discrete-Time Control Systems," Prentice-Hall, pp. 717-728, 1997.
11. Park, H. and Chang, P., "Concurrent Design of Continuous Zero Phase Error Tracking Controller and Sinusoidal Trajectory for Improved Tracking Control," ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol. 123, No. 1, pp. 127-129, 2001.
12. Tomizuka, M., "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control," ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol. 109, No. 1, pp. 65-68, 1987.