

## 규칙파와 수평판의 비선형 상호작용에 의한 고차 조화항 발생 Higher Harmonic Generation by Nonlinear Interaction between Monochromatic Waves and a Horizontal Plate

고혁준\* · 조일형\*

Hyeok-Jun Koh\* and Il-Hyoung Cho\*

**요 지 :** 규칙파와 수면아래 잠긴 수평판 사이의 비선형 상호작용을 규명하기 위하여 수치파동수조를 이용하여 수치 실험을 수행하였다. 수치모델로 비선형 포텐셜 이론을 근거로 한 고차 경계요소법과 Navier Stokes 방정식과 엄밀한 자유표면 경계조건식을 푸는 CADMAS-SURF을 사용하였다. 두 모델 모두 수평판 위의 천수역에서 발생하는 고차 조화항들을 예측할 수 있으며 점성효과를 포함하는 CADMAS-SURF는 수평판 양단에서 발생하는 와류와 박리에 의한 고차 조화항의 발생을 재현할 수 있다. 수평판의 잠긴 깊이와 길이 변화에 따른 반사율과 투과율을 Patarapanich and Cheong(1989)의 모형실험결과와 비교하였고 서로 잘 일치함을 확인하였다. 수평판의 길이와 길어지고 잠긴 깊이가 얕아질수록 입사파의 에너지가 고차 조화항으로 더 많이 전이됨을 확인하였다.

**핵심용어 :** 수치파동수조, 고차 조화항 발생, 잠긴 수평판, 비선형파

**Abstract :** Numerical experiments using a numerical wave tank have been performed to verify the nonlinear interaction between monochromatic waves and a submerged horizontal plate. As a model for numerical wave tank, we used a higher-order Boundary Element Method(BEM) based on fully nonlinear potential flow theory and CADMAS-SURF for solving Navier Stokes equations and exact free surface conditions. Both nonlinear models are able to predict the higher harmonic generation in the shallow water region over a submerged horizontal plate. CADMAS-SURF, which involves the viscous effect, can evaluate the higher harmonic generation by flow separation and vortices at the each ends of plate. The comparison of reflection and transmission coefficients with experimental results(Patarapanich and Cheong, 1989) at different lengths and submergence depths of a horizontal plate are presented with a good agreement. It is found that the transfer of energy from the incident fundamental waves to higher harmonics becomes larger as the submergence depth ratio decreases and the length ratio increases.

**Keywords :** numerical wave tank, higher harmonic generation, submerged horizontal plate, nonlinear water waves

### 1. 서 론

최근 해안, 해양공학 분야에서는 수치파동수조를 이용한 파랑과 구조물의 비선형 상호작용문제에 관한 많은 연구들이 이루어지고 있다. 수치파동수조와 관련된 수치해석기법에는 여러 가지가 있지만 그 중 2차원 비압축성 점성유체를 대상으로 한 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 다공체 모델(porous body model)로 확장하고 자유표면 해석모델로 복잡한 형상해석이 가능한 Hirt and Nichols(1981)의

VOF법을 적용한 수치파동수조 연구회(2003)의 CADMAS-SURF(앞으로 C-S라 칭함)과 강비선형 포텐셜이론을 근거로 한 고차 경계요소법(앞으로 BEM이라 칭함)이 많이 사용되고 있다. 특이점을 경계면에 분포시켜 해를 구하는 BEM은 계산시간이 빠르고 정확하게 해를 구할 수 있지만 쇄파 발생 시 계산을 지속할 수 없다는 점과 마찰과 박리에 의한 점성효과를 고려할 수 없다는 단점을 지니고 있다. 반면에 점성유동 해석 프로그램인 C-S는 점성효과를 고려할 수 있고 쇄파와 같은 강한 비선형 현상을 재현할 수 있

\*제주대학교 해양정보시스템공학과(Department of Oceanic Information and System Engineering, Cheju National University, Ara 1, Jeju 690-756, Korea. cho0904@cheju.ac.kr)

는 장점을 가지고 있으나 상대적으로 많은 계산시간과 컴퓨터 용량을 요구한다는 단점을 갖고 있다.

수면아래 일정깊이 잠긴 수평판은 흐름이 수평판 상하를 통하여 자유롭게 통과할 수 있기 때문에 조류나 흐름 등을 방해하지 않고 파랑만을 제어할 수 있어 환경 친화적인 방파제의 한 형태이다. 수평판이 방파제로서 활용될 수 있다는 연구논문(Ijima et al., 1970; Liu and Iskandarani, 1991)들이 발표되면서 많은 이론적인 연구들이 주로 선형 포텐셜이론에 근거하여 규칙파중 수평판에 의한 반사율과 투과율을 해석하는데 집중되어왔다. Siew and Hurley(1977)는 입사파의 파장과 수평판의 길이가 잠긴 깊이에 비하여 길다는 장파근사법(long wave approximation)을 사용하여 수평판에 의한 투과율과 반사율을 정합점근전개법(matched asymptotic expansion method)을 사용하여 해석적으로 구하였다. Liu and Iskandarani(1991)는 비진행파 성분을 포함한 고유함수전개법(eigenfunction expansion method)을 사용하여 Siew and Hurley(1977)의 장파근사해법을 보완한 해석해를 구하였다. Liu and Iskandarani(1989)는 경계적분법(boundary integral method)을 사용하여 수평판의 투과율과 반사율에 대한 수치해를 구하였다. Patarapanich and Cheong(1989)는 수평판의 길이와 잠긴 깊이를 바꿔가면서 체계적인 모형실험을 수행하고 그 결과를 유한요소법(finite element method)을 사용한 수치해석 결과와 비교하였다. 투과율이 최소가 되는 수평판의 길이는 수평판 상부에 형성된 파의 파장의 0.5-0.7배이며, 잠긴 깊이는 에너지 손실을 유발하는 쇄파가 발생되도록 0.05-0.15배로 유지하는 것이 바람직하다고 하였다. 이상의 연구들은 선형포텐셜 이론에 근거한 결과이므로 비선형 현상인 수중물체 주변에서의 고차 조화항 발생문제는 주로 모형실험에 의존할 수밖에 없었다.

Dick and Brebner(1968)는 수평판 위의 천수영역에서 고차 조화항이 발생하는 것을 실험으로부터 관찰하였고 Dattatri et al.(1977)는 투과파를 측정하여 수평판을 통과한 투과영역에서 1차 조화항에서 고차 조화항으로 에너지가 전이되는 것을 밝혔다. Losada et al.(1997)는 바닥에 놓인 투과성 사각 구조물의 상부에서 발생하는 고차 조화항들에 대한 실험적 연구를 수행하였다. Huang and Dong(1999)는 사다리꼴 구조물에 대하여 Navier Stokes 방정식과 엄밀한 자유표면 경계조건식을 수치적으로 풀어 입사파의 에너지가 고차 조화항으로 전이됨을 밝혔다. Brossard and Chagdali(2001)은 수평판 위의 천수영역에서 발생하는 고차 조화항들은 수평판의 잠긴 깊이가 얕을수록 더욱 증가됨을 실험

적으로 밝혔다.

주파수  $\omega$ 를 갖는 입사파가 수평판을 통과하면서 1차 조화항( $\omega$ )뿐만 아니라 고차 조화항( $2\omega, 3\omega, \dots$ )들이 발생하는 현상은 천수역에서의 대표적인 비선형 현상으로 알려져 있으며, 극단적으로 투과영역에서 1차 조화항이 사라지고 2차 조화항만 남는 현상을 SHG(second harmonic generation)이라 부른다. 지금까지 밝혀진 고차 조화항들의 발생원인은 크게 두 가지로 요약될 수 있다. 먼저 바닥의 지형변화나 수중에 놓인 물체에 의하여 수심이 얕아져 천수역으로 변했을 때 입사파와의 비선형 상호작용으로 고차 조화항들이 발생한다. 또한 구조물 양단 모서리에서 발생하는 바리나 외류가 수면과의 상호작용을 통하여 고차 조화항들을 발생시킨다. 본 논문에서는 점성유동 해석 프로그램인 C-S와 강비선형 포텐셜이론을 근거로 한 BEM(Grilli et al., 1996, 고·조, 2007)을 이용하여 수평판에 의한 반사율과 투과율을 구하고 Patarapanich and Cheong(1989)의 모형실험 결과와 비교하였다. 또한 파랑과 수평판의 비선형 상호작용으로 수평판 상부에서 발생하는 고차 조화항들과 수평판의 잠긴 깊이 및 길이와의 관계를 살펴보았다.

2. 경계요소법(Boundary Element Method)

유체를 비점성, 비압축성, 비회전 운동으로 가정하면 속도포텐셜  $\phi$ 을 도입할 수 있고 유체영역( $\Omega(t)$ )내에서의 속도포텐셜은 아래와 같이 2차원 Laplace 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \in \Omega(t) \tag{1}$$

유체영역을 감싸는 전 경계면( $\Gamma$ )을  $\Gamma_f, \Gamma_w, \Gamma_d, \Gamma_r, \Gamma_b, \Gamma_p$ 로 나누고 각 경계면에서 만족해야 하는 경계조건식을 부여하자(Fig. 1참조). 먼저 자유표면( $\Gamma_f$ )에서 만족하는 경계조건은 기하학적 경계조건과 동역학적 경계조건이다.

$$\begin{aligned} \frac{D\mathbf{r}}{Dt} = \mathbf{u} = \nabla\phi \quad \mathbf{r} = (x, z) \\ \frac{D\phi}{Dt} = -gz + \frac{1}{2}\nabla\phi \cdot \nabla\phi - \frac{P_a}{\rho} \quad \text{on } \Gamma_f(t) \end{aligned} \tag{2}$$

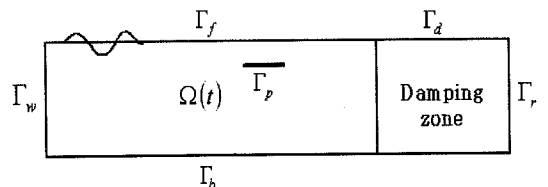


Fig. 1. Computational domain for boundary element method.

여기서  $r, u$ 는 자유표면에서의 물입자의 위치 벡터와 속도 벡터이고  $g$ 는 중력 가속도이다.  $\rho$ 는 유체의 밀도를,  $P_a$ 는 자유표면에서의 압력을 나타낸다.

과는 좌측 끝 경계면( $\Gamma_w$ )에 설치된 수직 조파판에 의하여 생성된다. 피스톤 타입의 조파판을 설치하여  $t = \tau$ 까지 서서히 작동시킬 때 조파판의 변위와 속도는 다음식과 같다.

$$x = \alpha(t)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\dot{\alpha}(t) \quad \text{on } \Gamma_w(t)$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} \frac{S}{2} [1 - \cos(\pi \frac{t}{\tau})] \sin \omega t & 0 \leq t < \tau \\ \frac{S}{2} \sin \omega t & t \geq \tau \end{cases} \quad (3)$$

여기서  $S$ 는 조파판의 왕복거리로 입사파고와 주기의 합수로 표현된다.

해석 영역의 우측 경계면에는 반사파를 최소화하기 위하여 에너지 감쇠대( $\Gamma_d$ )와 함께 Clément(1996)가 소개한 파 흡수경계( $\Gamma_p$ )를 설치하였다. 먼저 에너지 감쇠대에서는 식 (2)에 주어진 동역학적 자유표면 경계조건에서  $P_a$ 를 아래 주어진 감쇠함수( $v$ )를 포함한 압력( $P$ )으로 대체한 경계조건식을 사용하였다.

$$P(x, \eta, t) = v(x, t) \frac{\partial \phi(x, \eta, t)}{\partial n} \quad (4)$$

여기서  $\eta$ 는 수면변위를 나타내며, 감쇠함수는 갑작스런 에너지 감쇠대의 도입에 따른 반사파를 방지하기 위하여 식 (5)와 같이 영역을 따라 점차 감쇠하도록 하였다.

$$v(x, y) = v_0(t) \rho \sqrt{gd} \left( \frac{x-x_1}{l} \right)^\mu \quad (5)$$

여기서  $v_0$ 는 무차원 감쇠계수,  $d$ 는 수심,  $l$ 은 감쇠영역의 길이를 나타내며,  $x_1 = (x_1, z_1)$ 은 감쇠대의 시작점을 나타내는 위치벡터이고  $\mu$ 는 분포함수 차수이다.

파 흡수경계( $\Gamma_p$ )의 위치와 Clément(1996)가 도입한 파 흡수조건식은 다음 식 (6)과 같다.

$$x(t) = x_1 + l(t)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{1}{\rho d \sqrt{gd}} \int_{-d}^{\eta(t)} p_D(x, z, z) dz \quad (6)$$

여기서  $p_D$ 는 파 흡수경계에서의 동압력을 나타내므로 식

(6)의 적분값은 파 흡수경계면에 작용하는 동유체력을 뜻한다. 본 연구에서는 선형화된 동압력( $p_D = -\rho c \partial \phi / \partial t$ )을 사용하였다.

바닥( $\Gamma_b$ )과 수평면( $\Gamma_p$ )에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on } \Gamma_b, \Gamma_p \quad (7)$$

속도포텐셜과 Green 함수에 대하여 Green 정리를 적용하면 아래와 같은 경계적분방정식을 얻을 수 있다.

$$\alpha(x_1) \phi(x_1) = \int_{\Gamma(x)} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial n}(x) G(x, x_1) - \phi(x) \frac{\partial G(x, x_1)}{\partial n} \right] d\Gamma(x) \quad (8)$$

여기서  $\alpha(x_1)$ 는 형상계수이고, 2차원 Laplace 방정식을 만족하는 Green 함수  $G(x, x_1)$ 와 법선방향 미분값  $\frac{\partial G}{\partial n}(x, x_1)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$G(x, x_1) = -\frac{1}{2\pi} \log|x - x_1|$$

$$\frac{\partial G}{\partial n}(x, x_1) = -\frac{1}{2\pi} \frac{|x - x_1| \cdot n}{|x - x_1|^2} \quad (9)$$

위의 경계적분방정식을 대수방정식으로 바꾸기 위하여 경계면을 여러개의 요소(element)들로 분할하고, 각 요소 내에서  $\phi$ 와  $\partial \phi / \partial n$ 를 절점(nodal points)에서의 값들과 내삽함수(interpolation function)  $N_j(\xi)$ 를 가지고 표현한다면 경계적분방정식의 오른쪽 항들은 식 (10)과 같이 이산화 되며, 이로부터 식 (11)과 같은 대수방정식을 유도할 수 있다. 이 방정식을 풀어 각 경계면에서의 미지함수들을 계산한다.

$$\int_{\Gamma(x)} \frac{\partial \phi}{\partial n} G(x, x_1) d\Gamma(x)$$

$$= \sum_{j=1}^{N_T} \left\{ \sum_{k=1}^{M+M_f} \int_{\Gamma_\xi} N_j(\xi) G(x(\xi), x_1) \frac{\partial s^k}{\partial \xi}(\xi) d\xi \right\} \frac{\partial \phi}{\partial n}(x_j)$$

$$= \sum_{j=1}^{N_T} \left\{ \sum_{k=1}^{M+M_f} I_{d_{jk}}^k \right\} \frac{\partial \phi_j}{\partial n} = \sum_{j=1}^{N_T} K_{d_{ij}} \frac{\partial \phi_j}{\partial n}$$

$$\int_{\Gamma(x)} \phi(x) \frac{\partial G(x, x_1)}{\partial n} d\Gamma(x)$$

$$= \sum_{j=1}^{N_T} \left\{ \sum_{k=1}^{M+M_f} \int_{\Gamma_\xi} N_j(\xi) \frac{\partial G(x(\xi), x_1)}{\partial n} \frac{\partial s^k}{\partial \xi}(\xi) d\xi \right\} \phi(x_j)$$

$$= \sum_{j=1}^{N_T} \left\{ \sum_{k=1}^{M+M_f} I_{n_{jk}}^k \right\} \phi_j = \sum_{j=1}^{N_T} K_{n_{ij}} \phi_j \quad (10)$$

$$\alpha_i \phi_i = \sum_{j=1}^{N_T} \left\{ K_{d,ij} \frac{\partial \phi_j}{\partial n} - K_{n,ij} \phi_j \right\} \quad (11)$$

여기서  $N_T$ 와  $M+M_f$ 는 각각 전체 절점수와 요소수를 나타내며  $M_f$ 는 자유표면상의 요소수이다.

본 연구에서는 각 경계요소 안에 4개의 절점을 둔 3차 요소(cubic polynomial)로 가정한 내삽함수를 가지고 경계요소의 형상과 미지함수들을 표현하였다. -1과 1사이의 값으로 정규화한(normalized) 국소좌표( $\xi$ )로 내삽함수를 표현하면 다음 식 (12)와 같다.

$$N_j(\xi_i) = \delta_{ij} \quad \text{with} \quad \xi_i = (2i-5)/3 \in [-1, +1]$$

$$N_1(\xi) = \frac{1}{16}(1-\xi)(9\xi^2-1), N_2(\xi) = \frac{9}{16}(1-\xi^2)(1-3\xi)$$

$$N_3(\xi) = \frac{9}{16}(1-\xi^2)(1+3\xi), N_4(\xi) = \frac{1}{16}(1+\xi)(9\xi^2-1) \quad (12)$$

여기서  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta 함수이며, 절점을 나타내는  $i, j = 1, \dots, 4$ 이다. 이와같이 국소좌표계에서 정의된 내삽함수를 이용하여 좌표변환식과 똑같은 형식으로 근사함수를 나타내는 경우의 요소를 iso-parametric 요소라 부른다. 경계면상의  $k$ 번째 요소( $s^k$ )를 정규화한 국소좌표( $\xi$ )로 변환하는 Jacobian 좌표변환식( $\frac{\partial s^k}{\partial \xi}(\xi)$ )은 다음 식 (13)과 같다.

$$\frac{\partial s^k}{\partial \xi}(\xi) = \left[ \left( \frac{dx^k}{d\xi}(\xi) \right)^2 + \left( \frac{dz^k}{d\xi}(\xi) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (13)$$

여기서  $x^k(\xi) = \sum_{j=1}^4 x_j^k N_j(\xi_j)$ ,  $z^k(\xi) = \sum_{j=1}^4 z_j^k \frac{dN_j}{d\xi}(\xi_j)$ 이다.

각 경계면이 Dirichlet 경계조건( $\phi$ 가 주어짐) 또는 Neumann 경계조건( $\partial\phi/\partial n$ 가 주어짐)인가에 따라 초기조건들이 주어지면 식 (11)에 주어진 대수방정식을 풀어 경계면상의 함수( $\phi$ ,  $\partial\phi/\partial n$ )값들이 모두 결정된다. 이 값들로부터 다음 시간단계에서의 새로운 값( $\phi$  또는  $\partial\phi/\partial n$ )을 구하고 이 값들을 다시 초기값으로 하여 새로운 시간에서의 함수( $\phi$ ,  $\partial\phi/\partial n$ )값을 구한다. 이러한 계산과정을 원하는 시간까지 반복함으로써 시간영역에서의 해를 구한다.

자유표면상에 초기조건( $\phi$ )을 가지고 대수방정식을 풀어 시간  $t$ 에서 ( $\phi$ ,  $\partial\phi/\partial n$ )를 안다면 시간  $t + \Delta t$ 에서의 자유표면의 형상  $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ 과 속도포텐셜  $\bar{\phi}(\mathbf{r}(t + \Delta t))$ 를 구해야 한다. 이를 위하여 자유표면 경계조건식 (2)를 시간에 대해 적분하여야 하는데 본 연구에서는 Taylor의 전개식을 적용하여

다음 식 (14)와 같이 2차항까지만 고려하였다.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}(t + \Delta t) &= \mathbf{r}(t) + \Delta t \frac{D\mathbf{r}}{Dt}(t) + \frac{(\Delta t)^2 D^2 \mathbf{r}}{2 Dt^2}(t) + O[(\Delta t)^3] \\ \bar{\phi}(\mathbf{r}(t + \Delta t), t + \Delta t) &= \phi(t) + \Delta t \frac{D\phi}{Dt}(t) + \frac{(\Delta t)^2 D^2 \phi}{2 Dt^2}(t) + O[(\Delta t)^3] \quad (14) \end{aligned}$$

양해법인 Taylor 전개식을 이용한 시간 적분 방법은 기존의 Runge-Kutta와 Adams-Bashforth-Moulton 수치적분 방법보다 안정성이 우수하며 같은 정확도에 대하여 시간간격을 늘릴 수 있어 효율적이다. 식 (14)의 오른쪽의 1차항 계수들은 시간  $t$ 에서의 자유표면의 형상과 ( $\phi$ ,  $\partial\phi/\partial n$ )로부터 얻어진다. 그러나 2차항 계수들은 시간  $t$ 에서의 시간 미분값( $\partial\phi/\partial t$ ,  $\partial^2\phi/\partial t \partial n$ )을 알아야 한다. 이 값들을 얻기 위하여 앞에서와 같이 경계면을 따라 초기조건( $\partial\phi/\partial t$  또는  $\partial^2\phi/\partial t \partial n$ )을 주고 이산화식 (11)을 한 번 더 풀어 미지함수( $\partial\phi/\partial t$ ,  $\partial^2\phi/\partial t \partial n$ )들을 구한다.

### 3. 계산결과 및 고찰

수치계산모델로 길이 35 m, 수심 0.5 m를 갖는 수치파 동수조에 두께 1 cm, 길이  $B$ 를 갖는 수평판을 조파기로부터 15 m 위치에 고정하였다. 수조 좌측 경계면에 피스톤 타입의 수치 조파판(wavemaker)을 설치하여 파고  $H$ 와 파장  $L$ 을 갖는 파를 발생하였다. 수조 우측 경계면에 Clément(1996)가 소개한 파 흡수경계를 두어 파가 자유롭게 빠져나가도록 하였고 그 앞에 길이  $4L$ 를 갖는 감쇠영역을 설치하여 반사파가 최소가 되게 하였다. 조파기로부터 10.2 m 떨어진 거리로부터 0.4 m의 간격을 갖는 3개의 수치파고계를 두어 획득한 시계열 데이터를 최소 자승법(least square method)을 사용하여 입사파와 반사파로 분리하였다(Mansard and Funke, 1980). 또한 조파기로부터 23 m 떨어진 위치에 별도의 파고계를 설치하여 이로부터 얻은 시계열 데이터를 조화 분석하여 조화함수별로 투과율을 구하였다(Fig. 2참조).

계산에 앞서 비선형 포텐셜이론에 근거한 BEM의 수치

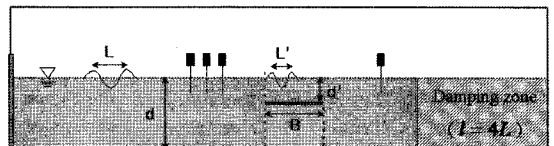


Fig. 2. Definition sketch of numerical wave tank.

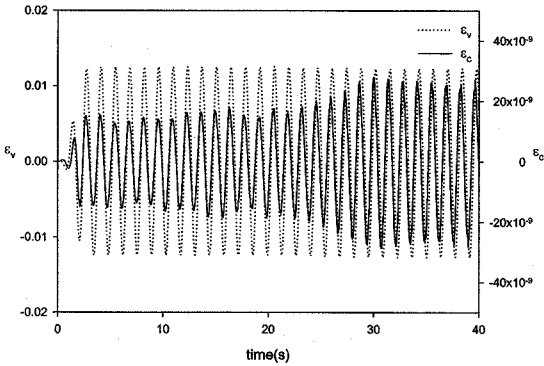


Fig. 3. Check of accuracy by the volume change error ( $\epsilon_v$ ) and continuity error ( $\epsilon_c$ ) during computations for  $d/L = 0.2$ ,  $B/L = 0.5$  and  $d'/d = 0.5$ .

계산 신뢰성을 검증하기 위하여 다음 식 (15)와 (16)을 이용하여 수조내의 체적변화율( $\epsilon_v$ )과 질량보존율( $\epsilon_c$ )을 구하여, 그 결과를 Fig. 3에 나타내었다.

$$\epsilon_v = [ \int_{\Gamma} z dx - V_o ] / V_o \quad (15)$$

$$\epsilon_c = [ \int_{\Gamma} \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma ] \Delta t / V_o \quad (16)$$

여기서  $V_o$ 는 유체영역의 초기체적을 나타낸다. 시간에 따라 체적변화율은  $\pm 1\%$  내외의 오차를 보이며, 질량보존율은  $\pm 20 \times 10^{-7}\%$  내외의 오차를 나타내어, 이로부터 BEM을 이용한 수치계산 결과를 신뢰할 수 있었다.

먼저 수평판의 길이와 잠긴 깊이 변화에 따른 반사율과 투과율을 해석하였다. Fig. 4는 쇄파가 발생하지 않는 조건

인 수심과 파장의 비율( $d/L$ )이 0.2, 수평판의 잠긴 깊이와 수심의 비율( $d'/d$ )이 0.3, 그리고 파경사( $H/L$ )가 0.012일 때 수평판 상부에 형성된 파의 파장으로 무차원화시킨 수평판의 길이( $B/L$ )에 따른 반사율( $C_r$ )과 투과율( $C_t$ )을 나타낸 그림이다. 그림에서 실선과 점선은 각각 선형 포텐셜이론에 기반을 두고 주파수영역에서 해석한 반사율과 투과율으로 수치해석 방법은 일정요소(constant element) 경계요소를 사용하였다. 그림에서 보듯이 C-S와 Patarapanich and Cheong(1989)의 모형실험 결과는 잘 일치하는 반면, 선형이론의 결과는 고차 조화항으로 에너지 전이현상과 점성효과에 의한 에너지 감쇠를 고려하지 못하여 상대적으로 가장 큰 값을 보이고 있다. 수평판 양 끝단에서의 박리와 와류의 영향을 포함하고 있지 않지만 고차 조화항으로의 에너지 전이를 고려한 BEM의 결과는 반사율에서는 선형이론과 잘 일치하지만 고차 조화항들이 주로 발생하는 투과율에서는 선형이론의 결과와 다소 차이를 보이고 있다. 즉, 수평판의 길이가 짧은 경우는 고차 조화항으로의 에너지 전이현상이 약하여 BEM의 결과는 선형이론의 결과와 큰 차이를 보이지 않다가 수평판의 길이가 길어짐에 따라 에너지 전이현상이 크게 일어나 C-S의 결과와 일치함을 보이고 있다. 이러한 결과를 좀더 명확하게 밝히기 위하여 투과파를 조화분석한 후 주파수별로 투과율을 계산하여 Fig. 5에 나타내었다. 여기서 실선은 BEM의 결과이며 점선은 C-S의 결과이다. 동그라미(●)로 표시된 1차 조화항에서는 BEM이 수평판에서의 마찰과 수평판 양단에서의 박리나 와류와 같은 점성의 영향을 고려하지 못하므로 C-S의 결과에 비하여 조금 큰 값을 나타내고 있다. 사각형(■)으로 표시

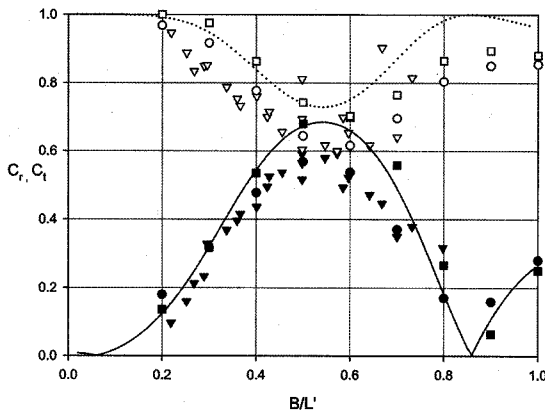


Fig. 4. Comparison of reflection(model test:  $\nabla$ , linear potential: —, C-S:  $\bullet$ , BEM:  $\blacksquare$ ) and transmission coefficients (model test:  $\triangle$ , linear potential:  $\cdots$ , C-S:  $\circ$ , BEM:  $\square$ ) for  $d/L = 0.2$ ,  $d'/d = 0.3$  and  $H/L = 0.012$ .

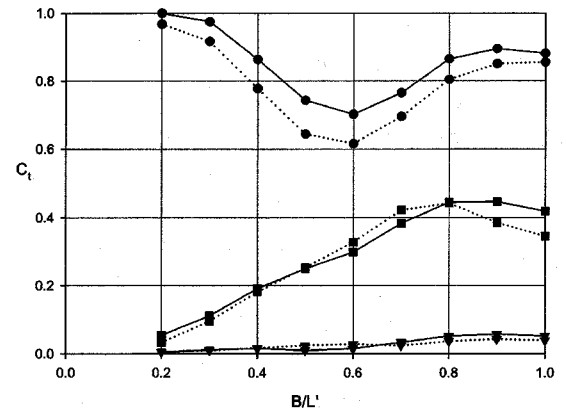
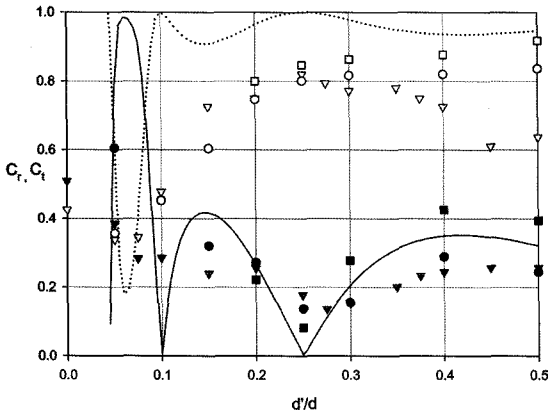
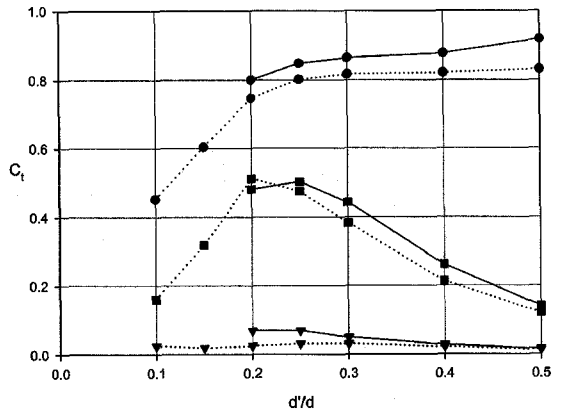


Fig. 5. Comparison of higher harmonic transmission coefficients (1st:  $\bullet$ , 2nd:  $\blacksquare$ , 3rd:  $\blacktriangledown$ ) between BEM(—) and C-S( $\cdots$ ) for  $d/L = 0.2$ ,  $d'/d = 0.3$  and  $H/L = 0.012$ .



**Fig. 6.** Comparison of reflection(model test:  $\nabla$ , linear potential:  $-$ , C-S:  $\bullet$ , BEM:  $\blacksquare$ ) and transmission coefficients (model test:  $\nabla$ , linear potential:  $\cdots$ , C-S:  $\circ$ , BEM:  $\square$ ) for  $d/L=0.2$ ,  $B/L=0.5$  and  $H/L=0.012$ .



**Fig. 7.** Comparison of higher harmonic transmission coefficients (1st:  $\bullet$ , 2nd:  $\blacksquare$ , 3rd:  $\blacktriangledown$ ) between BEM( $-$ ) and C-S( $\cdots$ ) for  $d/L=0.2$ ,  $B/L=0.5$  and  $H/L=0.012$ .

된 2차 조화항에서는 수평판의 길이가 길어짐에 따라 그 값이 증가하고 있다. 이것이 Fig. 4의 투과율에서  $B/L$ 가 큰 영역의 BEM과 C-S의 결과가 선형이론의 결과와 차이를 보이는 이유이다. 또한 BEM과 C-S의 2차, 3차 조화항의 값 차이는 크지 않다. 이로부터 수평판 양단에서의 박리와 와류에 의하여 발생하는 고차 조화항의 영향은 거의 무시할 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 6은 수심과 파장의 비율( $d/L$ )이 0.2, 수평판의 길이와 파장의 비율( $B/L$ )이 0.5, 그리고 파형경사( $H/L$ )가 0.012 일 때 수평판의 잠긴 깊이 변화에 따른 반사율과 투과율을 나타낸 그래프이다. 그림에서  $d/d$ 가 0.2보다 작은 영역은 Patarapanich and Cheong(1989)이 실시한 모형실험에서 확인된 수평판 위 수면에서의 쇄파가 발생한 영역으로서 BEM의 결과값을 신뢰할 수가 없어 그림에서 제외시켰다. C-S와 수리모형실험 결과는 정성적으로 잘 일치하였고 선형이론의 결과는 예상대로 그보다 큰 값을 보이고 있다. BEM의 결과는 반사율에서는 선형이론의 결과보다 다소 큰 값을 보이지만 정성적으로는 일치함을 보여주고 있다. 투과율에서는 Fig. 4와 유사하게 잠긴 깊이가 깊을 때는 비선형현상이 약하여 선형이론의 결과와 일치하다가 잠긴 깊이가 얇아질수록 고차 조화항으로의 에너지 전이가 일어나 선형이론의 결과와 큰 차이를 보이면서 C-S의 결과값으로 접근하는 것을 볼 수 있다. 이상의 계산결과를 좀더 명확히 하기 위하여 Fig. 5에서와 같이 투과파를 조화분석하여 조화항별로 분류한 투과율을 비교한 그림이 Fig. 7이다. BEM과 C-S의 결과 모두 2차 조화항은 잠긴 깊이가 얇아

질수록 증가함을 보이다가  $d/d < 0.2$ 인 쇄파영역에서는 쇄파에 의한 에너지 감쇠가 크게 일어나 1차 및 2차 조화항의 투과율이 급격히 떨어짐을 C-S결과를 통하여 알 수 있다.  $0.2 \leq d/d \leq 0.5$ 범위내에서 BEM의 결과가 C-S의 결과에 비하여 1,2,3차 조화항의 값이 다소 크게 나타남을 볼 수 있다. 이러한 차이는 수평판 양단에서의 박리와 와류에 의한 에너지 감쇠와 이로부터 발생하는 고차 조화항의 영향이라 사료된다.

Fig. 8은  $d/L=0.2$ ,  $B/L=0.4$ , 그리고  $d/d=0.4$ 일 경우에 수평판의 좌측(반사영역)과 우측(투과영역)에 놓인 파고계로부터 측정된 수위변동 시계열 그래프이다. BEM과 C-S의 수위변화는 투과영역에서 파정파 파저에서의 C-S의 결과가 BEM에 비하여 다소 완화된 것을 제외하곤 서로 잘 일치함을 나타내고 있다. 그러나 Fig. 9와 같이 무차원화된 잠긴 깊이( $d/d$ )가 0.2로 낮아지면 두 결과의 차이가 나타나는 것을 볼 수 있다. 특히 수평판을 통과한 투과영역에서 잠긴 깊이가 얇을수록 고차 조화항이 더 많이 발생하는 것을 명확히 볼 수 있다.

Fig. 10과 11은  $d/L=0.2$ ,  $B/L=0.5$ 일 때  $t=35$  sec에서의 수면변위와 수평판 주변에 설치된 여러개의 파고계로부터 얻은 시계열 데이터를 조화분석하여 1~3차 조화항의 파고를 입사파의 파고로 나눈 진폭비를 보여주고 있다.  $d/d=0.4$ 인 Fig. 10에서는 잠긴 깊이가 상대적으로 깊어 비선형 현상에 의한 고차 조화항의 발생이 크지 않아 투과영역에서 파형의 왜곡이 적게 나타나지만, Fig. 11에서 보듯이  $d/d=0.2$ 로 낮추면 투과영역의 고차 조화항들중에서 특히 2차 조화항이 크게 발생하여 2차 조화항에 의한 파형의 왜

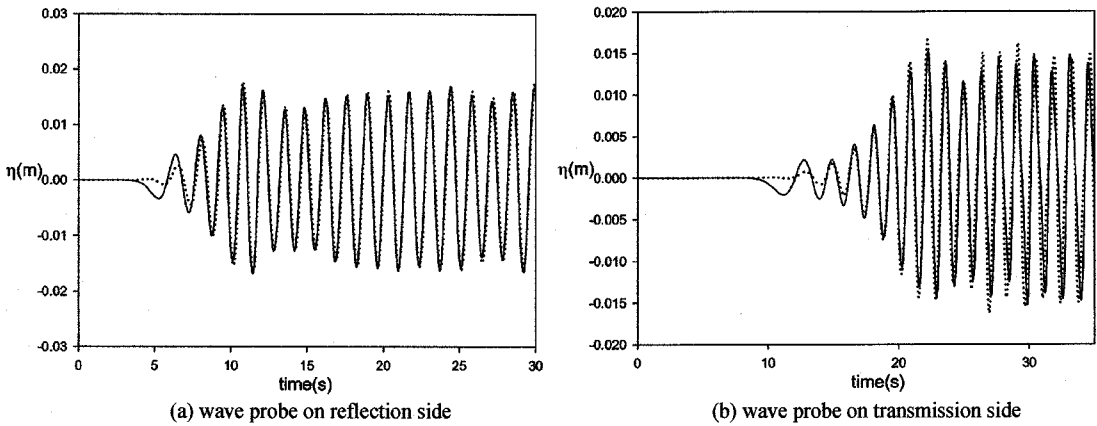


Fig. 8. Wave signal (BEM: ···, C-S: —) measured at reflection side (10.2 m) and transmission side (23 m) for  $d/L = 0.2$ ,  $B/L = 0.5$ , and  $d'/d = 0.4$ .

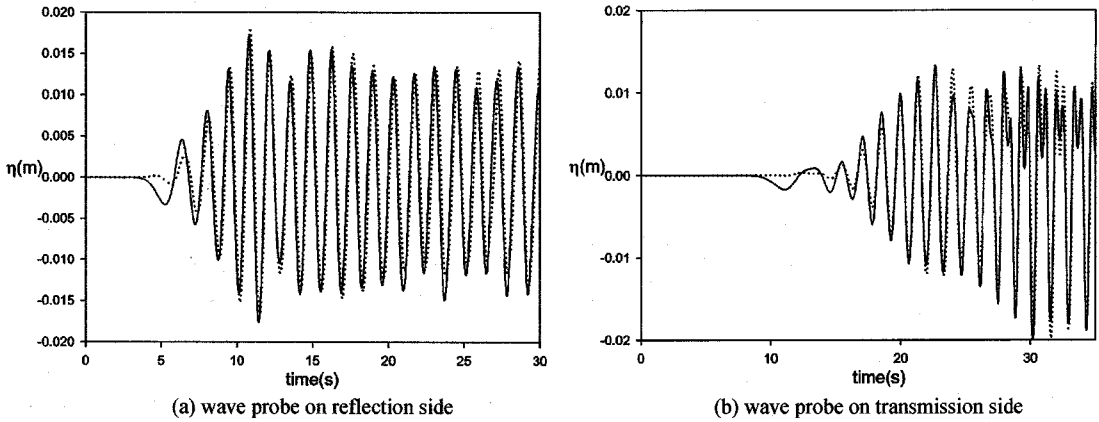


Fig. 9. Wave signal (BEM: ···, C-S: —) measured at reflection side (10.2 m) and transmission side (23 m) for  $d/L = 0.2$ ,  $B/L = 0.5$ , and  $d'/d = 0.2$ .

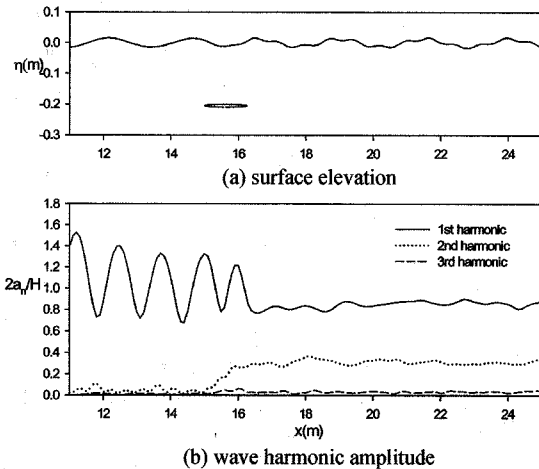


Fig. 10. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at  $t = 35$  sec for  $d/L = 0.2$ ,  $B/L = 0.5$ , and  $d'/d = 0.4$ .

폭이 크게 나타남을 볼 수 있다. 잠긴 깊이가 깊은 Fig. 10에서 2차 조화항의 진폭비는 0.3미만으로 1차 조화항에 비하여 작지만 잠긴 깊이가 얇은 Fig. 11에서는 수평판을 통과하면서 2차 조화항이 급격히 증가하여 1차 조화항과 거의 비슷한 진폭비를 보이고 있다. 두 경우 모두 반사영역에서의 고차 조화항의 값은 크지 않다.

### 5. 결 론

비선형 포텐셜이론에 기초한 BEM과 점성효과를 고려한 CADMAS-SURF를 사용하여 수평판에 의한 반사율과 투과율을 Patarapanich and Cheong(1989)의 수리모형 실험 결과와 비교하였다. 또한 파랑과 수평판의 비선형 상호작용으로 수평판 상부에서 발생하는 고차 조화항들과 수평판의 잠긴 깊이 및 길이와의 관계를 살펴보았다. 이로부터 다음

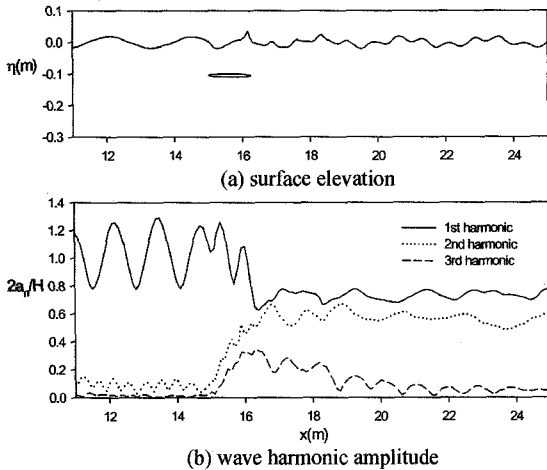


Fig. 11. Surface elevation (a) and first three normalized wave harmonic amplitudes (b) at  $t = 35$  sec for  $d/L = 0.2$ ,  $B/L = 0.5$ , and  $d/d = 0.2$ .

과 같은 결론을 내릴 수 있다.

1) BEM과 C-S를 사용하여 얻은 반사율과 투과율은 Patarapanich and Cheong(1989)의 수리모형 실험결과와 정성적으로 잘 일치하였으며 점성효과를 고려한 C-S의 결과가 모형실험 결과와 좀더 가까운 결과를 주었다.

2) 수평판의 설치로 생긴 천수역에서 비선형 상호작용으로 고차 조화항들이 발생하여 투과영역으로 전파됨을 확인하였다. 수평판의 길이가 길수록 잠긴 깊이가 얕을수록 2차 조화항으로의 에너지 전이현상이 크게 발생하였다.

3) 수평판 양단에서 유기되는 박리와 와류에 의하여 발생하는 고차 조화항의 발생양은 천수역에서 비선형 현상으로 발생하는 양에 비하여 작음을 확인하였다.

4) 잠긴 깊이가 얕아져 수평판 위에서 쇄파가 발생하는 영역에서는 쇄파에 의한 에너지 감쇠가 크게 일어나 1차 및 2차 조화항의 투과율이 급격히 작아진다.

## 후 기

이 논문은 2005년도 제주대학교 발전기금 청봉 학술연구비 지원에 의해서 연구되었음을 밝히며, 연구비 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌

- 고혁준, 조일형 (2007). 수치파동수조를 이용한 수평판에 의한 비선형 산란파의 해석. 한국해양과학기술협의회 공동 학술대회 발표논문집, 2078-2081.
- 수치파동수로 연구회 (2003). 수치파동수로의 연구 및 개발 (CADMAS-SURF).
- Brossard, J. and Chagdali, M. (2001). Experimental investigation of the harmonic generation by waves over a submerged plate. *Coastal Eng.*, 42, 277-290.
- Clément, A. (1996). Coupling of two absorbing boundary conditions for 2D time-domain simulations of free surface gravity waves. *J. of Comp. phys.*, 126, 139-151.
- Dattatri, J., Shankar, N.J. and Raman, H. (1977). Laboratory investigations of submerged platform breakwaters. *Proc. 17th Congr. IARH, Baden Baden, W. Germany*, 4, 89-96
- Dick, T.M. and Brebner, A. (1968). Solid and permeable submerged breakwaters. *Proc. 11th Coastal Eng. Conference, London, II*, 1141-1158.
- Grilli, S.T. and Subramanya, R. (1996). Numerical modeling of wave breaking induced by fixed or moving boundaries. *Comput. Mech.*, 17, 384-391.
- Hirt, C.W. and Nichols, B.F. (1981). Volume of Fluid(VOF) method for dynamics of free boundaries. *J. of Computational Physics.*, 39, 201-225.
- Huang, C.J. and Dong, C.M. (1999). Wave deformation and vortex generation in water waves propagating over a submerged dike. *Coastal Eng.*, 37, 123-148.
- Ijima, H., Ozaki, h., Eguchi, Y. and Kobayashi, A. (1970). Breakwater and quay wall by horizontal plates. *Proc. 12th Conf. Coastal Eng., ASCE*, 3, 1537-1556.
- Liu, P. L.-F. and Iskandarani, M. (1991). Scattering of Short-Wave groups by submerged horizontal plate. *J. Waterway Port Coastal Ocean Eng.*, ASCE, 117, 235-246.
- Losada, I.J., Patterson, M.D. and Losada, M.A. (1997). Harmonic generation past a submerged porous step. *Coastal Eng.*, 31, 281-304.
- Patarapanich, M. and Cheong, H.F. (1989). Reflection and transmission characteristics of regular and random waves from a submerge horizontal plate. *Coastal Eng.*, 13, 161-182.
- Siew, P.F. and Hurley, D.G. (1977). Long surface waves incident on a submerged horizontal plate. *J. of Fluid Mech.*, 83(1), 141-151.

Received July 12, 2007

Accepted October 4, 2007