

Boussinesq방정식을 이용한 규칙파의 연파해석 Stem Wave Analysis of Regular Waves using a Boussinesq Equation

이종인* · 김영택* · 윤성범**

Jong In Lee*, Young Taek Kim* and Sung Bum Yoon**

요 지 : 본 연구에서는 Lynett and Liu(2004a, b)에 의해 유도된 2층 Boussinesq방정식을 이용하여 일정수심상의 규칙파 조건에서 직립벽을 따른 연파를 해석하고, 수리모형실험결과 및 포물형근사식에 의한 해석결과와 비교하였다. 두 가지 수치모형에 의한 해석결과는 수리실험결과와 비교적 잘 일치하였으나, 입사각이 증가할수록 Boussinesq 모형이 포물형모형보다 우수한 결과를 주는 것으로 나타났다. 특히 파랑의 비선형성에 의한 고차 조화성분의 발생은 Boussinesq모형에서만 관찰되었다.

핵심용어 : 연파, 규칙파, 2층 Boussinesq방정식, 고차 조화성분, 비선형성

Abstract : Numerical analyses of stem waves, the interaction between incident and reflected waves of obliquely incident regular waves along a vertical wall in a constant water depth, are presented. For the numerical model of the analysis, the two-layer Boussinesq equations developed by Lynett and Liu(2004a,b) are employed. Numerical results are compared with both laboratory measurements and those obtained using parabolic approximation model. The overall comparisons between the results from the two numerical models and the experiments are good. However, the two-layer Boussinesq model is more accurate than the parabolic approximation model as the angle of incident waves increases. In particular, the higher harmonic generation due to the wave nonlinearity is captured only in the Boussinesq model.

Keywords : stem waves, regular waves, two-layer Boussinesq equations, higher harmonics, nonlinearity of waves

1. 서 론

선박의 대형화 등으로 인해 적정 수심을 확보하기 위해 대수심역에 항만구조물을 건설하는 사례가 증가하고 있으며, 이러한 대수심역에는 건설비의 경감 등을 위해 직립식 구조물의 건설이 선호되고 있다. 직립방파제 또는 직립안벽 등과 같은 구조물에 파랑이 일정 각도 이하로 경사지게 입사하게 되면 구조물을 따라 진행되는 연파가 발생하게 된다. 따라서 구조물 전면의 파랑분포 해석 및 구조물의 적정 마루높이 등의 산정을 위해서는 연파의 특성을 파악할 필요가 있다. 연파특성에 대한 연구는 여러 연구자들에 의해 수치 및 수리모형실험을 통해 이루어져 왔으며, 규칙파, 고립파(solitary wave), 크노이드파(cnoidal

wave) 및 불규칙파를 대상으로 파랑이 구조물을 따라 진행하면서 파고가 증폭되는 현상에 초점을 맞추어 연구되어 왔다.

이종인과 윤성범(2006)은 일정수심상에서 직립구조물에 의한 연파에 대해 규칙파를 대상으로 수리모형실험을 실시하고, 포물형근사식을 이용한 수치해석결과와 비교 검토하였다. 사용된 수치모형은 선형 포물형방정식에 선형 분산관계식을 적용한 모형, 선형 포물형방정식에 비선형 분산관계식을 적용한 모형 및 비선형 포물형방정식에 선형 분산관계식을 적용한 모형이었으며, 해석결과에 의하면 선형 포물형근사식에 비선형 분산관계식을 적용한 모형이 수리모형실험결과와 가장 잘 부합되는 것으로 나타났다. 이종인과 윤성범(2006)은 수리실험 및 수치해석을

*한국건설기술연구원 하천해양연구실(River and Coast Research Division, Korea Institute of Construction Technology, Ilsan, Korea)

**한양대학교 공학대학 토목환경공학과(Corresponding author: Sung Bum Yoon, Department of Civil and Environmental Engineering, Hanyang University, Ansan, Kyunggi 426-791, Korea, sbyoon@hanyang.ac.kr)

통해 기존 연구와 같이 직립구조물을 따른 파고 증폭현상뿐만 아니라 구조물 직각방향의 연파의 폭에 대해서도 파랑의 입사각 및 비선형성에 따른 변화를 검토하였다.

본 연구에서는 이중인과 운성범(2006)이 수행한 동일한 실험조건에 대해 고차 Boussinesq방정식을 이용하여 수치 해석을 수행하고, 수리모형실험결과 및 포물형근사식에 의한 수치해석결과와 비교하여 고차 Boussinesq방정식의 적용성을 검토하였다. 파랑의 입사조건으로 입사각이 작은 경우와 큰 경우에 대해 수치해석을 수행하여 입사각의 변화에 따른 수치모형간의 해석정도를 수리실험결과와 비교하여 분석하였다. 그리고 고차 Boussinesq방정식의 수치모형을 이용하여 파랑의 비선형성에 따른 연파의 특성변화를 검토하였다. 본 연구에 사용된 고차 Boussinesq방정식은 Lynett and Liu(2004a,b)에 의해 유도된 다층(N층) Boussinesq방정식으로서 본 연구에서는 N=2인 2층 Boussinesq방정식을 사용하였다.

2. 지배방정식

Lynett and Liu(2004a,b)는 연직방향 유속장에 고차 다항식근사를 적용하는 대신 연직방향의 수피를 N개의 층으로 분할한 후, 각각의 층에 2차 다항식근사를 적용하고, 각각의 층을 접합시키는 방법을 이용하여 다층(N층) Boussinesq방정식을 유도하였다. 기존의 확장형 Boussinesq방정식은 고차 다항식의 적용으로 인해 고차 공간미분항이 존재하지만, 다층 Boussinesq방정식의 경우에는 이러한 고차 공간미분항이 존재하지 않는다. Hsiao 등(2005)은 이러한 다층 Boussinesq방정식으로 일정수심상의 심해역조건에서 파랑의 전파변형을 모의하여 수리모형실험결과와 비교하였으며, $ka = 0.0627 \sim 0.1577$ 까지 수리실험결과와 잘 일치함을 보였다. 다층모형에서 N=1인 경우는 일반적인 강비선형 Boussinesq방정식과 동일하며, 본 연구에서는 규칙파를 대상으로 한 연파의 해석을 위해 N=2인 경우, 즉 2층(two-layer) Boussinesq방정식을 이용하여 수치해석을 수행하였다. 2층 Boussinesq방정식의 경우에 선형분산특성은 $kh \approx 8$, 비선형분산특성은 $kh \approx 6$ 까지 정확한 것으로 보고되었다(Lynett and Liu, 2004a,b). 전술한 바와 같이 본 연구에서는 2층 Boussinesq방정식을 이용하였으며, 이에 대한 자세한 유도과정은 Lynett and Liu(2004a,b)에 기술되어 있으므로 본 논문에서는 2층 Boussinesq모형의 지배방정식에 대해 간략히 기술하고자 한다. 본 연구에서 사용한 2층 Boussinesq모형은 연속방정식 (1), 운동방정

식 (2) 및 접합방정식 (3)으로 구성되며, 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot [(\zeta - \eta)u_1 + (\eta + h)u_2] \\ & - \nabla \cdot \left\{ \left[\frac{\eta^3 + h^3}{6} - \frac{(\eta + h)k_2^2}{2} \right] \nabla S_2 + \left[\frac{\eta^3 - h^3}{2} - (\eta + h)k_2 \right] \nabla T_2 \right\} \\ & - \nabla \cdot \left\{ \left[\frac{\zeta^3 - \eta^3}{6} - \frac{(\zeta - \eta)k_1^2}{2} \right] \nabla S_1 + \left[\frac{\zeta^2 - \eta^2}{6} - (\zeta - \eta)k_1 \right] \nabla T_1 \right\} \\ & = 0 \\ & \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (u_1 \cdot u_1) + g \nabla \zeta \\ & + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{k_1^2}{2} \nabla S_1 + k_1 \nabla T_1 - \nabla \left(\frac{\zeta^2}{2} S_1 \right) - \nabla (\zeta T_1) \right\} \\ & + \nabla \cdot \left\{ \frac{\partial \zeta}{\partial t} (T_1 + \zeta S_1) + (k_1 - \zeta) (u_1 \cdot \nabla) T_1 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} (k_1^2 - \zeta^2) (u_1 \cdot \nabla) S_1 + \frac{1}{2} [(T_1 + \zeta S_1)^2] \right\} - R_b - R_f = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & u_2 + \frac{k_2^2 - \eta^2}{2} \nabla S_2 + (k_2 - \eta) \nabla T_2 \\ & = u_1 + \frac{k_2^2 - \eta^2}{2} \nabla S_2 + (k_1 - \eta) \nabla T_1 \end{aligned} \quad (3)$$

연속방정식 (1)은 ζ , 운동방정식 (2)는 u_1 을 산정하는데 이용되고, u_2 는 접합방정식 (3)으로부터 계산하게 되며, 식 (1)~식 (3)에서 S_1 , S_2 , T_1 및 T_2 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_2 &= \nabla \cdot u_2, \quad T_2 = \nabla \cdot (hu_2) \\ S_1 &= \nabla \cdot u_1, \quad T_1 = \eta(S_2 - S_1) + T_2 \end{aligned} \quad (4)$$

식 (1)~식 (4)에서 ζ 는 자유수면변위, u_1 과 u_2 는 각각 $z = k_1(x, y, t)$ 와 $z = k_2(x, y, t)$ 에서 정의되는 x 및 y 방향의 수평유속, η 는 정수면으로부터 층(layer)간 경계까지의 거리, g 는 중력가속도이고, $\nabla^2 = (\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)$ 이다. 그리고 식 (2)에서 R_b 와 R_f 는 각각 쇄파 및 바닥마찰에 의한 에너지감쇠를 나타내는 항이며, 본 연구에서 적용하는 대상파랑은 해석 및 실험조건내에서 쇄파가 발생하지 않기 때문에 $R_b=0$ 다. 2층 Boussinesq방정식에서 $k_1(= -0.127h)$ 은 u_1 , $k_2(= -0.618h)$ 는 u_2 가 정의되는 수심이며, $\eta = -0.266h$ 이다. 식 (1)~식 (3)에 $k_1 = -0.531h$ 와 $\eta = k_2 = -h$ 를 대입하면 Liu(1994) 및 Wei 등(1995)이 유도한 강비선형(highly nonlinear) Boussinesq방정식이 된다.

3. 수치해석

3.1 수치기법

본 연구에서 사용한 2층 Boussinesq방정식의 수치모형은 Lynett and Liu(2004a)에 기술된 것과 동일하다. 2층 Boussinesq모형의 기본구성은 Wei and Kirby(1995), Wei 등 (1995) 및 Kirby 등(1998)의 수치기법에 기초하여 수립되었으며, 수렴성검토 등과 같은 자세한 사항은 Wei 등 (1995) 및 Lynett and Liu (2004a)를 참조할 수 있다.

수치모형에 대한 자세한 사항은 Lynett(2002)에 기술되어 있으므로 본 논문에서는 2층 Boussinesq모형의 기본구성에 대해 간략히 기술하고자 한다. 연속방정식 (1)과 운동방정식 (2)에서 시간미분항은 4차 Adams-Bashforth-Moulton기법이 적용되었다. 즉, 예측자단계(predictor step)에서는 양해법의 3차 Adams-Bashforth기법, 수정자단계(corrector step)에서는 음해법의 4차 Adams-Moulton기법이 적용되었다. 그리고 공간미분항의 경우에 1차 공간미분항(1st order spatial derivative)은 4차 정확도의 유한차분이 적용되었고, 2차 공간미분항은 2차 정확도의 중앙차분이 이용되었다. 그리고 수치모형구성의 편의를 위해 운동방정식 (2)에서 유속에 대한 시간미분항만을 별도로 취합하여 정리하면 다음과 같다.

$$U = u_1 + \left[\frac{k_1^2 - 2k_1\eta - \zeta^2 + 2\zeta\eta}{2} (u_1)_{xx} \right. \\ \left. (\eta\zeta_x + \zeta\eta_x - k_1\eta_x - \zeta\zeta_x)(u_1)_x \right] \quad (5)$$

$$V = v_1 + \left[\frac{k_1^2 - 2k_1\eta - \zeta^2 + 2\zeta\eta}{2} (v_1)_{yy} \right. \\ \left. (\eta\zeta_x + \zeta\eta_x - k_1\eta_x - \zeta\zeta_x)(v_1)_y \right] \quad (6)$$

여기서, 하첨자는 편미분을 의미한다.

예측자단계에서 양해법의 3차 Adams-Bashforth기법을 적용한 수표면변위와 수평유속의 계산식은 식 (7)~식 (9)와 같다.

$$\zeta_{i,j}^{n+1} = \zeta_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} (23E_{i,j}^n - 16E_{i,j}^{n-1} + 5E_{i,j}^{n-2}) \quad (7)$$

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} (23E_{i,j}^n - 16E_{i,j}^{n-1} + 5E_{i,j}^{n-2})$$

$$+ 2(F_1)_{i,j}^n - 3(F_1)_{i,j}^{n-1} + (F_1)_{i,j}^{n-2} \quad (8)$$

$$V_{i,j}^{n+1} = V_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} (23G_{i,j}^n - 16G_{i,j}^{n-1} + 5G_{i,j}^{n-2}) \\ + 2(G_1)_{i,j}^n - 3(G_1)_{i,j}^{n-1} + (G_1)_{i,j}^{n-2} \quad (9)$$

여기서, E, F, F₁, G 및 G₁은 각각 다음과 같다.

$$E = -[(\zeta - \eta)u_1 + (\eta + h)u_2] - [(\zeta - \eta)v_1 + (\eta + h)v_2] \\ + \left\{ \left[\frac{\zeta^3 - \eta^3}{6} - \frac{(\zeta - \eta)k_1^2}{2} \right] (S_1)_x + \left[\frac{\zeta^2 - \eta^2}{2} - (\zeta - \eta)k_1 \right] (T_1)_x \right\}_x \\ + \left\{ \left[\frac{\eta^3 - h^3}{6} - \frac{(\eta + h)k_2^2}{2} \right] (S_2)_x + \left[\frac{\eta^2 - h^2}{2} - (\eta + h)k_2 \right] (T_2)_x \right\}_x \\ + \left\{ \left[\frac{\zeta^3 - \eta^3}{6} - \frac{(\zeta - \eta)k_1^2}{2} \right] (S_1)_y + \left[\frac{\zeta^2 - \eta^2}{2} - (\zeta - \eta)k_1 \right] (T_1)_y \right\}_y \\ + \left\{ \left[\frac{\eta^3 + h^3}{6} - \frac{(\eta + h)k_2^2}{2} \right] (S_2)_y + \left[\frac{\eta^2 - h^2}{2} - (\eta + h)k_2 \right] (T_2)_y \right\}_y \quad (10)$$

$$F = -\frac{1}{2} [(u_1)_x + (v_1)_x] - g\zeta_x - [E(\zeta S_1 + T_1)]_x \\ - \left\{ \frac{1}{2} (k_1^2 - \zeta^2) [u_1(S_1)_x + v_1(S_1)_y] \right\}_x \\ - \{ (k_1 - \zeta) [u_1(T_1)_x + v_1(T_1)_y] \}_x - \frac{1}{2} [(T_1 + \zeta S_1)^2]_x \quad (11)$$

$$F_1 = -(k_1 - \zeta) \{ \eta [S_2 - (v_1)_y] + T_2 \}_x \\ - \frac{k_1^2 - \zeta^2}{2} (v_1)_{xy} + \zeta\zeta_x(v_1)_y + \zeta_x \{ \eta [S_2 - (v_1)_y] + T_2 \} \quad (12)$$

$$G = -\frac{1}{2} [(u_1)_y + (v_1)_y] - g\zeta_y - [E(\zeta S_1 + T_1)]_y \\ - \left\{ \frac{1}{2} (k_1^2 - \zeta^2) [u_1(S_1)_x + v_1(S_1)_y] \right\}_y \\ - \{ (k_1 - \zeta) [u_1(T_1)_x + v_1(T_1)_y] \}_y - \frac{1}{2} [(T_1 + \zeta S_1)^2]_y \quad (13)$$

$$G_1 = -(k_1 - \zeta) \{ \eta [S_2 - (u_1)_x] + T_2 \}_y \\ - \frac{k_1^2 - \zeta^2}{2} (u_1)_{xy} + \zeta\zeta_y(u_1)_x + \zeta_y \{ \eta [S_2 - (u_1)_x] + T_2 \} \quad (14)$$

그리고 식 (10)~식 (14)에서 S₁, S₂, T₁ 및 T₂는 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} S_1 &= (u_1)_x + (v_1)_y, \quad T_1 = \eta(S_2 - S_1) + T_2 \\ S_2 &= (u_2)_x + (v_2)_y, \quad T_2 = (hu_2)_x + (hv_2)_y \end{aligned} \quad (15)$$

수정자단계에서 음해법의 4차 Adams-Moulton기법을 적용한 계산식은 식 (16)~식 (18)과 같다.

$$\zeta_{i,j}^{n+1} = \zeta_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24}(9E_{i,j}^{n+1} + 19E_{i,j}^n - 5E_{i,j}^{n-1} + E_{i,j}^{n-2}) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} U_{i,j}^{n+1} &= U_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24}(9E_{i,j}^{n+1} + 19E_{i,j}^n - 5E_{i,j}^{n-1} + E_{i,j}^{n-2}) \\ &\quad + (F_1)_{i,j}^{n+1} - (F_1)_{i,j}^n \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} V_{i,j}^{n+1} &= V_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24}(9G_{i,j}^{n+1} + 19G_{i,j}^n - 5G_{i,j}^{n-1} + G_{i,j}^{n-2}) \\ &\quad + (G_1)_{i,j}^{n+1} - (G_1)_{i,j}^n \end{aligned} \quad (18)$$

2층 Boussinesq모형의 경우, 상부층에서 산정된 값을 이용하여 하층부의 수평유속 u_2 와 v_2 를 계산하게 되며, 각각 다음과 같은 식으로 산정된다.

$$\begin{aligned} &u_2 + \left\{ \frac{k_2^2 + \eta^2 - 2\eta k_1}{2} (u_2)_{xx} \right. \\ &\quad \left. + (k_2 - k_1)(hu_2)_{xx} + (\eta - k_1)\eta_x (u_2)_x \right\} \\ &= u_1 + \left\{ \frac{(k_1 - \eta)^2}{2} (S_1)_x + (k_1 - \eta)[\eta_x (v_2)_y - S_1] \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\eta k_1 - k_2^2 - \eta^2}{2} (v_2)_{xy} + (k_1 - k_2)(hv_2)_{xy} \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &u_2 + \left\{ \frac{k_2^2 + \eta^2 - 2\eta k_1}{2} (v_2)_{yy} \right. \\ &\quad \left. + (k_2 - k_1)(hv_2)_{yy} + (\eta - k_1)\eta_y (v_2)_y \right\} \\ &= v_1 + \left\{ \frac{(k_1 - \eta)^2}{2} (S_1)_y + (k_1 - \eta)[\eta_y (v_2)_x - S_1] \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\eta k_1 - k_2^2 - \eta^2}{2} (u_2)_{xy} + (k_1 - k_2)(hu_2)_{xy} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

3.2 바닥마찰, 영역내조파 및 개방경계조건

식 (2)에서 R_f 는 바닥마찰에 의한 에너지감쇠항이며, 바닥마찰에 의한 에너지감쇠는 다음 식으로 고려하였다.

$$R_f = \frac{f}{h + \zeta} \mathbf{u}_b | \mathbf{u}_b | \quad (21)$$

여기서, \mathbf{u}_b 는 해저면에서의 수평유속이고, f 는 바닥마찰

계수로서 Whitford and Thornton(1996) 및 Kobayashi 등(1997)에 의하면 일반적으로 $f = 0.001 \sim 0.01$ 의 값을 가진다. 또한 f 는 Chezy계수 C 와 다음과 같은 관계식을 가진다.

$$f = g/C^2$$

Lynett 등(2002)에 의하면 f 는 파의 초오름높이 해석 등에 크게 영향을 미치는 것으로 분석되었다. 그러나 본 연구에서는 수리모형실험이 매끈한 콘크리트 바닥면에서 수행되었기 때문에 수치해석시 일률적으로 $f = 0.001$ 을 적용하였다.

수치해석시 계산영역내에서 발생하는 반사파를 조파영역에서 재반사 시키지 않고 복잡하고 비선형적인 지배방정식을 가지는 수치모형에도 효율적이고 정도 높게 파랑을 재현할 수 있는 영역내 조파기법을 이용하여 입사파를 재현하였다. Boussinesq방정식을 이용한 기존 수치모형에서 영역내 조파기법은 크게 두가지 방법이 적용되어 왔다. 첫 번째는 연속방정식 또는 운동방정식에 질량 또는 에너지 생성항(source term)을 첨가하는 것으로서 생성항은 지배방정식의 일부가 된다. 이 방법을 본 지배방정식에 적용할 경우에는 층(layer)의 수가 증가할수록 생성항을 유도하는데 요구되는 수학적 해석이 복잡해지는 단점이 있다. 두 번째는 영역내에서 매 계산시간마다 계산되는 자유수면 ζ 에 추가질량 ζ^* 를 공간적으로 더해주는 기법으로서 이 방법은 지배방정식을 수정하지 않고 쉽게 적용할 수 있는 장점이 있으며, Lee 등(2001)은 교호격자(staggered grid)상에서 선조파(line source)개념, Wei 등(1999)은 유한한 폭을 가지는 면조파개념을 도입하였다. 면조파개념에서 영역내 조파의 조파폭은 1과장 정도가 적정한 것으로 추천되었으며, 본 수치모형에서는 Wei 등(1999)의 개념이 적용되었다. 또한 개방경계조건의 설정을 위해 Fig. 1과 같이 흡수층기법을 적용하였으며, 흡수층의 두께는 입사파 과장의 1.5배가 되도록 하였다. 그리고 수치해석시 입사파가 경사지게 입사할 때 회절파가 계속영역에 영향을 미치지 않도록 하기 위해 y 방향의 영역을 충분히 넓게 설정하였다. Fig. 1은 직립벽을 따른 연과특성을 분석하기 위해 설정된 수치해석영역을 나타낸 것이다.

3.3 수치해석 조건

본 연구에서는 Boussinesq방정식의 적용성을 검토하기 위해 규칙과 조건에서 직립벽을 따른 연과를 해석하여 수리모형실험결과와 비교하였으며, 수치해석에 적용된 입사

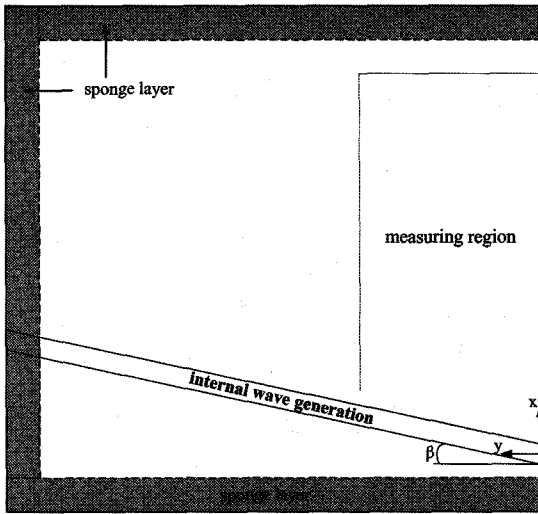


Fig. 1. Definition sketch of numerical test.

파 조건은 Table 1과 같다. Case 2는 Case 1과 상대진폭 ($\epsilon = A_0/h$)은 유사하지만 파형경사(ka_0)는 Case 1의 1/2에 해당하는 조건이고, Case 3은 Case 1에 비해 상대진폭은 약 2배이고 파형경사는 유사한 실험조건이다. Table 1에 A_0 는 입사파의 진폭이고, h 는 파수이다. 본 수치모형은 유한차분기법으로 수립되어 있기 때문에 입사각의 조절은 영역내 조파기법의 조파면 각도(β)를 변경시켜 수행하였으며(Fig. 1참조), 수치해석시 격자간격은 $\Delta x = \Delta y = \lambda/40$ 을 적용하였다. 수치해석시 격자간격은 충분한 정도로 작게 설정하여 해석하였지만, 전체 계산영역에서 제한적인 위치에서만 파고분석을 위한 자유수면변위를 출력하였다. 이는 Boussinesq모형의 특성상 전체 계산시간 동안의 자유수면변위를 저장하여야 하므로 많은 기억용량이 필요한 단점 때문이며, 본 해석에서는 전체 250 지점에서 자유수면변위를 매 계산시간간격마다 저장하여 파고분석에 활용하였다. 자유수면으로부터 파고는 영점상향교차법(zero-upcrossing method)을 이용하여 분석하였으며, 이는 수리모형실험시의 파고분석방법과 동일하다. 그리고 계산된 수면변위의 출력지점은 구조물을 따른 방향(x방향)은 조밀

하게, 구조물 직각방향(y방향)은 다소 성기게 설정하였다. 본 수치해석결과와의 비교 분석에 활용된 수리모형실험결과 및 실험조건 등은 이종인과 윤성범(2006)을 참조할 수 있다.

4. 결과분석

본 연구에서는 2층 Boussinesq모형을 이용하여 파랑의 입사각에 따른 연파특성을 해석하고, 그 결과를 포물형근사식의 해석결과 및 수리모형실험결과와 비교하였다. 포물형근사식에 의한 해석결과는 이종인과 윤성범(2006)의 결과에서 나타난 것과 같이 수리실험결과와 가장 잘 부합하는 선형 지배방정식에 비선형 분산관계식을 적용한 모형(L-N type)의 결과이다.

Fig. 2와 Fig. 3은 CASE 1 조건에서 체체 전면을 따른 방향(x방향)과 체체 직각방향(y방향)의 상대파고(H/H_0)를 입사각별로 각각 도기한 것이다. 체체 전면을 따른 파고분포를 도기한 Fig. 2를 살펴보면 $\beta = 10^\circ$ 인 경우는 상대파고가 완만하게 증가하는 반면, $\beta = 40^\circ$ 인 경우는 2파장 이내의 전파거리에서 상대파고가 2 이상 되었다가 $H/H_0 \approx 2$ 근방에서 주기적으로 크게 진동함을 알 수 있다. 이는 구조물과 입사파가 이루는 각이 증가함에 따라 구조물에 의한 반사파가 증대되기 때문으로 생각된다. $\beta = 10^\circ$ 인 경우는 수리실험결과 및 Boussinesq모형의 해석결과보다 포물형모형에 의한 상대파고가 다소 크게 나타났으나, $\beta = 40^\circ$ 인 경우는 큰 차이를 보이지 않는다. Fig. 3은 $x/\lambda = 15$ 위치에서 체체 직각방향의 상대파고를 도기한 것으로서 Boussinesq모형과 포물형모형의 결과가 수리실험결과와 비교적 잘 일치하고 있으며, 수치모형간의 차이는 크지 않은 것으로 나타났다.

Fig. 4와 Fig. 5는 CASE 2 조건에서 x방향 및 y방향의 상대파고를 입사각별로 각각 도기한 것이다. CASE 2는 CASE 1에 비해 상대진폭은 유사하지만, 파형경사가 거의 절반인 경우로서 본 해석조건 중 파랑의 비선형성이 가장 작은 경우이다. 체체 전면을 따른 상대파고를 도기한 Fig. 4를 보면, 전반적으로 두 수치모형에 의한 해

Table 1. Incident wave conditions

Wave Period (T)	Wave length (λ)	Test no.	Wave height (H ₀)	Nonlinearity of incident waves		Incident angle (β)	Water depth (h)
				relative amplitude (ε = A ₀ /h)	wave steepness (ka ₀)		
0.9 sec	1.238 m	CASE 1	0.030m	0.0333	0.0762	10°	0.45 m
1.6 sec	2.963 m	CASE 2	0.031m	0.0340	0.0324	40°	
		CASE 3	0.061m	0.0677	0.0646		

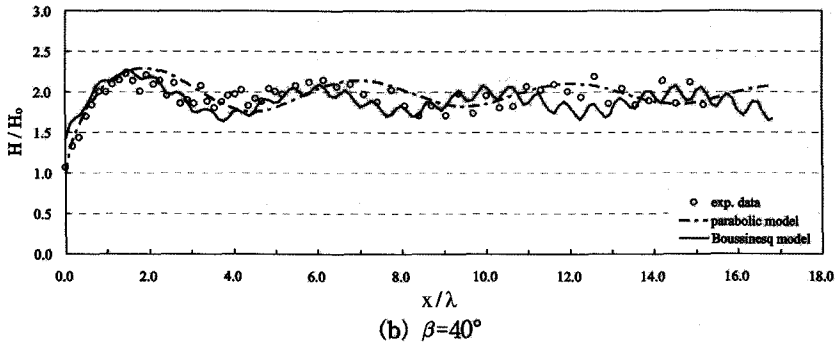
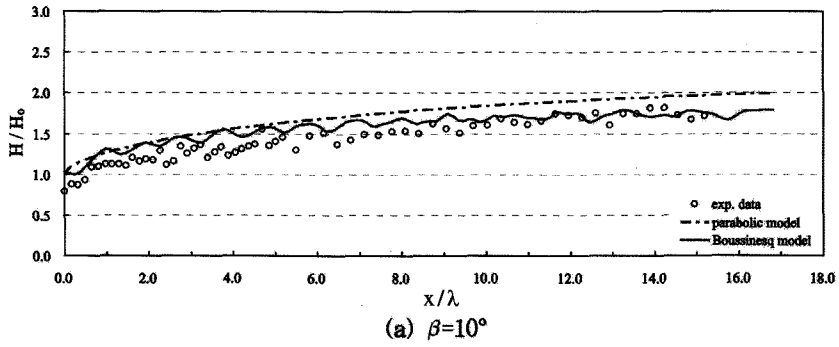


Fig. 2. Relative wave heights along the wall for CASE 1.

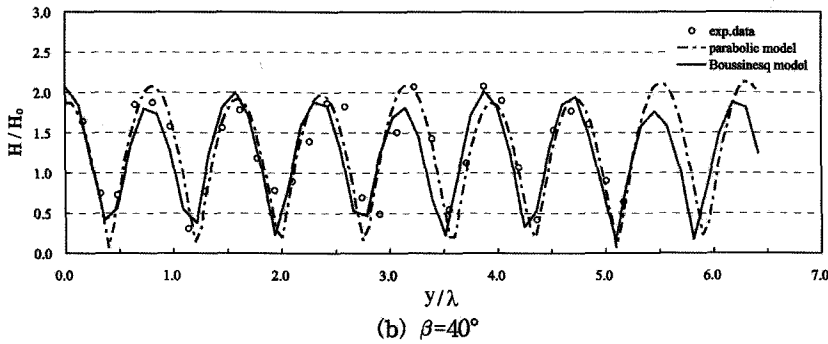
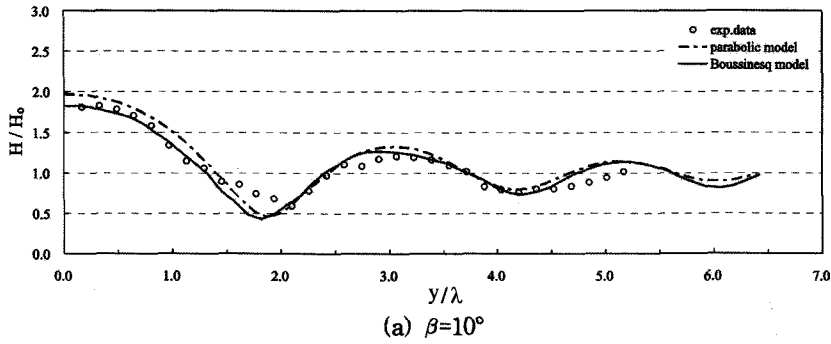


Fig. 3. Relative wave heights along normal to the wall at $x/\lambda=15$ for CASE 1.

석결과가 수리실험결과와 비교적 잘 일치하고 있으며, $\beta=40^\circ$ 인 경우는 포물형모형에 의한 결과가 보다 더 잘

일치함을 알 수 있다. $x/\lambda=6$ 위치에서 제체 직각방향에 대한 결과인 Fig. 5에서는 입사각이 작은 경우는 차이가

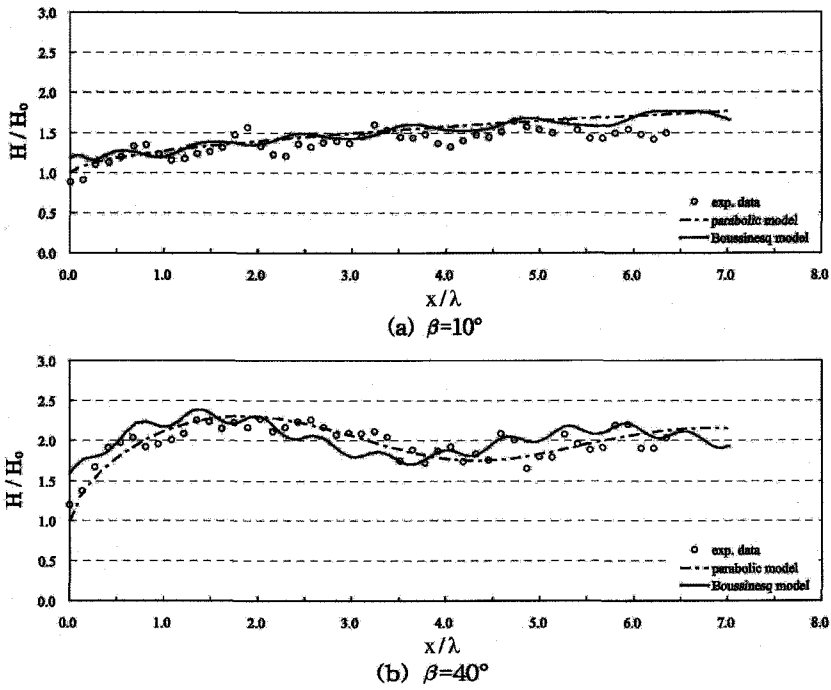


Fig. 4. Relative wave heights along the wall for CASE 2.

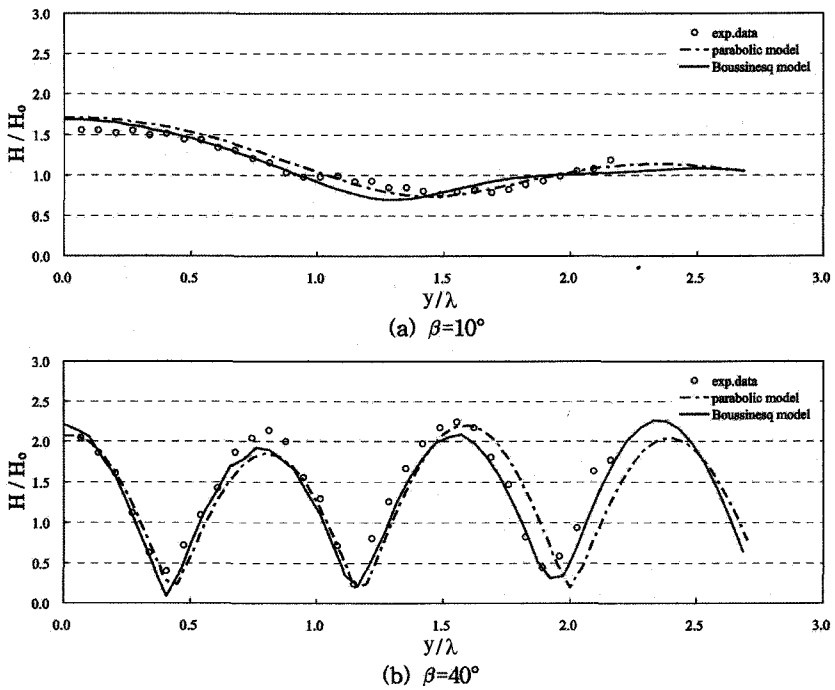


Fig. 5. Relative wave heights along normal to the wall at $x/\lambda=6$ for CASE 2.

크지 않지만, 입사각이 큰 $\beta=40^\circ$ 인 경우에는 Boussinesq 모형에 의한 결과가 포물형모형에 의한 결과보다 수리실험

결과와 위상이 더 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 6과 Fig. 7은 CASE 3 조건에서 x 방향 및 y 방향

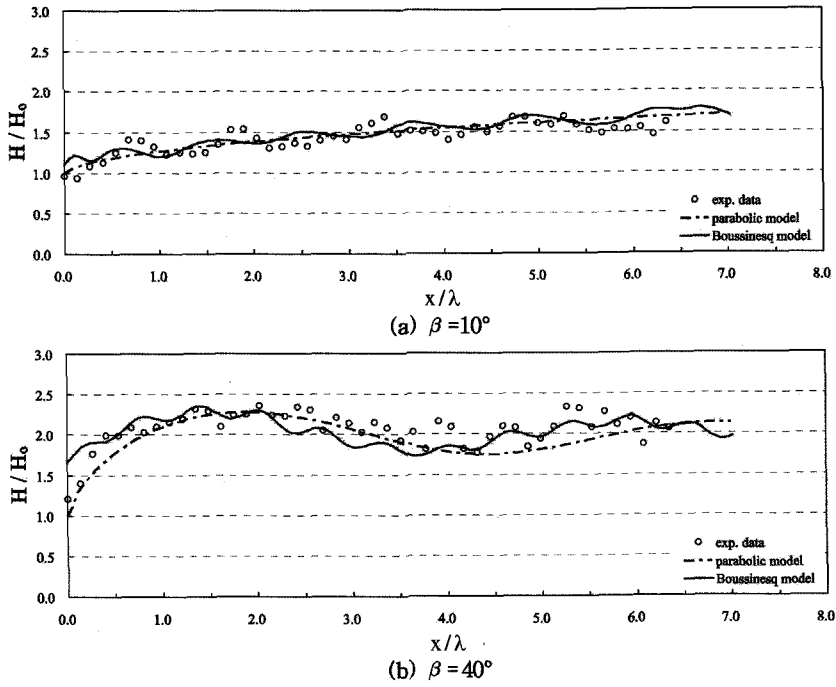


Fig. 6. Relative wave heights along the wall for CASE 3.

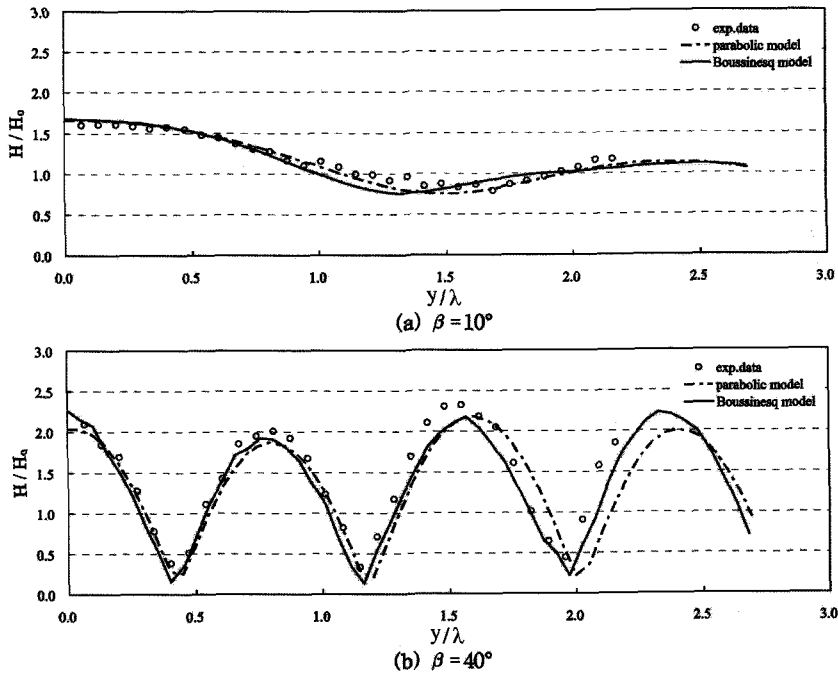


Fig. 7. Relative wave heights along normal to the wall at $x/\lambda = 6$ for CASE 3.

의 상대파고를 입사각별로 각각 도시한 것이다. CASE 3 은 CASE 2에 비해 상대진폭과 파형경사가 거의 2배가

되는 조건이고, CASE 1과는 상대파고는 2배이고, 파형경 사는 비슷한 경우이다. 전반적으로 CASE 3의 결과는

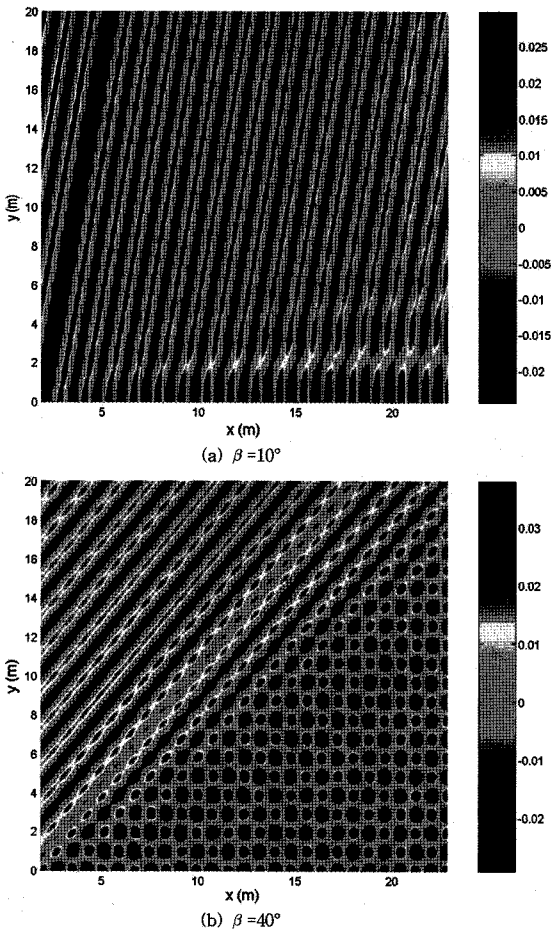


Fig. 8. Snap shots of free surface displacement for CASE 1.

CASE 2의 결과와 유사한 경향을 보였다. 즉, $\beta = 10^\circ$ 인 경우에는 제체 전면에서의 상대파고가 완만하게 증가하고, $\beta = 40^\circ$ 인 경우에는 2파장 이내의 전파거리에서 상대파고가 2 이상 되는 것으로 나타났다. 제체 전면을 따른 상대파고는 Boussinesq모형에 의한 결과가 수리실험결과와 보다 잘 일치하였으며(Fig. 6참조), $x/\lambda = 6$ 위치에서 제체 직각방향의 상대파고를 도시한 Fig. 7의 경우에도 위상측면에서 Boussinesq모형의 결과가 포물형모형에 의한 결과보다 수리실험결과와 잘 부합되는 것으로 나타났다.

입사각이 큰 경우에는 구조물에 의한 반사파의 증가로 중복과 현상이 뚜렷하게 나타남을 알 수 있으며, 이는 CASE 1 조건에 대한 자유수면분포를 도시한 Fig. 8에서 명확하게 알 수 있다.

Fig. 2~Fig. 7을 살펴보면, 규칙파의 경우에 전체적으로 포물형모형과 Boussinesq모형간의 해석정도는 큰 차이를

보이지 않았지만, 입사각이 클수록 Boussinesq모형의 결과가 수리실험결과에 보다 더 잘 부합하는 것으로 나타났다. 그리고 Fig. 2, Fig. 4 및 Fig. 6에서 포물형모형의 결과에는 나타나지 않지만 Boussinesq모형의 결과에서는 제체 전면을 따른 파고분포에서 상대파고가 일정간격으로 진동함을 알 수 있다. 상대파고의 진동현상은 입사각이 큰 경우가 작은 경우보다 간격이 짧게 나타나며, 이러한 현상은 수리모형실험의 결과에서도 동일하게 나타난다. 당초 수리모형실험결과와 포물형모형의 해석결과만을 비교했을 당시에는 수리모형실험에서 나타나는 상대파고의 진동현상이 단순한 실험오차인 것으로 판단되었으나, 본 연구에서 수행한 Boussinesq모형의 결과로부터 이는 파랑의 비선형효과에 의한 고차 조화성분(higher harmonic)의 발생이 원인인 것으로 판단되며, 이에 대한 추가적인 검토가 요구된다. 일반적으로 일정한 수심의 직선 조파수조에서 파고가 큰 단순주기의 규칙파(monochromatic waves)를 조파하면 파가 전파되는 과정에서 파의 비선형효과에 의해 짧은 주기성분이 발생하여 원래의 단순주기파의 형태를 유지하지 못하게 된다. 그러나 어느 정도 더 먼 거리를 전파하면 다시 원래의 단순주기파형을 회복하게 되며, 이러한 현상은 주기적으로 반복되는데 이를 고차조화 성분발생(higher harmonic generation) 또는 비선형공진 상호작용(nonlinear resonant interaction)이라 한다(Goda, 1967; Mei and Inata, 1972; Yoon, 1987). 이는 조파판에서 발생시킨 기본성분의 규칙파로부터 주기가 기본주기의 1/2, 1/3 또는 1/4 등이 되는 고차의 성분파로 에너지가 전달되어 발생되고, 더 먼 거리를 전파하면 고차 성분으로 전달된 에너지가 다시 기본성분으로 모두 회수되어 처음 발생시킨 단순주기파로 복귀되는 현상이며, 이러한 현상은 규칙적으로 반복된다. 이종인과 윤성범(2006)의 수리모형 실험에서는 조파판에서 단순주기의 규칙파를 발생시켰으므로 이러한 현상이 나타나는 것은 자연스러운 현상이라 할 수 있다.

Fig. 9(a)는 $\beta = 15^\circ$ 및 $kh = 0.7$ 조건에서 입사파의 비선형성(ka_0)에 따른 연파폭의 변화를 2층 Boussinesq모형을 이용하여 계산한 것으로서 파랑의 비선형성이 증가할수록 제체 전면의 상대파고는 작아지고, 연파의 폭은 증가하는 현상을 명확하게 알 수 있다. Fig. 9(b)는 $x/\lambda = 10$ 위치에서의 상대자유수면변위를 나타낸 것으로서 입사파의 비선형성이 증가할수록, 즉 입사파의 진폭이 증가할수록 파봉부가 뾰족해지고 파곡부가 편평해지며, 파의 전면부 경사가 후반부보다 더 급해지는 전형적인 파의 비선형현

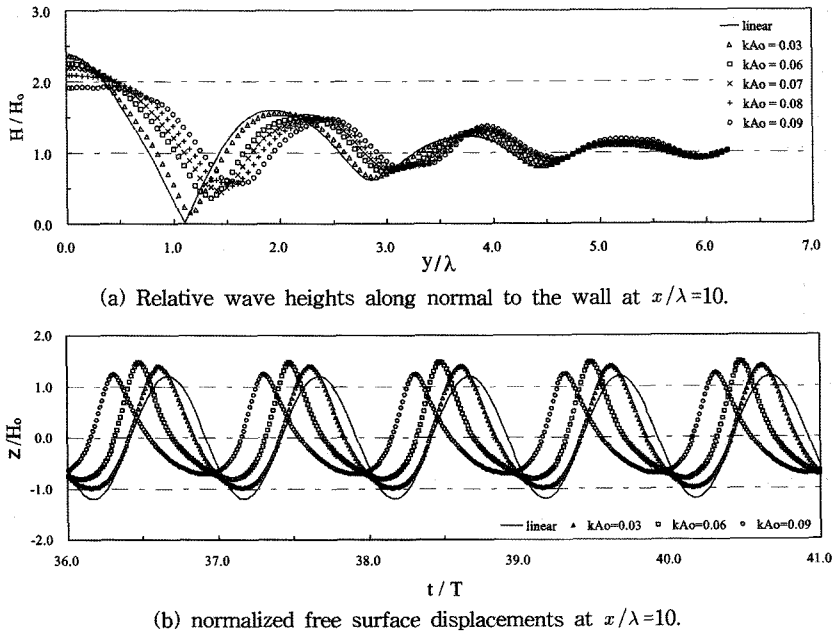


Fig. 9. Two-layer Boussinesq model results by nonlinearity of incident waves for $\beta = 15^\circ$ and $kh = 0.7$.

상을 볼 수 있다.

본 논문은 Boussinesq모형의 적용성 평가가 주요 내용으로서 규칙파를 대상으로 일직선의 직립벽을 따른 연파를 Boussinesq모형으로 해석하여 포물형모형의 결과 및 수리실험결과와 비교하였으며, 전체적으로 포물형모형과 Boussinesq모형의 결과가 큰 차이를 보이지 않고 수리실험결과와 비교적 잘 일치하는 것으로 나타났다. 그러나 구조물의 법선이 일직선이 아닌 경우에는 포물형모형의 적용성은 떨어지지만 Boussinesq모형은 충분한 정도로 파랑의 전파변형을 해석할 수 있을 것으로 생각된다.

5. 결 론

본 연구에서는 Lynett and Liu(2004a,b)에 의해 유도된 N층 Boussinesq방정식에서 N=2를 적용한 2층 Boussinesq방정식을 이용하여 규칙파를 대상으로 직립벽을 따른 연파를 해석하고, 포물형근사식에 의한 해석결과 및 수리모형 실험결과와 비교하였다. 본 연구의 주된 목적은 2층 Boussinesq모형의 적용성 검토로서 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 2층 Boussinesq모형의 경우, 먼조파개념의 적용으로 인해 입사파 위치의 반파장 이내에서 다소 큰 상대파고를 보였지만 충분한 정도로 파랑의 전파변형을 해석함

을 알 수 있었다.

(2) 규칙파를 대상으로 한 연파해석에서 포물형모형과 2층 Boussinesq모형간의 차이는 크게 나타나지 않았지만, 구조물과 입사파가 이루는 각이 클수록 Boussinesq모형에 의한 결과가 실험결과와 보다 잘 부합하는 것으로 나타났다.

(3) 수리실험과 Boussinesq모형에 의한 결과에서는 제체 전면을 따라 파랑이 진행할 때 상대파고가 진동하는 현상이 나타났으며, 이러한 현상이 파랑의 비선형성에 의한 고차조화성분 때문인지에 대한 추가적인 연구가 필요할 것으로 생각된다. 또한 실제 자연환경은 규칙파가 아닌 불규칙파 특성을 가지며, 파랑의 비선형간섭 및 불규칙파 해석 등이 가능한 Boussinesq방정식을 이용하여 불규칙파 조건에서의 연파해석을 수행할 예정이다.

참고문헌

이종인, 윤성범 (2006). 직립벽을 따른 연파의 수리 및 수치실험. 대한토목학회논문집, 26(4B), 405-412.
 Goda, Y. (1967). Travelling secondary wave in channels. Port and Harbour Research Institute, Report 13, Ministry of Transport, Japan, 32-38.
 Hsiao, S.C., Lynett, P., Hwung, H.H., and Liu, P.L.-F. (2005). Numerical simulations of nonlinear short waves using the

- multi-layer model. *Journal of Engineering Mechanics*, 131(3), 231-243.
- Kirby, J.T., Wei, G., Chen, Q., Kennedy, A.B., and Dalrymple, R.A. (1998). FUNWAVE 1.0, Fully nonlinear Boussinesq wave model. Documentation and user's manual, Report CACR-98-06, Center for Applied Coastal Research, University of Delaware.
- Kobayashi, N., Karjadi, E.A., and Johnson, B.D. (1997). Dispersion effects on longshore currents in surf zones. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 123(5), 240-248.
- Lee, C., Cho, Y.S., and Yum, K.D. (2001). Internal generation of waves for extended Boussinesq equations. *Coastal Engineering*, 42, 155-162.
- Liu, P.L.-F. (1994). Model equations for wave propagation from deep to shallow water. *Advances in Coastal Engineering* (ed. P.L.-F. Liu), World Scientific, Vol.1, 125-157.
- Lynett, P. (2002). A multi-layer approach to modeling generation, propagation, and interaction of water waves. Ph.D. Thesis, Cornell University, Ithaca, NY.
- Lynett, P. and Liu, P.L.-F. (2004a). A two-layer approach to water wave modeling. *Royal Society of London A*, 460, 2637-2669.
- Lynett, P. and Liu, P.L.-F. (2004b). Linear analysis of the multi-layer model. *Coastal Engineering*, 51(6), 439-454.
- Lynett, P., Wu, T.R., and Liu, P.L.-F. (2002). Modeling wave runup with depth integrated equations. *Coastal Engineering*, 46(2), 89-107.
- Mei, C.C. and mlata, U. (1972). Harmonic generation in shallow water waves. *Waves on Beaches*, edited by Meyer, Academic, NY, 181-202.
- Wei, G. and Kirby, J.T. (1995). A time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 120, 251-261.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T., and Sinha, A. (1999). Generation of waves in Boussinesq models using a source function. *Coastal Engineering*, 36, 271-299.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T., and Subramanya, R. (1995). A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part. 1. Highly nonlinear unsteady waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 294, 71-92.
- Whitford, D.J. and Thornton, E.B. (1996). Bed shear stress coefficients for longshore currents over a barred profile. *Coastal Engineering*, 27, 243-262.
- Yoon, S.B. (1987). Propagation of shallow-water waves over slowly varying depth and currents. Ph.D. Thesis, Cornell University, Ithaca, NY.

Received June 12, 2007

Accepted September 17, 2007