

독립좌표연성법을 이용한 여러 개의 직사각형 구멍을 갖는 직사각형 평판의 자유진동해석

Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with Multiple Rectangular Cutouts by Independent Coordinate Coupling Method

곽 문 규* · 송 명 호*

Moon K. Kwak and Myungho Song

(2007년 7월 19일 접수 ; 2007년 8월 16일 심사완료)

Key Words : Free Vibration(자유진동), Rectangular Plate(직사각형판), Rectangular Cutout(직사각형 구멍)

ABSTRACT

This paper is concerned with the vibration analysis of a rectangular plate with multiple rectangular holes. Even though there have been many methods developed for the addressed problem, they suffer from computational time. In this paper, we applied the Independent Coordinate Coupling Method(ICCM) to the addressed problem, which was developed to compute natural vibration characteristics of the rectangular plate with a rectangular hole and proven to be computationally effective. The ICCM is based on Rayleigh-Ritz method but utilizes independent coordinates for each hole domain. By matching the deflection conditions for each hole imposed on the expressions, we can easily derive the reduced mass and stiffness matrices. The resulting equation is then used for the calculation of the eigenvalue problem. The numerical results show the efficacy of the Independent Coordinate Coupling Method.

1. 서 론

구멍이 있는 직사각형판은 구조물의 일부로 선박, 비행기, 기계구조물, 원자력 발전소 등에 다양하게 사용되고 있다. 구멍을 가지고 있는 직사각형 평판의 진동 문제에 대해서는 엄밀해가 존재하지 않기 때문에 Rayleigh-Ritz 방법이나 유한 요소법과 같은 근사 방법이 사용된다.

한 개의 구멍을 가지는 경우에 대해서는 많은 연구^(1~8)가 진행되었으나, 여러 개의 구멍을 가지는 경우에 대해서는 연구결과가 많지 않다⁽⁹⁾.

Aksu and Ali⁽¹⁰⁾는 하나 이상의 구멍을 가지는 정

우에 대해 유한차분법을 적용하였다. Laura등⁽¹¹⁾은 모든 변이 단순지지된 직사각형판이 여러 개의 직사각형 구멍을 가지는 경우에 대해 전통적인 Rayleigh-Ritz방법 (classical Rayleigh-Ritz method, CRRM)을 적용하여 고유진동 특성변화를 계산하였다. Avalos and Laura⁽¹²⁾은 CRRM을 사용하여 두 개의 직사각형 구멍을 가지는 단순지지 직사각형 평판의 고유진동수를 계산하였다. 여러 개의 원형구멍을 가지고 있는 평판의 고유진동수에 대한 연구결과는 이와이⁽¹³⁾의 연구결과가 유일하다. 이와이⁽¹³⁾는 2개의 원형구멍이 있는 평판에 유한요소법을 적용하고 실험결과와 비교하였다. CRRM을 여러 개의 구멍을 가지는 평판의 고유진동문제에 적용하는 경우에 전체영역에 대한 일반좌표계를 도입하고 구멍부분의 에너지를 차감하여 전체에너지를 구하는 것이 필요하다. 이 과정에서 구멍영역의 수치적분 계산에 많

† 교신저자: 정희원, 동국대학교 기계공학과
E-mail : kwakm@dongguk.edu
Tel : (02) 2260-3705, Fax : (02) 2263-9379
* 동국대학교 기계공학과

은 시간이 소요된다. 유한요소법을 적용하는 경우에는 정성적인 성질의 유출이 어려워진다. 이와 같은 문제를 해결하기 위해 곽과 한⁽⁷⁾은 독립좌표연성법(independent coordinate coupling method, ICCM)^(7,8)을 제안하였으며 ICCM을 한 개의 구멍을 가지는 직사각형평판에 적용해 그 타당성을 입증하였다. ICCM을 적용하는 경우에는 구멍에 대해 별도의 좌표계를 도입하여 운동에너지와 탄성에너지를 구하고 좌표계 간의 관계식으로부터 보다 쉽게 에너지를 추출할 수 있다.

이 연구에서는 곽과 한⁽⁷⁾에 의해 개발된 ICCM을 여러 개의 직사각형 구멍을 가지는 직사각형 평판의 고유진동문제에 적용하고 그 결과를 CRRM과 유한요소법의 결과와 비교하였다. 수치계산을 수행한 결과는 여러 개의 구멍을 가지는 평판의 자유진동 문제에 대해서도 ICCM이 타당함을 보여준다.

2. 직사각형 평판에 대한 Rayleigh-Ritz 방법의 적용

구멍이 없는 직사각형판에 대한 운동에너지와 탄성에너지는 다음 식으로 주어진다⁽⁹⁾.

$$T_p = \frac{1}{2} \rho h \int \int \dot{w}^2 dx dy \quad (1)$$

$$V_p = \frac{1}{2} D \int \int \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (2)$$

여기서 a 는 X 축 방향의 길이, b 는 Y 축 방향의 길이를 나타낸다. 그리고 ρ 는 평판의 질량밀도, h 는 평판의 두께, $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$, E 는 영의 계수, ν 는 푸아송 비를 나타낸다. 편의를 위해 무차원 변수, $\xi = x/a, \eta = y/b$ 를 도입하고 허용함수를 사용하면 탄성변위가 다음과 같이 표현된다⁽⁷⁾.

$$w(\xi, \eta, t) = \Phi(\xi, \eta) q(t) \quad (3)$$

여기서 $\Phi(\xi, \eta) = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_m]$ 이며 $q(t) = [q_1, q_2, \dots, q_m]^T$ 는 $m \times 1$ 의 일반좌표계 벡터를 나타낸다. 그리고 m 은

허용함수의 총수를 나타낸다. 변수분리를 적용하면 허용함수는 다시 다음과 같이 표현할 수 있다⁽⁷⁾.

$$\Phi_i(\xi, \eta) = \phi_i(\xi) \psi_i(\eta), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

식 (3)을 식 (1)과 (2)에 대입하면 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 유도된다⁽⁷⁾.

$$T_p = \frac{1}{2} \dot{q}^T (\rho h a b \bar{M}) \dot{q} \quad (5)$$

$$V_p = \frac{1}{2} q^T \left(\frac{D b}{a^3} \bar{K} \right) q \quad (6)$$

여기서 \bar{M} 와 \bar{K} 는 무차원화된 질량, 강성 행렬이다. 이 행렬들의 계산에 대한 자세한 내용은 곽과 한의 연구 내용⁽⁷⁾을 참조하기 바란다. ICCM을 적용하는 경우에는 모든 변이 자유인 직사각형 평판에 대한 무차원 질량, 강성 행렬이 필요하다⁽⁷⁾. 모든 변이 자유인 경우에 대한 무차원 질량, 강성 행렬의 계산도 곽과 한의 연구 내용⁽⁷⁾을 참조하기 바란다.

3. 여러 개의 직사각형 구멍을 가지는 경우에 대한 Rayleigh-Ritz 방법의 적용

Fig. 1과 같이 직사각형판이 n 개의 직사각형 구멍을 가지고 있는 경우를 고려해보자.

이 경우에 총 운동에너지와 탄성에너지는 직사각형 평판 전체의 에너지에서 구멍의 에너지를 제외한 에너지가 된다. 따라서 다음과 같이 표현할 수 있다. 즉,

$$T_{total} = T_p - \sum_{k=1}^n T_k, \quad V_{total} = V_p - \sum_{k=1}^n V_k \quad (7a,b)$$

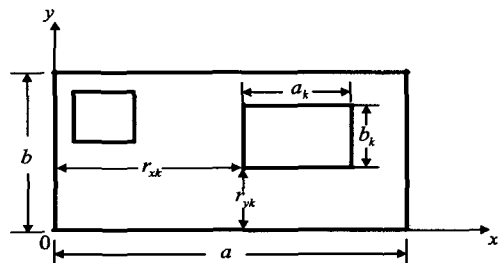


Fig. 1 Rectangular plate with multiple rectangular holes

정성적인 해석을 위해 다음과 같은 무차원 변수들을 도입해 보자.

$$\bar{r}_{xk} = r_{xk} / a, \bar{r}_{yk} = r_{yk} / b, \bar{a}_k = a_k / a, \bar{b}_k = b_k / b \quad (8a-d)$$

이 경우 총 에너지에 대한 표현식은 다음과 같이 유도된다.

$$T_{total} = \frac{1}{2} \rho h a b \dot{q}^T \left(\bar{M} - \sum_{k=1}^n \bar{M}_k \right) \dot{q} \quad (9)$$

$$V_{total} = \frac{1}{2} \frac{D b}{a^3} q^T \left(\bar{K} - \sum_{k=1}^n \bar{K}_k \right) q \quad (10)$$

여기서

$$\bar{M}_k = \int_{\bar{r}_k}^{\bar{r}_k + \bar{a}_k} \int_{\bar{r}_k}^{\bar{r}_k + \bar{b}_k} \Phi^T \Phi d\xi d\eta \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_k = & \int_{\bar{r}_k}^{\bar{r}_k + \bar{a}_k} \int_{\bar{r}_k}^{\bar{r}_k + \bar{b}_k} \left[\frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \alpha^4 \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} \right. \\ & + \nu \alpha^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} \right) \\ & \left. + 2(1-\nu)\alpha^2 \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi \partial \eta} \right] d\xi d\eta \quad (12) \end{aligned}$$

이고 $\alpha = a/b$ 이다. 식(12)에서 알 수 있듯이 각각의 구멍에 대해 적분구간이 달라지며 여러 개의 구멍이 있는 경우에 수치적분 계산 시간이 그 만큼 늘어나게 된다. 식(9)와 (10)으로 부터 고유치 문제가 다음과 같이 유도된다.

$$\left[\left(\bar{K} - \sum_{k=1}^n \bar{K}_k \right) - \bar{\omega}^2 \left(\bar{M} - \sum_{k=1}^n \bar{M}_k \right) \right] A = 0 \quad (13)$$

4. 독립좌표연성법

각각의 구멍에 대한 무차원 질량행렬과 강성행렬을 식(11)와 (12)에 근거해 구하는 것은 쉬운일이 아니다. 곱과 환⁽⁷⁾은 이러한 문제점을 해결하기 위해 독립좌표연성법(ICCM)의 사용을 제안하였는데 ICCM의 구멍에 대해 별도의 좌표계를 설정하고 변위일치

조건을 이용해 좌표계를 통일시키는 방법이다. 이 연구에서는 ICCM을 여러 개의 직사각형 구멍을 가지고 있는 직사각형 평판에 적용하고자 한다. 이를 위해 Fig. 2와 같이 여러 개의 직사각형 구멍을 가지고 있는 직사각형 평판을 고려하고 왼쪽 아래점을 원점으로 하는 국부 좌표계를 동시에 고려해 보자.

이 문제에 대해 무차원 좌표계 변수, $\xi_k = x_k / a_k$, $\eta_k = y_k / b_k$ 를 도입하면, 구멍 영역의 변위에 대한 허용함수를 국부좌표계에 근거해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w_k(\xi_k, \eta_k) = \Psi_k(\xi_k, \eta_k) q_k \quad (14)$$

여기서 $\Psi_k(\xi_k, \eta_k) = [\Psi_{k1} \Psi_{k2} \dots \Psi_{km_k}]$ 는 구멍 영역의 탄성변위에 대한 $1 \times m_k$ 의 이차원 허용함수 행렬을 나타내며 $q_k(t) = [q_{k1} q_{k2} \dots q_{km_k}]^T$ 는 $m_k \times 1$ 의 일반좌표계 벡터를 나타낸다. 변수분리법을 적용하면 허용함수는 다시 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Psi_{ki}(\xi_k, \eta_k) = \phi_{ki}(\xi_k) \psi_{ki}(\eta_k), \quad i = 1, 2, \dots, m_k \quad (15)$$

식(14)를 이용하면 구멍 영역의 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 표현된다.

$$T_k = \frac{1}{2} \dot{q}_k^T (\rho h a_k b_k \bar{M}_k) \dot{q}_k, \quad V_k = \frac{1}{2} q_k^T \left(\frac{D b_k}{a_k^3} \bar{K}_k \right) q_k \quad (16a,b)$$

여기서

$$\bar{M}_k = \int_0^1 \int_0^1 \Psi_k^T \Psi_k d\xi_k d\eta_k \quad (17)$$

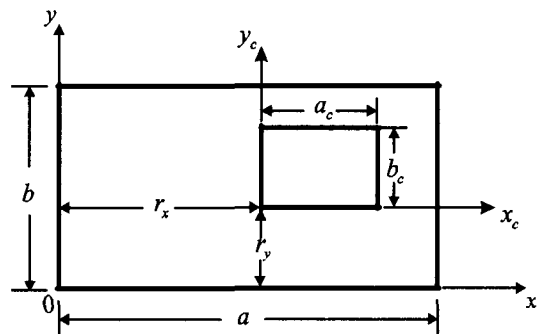


Fig. 2 Rectangular plate with multiple rectangular holes with local axes

$$\begin{aligned} \bar{K}_k = & \int \int \left[\frac{\partial^2 \Psi_k^T}{\partial \xi_k^2} \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial \xi_k^2} + \alpha_k^4 \frac{\partial^2 \Psi_k^T}{\partial \eta_k^2} \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial \eta_k^2} \right. \\ & + \nu \alpha_k^2 \left(\frac{\partial^2 \Psi_k^T}{\partial \xi_k^2} \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial \eta_k^2} + \frac{\partial^2 \Psi_k^T}{\partial \eta_k^2} \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial \xi_k^2} \right) \\ & \left. + 2(1-\nu) \alpha_k^2 \frac{\partial^2 \Psi_k^T}{\partial \xi_k \partial \eta_k} \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial \xi_k \partial \eta_k} \right] d\xi_k d\eta_k \end{aligned} \quad (18)$$

그리고 $\alpha_k = a_k / b_k$ 이다. 아래첨자 k 가 붙어 있지만 적분영역은 식 (11)과 (12)와 달리 0에서 1까지이다. 구멍의 각변은 자유이기 때문에 구멍부분의 영역에 대해서는 모든변이 자유인 직사각형 평판에 대한 표현식을 그대로 사용할 수 있다.

구멍에 고정된 국부 좌표계를 사용하였을 경우 전체 운동에너지와 탄성에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_{total} = \frac{1}{2} \dot{q}^T (\rho h a b \bar{M}) \dot{q} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \dot{q}_k^T (\rho h a_k b_k \bar{M}_k) \dot{q}_k \quad (19a)$$

$$V_{total} = \frac{D}{2} \left(\frac{b}{a^3} q^T \bar{K} q - \sum_{k=1}^n \frac{b_k}{a_k^3} q_k^T \bar{K}_k q_k \right) \quad (19b)$$

식 (19)에는 전체좌표계에 대한 일반좌표와 각각의 구멍 부분에 대한 국부좌표계가 모두 포함되어 있다. 고유진동해석을 위해서는 이들 일반좌표계를 하나로 통일할 필요가 있다. 이를 위해 사용되는 조건이 전체좌표계에 근거한 탄성변위와 국부좌표계에 근거한 탄성변위가 구멍내의 점들에서 일치해야 한다는 조건이다. 즉, k 번째 구멍에 대해 다음식이 만족되어야 한다.

$$w_k(\xi_k, \eta_k) = w(\xi, \eta), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

이 조건의 만족을 위해 곱과 한⁽⁷⁾은 구멍 내 유한 개의 점을 지정하고 이 점에서 변위 일치 조건을 만족하는 방법을 사용해 변환행렬을 유도하였다. 그러나 Kwak and Han⁽⁸⁾은 고유벡터의 직교성을 이용해 보다 개선된 변환행렬을 유도 방법을 개발하였다. 이 연구에서도 고유벡터의 직교성을 이용한다. 먼저 식 (20)에 식 (3)과 (14)를 대입하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\sum_{j=1}^{m_k} \Psi_{kj}(\xi_k, \eta_k) q_{kj}(t) = \sum_{r=1}^m \Phi_r(\xi, \eta) q_r(t) \quad (21)$$

다시 식 (4)와 (15)를 고려하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{m_k} \phi_{kj}(\xi_k) \psi_{kj}(\eta_k) q_{kj}(t) = \sum_{r=1}^m \phi_r(\xi) \psi_r(\eta) q_r(t) \quad (22)$$

위 식의 양변에 $\phi_{ki}(\xi_k) \psi_{ki}(\eta_k)$ 를 곱하고 적분을 구멍 영역에 대해 수행하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{m_k} \int \int \phi_{ki}(\xi_k) \psi_{ki}(\eta_k) \phi_{kj}(\xi_k) \psi_{kj}(\eta_k) d\xi_k d\eta_k q_{kj}(t) = \\ \sum_{r=1}^m \int \int \phi_{ki}(\xi_k) \psi_{ki}(\eta_k) \phi_r(\xi) \psi_r(\eta) d\xi_k d\eta_k q_r(t), \\ i = 1, 2, \dots, m_k \end{aligned} \quad (23)$$

구멍 영역에 대한 허용함수로 보의 고유벡터를 이용하는 경우에 직교성 조건을 만족한다. 따라서 식 (23)으로부터 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} q_{ki}(t) = \sum_{r=1}^m \int \int \phi_{ki}(\xi_k) \phi_r(\xi) d\xi_k \int \int \psi_{ki}(\eta_k) \psi_r(\eta) d\eta_k q_r(t) \\ = \sum_{r=1}^m (S_k)_{ir} q_r(t), \quad i = 1, 2, \dots, m_k \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)는 행렬식으로 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$q_k = S_k q \quad (25)$$

여기서 S_k 는 k 번째 구멍에 대한 $m_k \times m$ 의 전체좌표계와 국부좌표계 사이의 변환 행렬이다. S_k 를 구하는 과정에서 적분을 수행해야 하는데 이를 위해 다음과 같은 무차원화된 좌표계들 간의 관계식이 필요하다.

$$\xi = \frac{r_x}{a} + \frac{a_k}{a} \xi_k, \quad \eta = \frac{r_y}{b} + \frac{b_k}{b} \eta_k \quad (26)$$

식 (25)를 식 (19)에 대입하면 전체 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 표현된다.

$$T_{total} = \frac{1}{2}(\rho h a b) \dot{q}^T \bar{M}_r \dot{q}, V_{total} = \frac{D b}{a^3} \frac{1}{2} q^T \bar{K}_r q \quad (27a,b)$$

여기서

$$\bar{M}_r = \bar{M} - \sum_{k=1}^n (\bar{a}_k \bar{b}_k) S_k^T \bar{M}_k S_k \quad (28a)$$

$$\bar{K}_r = \bar{K} - \sum_{k=1}^n \frac{\bar{b}_k}{\bar{a}_k} S_k^T \bar{K}_k S_k \quad (28b)$$

따라서 고유치 문제는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$[\bar{K}_r - \bar{\omega}^2 \bar{M}_r] A = 0 \quad (29)$$

5. 수치해석

이 연구에서는 ICCM의 타당성 및 여러 개의 구멍이 고유진동수 변화에 미치는 영향을 조사하기 위해 $\nu=0.3$ 이고 Fig. 3과 같이 두 개의 정사각형의 구멍을 가지고 있는 정사각형 평판을 고려하였다. ICCM의 결과는 CRRM과 상용 유한요소 해석 프로그램 ANSYS 결과와 비교되었다. ANSYS 계산을 위해서 $\nu=0.3$, $E=76 \text{ GPa}$, $a=1 \text{ m}$, $\rho=7800 \text{ kg/m}^3$ 이 사용되었으며 계산된 고유진동수로부터 무차원 고유진동수를 산출하였다.

CRRM과 ICCM 모두 평판 전체에 대해서는 각 방

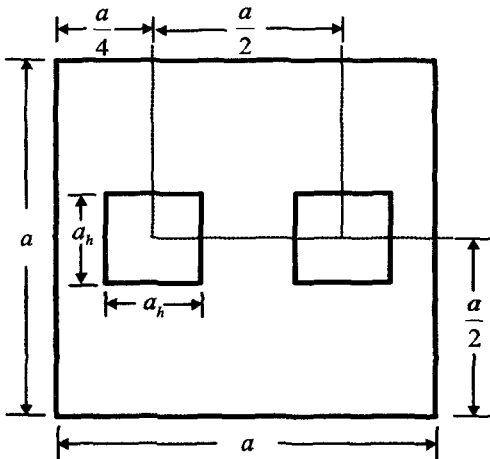


Fig. 3 Square plate with two square holes

향으로 10개의 허용함수, 즉 총 100개의 허용함수를 고려하였다. ICCM의 경우에는 구멍 영역에 대한 허용함수가 필요한데 구멍 영역에 대해서 각 방향으로 10개의 허용함수, 즉 총 100개의 허용함수를 고려하였다. 허용함수 개수의 타당성에 대해서는 Kwak and Han의 연구내용⁽⁸⁾을 참조하기 바란다.

Fig. 4와 5는 Fig. 3의 평판의 모든 변이 단순지지인 경우와 고정인 경우의 경계조건에 대해 CRRM과 ICCM을 사용해 구한 무차원 고유진동수 결과를 보여주고 있다. 여기서 $\bar{a}_h = a_h/a$ 이다. 그림에서 알 수 있듯이 ICCM으로 구한 결과와 CRRM의 결과가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한 두 그림으로부터 최저차 기본진동수는 구멍이 커지면서 약간

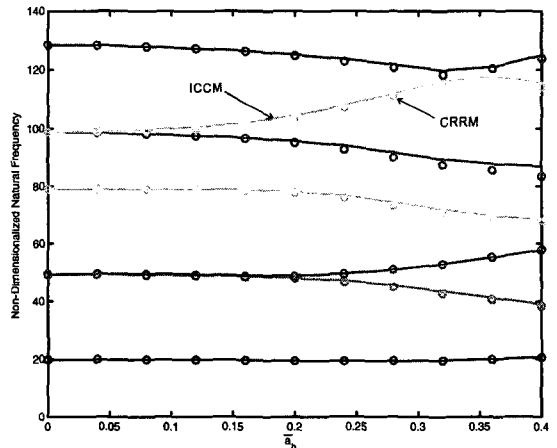


Fig. 4 Simply-supported square plate with two square holes

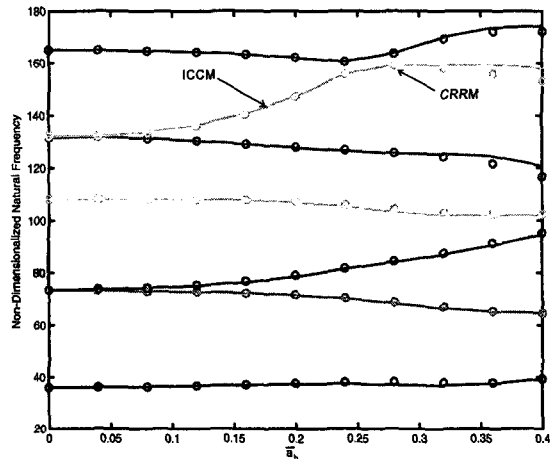


Fig. 5 Clamped square plate with two square holes

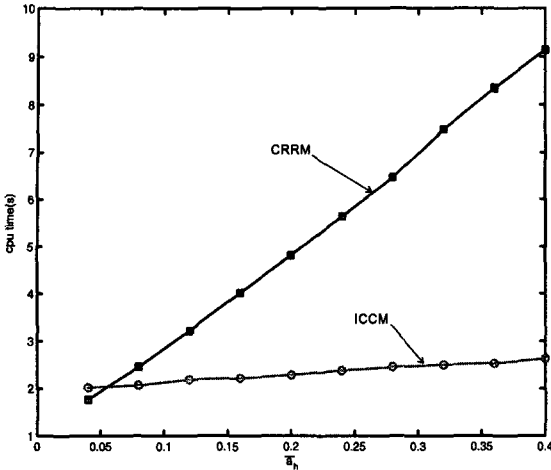


Fig. 6 CPU time vs. hole size

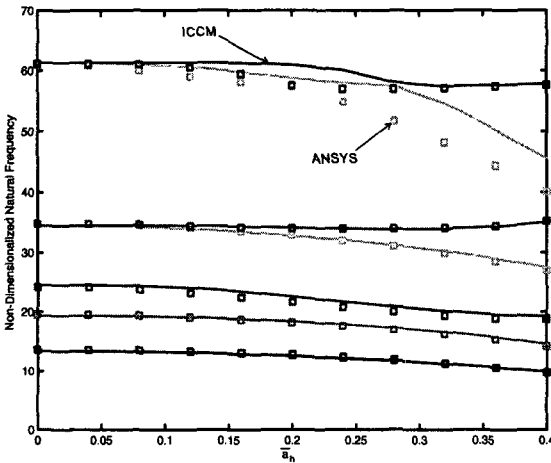


Fig. 7 Free-edge square plate with two square holes

증가하지만 구멍의 영향은 크지 않으나 고차의 고유진동수는 구멍이 커지면서 급격한 변화가 일어남을 알 수 있다. 이 결과는 한 개의 구멍을 가지고 있는 직사각형 평판의 고유진동 문제에 대한 곽과 한⁽⁷⁾, Kwak and Han⁽⁸⁾의 결과와 유사한 경향을 보여주고 있다.

Fig. 4의 모든 변이 단순지지 평판의 경우에 대해 CRRM을 적용하는 경우에는 구멍 영역에 대한 수치적분이 엄밀해 형태로 얻어진다⁽⁷⁾. 그러나 모든 변이 고정인 경우에는 엄밀해를 구하기 어려워 수치적분을 수행해야 한다⁽⁷⁾. ICCM이 CRRM에 비해 계산상의 이점을 보여주는 것이 Fig. 6이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 구멍의 크기가 커질수록 CRRM의 계산 시간

은 급격하게 증가하나 ICCM의 경우에는 증가가 작게 일어난다. 따라서 ICCM이 CRRM에 비해 계산 효율이 높음을 알 수 있다. 이 결과는 한 개의 구멍에 대한 Kwak and Han의 연구결과⁽⁸⁾와 일치한다.

Fig. 7은 모든 변이 자유인 정사각형 평판의 경우에 구멍의 크기에 따른 고유진동수의 변화를 보여준다. ICCM 결과를 상용 유한요소 프로그램 ANSYS 결과와 비교하였다. 저차의 고유진동 모드에서는 잘 일치하지만 일부 고차 모드에서 구멍의 크기가 커지면서 약간 차이가 나는 것을 알 수 있다. 자유단의 경우에는 저차의 고유진동수가 구멍의 크기가 커지면서 고유진동수가 약간 감소하는 경향을 보여준다.

6. 결 론

여러 개의 직사각형 구멍을 가지고 있는 직사각형 평판의 고유진동 특성에 대해서는 기존의 전통적인 Rayleigh-Ritz 방법(CRRM)을 적용할 경우 정성적인 평가가 가능하나 과도한 수치계산 시간을 필요로 하고 유한요소법을 이용할 경우에는 정성적인 평가가 쉽지 않다. 그러나 Kwak and Han⁽⁸⁾이 개발한 독립좌표연성법(ICCM)을 이 문제에 대해 적용하면 CRRM에 비해 계산 시간이 대폭 줄일 수 있고 유한요소법에 비해서는 정성 평가가 가능하다는 장점을 가지고 있다⁽⁷⁾. 이 연구에서는 한 개의 직사각형 구멍을 가지는 직사각형 평판의 고유진동 해석에 타당함을 보인 ICCM을 확장하여 여러 개의 구멍을 가지는 직사각형 평판의 고유진동 문제에 대한 이론을 제시하였다.

구멍을 가지고 있는 평판의 고유진동 문제에 CRRM을 적용하는 경우 전체에너지는 구멍에 대한 에너지를 차감하여 수치계산을 수행하며 전체 좌표계에 대한 일반좌표계를 사용한다. 반면에 ICCM은 구멍 영역에 대해 국부좌표계를 도입하고 각각의 에너지를 독립적으로 구하고 구멍 영역내에서의 변위 일치 조건을 사용해 전체에너지를 쉽게 도출하는 방법이다.

두 개의 구멍을 가지며 모든 변이 단순지지된 평판과 고정인 평판을 대상으로 CRRM과 ICCM을 이용해 수치해석을 수행하였다. 수치해석 결과는 이 연구에서 CRRM의 결과와 ICCM의 결과가 일치함을 보여준다. 모든 변이 고정이 평판의 고유진동 문제

에 대해 계산 시간을 비교해 본 결과는 ICCM이 CRRM에 비해 계산 효율이 좋음을 보여준다. 따라서 ICCM이 한 개의 구멍을 가지는 경우와 마찬가지로 여러 개의 구멍을 가지는 평판의 고유진동 문제에 효과적을 사용될 수 있음을 확인하였다. 두 개의 구멍을 가지는 모든 변이 자유인 정사각형 평판에 대해서는 유한요소 프로그램과 ICCM을 이용해 수치 계산을 수행하고 그 결과를 비교하였다. 수치계산 결과는 두 방법의 결과가 거의 일치하고 있음을 보여준다.

두 개의 정사각형 구멍을 가지고 있는 정사각형 평판의 경우 경계조건에 상관없이 저차의 고유진동수는 구멍의 영향을 많이 받지 않으나 고차의 고유진동수는 구멍의 크기가 커질수록 변화가 큼을 알 수 있다. 고차의 진동 모드에서 국부화된 진동 모드가 구멍의 영향을 더 많이 받기 때문일 것으로 생각된다.

후 기

이 연구는 동국대학교 논문 게재 장려금 지원으로 이루어졌다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Monohan, L. J., Nemergut, P. J. and Maddux, G. E., 1970, "Natural Frequencies and Mode Shapes of Plates with Interior Cut-outs", The Shock and Vibration Bulletin, Vol. 41, pp. 37~49.
 (2) Paramasivam, P., 1973, "Free Vibration of Square Plates with Square Opening", Journal of Sound and Vibration, Vol. 30, pp. 173~178.
 (3) Ali, R. and Atwal, S. J., 1980, "Prediction of Natural Frequencies of Vibration of Rectangular Plates with Rectangular Cutouts", Computers and Structures, Vol. 12, pp. 819~823.
 (4) Lam, K. Y., Hung, K. C. and Chow, S. T., 1989, "Vibration Analysis of Plates with Cut-outs by the Modified Rayleigh-Ritz Method", Applied Acoustics, Vol. 28, pp. 49~60.

(5) Bhat, R. B., 1985, "Natural Frequencies of Rectangular Plates Using Characteristic Orthogonal Polynomials in Rayleigh-Ritz Method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 102, pp. 493~499.

(6) Sakiyama, T., Huang, M., Matsuda, H. and Morita, C., 2003, "Free Vibration of Orthotropic Square Plates with a Square Hole", Journal of Sound and Vibration, Vol. 259, No. 1, pp. 63~80.

(7) Kwak, M. K. and Han, S., 2005, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with a Rectangular Cutout by Independent Coordinate Coupling Method", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 12, pp. 1398~1407.

(8) Kwak, M. K. and Han, S., 2007 "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with a Hole by means of Independent Coordinate Coupling Method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 306, pp. 12~30.

(9) Leissa, A. 1993, Vibration of Plates, Acoustical Society of America.

(10) Aksu, G. and Ali, R., 1976, "Determination of Dynamic Characteristics of Rectangular Plates with Cut-outs Using a Finite Difference Formulation", Journal of Sound and Vibration, Vol. 44, pp. 147~158.

(11) Laura, P. A. A., Romanelli, E. and Rossi, R. E., 1997, "Transverse Vibrations of Simply-supported Rectangular Plates with Rectangular Cutouts", Vol. 202, No. 2, pp. 275~283.

(12) Avalos, D. R. and Laura, P. A. A., 2003, "Transverse Vibrations of Simply Supported Rectangular Plates with Two Rectangular Cutouts", Journal of Sound and Vibration, Vol. 267, pp. 967~977.

(13) Lee, Y.-S. and Lee, Y.-B., 1994, "Free Vibration Analysis of 4 Edges Clamped, Isotropic Square Plates with 2 Collinear Circular Holes", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 4, No. 3, pp. 283~293.