

남녀학생들의 도형 문장제 해결 오류 및 해결력에 대한 비교 분석 - 중학교 3학년 대상으로 -

오정윤¹⁾ · 노영순²⁾

본 연구에는 여러 가지 유형의 문장제 중에서 가장 큰 비중을 차지하고 있는 도형 문장제에 집중하여 효과적인 교수·학습 방법을 마련하기 위한 자료를 제공하기 위하여 도형 문장제 해결과정에서 학생들이 범하는 오류를 조사하고, 남녀학생 사이의 문장제 유형별 문제해결 능력을 비교해보고자 하였다. 본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다. 첫째, 오류 유형의 남녀 차이는 나타나지 않았으며, 남녀학생 모두 '구문에 대한 이해 부족'오류가 가장 많이 나타났고, '적절하지 않은 식 세우기'오류가 가장 적게 나타났다. 둘째, 남녀학생의 문장제 해결 능력에 있어서는 변화 문제만을 제외하고는 모두 남학생이 우세하였으며, 결합형 문제에서 가장 큰 차이가 나타났다. 셋째, 교과서에 많이 분포한 문제 유형은 평균 이상의 성취도를 나타냈으며, 가장 적게 분포한 문제 유형이 가장 낮은 성취도를 나타내었다.

주요용어 : 도형 문장제, 문제해결능력, 오류

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

구성주의 인식론의 등장으로 전통적 의미의 교수·학습 방법은 더 이상 현 사회의 수학교육의 목표를 충족시킬 수 없게 되었다. 이에 대한 개혁으로 NCTM(1998)에서는 수학교육의 목표를 수학을 공부함으로써 모든 학생들이 수학의 아름다움을 느끼고 문제해결 능력을 갖추는 것으로 설정하였고, 우정호(1998)에 따르면 문제해결은 수학을 가르치고 배우는 방법이 되는 동시에 그 자체가 수학적 사고의 본질이고 수학을 배우고 가르치는 목적이며 학교 수학의 초점이라고 이야기 한다. 또한, 7차 교육과정의 수학과 목표는 수학을 사용한 정보를 이해하는 능력, 얻어진 정보가 타당한지 판단하는 능력, 수학을 사용한 정보를 다른 사람과 직접 또는 간접으로 교환하는 능력, 실생활이나 다른 교과영역에서 수학적 지식을 사용하여 문제를 구성하고 해결하는 문제해결력 등을 포함하는 수학적 힘의 신장을 목표로 한다(강욱

1) 공주대학교 교육대학원 (genius22x@hanmail.net)

2) 공주대학교 (ysro@kongju.ac.kr)

기, 1997). 수학적 힘의 신장의 일환으로써 문장제 해결 능력은 중요한 역할을 하며, 문장제 해결에 관한 연구는 많은 학자들에 의해서 여러 가지 방식으로 이루어지고 있다. 문장제 해결에 관한 관심이 높아져가고 있는 것은 문장제는 허구적이고 실현 불가능한 상황이 아닌 실생활 문제를 다루고 있다는 점에서 학습자들이 문장제에 많은 관심을 가질 수 있고, 단순한 수 계산능력 뿐 아니라 다양한 수학적 능력을 요함으로써 수학적 사고 발달에 많은 영향을 미치기 때문이다(지재근·오세열, 2000; 정성현, 1998). 또한, 문장제 지도는 Bloom의 교육목표 중 상위 목표에 해당하는 적용, 분석, 종합력과 관련된 수학적 사고능력을 계발시키는 가장 중요한 소재이다.

이종희 외(2002)에 의하면, 많은 학자들이 수학적 오류 또는 오개념을 인신론적 장애, 인지적 장애 등으로 정의 내리면서, 학생들이 지식을 획득하는 과정에서 오류 또는 오개념을 가지는 것은 불가피하고 교육적으로 적극 대처해야한다고 주장한다. 오류에 대한 진단은 학생들의 수학 학습에 대한 정보를 제공해주고, 교사가 학생에게 정확한 피드백을 가져다 줄 수 있고, 오류는 학생들에게 내재되어있는 수학 개념의 잘못된 이해, 부족한 문제해결 전략이나 미성숙한 문제풀이 전략을 드러나게 하기 때문에 교사가 교수계획을 수립하는데 참고가 된다(김현주, 2006). 수학적 오개념 또는 오류는 새로운 영역에서도 잘 적응되는 새로운 개념으로 대체가 반드시 필요하며, 학교 수학에서 학생들의 인지적 재구성을 돕는 노력이 수반되어야 한다. 또한, 이 과정에서 교사의 일방적인 설명이나 교수학적 처치에 의한 것도 중요하겠지만, 수학적 오류교정은 결국 학생 스스로 자신의 인지구조를 변화시키는 것으로 학생들의 반성적 사고를 자극하는데 초점을 두어야 할 것이다(이종희 외, 2002). 이처럼 학습 과정에서 발생하는 오류는 학습 실패에 대한 원인을 제공해주므로 교사는 문제해결 과정에서 나타나는 오류분석에 초점을 두어 오류의 원인을 파악하고, 대안을 제시하여 학생들의 문제해결력 신장에 도움이 되도록 노력해야 한다. 또한, 수학 학습과정에서 발생하는 오류는 학생들의 개인적 지적 발달과정에서 나타나기 때문에 학생들은 스스로 오류를 반성하면서 올바른 지식을 구성하는 과정을 직접 경험해보는 노력이 필요하다.

2. 연구 문제

본 연구 목적을 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

- 1) 여러 유형의 도형 문장제 해결 과정에 나타는 오류의 유형은 무엇이며, 남녀학생의 오류유형에는 어떤 차이가 나타나는가?
- 2) 여러 유형의 도형 문장제 해결 능력에 있어서 남녀학생 사이에는 어떤 차이가 있는가?
- 3) 교과서에 제시된 도형 문장제 유형의 분포 비율과 학생들의 문제해결 능력과 관계가 있는가?

II. 이론적 배경

1. 수학적 오류 및 오개념에 대한 고찰

수학 교수·학습 과정에서 학생들의 오류는 학습에 필요한 부분이며, 학습과정과 학생들이

그러한 지식을 어떻게 구성하는지에 대한 정보를 제공한다(이종희 외, 2002).

Sierpinska(1990)와 Tirosh(2000)는 개념 이해의 어려움의 원인인 오류가 지식의 일부를 차지하고 있는 필수적인 구성 부분이 될 수 있으며, 오류를 연구하여 학생들의 이해 정도를 알아볼 수 있다고 하였다. 이는 수학적 오류가 새로운 지식의 구성을 방해한다고 하는 부정적이 관점이 아니라 오류가 학생들의 이해의 토대가 되는 긍정적인 관점에서도 연구될 필요가 있음을 시사한다. 보다 긍정적인 접근들을 위한 연구들은 오류를 오개념(misconception), 대안적 개념(alternative conception)과 같은 용어로 사용하기도 한다. 학자들마다 수학적 오류, 오개념에 대한 정의는 약간의 차이는 있으나 수학적 오개념에 관한 여러 연구에 의하면, 학생들이 지식을 획득하는 과정에서 오개념을 가지는 것은 불가피하고 적극적으로 대처해야 한다고 말하고 있다. 수학적 오개념과 오류를 인식론적 장애라 하고 이에 대한 정의를 내린 Brousseau(1997)는 학생들의 인식론적 장애가 비효과적인 새로운 상황에서 '행동의 변증법'을 이룬다고 말하고 있다. Brousseau가 말한 인식론적 장애란 어떠한 특정한 맥락에서는 성공적이고 유용했던 지식이었고, 그래서 학생의 인지구조의 일부가 되었지만, 새로운 문제 상황이나 더 넓어진 맥락에서는 부적합해진 지식을 뜻한다. 그의 교수학적 상황론에 의하면, 학생들은 행동의 변증법 과정을 통해 공식이나 알고리즘처럼 명확하고 형식화된 것이 아닌 다소 암묵적인 모델을 형성한다. 이후, 구체적인 전략을 의논하고 의사소통하는 형식화 상황이 타당화 상황으로 나가면서 학생 개개인의 오류나 장애가 드러난다. 이 과정에서 학생들은 자신의 생각을 정당화하거나 제안된 추측을 증명할 때 더 나은 것을 예측하고 선택할 수 있어야 하고, 새로 제안된 것이 참인지 계속해서 정당화 과정이 진행되어야 한다.

2. 문장제

학자들에 의해 규정된 문장제의 정의를 살펴보면, Rosenthal & Resnick(1974)은 문장제란 논리적이고 분석적인 사고를 요하는 문제로서, 언어적 기능과 산술적 처리 기능을 동시에 요구하기 때문에 사용된 낱말에 대한 명확한 표상을 얻지 못한 학생은 적절한 해결 전략을 결정하지 못하여 문제 해결에 실패하게 된다고 하였다. Mayer(1982)는 문장제 문제에 나타난 정보를 명제로 나누어 분석한 결과 하나의 수치를 나타내는 배경 명제, 두 변인간의 수적 관계를 나타내는 관계 명제, 답을 찾으려 하는 질문 명제, 문제의 통합에 필요한 사실을 나타내는 유관 사실의 네 가지 명제로 기술할 수 있다고 하였다. 문장제 문제에는 무관 사실이 포함될 수도 있으나, 이것은 문제 해결과는 아무런 관련이 없으며, 문제의 언어적 의미 형태를 좋게 한다. 이상에서 나타난 바와 같이 문장이나 명제를 문제의 구성요소로 보고 있다. 이처럼 문장제는 문장 또는 명제로서 분석되어 연구되었지만, 문제 전체를 읽고 해석되어야, 정답을 구하는데 필요한 수치와 연산을 선택할 수 있다. 그러므로 문제는 요소로서 구성되지만, 전체로서 하나의 의미를 나타내기 때문에 올바른 문장제가 구성되는데 전제 조건이 필요할 것이다.

문장제를 분류하는 방식에 대하여 Carpenter와 Moster(1982)는 선행연구들을 종합하여 세 가지로 구분하고 있다. 첫째는 구문론적 분류로서 구문, 어휘수준, 낱말의 수 등에 의해 분류하는 방식이며, 둘째는 문장의 표상 순서에 따른 수식의 유형에 의해 분류하는 방식이며, 셋째는 문제의 의미구조에 의한 분류방식이다. 최근의 선행 연구들은 문제의 의미구조에 의한 분류가 선호되고 있다(정성현, 1998). 이는 의미구조에 따른 다양한 문제 유형에 대한 학생들의 수행을 알아볼 수 있고, 서로 다른 의미구조라도 동일한 형태의 수식으로 표현될 수

있기 때문이다. 양순열(1991)은 문장제의 의미구조에 의한 분류 방식을 취했던 선행 연구들이 사용한 명칭을 종합하여 결합문제, 변화문제, 비교문제로 분류하였다. 결합문제는 두 집합의 통합된 관계를 포함하는 문제이고, 변화문제는 원래의 상태에서부터 최종 상태를 산출하기 위하여 원래의 상태에서 증가 또는 감소시키는 문제, 비교문제는 두 집단 간의 차이를 생각하는 문제이다.

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

연구의 대상은 서울시에 소재한 중위권 중학교에서 중학교 3학년 4학년, 141명 (남학생 74명, 여학생 67명)을 연구 대상으로 선정 하였으며, 본 검사에서 전혀 풀이 흔적이 없는 학생 39명을 제외한 102명 (남학생 54명, 여학생 48명)을 분석 대상으로 정하였다.

2. 검사 도구

본 연구를 위하여 현행 제7차 교육과정에서 사용되고 있는 수학 9-가 단계의 교과서 11종을 대상으로 교과서에 제시된 도형 문장제의 유형에 따른 문제 수를 조사하였다.

[표 1] 교과서에 제시된 도형 문장제의 유형 분류

	가	나	다	라	마	바	사	아	자	차	카	합계
초기	2	3	4	2	3	3	1	2	1	0	1	22 (26.5%)
변화	5	4	3	3	2	1	3	1	3	3	1	29 (35.0%)
비교	4	1	2	3	2	1	1	1	0	1	1	17 (20.5%)
결합	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	6 (7.2%)
조작	1	1	0	2	1	1	1	1	1	0	1	10 (12.0%)
합계	13	10	10	10	9	6	6	6	5	4	4	83 (100%)

본 검사는 중학교 3학년 학업성취도 평가 문제(2003년~2006년)와 7차 교육과정에서 사용되고 있는 <9-가>단계 11개 교과서를 참고로 문항을 제작한 예비 검사를 수정하여, 교과서 분석 결과 교과서에서 가장 많이 제시된 변화 문제와 가장 적게 제시된 결합 문제를 각 2문항을 선정하였고, 나머지 초기, 비교, 조작문제는 각 1문항씩 선정하여 총 7문항을 주 관식으로 제작하였다..

3. 연구 절차

본 연구에 사용할 검사의 신뢰도 및 타당도를 확인하기 위해서 먼저 예비 검사를 2007년 6월 4일에 대전시에 소재한 중위권 수준의 중학교 3학년 1개 반 37명(남학생 17명, 여학생 20명)을 대상으로 실시하였고, 본 검사는 연구자가 임의로 선정한 서울시에 소재한 중위권 수준의 중학교 3학년 학생들 141명 (남학생 74명, 여학생 67명)을 대상으로 2007년 7월 2

남·녀 학생들의 도형 문장제 해결 오류 및 해결력에 대한 비교 분석

일부터 3일에 걸쳐 담당 수학교사의 수학 시간에 담당 교사의 감독 하에 실시하였다.

4. 자료 분석

연구 문제를 해결하기 위하여 학생들이 적은 풀이과정을 보고 각 문항별 나타나는 오류를 분석하였다. 각 문항에 대하여 올바른 풀이와 답을 제시한 경우는 분석 대상에서 제외하여 남학생 54명, 여학생 48명(총 102명)을 대상으로 하였으며, 오답인 경우라도 풀이 과정을 제시하지 않은 경우는 무응답으로 처리하였다. 그리고 풀이과정 중 여러 오류가 발생한 경우에는 가장 처음에 발생한 오류만을 대상으로 삼았다. 총체적 채점기준에 의하여 각 문항을 4점 만점으로 하여 채점 한 후 문제 유형별, 남녀학생별 점수의 평균을 구하였다.

[표 2] 총체적 채점 기준표

단계	점수	총체적 점수 기준
문제 이해	0	풀이 흔적이 없거나, 문제를 이해하지 못하였다.
	1	문제를 완전히 이해하였다.
문제 해결 과정	0	시도를 하지 않았거나 부적절한 식을 세웠다.
	1	적절한 식을 세웠으나 계산상의 오류가 있었다.
	2	적절한 식을 세우고 계산상의 오류도 없었다.
답 구하기	0	문제에 맞는 답을 적지 못했다.
	1	문제에 맞는 답을 적었다.

IV. 결과 및 분석

1. 도형 문장제 해결과정에서 나타나는 오류유형 분석

남학생 54명, 여학생 48명(총 102명)에 대한 오류를 분석하였다. 분석 과정에서 오류유형을 편이 상 아래와 같이 오류번호로만 제시하였다. ()는 해당 오류를 나타낸 학생의 수를 나타낸다.

1) 문항 1 (초기 문제)

어느 목장에서는 직사각형 모양의 우리를 만들었더니, 둘레의 길이는 66cm이고 그 넓이는 260cm²라 한다. 이 직사각형 모양 우리의 가로와 세로의 길이는 각각 몇 cm 인가?

[표 3] 문항 1에 대한 오류 분석 결과

	오류 유형					오류합계	무응답
	I	II	III	IV	V		
남	·	·	14.8%(8)	68.5%(37)	·	83.3%(45)	3.70%(2)
여	·	4.2%(2)	14.6%(7)	54.2%(26)	·	72.9%(35)	8.3%(4)
전체	·	2.0%(2)	14.7%(15)	61.8%(63)	·	78.4%(80)	3.9%(4)

2) 문항 2 (변화 문제)

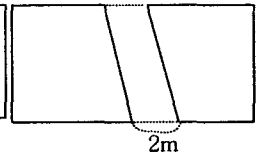
반지름의 길이가 6cm인 원 모양의 피자에서 반지름의 길이를 약간 늘렸더니 넓이가 28π 만큼 늘었다. 늘어난 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

[표 4] 문항 2에 대한 오류 분석 결과

	오류 유형					오류합계	무응답
	I	II	III	IV	V		
남	27.8%(15)	7.4%(4)	·	3.7%(2)	7.4%(4)	46.3%(25)	3.7%(2)
여	39.6%(19)	·	·	·	6.3%(3)	45.8%(22)	4.2%(2)
전체	33.3%(34)	3.9%(15)	·	2.0%(2)	6.9%(7)	46.1%(47)	3.9%(4)

3) 문항 3 (비교 문제)

가로와 세로의 길이가 서로의 길이의 두 배인 직사각형 모양의 잔디밭에 그림과 같은 일정한 폭의 길을 만들었더니 잔디밭의 넓이는 180m^2 가 되었다. 본래 잔디밭의 가로와 세로의 길이를 각각 몇 m 인가?

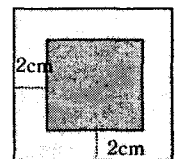


[표 5] 문항 3에 대한 오류 분석 결과

	오류 유형					오류합계	무응답
	I	II	III	IV	V		
남	20.4%(11)	3.7%(2)	·	9.2%(5)	5.6%(3)	38.9%(21)	5.6%(3)
여	12.5%(6)	4.2%(2)	·	12.5%(6)	·	29.2%(14)	6.3%(3)
전체	16.7%(17)	3.9%(4)	·	10.8%(11)	2.9%(3)	34.3%(35)	5.9%(6)

4) 문항 4 (결합 문제)

크기가 다른 두 개의 정사각형 모양의 색종이가 있는데 작은 색종이를 큰 색종이의 중앙에 놓았더니 사방으로 2cm가 남았다고 한다. 두 정사각형의 넓이의 합이 244cm^2 일 때, 색종이의 한 변의 길이를 각각 구하여라.

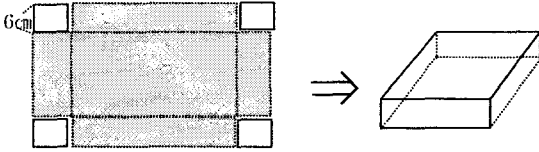


[표 6] 문항 4에 대한 오류 분석 결과

	오류 유형					오류합계	무응답
	I	II	III	IV	V		
남	42.6%(23)	9.3%(5)	·	5.6%(3)	25.9%(14)	83.3%(45)	7.4%(4)
여	35.4%(17)	31.3%(15)	·	4.2%(2)	20.8%(10)	91.7%(44)	4.2%(2)
전체	39.2%(40)	19.6%(20)	·	4.9%(5)	23.5%(24)	87.3%(89)	5.8%(6)

5) 문항5 (조작 문제)

가로와 세로의 길이가 서로의 길이보다 10cm만큼 더 큰 직사각형 모양의 두꺼운 종이에서 그림과 같이 한 변의 길이가 6cm인 정사각형을 네 귀퉁이에서 잘라 내어 직육면체 모양의 상자를 만들었다니 그 부피는 3600cm³가 되었다. 원래 직사각형 모양의 종이의 가로와 세로의 길이는 각각 몇 cm인가?

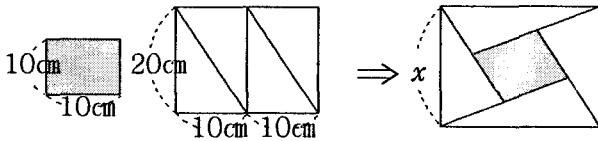


[표 7] 문항 5에 대한 오류 분석 결과

	오류 유형					오류합계	무응답
	I	II	III	IV	V		
남	11.1%(6)	7.4%(4)	3.7%(2)	20.4%(11)	14.8%(8)	57.4%(31)	20.4%(11)
여	6.3%(3)	6.3%(3)	.	16.7%(8)	16.7%(8)	45.8%(22)	16.7%(8)
전체	8.8%(9)	6.9%(7)	3.9%(4)	18.6%(19)	15.7%(16)	52.0%(53)	18.6%(19)

6) 문항6 (결합 문제)

한 변의 길이가 각각 10cm, 20cm인 두 정사각형이 있다. 그림과 같이 큰 정사각형을 자르고 작은 정사각형과 함께 새로운 정사각형을 만들었다. 새로운 정사각형의 한 변의 길이는 몇 cm인가? (단, 겹치거나 남는 부분은 없다.)

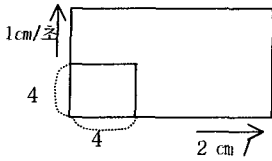


[표 8] 문항 6에 대한 오류 분석 결과

	오류 유형					오류합계	무응답
	I	II	III	IV	V		
남	3.7%(2)	.	.	.	9.3%(5)	13.0%(7)	46.3%(25)
여	18.8%(9)	4.2%(2)	.	4.2%(2)	4.2%(2)	31.3%(15)	47.9%(23)
전체	10.8%(11)	2.0%(2)	.	2.0%(2)	6.9%(7)	21.6%(22)	57.1%(48)

7) 문항7 (변화 문제)

한 변의 길이가 4cm인 정사각형의 가로와 세로의 길이는 매초 2cm, 1cm의 속력으로 늘어나면서 직사각형을 이루고 있다. 직사각형의 넓이가 240cm²가 되는 것은 몇 초 후인지 구하여라.



[표 9] 문항 7에 대한 오류 분석 결과

	오류 유형					오류합계	무응답
	I	II	III	IV	V		
남	.	9.3%(5)	9.3%(5)	.	.	18.5%(10)	37.0%(20)
여	4.2%(2)	8.3%(4)	.	.	18.8%(9)	31.3%(15)	16.7%(8)
전체	2.0%(2)	8.8%(9)	4.9%(5)	.	8.8%(9)	24.5%(25)	27.5%(28)

8) 결과 요약

[표 10] 오류 유형에 따른 남녀별 오류 분석

	오류 I	오류 II	오류 III	오류 IV	오류 V	무응답
남	15.1 %	5.3 %	4.0 %	15.3 %	9.0 %	18.3 %
여	16.6 %	8.3 %	2.0 %	13.1 %	9.5 %	14.9 %
전체	15.9 %	6.8 %	3.0 %	14.2 %	9.3 %	16.6 %

남녀학생 모두 오류유형의 빈도는 오류III→오류II→오류V→오류IV→오류I의 순으로 많이 범하고 있었다. 남학생의 경우 무응답을 한 학생이 오류 I를 범한 학생보다 많고, 여학생의 경우도 오류 I 다음으로 많은 것을 알 수 있다. 무응답을 한 학생들은 문제의 난이도가 학생 수준에 맞지 않아 문제해결에 대한 자신감을 상실하여, 문제를 해결할 시도조차 하지 않은 경우이다. 각 오류에 대한 유형을 살펴보면 다음과 같다.

(1) 오류 I. 구문에 대한 이해 부족

오류 I은 남녀학생들이 가장 많은 오류를 범한 오류이다. 오류 I의 경우는 수학적 용어를 이해 못 하는 경우 보다는 일상생활에서 사용하는 단어나 관계 명제, 비교 명제의 해석에 어려움을 느끼고 있었다. 예를 들면 ‘사방(四方)’의 뜻을 잘못 이해해서 식을 잘못 세우는 경우, ‘늘어난 넓이’를 ‘늘어난 후의 넓이’로 파악하는 경우, ‘~가 ~보다 ~만큼 크다’, ‘~가 ~의 몇 배이다.’ 등과 같은 문장을 해석하는 과정에서 오류를 범하고 있었다. 또한, 문제를 제대로 이해하지도 못했으면서 문제 해결을 시도하는 학생들도 많았다.

오류 I의 경우 남학생이 여학생 보다 더 많은 오류를 나타낼 것이라고 예상했지만, 오히려 여학생이 더 많은 오류를 범하고 있었다. 이는 도형 문장제의 특성상 문제를 그림으로 제시해주기 때문에 구문을 해석하는데 언어적 요인이 많은 영향을 주지 않음을 알 수 있다.

(2) 오류 II. 선행지식의 부족

오류 II의 경우는 인수분해, 문자의 사용, 근호를 포함한 식의 계산에 관한 선수학습 능력 결여와 근의 공식이나, 도형의 넓이·부피 공식을 몰라서 오류를 범한 경우이다. 여학생이 남학생보다 더 많은 오류를 나타내고 있었다. 이는 여학생이 남학생보다 문장제 해결과정에서

남·녀 학생들의 도형 문장제 해결 오류 및 해결력에 대한 비교 분석

수학적인 개념적 요인에 더 어려움을 느끼는 것을 알 수 있다.

(3) 오류Ⅲ. 적절하지 않은 식 세우기

오류Ⅲ의 경우는 남녀학생들이 가장 적게 범한 오류이다. 그 이유는 선행 연구에 따르면 도형 문장제의 문제해결에 있어 가장 강력한 문제해결 전략은 ‘식 세우기’라고 할 수 있는데, 오류Ⅲ을 범한 학생들의 거의 대부분이 오류Ⅰ을 범한 것으로 나타났다. 이는 구문의 이해만 제대로 된다면 식을 세우는 과정에서의 오류를 줄일 수 있다는 것을 나타내준다.

(4) 오류Ⅳ. 반성단계 확인을 하지 않은 경우

오류Ⅳ를 범한 학생들은 두 번째로 많았다. 학생들이 스스로 문장제를 해결할 때 결과와 풀이과정을 점검하는 과정을 통해 문제의 조건에 맞는 답을 찾아야 하는데, 많은 학생들이 반성 단계를 생략하고 있었고, 방정식의 해를 구하는 것이 문제해결의 끝이라고 생각하고 있었다.

(5) 오류Ⅴ. 계산적 오류

오류Ⅴ의 경우, 대부분 덧셈, 뺄셈 등의 단순한 계산에 의한 오류였으며, 숫자가 클수록 더 많은 오류를 범하였다. 그 외 <9-가>에서 학습한 ‘근호를 포함한 식의 계산’ $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + b$ 라는 오류를 범하였고, 상수 π 를 x 와 같이 하나의 문자로 파악하여 계산과정에서 어려움을 겪고 있었다.

2. 도형 문장제 유형에 따른 성취도 비교

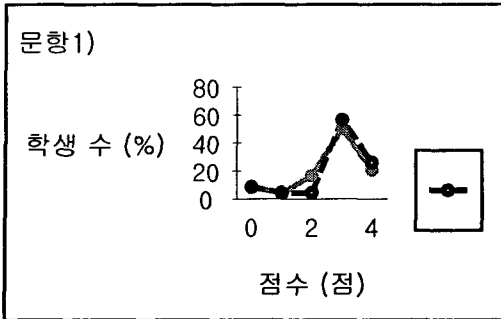
총체적 채점기준에 의하여 채점한 결과를 가지고 남녀학생의 도형 문장제 문제해결 능력을 비교하였다. 본 연구에서는 남학생의 성취수준이 여학생보다 더 높게 나타남을 알 수 있었으며, 결합형 문제에서 가장 큰 차이를 보였다.

[표 11] 도형 문장제 유형에 따른 남녀 성취도 분석

	초기문제	비교문제	변화 문제		결합문제		조작문제
	1번	3번	2번	7번	4번	6번	5번
남	2.87점	3.13점	2.34점	2.21점	1.61점	1.96점	2.35점
여	2.71점	2.92점	2.25점	2.67점	1.63점	1.17점	2.25점
전체	2.79점	3.02점	2.30점	2.44점	1.62점	1.56점	2.30점

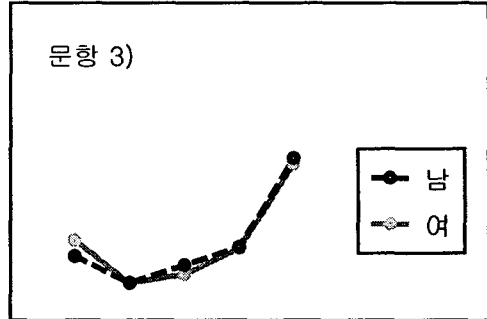
1) 성취도 분포곡선을 살펴보면 상위권에서는 남학생의 비율이 높았고, 중위권은 여학생의 비율이 높으며, 하위권에서는 남녀 학생의 비율이 같았다. 이것으로 보아 전체적인 성취도면에서 남학생이 여학생보다 높게 나타난 것으로 보인다. 초기 문제에서 남녀학생 모두 비교적 상위권에 많이 분포되어 있음을 알 수 있다.

1) 초기 문제 (문항 1)



[그림 1] 문항 1. 남녀별 성취도 분포곡선

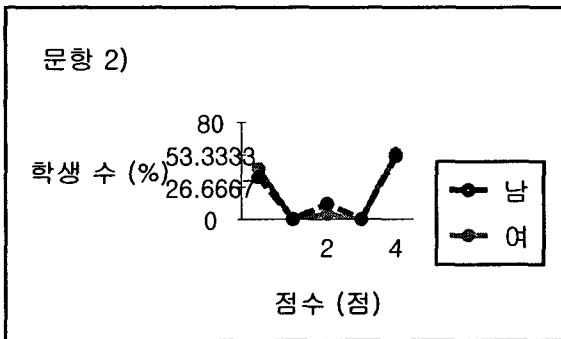
2) 비교 문제 (문항 3)



[그림 2] 문항 2. 남녀별 성취도 분포곡선

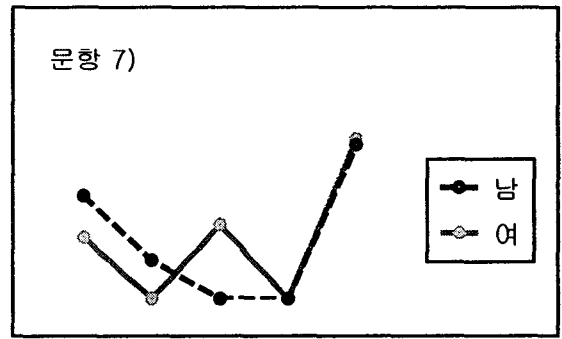
2) 성취도 분포곡선을 살펴보면 중·상위권에서 남학생의 비율이 높았고, 하위권에서는 여학생의 비율이 높았다. 따라서 전체적으로 성취도면에서 남학생이 여학생보다 약간 높게 나타난 것으로 보인다. 비교 문제에서 남녀학생은 상위권에 많이 분포되어 있음을 알 수 있다. 비교형 문제에 있어서 독해과정에서의 언어적 요인보다는 개념적 요인이 더 영향을 미친다는 선행연구(김미진, 1993)결과로 보아 여학생이 남학생보다 문장제 해결과정에서 논리-수학적인 개념적 요인에 더 어려움을 느끼는 것을 알 수 있다.

3) 변화 문제 (문항 2)



[그림 3] 문항 7. 남녀별 성취도 분포곡선

4) 변화 문제 (문항 7)



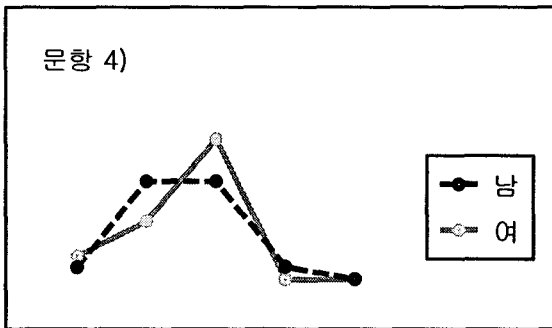
[그림 4] 문항 3. 남녀별 성취도 분포곡선

3) 성취도 분포곡선을 살펴보면 상위권에서는 여학생의 비율이 높았고, 중위권에서는 남학생의 비율이 높았으며, 하위권에서는 여학생의 비율이 높았다. 중위권에서 남학생이 여학생보다 두 배 가량 많았으므로 전체적인 성취도면에서 남학생이 여학생보다 약간 높게 나타난 것으로 보인다. 또한, 남녀학생 모두 상위권 아니면 하위권에 분포되어 있는 것으로 보아 학생들의 문제 해결력 수준의 격차가 심함을 알 수 있다.

4) 성취도 분포곡선을 살펴보면 중·상위권에서는 여학생의 비율이 높고, 하위권에서는 남학생의 비율이 높았으므로 전체적인 성취도면에서 여학생이 남학생보다 높게 나타났다. 또한, 남학생의 경우는 하위권에도 많이 분포되어 있는 것으로 보아 남학생은 격차가 심함을 알 수 있다.

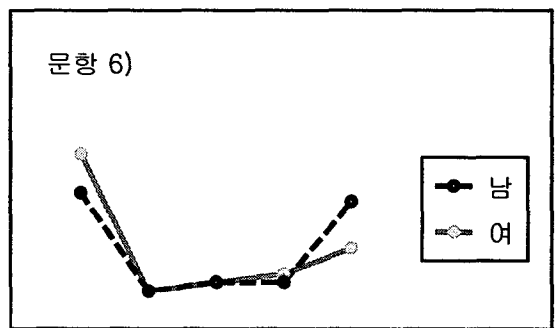
변화 문제를 분석하여 볼 때, 변화 문제에서 남학생보다 여학생이 더 높은 성취도를 나타냈다. 이는 변화형 문장제는 언어적 요인에 더 기인 한다는 연구 결과(김미진, 1993)에서 보아 여학생이 남학생보다 높은 성취수준을 나타냄을 뒷받침 할 수 있다. 구문에 대한 이해의 오류에서 학생들이 관계 명제의 해석을 어려워하는 것을 알 수 있었는데, 변화 관계 명제의 이해가 변화 문제를 해결하는데 중요한 역할을 함을 알 수 있다.

5) 결합 문제 (문항 4)



[그림 5] 문항 4. 남녀별 성취도 분포곡선

6) 결합 문제 (문항 6)



[그림 6] 문항 6. 남녀별 성취도 분포곡선

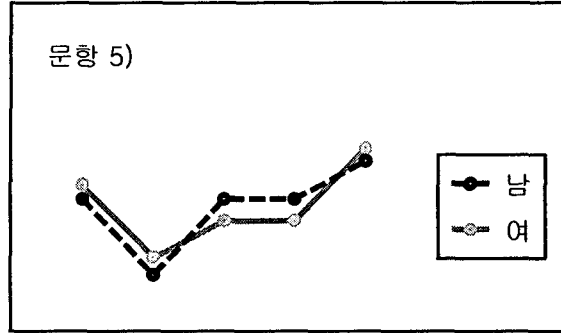
5) 성취도 분포곡선을 살펴보면 상위권에서는 남학생의 비율이 약간 높았고, 중위권에서는 여학생의 비율이 높았으며, 하위권에서는 남학생의 비율이 높았다. 따라서 전체적으로 성취도면에서 약간의 차이이긴 하지만 여학생이 남학생보다 높게 나타났다. 결합 문제(문항 4)에서 남녀학생은 중위권에 많이 분포되어 있음을 알 수 있다.

6) 성취도 분포곡선을 살펴보면 상위권에서는 남학생의 비율이 월등히 높았고, 중위권은 비슷하며, 하위권에서는 여학생의 비율이 높았다. 이것으로 보아 전체적인 성취도면에서 남학생이 여학생보다 높게 나타났다. 문항6)에서 남녀학생 모두 하위권에 많이 분포되어 있어 전체 문항 중 가장 낮은 성취도를 보였다. 4점 만점을 받은 여학생 수가 4점 만점을 받은 남학생의 50% 밖에 되지 않은 것으로 보아 여학생들은 도형을 분리하고, 재결합하는 것을 어려워하는 것을 알 수 있다. 김영호(2003)에 따르면, 여학생은 남학생에 비해 공간적 기능이 매우 떨어지며, 이는 초등학교 단계에서는 별로 학업성취에 영향을 주지 않으나, 중학교 이후부터는 학업성취에 상당한 영향을 준다고 하였다.

두 도형을 비교하여 도형의 넓이의 합을 이용하여 풀어야 하는 결합 문제의 경우 문항6)을 살펴보면, 무응답의 수는 남녀 비슷한 비율을 나타내지만 오류를 나타낸 학생의 비율이 남학생은 13%, 여학생은 31.3%로 큰 차이를 나타내고 있다.

7) 성취도 분포곡선을 살펴보면 상위권에서는 여학생의 비율이 높았고, 중위권은 남학생의 비율이 높았으며, 하위권에서는 여학생의 비율이 높았다. 이것으로 보아 전체적인 성취도면에서 남학생이 여학생보다 높게 나타났다. 조작 문제 남녀학생 모두 하위권과 상위권에 많이 분포되어 있음을 알 수 있다.

7) 조작 문제 (문항 5)



[그림 7] 문항 5. 남녀별 성취도 분포곡선

8) 결과 요약

문제 유형별 성취 수준을 살펴보면, 남녀학생 모두 결합문제→조작문제→변화문제→초기 문제→비교문제 순으로 높은 성취도를 나타냈으며, 유형에 따른 남녀학생의 차이는 나타나지 않았고, 교과서에 제시된 문장제 유형 분류를 살펴보면 결합문제→조작문제→비교문제→초기문제→변화문제 순으로 많이 분포되어 있는 것으로 보아, 교과서에 많이 제시되어 있는 문제 유형과 높은 성취도를 나타낸 문제 유형과의 순서가 정확히 일치하는 것은 아니나, 교과서에 많이 분포한 문제 유형은 평균 이상의 성취도를 나타냈으며 가장 적게 분포한 문제 유형이 가장 낮은 성취도를 나타냈다.

V. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 문제 해결을 위한 올바른 식을 세우기 위해서는 먼저 무엇을 구해야 하는지를 알아야 한다. 오류 분석 결과 적절하지 않은 식을 세워 오류를 범한 대부분의 학생들이 구문에 대한 이해의 오류도 함께 범하고 있는 것을 알 수 있었다. 이는 식을 세우기 위해서는 구문에 대한 충분한 이해가 선행되어야 함을 알 수 있다. 구문의 이해의 오류를 줄이기 위해서는 도형 문장제 지도 시 문제를 정확히 해석하고, 이를 학생들에게 좀 더 확실하게 이해시킬 필요가 있으며, 문제의 문장에 대한 식을 부분적으로 세운 후 이를 결합시켜 문제에 대한 식을 세울 수 있도록 지도하여야 할 것이다.

둘째, 문제를 해결하기 위해 필요한 선수학습 요소를 파악하여 이를 먼저 지도할 필요가 있다. 학생들이 어려워했던 근호를 포함한 식의 계산을 다시 한 번 설명해 주거나, 문제와 관련된 공식들을 상기시킬 수 있도록 지도하여야 한다.

셋째, 문제 해결 과정 중 반성의 단계를 강조하여 지도하여야 한다. 반성의 단계는 결과와 풀이과정을 점검하고, 결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는지, 결과나 방법을 어떤 다른

문제에 활용할 수 있는지를 생각하는 단계이다. 학생들 스스로 결과와 풀이과정을 점검하는 과정을 통해 문제의 조건에 맞는 답을 찾을 수 있도록 결과와 풀이과정을 점검하는 습관을 기를 수 있도록 지도하여야 한다.

넷째, 문제의 숫자를 크게 하였던니 계산 실수를 하는 학생들이 많은 것으로 보아, 문제 해결능력 뿐 아니라 기본 계산 능력 증진 시켜야 한다.

다섯째, 문장제 해결에 있어 무응답을 한 학생들이 많았다. 이러한 학생들의 문제해결을 위해서는 문제를 몇 단계로 나누어 각 단계마다 학생 수준에 맞는 적절한 발문을 통하여 문제를 스스로 해결을 할 수 있도록 도와야하고, 문제해결의 성공의 누적으로 문장제 해결에 대한 흥미와 자신감을 가질 수 있도록 지도하여야 한다.

여섯째, 남녀 학생의 문장제 해결 능력에 있어서 변화 문제만을 제외하고는 모두 남학생이 우세한 것으로 보아, 남학생들에게는 관계 명제를 해석하는 과정을 중점적으로 지도해야 할 것이며, 여학생에게는 논리-수학적인 개념적 요인의 학습과 가장 낮은 성취도를 보였던 결합형 문제에 중점을 두어 지도하여야 할 것이다

일곱째, 교과서에 많이 분포한 문제 유형은 평균 이상의 성취도를 나타냈으며, 가장 적게 분포한 결합 문제가 가장 낮은 성취도를 나타낸 것으로 볼 때 학생들의 보충 문제 선정 시 교과서에 많이 분포되어 있지 않은 문제 유형을 선택하는 것이 좋을 것 같다.

2. 제언

본 연구에서 얻은 연구 결과와 연구 과정에서 나타난 제한점을 보완하여 보다 좋은 후속 연구를 위하여 다음과 같이 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 도형 문장제의 오류에 관한 충분한 연구뿐만 아니라 그 교정 과정을 확인해 봄으로써 실제적인 오류의 원인이 무엇인지 밝히고, 연구의 결과를 바탕으로 다양한 교수·학습 방법이나 자료를 연구, 개발할 필요가 있다.

둘째, 다른 유형의 문장제에 관한 오류 연구가 필요하다.

셋째, 도형 문장제 유형별로 남녀학생의 문제 해결 능력을 비교했지만, 연령에 따른 남녀 학생의 문제 해결 능력에 어떤 차이가 있는지 연구해 볼 필요가 있다.

참고문헌

- 강육기 (1997). 수학과 교육과정 개발 방향. 한국교원대학교 교육 연구소.
- 권석철 (1991). 수학교육에 있어서 남녀 간 이해도 차에 관한 연구. 한남대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김현주 (2006). 중학교 3학년학생들의 도형 문장제 해결 과정에서 나타나는 오류분석 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 류한영 (1999). 중학교 3학년과 고등학교 1학년들의 방정식에 대한 오류분석에 관한 연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 백한미 (1997). 수학문제해결 전략 선택에 있어서의 성별 차이에 대한 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

- 수학 9-가. (주)블랙박스, (주)금성출판사, (주)고려출판사, (주)두산, 두레교육(주), (주)중앙교육진흥연구소, 대한교과서(주), (주)교문사, 교학연구사, (주)도서출판디딤돌, (주)천재교육.
- 양순열 (1991). 문제표상과 효율적인 문장제 지도방안 연구. 한국수학교육학회지 수학교육, 제30권, 제2호.
- 우정호 (1998). 학교 수학의 교육적 기초. 서울대학교 출판부.
- 이정은 (1998). 중학생들의 일차 방정식에 관한 문장제 해결 전략 및 오류 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 이종희 외 (2002). 중학생의 수학적 오류 분석 및 교수학적 처방을 위한 학습지도 방법 개발. 한국교원대학교 부설 교과교육공동연구소.
- 정성현 (1998). 중학교 남녀 학생의 수학 문장제 해결능력 비교연구. 강원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 지재근·오세열 (2000). 문장제에 대한 이해정도가 문제해결력 신장에 미치는 영향에 대한 연구. 한국학교수학회 논문집 제3권, 제1호.
- Brousseau, G. (1977). Theory of Didactical Situation in Mathematics. Kluwer Academic Publishers.

Word Problem with Figures Solving Ability and Error of Boys and Girls - with middle school 3rd grade students -

Oh, Jeong-Yoon³⁾ · Ro, Young-Soon⁴⁾

Abstract

The purpose of this study was to examine what errors students made in solving word problems with figures and to compare the problem-solving abilities of boys and girls for each type of word problems with figures. It's basically meant to provide information on effective teaching-learning methods about world problems with figures that were given the greatest weight among different sorts of word problems.

The findings of the study were as follows: First, there was no difference between the boys and girls in the types of error they made. Both groups made the most errors due to a poor understanding of sentences, and they made the least errors of making the wrong expression. And the students who gave no answers outnumbered those who made errors. Second, as for problem-solving ability, the boys outperformed the girls in problem solving except variable problems. There was the greatest gap between the two in solving combining problems. Third, they made the average or higher achievement in solving the types of problems that were included much in the textbooks, and made the least achievement in relation to the types of problems that were handled least often in the textbooks.

Key Words : Word problems with figures, Problem-solving ability, Error

3) Graduate School of Kongju National Univ. (genius22x@hanmail.net)

4) Dept. of Math. Edu, of Kongju National Univ. (ysro@kongju.ac.kr)