

유한 셀룰러 오토마타 천이함수의 재귀식에 대한 연구

이 현 열[†] · 이 건 선[‡]

요 약

이 논문은 셀의 두 가지 상태값(0,1)과 서로 다른 네 가지 경계조건(0—0,0—1,1—0,1—1)하에서, 3근방 국소 천이함수를 갖는 유한오토마타의 천이함수를 생성하는 간단한 재귀적인 공식을 만들어, 이 공식으로 천이 함수를 몇 개의 클래스로 분류한다.

키워드: 3근방국소 천이함수, 4가지 경계조건, 전역 천이함수, 고정점, 재귀적인 공식

A Study on the Recurrence for the Transition Functions of Finite Cellular Automata

Hyen Yeal Lee[†] · Geonseon Lee[‡]

ABSTRACT

This paper provides some simple recursive formulas generation transition functions of finite cellular automata with triplet local transition functions under two states (0 and 1) and four different boundary conditions (0—0,0—1,1—0,1—1), and classify transition functions into several classes.

Key Words : Triplet local transition function, 4-boundary conditions, Global transition function, Fixed point, Recursive formula

1. 서 론

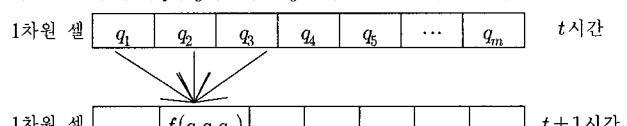
많은 연구원들이 수치적, 통계학적, 점근적 등 다양한 방법으로 셀룰러 오토마타 이론을 연구해왔다. 다른 한편으로, 유한(또는 이산) 셀룰러 오토마타의 역학적인 양상은 매우 복잡하고 흥미롭다. 많은 과학자와 수학자들은 유한 셀룰러 오토마타 이론을 널리 발전시켜왔는데, 주요 관심사는 고정점, 주기길이, 고정점에 이르는 제일 긴 천이 길이 등 셀룰러 오토마타의 포괄적인 역학적 양상부분에 초점을 두고 있다. 일반적으로 양상들을 셀룰러 오토마타의 천이 도식만으로 결정하기는 매우 어렵다. 그렇지만, 어떤 특정한 셀룰러 오토마타는 간단한 천이 도식을 가지고 있다. 이 논문에서는 셀룰러 오토마타 $CA - R_{a-b}(m)$ 의 천이 도식이나 그림을 위한 재귀적인 공식을 제공하여 유한 셀룰러 오토마타의 거동을 해석하는데 목적을 둔다.

먼저 3근방 국소 천이 함수를 가지는 일차원 유한 오토마타를 살펴보자.

<정의1.1> m 을 자연수, Q 를 $\{0,1\}$ 이라 하고, Q 안에 있는 문자들로만 이루어지고, 길이가 m 인 모든 문자열 집합을 Q^m 이라 한다. 즉 $Q^m = \{0,1\}^m$ 이 된다.

3근방 국소 천이 함수 f 는 $f: Q^3 \rightarrow Q$ 로 정의되는 함수이다. 즉, $f(abc) = d$ 이고, a, b, c, d 는 $\{0,1\}$ 의 원소이다. r_k 는 모든 Q^3 안에 있는 문자열 xyz 에 대해 $r_k = f(xyz)$ ($k = 4x + 2y + z$, $0 \leq k \leq 7$)로 정의한다.

이 논문에서 $Q^3 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$ 과 3근방 국소 천이 함수 $f(xyz) = (x+y+z) \bmod 2$ 를 사용한다.



(그림 1.1) 3근방 국소 천이 함수의 전개

Wolfram[7]에 따르면 3근방 국소 천이 함수 f 의 규칙번호 R 은 $R = \sum_{k=0}^7 2^k r_k$ 로 정의할 수 있다. 단, $0 \leq R \leq 255$ 이다.

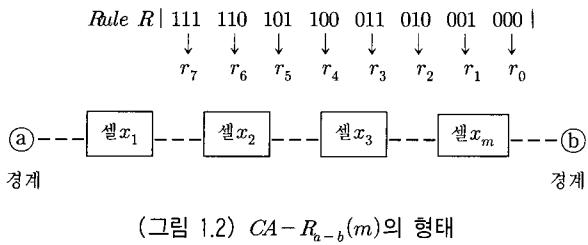
규칙번호 R 의 3근방 국소 천이 함수 f 는 아래 (그림 1.2)와 같이 설명된다:

* This work was supported by Pusan National University Grant

† 정 회 원 : 부산대학교 정보컴퓨터공학부 교수

‡ 준 회 원 : 부산대학교 컴퓨터공학과 수료(박사)(교신저자)

논문접수 : 2007년 2월 7일, 심사완료 : 2007년 5월 3일



(그림 1.2) $CA - R_{a-b}(m)$ 의 형태

모든 x, y 와 z 에 대해 $g(xyz) = f(xyz)$ 인 3근방 국소 천이 함수 g 를 f 에 대해 대칭이라 한다. 모든 x, y 와 z 에 대해 $h(xyz) = \overline{f(xyz)}$ 인 3근방 국소 천이 함수 h 를 f 의 규칙번호의 보수라 한다. 대칭 보수 함수가 보수 대칭과 동일하다는 것을 보이는 것은 쉽다. 예로, 규칙번호 12의 대칭, 보수, 대칭 보수는 각각 68, 107과 121이다.

<정의1.2> 규칙 R에서 4가지 경계조건(0-0, 0-1, 1-0, 1-1)에 대한 셀룰러 오토마타 $A(m), B(m), C(m), D(m)$ 은 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}A(m) &= CA - R_{0-0}(m) = (Q^m, \delta_{0-0}^m), \\B(m) &= CA - R_{0-1}(m) = (Q^m, \delta_{0-1}^m), \\C(m) &= CA - R_{1-0}(m) = (Q^m, \delta_{1-0}^m), \\D(m) &= CA - R_{1-1}(m) = (Q^m, \delta_{1-1}^m)\end{aligned}$$

경계조건이 $a-b$ ($a, b = 0$ 이나 1)인 셀룰러 오토마타 $CA - R_{a-b}(m)$ 은 f 가 규칙번호가 R 인 3근방 국소 천이 함수 일 때

$$\delta_{a-b}^m(x_1x_2 \cdots x_{m-1}x_m) = f(ax_1x_2)f(x_1x_2x_3) \cdots f(x_{m-2}x_{m-1}x_m)f(x_{m-1}x_mx_b)$$

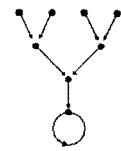
와 같은 역학적인 체계 (Q^m, δ_{a-b}^m) 이다.

$j_p(x_1 \cdots x_m) = px_1 \cdots x_m$ 으로 정의되는 함수 $j_p : CA - R_{a-b}(m) \rightarrow CA - R_{a-b}(m+1)$ ($p=0,1$)는 국소 천이 함수 f 가 $f(apz) = p$ 와 $f(pyz) = f(cyz)$ ($\forall y, z \in Q$)를 만족하고 그럴 때만 동적사상(dynamorphism)이 된다. 단, 함수 j_p 가 동적사상이면 $CA - R_{a-b}(m+1)$ 의 천이 도식이 $CA - R_{c-b}(m)$ 을 부분도식으로 포함한다. 게다가 만약 $f(a0z) = 0$ 이고 $f(alz) = 1$ ($\forall z \in Q$)이면 $CA - R_{a-b}(m+1)$ 의 천이 도식은 $CA - R_{0-b}(m)$ 과 $CA - R_{1-b}(m)$ 의 배타적 합집합이다. 즉, $CA - R_{a-b}(m+1) = CA - R_{0-b}(m) + CA - R_{1-b}(m)$ 이다.

다음 사실은 명백하다. $CA-0_{a-b}(m)$ 과 $CA-255_{a-b}(m)$ 의 천이 도식은 문자열 $[2^m]$ 과 동형이다. 이 $CA-204_{a-b}(m)$ 은 2^m 개의 고정 점으로 이루어져 있다. 다시 말해

$CA - 204_{a-b}(m) = 2^m$ 이다. 그리고 $CA - 51_{a-b}(m)$ 은 주기길이의 2^{m-1} 순환으로 이루어져 있다. 역시 $CA - 15_{a-b}(m)$ 과 $CA - 170_{a-b}(m)$ 은 짚이가 m 인 2진 전개 나무구조와 동형이다. 예로, $CA - 170_{a-b}(3)$ 은 아래 주어진 (그림1.3)과 같은 구조를 갖는다.

이 논문에서 혼돈이 생기지 않는 한 4가지 경계조건을 갖는 규칙들의 셀룰러 오토마坦을 $A(m) = CA - R_{0-0}(m)$, $B(m) = CA - R_{0-1}(m)$, $C(m) = CA - R_{1-0}(m)$, $D(m) = CA - R_{1-1}(m)$ ($a = 0, 1$) 라 쓴다 (경계조건).



(그림 1.3) $CA-170_{a-b}(3)$ 와 동형인 2진 전개 나무구조

2. 경계조건의 효과

이 장에서는 셀룰러 오토마타의 양상이 경계조건 $a-b$ 와 독립적이라는 것을 보인다.

<사실 2.1>

$R=0,51,204,2550$ 이고, 그럴 때만 $A(m) = B(m) = C(m) = D(m)$ 이다.

[증명] 동치성 $\delta_{0-0}^n = \delta_{0-1}^n = \delta_{1-0}^n = \delta_{1-1}^n$ 은 $f(xy0) = f(xy1)$,
 $f(0yz) = f(1yz)$ 이고 그럴 때만 만족한다. 따라서
 $f(0y0) = f(0y1)$, $f(1y0) = f(1y1)$, $f(0y0) = f(1y0)$,
 $f(0y1) = f(1y1)$ 이고,

$$\begin{array}{cccccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ r_2 & r_2 & r_0 & r_0 & r_2 & r_2 & r_0 & r_0 \end{array}$$

가 된다. 그러므로 $r_0, r_2 \in Q$, $R=0,51,204,255$ 일 때 $R = 51(4r_2 + r_0)$ 을 얻을 수 있다. \square

<사실 2.2>

$R=3, 12, 15, 48, 60, 63, 192, 195, 207, 204, 243, 252$ 이고, 그럴 때만 $A(m) = B(m) \neq C(m) = D(m)$ 이다.

[증명] 동치성 $\delta_{0-0}^n = \delta_{0-1}^n$, $\delta_{1-0}^n = \delta_{1-1}^n$ 은 $f(xy0) = f(xy1)$ 이고 그럴 때만 만족한다. 그것은

$$\begin{array}{cccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ r_6 & r_6 & r_4 & r_4 & r_2 & r_2 & r_0 & r_0 \end{array}$$

가 된다. 그러므로 $r_0, r_2, r_4, r_6 \in Q$, $R = 0, 3, 12, 15, 48, 51, 60, 63, 192, 195, 204, 207, 240, 243, 252, 255$ 이고, 그럴 때만 $R = 3(64r_6 + 16r_4 + 4r_2 + r_0)$ 이다. 사실 2.1에 포함된 규칙 번호를 제거하면 $R = 3, 12, 15, 48, 60, 63, 192, 195, 207, 240, 243, 252$ 를 얻을 수 있다. \square

<사실 2.3>

$R=17,34,68,85,102,119,136,153,170,187,221,238$ 이고, 그럴 때
만 $A(m) = C(m) \neq B(m) = D(m)$ 이다.

[증명] 동치성 $\delta_{0-0}^m = \delta_{1-0}^m$, $\delta_{0-1}^m = \delta_{1-1}^m$ 은 $f(0yz) = f(1yz)$ 이고 그럴 때만 만족한다. 그것은

$$\begin{array}{cccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ r_3 & r_2 & r_1 & r_0 & r_3 & r_2 & r_1 & r_0 \end{array}$$

가 된다. 그러므로 $r_0, r_1, r_2, r_3 \in Q$, $R = 0,17,34,51,68,85,102,119,136,153,170,187,204,221,238,255$ 이고, 그럴 때만 $R = 17(8r_3 + 4r_2 + 2r_1 + r_0)$ 이다. 사실 2.1에 포함된 규칙번호를 제거하면 $R = 17,34,68,85,102,119,136,153,170,187,221,238$ 을 얻을 수 있다. \square

3. 부분동적사상

1장에서 언급했듯이 $j_p(x_1 \cdots x_m) = px_1 \cdots x_m$ 으로 정의되는 함수

$$j_p : CA - R_{c-b}(m) \rightarrow CA - R_{a-b}(m+1) \quad (p=0,1)$$

은 어떤 R 에 대해 동적사상이다. 두 함수 $j_0 : CA - R_{c-b}(m) \rightarrow CA - R_{a-b}(m+1)$ 과 $j_1 : CA - R_{d-b}(m) \rightarrow CA - R_{a-b}(m+1)$ 이 동적사상일 때, $CA - R_{a-b}(m+1)$ 의 천이 도식은 $CA - R_{c-b}(m)$ 과 $CA - R_{d-b}(m)$ 의 배타적 합집합이다. 이 장에서 약간 약한 상황만을 생각한다.

만약 $\delta_{a-b}^{n+1}(px_1 \cdots x_m) = q\delta_{c-b}^n(x_1 \cdots x_m)$ 이면 함수 $j_p : CA - R_{c-b}(m) \rightarrow CA - R_{a-b}(m+1)$ 을 유형 $q \in Q$ 의 부분동적사상이라 한다. 만약 $f(apz) = q$, $f(pyz) = f(cyz)$ 이고 그럴 때 만 함수 $j_p : CA - R_{c-b}(m) \rightarrow CA - R_{a-b}(m+1)$ 가 유형 $q \in Q$ 의 부분동적사상이라는 것은 자명하다. 게다가 j_p 가 p 에 대해 부분동적사상이고, 그럴 때만 j_p 가 동적사상이 된다.

셀룰러 오토마타 $CA - R_{a-b}(m)$ 의 천이 도식은 데카르트 곱 $Q^m \times Q^m$ 의 부분집합

$$\{(x_1 \cdots x_m, \delta_{a-b}^n(x_1 \cdots x_m)) | x_1 \cdots x_m \in Q^m\}$$

이다. 다시 말해 천이 함수 δ_{a-b}^n 의 도식이다.

데카르트 곱 $Q^{m+1} \times Q^{m+1}$ 의 부분집합

$$\{(px_1 \cdots x_m, p\delta_{a-b}^n(x_1 \cdots x_m)) | x_1 \cdots x_m \in Q^m\}$$

을 $[p:q]\delta_{a-b}^n$ 로 표기한다.

<사실 3.1>

아래의 세 사실은 동등하다:

(a) $j_0 : CA - R_{c-b}(m) \rightarrow CA - R_{a-b}(m+1)$ 과

$j_1 : CA - R_{d-b}(m) \rightarrow CA - R_{a-b}(m+1)$ 은

유형 p , q 에 대해 부분동적사상이다.

(b) δ_{a-b}^{n+1} 의 천이 도식은 δ_{c-b}^n 와 δ_{d-b}^n 의 배타적 합집합이다. 그것은,

$\delta_{a-b}^{n+1} = [0:p]\delta_{c-b}^n \cup [1:q]\delta_{d-b}^n$ 이다.

(c) $f(a0z) = p$, $f(a1z) = q$, $f(0yz) = f(cyz)$, $f(1yz) = f(dy)$.

[증명] 사실 (a)는 두 조건 $\delta_{a-b}^{n+1}(0x_1 x_2 \cdots x_m) = p\delta_{c-b}^n(x_1 x_2 \cdots x_m)$, $\delta_{a-b}^{n+1}(1x_1 x_2 \cdots x_m) = p\delta_{d-b}^n(x_1 x_2 \cdots x_m)$ 과 동치다. 따라서 그 결과는 명확하다 \square

아래와 같은 내용을 고찰하자.

(유형 apq) $\delta_{a-b}^{n+1} = [0:p]\delta_{c-b}^n \cup [1:q]\delta_{d-b}^n$

(유형 000) $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:0]\delta_{0-b}^n \cup [1:0]\delta_{1-b}^n$

(유형 100) $\delta_{1-b}^{n+1} = [0:0]\delta_{0-b}^n \cup [1:0]\delta_{1-b}^n$

(유형 001) $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:0]\delta_{0-b}^n \cup [1:1]\delta_{1-b}^n$

(유형 101) $\delta_{1-b}^{n+1} = [0:0]\delta_{0-b}^n \cup [1:1]\delta_{1-b}^n$

(유형 010) $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:1]\delta_{0-b}^n \cup [1:0]\delta_{1-b}^n$

(유형 110) $\delta_{1-b}^{n+1} = [0:1]\delta_{0-b}^n \cup [1:0]\delta_{1-b}^n$

(유형 011) $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:1]\delta_{0-b}^n \cup [1:1]\delta_{1-b}^n$

(유형 111) $\delta_{1-b}^{n+1} = [0:1]\delta_{0-b}^n \cup [1:1]\delta_{1-b}^n$

<사실 3.2>

$R=0, 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144, 160, 176, 192, 208, 224, 240$ 이고

그럴 때만 (유형 000) $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:0]\delta_{0-b}^n \cup [1:0]\delta_{1-b}^n$ 이 성립한다.

[증명] 사실 3.1을 통해 $f(00z) = 0$, $f(01z) = 0$ 이라는 것을 알 수 있다. 그것은

$$\begin{array}{cccccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ r_7 & r_6 & r_5 & r_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

이다. 그러므로 $R=16(8r_7 + 4r_6 + 2r_5 + r_4)$ 이고, 따라서 $R=0, 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144, 160, 176, 192, 208, 224, 240$ 이다. \square

<사실 3.3>

$R=12, 28, 44, 60, 76, 92, 108, 124, 140, 156, 172, 188, 204, 220, 236, 252$ 이고

그럴 때만 (유형 001) $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:0]\delta_{0-b}^n \cup [1:1]\delta_{1-b}^n$ 이 성립한다.

[증명] 사실 3.1을 통해 $f(00z) = 0$, $f(01z) = 1$ 이라는 것을 알 수 있다. 그것은

$$\begin{array}{cccccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ r_7 & r_6 & r_5 & r_4 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

이다. 그러므로 $R=16(8r_7 + 4r_6 + 2r_5 + r_4) + 12$ 이고, $R=12, 28, 44, 60, 76, 92, 108, 124, 140, 156, 172, 188, 204, 220, 236, 252$ 이다. \square

<사실 3.4>

$R=3, 19, 35, 51, 67, 83, 99, 115, 131, 147, 163, 179, 195, 211, 227, 243$ 이고

그럴 때만 (유형 010) $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:1]\delta_{0-b}^n \cup [1:0]\delta_{1-b}^n$ 이 성립한다.

[증명] 사실 3.1을 통해 $f(00z) = 1$, $f(01z) = 0$ 이라는 것을 알 수 있다. 그것은

$$\begin{array}{cccccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ r_7 & r_6 & r_5 & r_4 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

이다. 그러므로 $R=16(8r_7 + 4r_6 + 2r_5 + r_4) + 3$ 이고, $R=3, 19, 35, 51, 67, 83, 99, 115, 131, 147, 163, 179, 195, 211, 227, 243$ 이다. \square

<사실 3.5>

$R=15, 31, 47, 63, 79, 95, 111, 127, 143, 159, 175, 191, 207, 223, 255$ 이고

그럴 때만 (유형 011) $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:1]\delta_{0-b}^n \cup [1:1]\delta_{1-b}^n$ 이 성립한다.

[증명] 사실 3.1을 통해 $f(00z) = 1$, $f(01z) = 1$ 이라는 것을 알 수 있다. 그것은

$$\begin{array}{cccccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ r_7 & r_6 & r_5 & r_4 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

이다. 그러므로 $R=16(8r_7 + 4r_6 + 2r_5 + r_4) + 15$ 이고, $R=15, 31, 47, 63, 79, 95, 111, 127, 143, 159, 175, 191, 207, 223, 255$ 이다. \square

<사실 3.6>

$R=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15$ 이고 그럴 때만 (유형 100)

$\delta_{1-b}^{n+1} = [0:0]\delta_{0-b}^n \cup [1:0]\delta_{1-b}^n$ 이 성립한다.

[증명] 사실 3.1을 통해 $f(10z) = 0$, $f(11z) = 0$ 이라는 것을

알 수 있다. 그것은

$$\begin{array}{ccccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_3 & r_2 & r_1 & r_0 \end{array}$$

이다. 그러므로 $R=8r_3+4r_2+2r_1+r_0$ 이고, $R=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15$ 이다. \square

<사실 3.7>

$R=192,193,194,195,196,197,198,199,200,201,202,203,204,205,206,207$ 이고 그럴 때만 (유형 101) $\delta_{1-b}^{n+1} = [0:0]\delta_{0-b}^n \cup [1:1]\delta_{1-b}^n$ 이 성립한다.

[증명] 사실 3.1을 통해 $f(10z)=0, f(11z)=1$ 이라는 것을 알 수 있다. 그것은

$$\begin{array}{ccccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & r_3 & r_2 & r_1 & r_0 \end{array}$$

이다. 그러므로 $R=8r_3+4r_2+2r_1+r_0+192$ 이고,
 $R=192,193,194,195,196,197,198,199,200,201,202,203,204,205,206,207$ 이다. \square

<사실 3.8>

$R=48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63$ 이고 그럴 때만 (유형 110) $\delta_{1-b}^{n+1} = [0:1]\delta_{0-b}^n \cup [1:0]\delta_{1-b}^n$ 이 성립한다.

[증명] 사실 3.1을 통해 $f(10z)=1, f(11z)=0$ 이라는 것을 알 수 있다. 그것은

$$\begin{array}{ccccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & r_3 & r_2 & r_1 & r_0 \end{array}$$

이다. 그러므로 $R=8r_3+4r_2+2r_1+r_0+48$ 이고,
 $R=48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63$ 이다. \square

<사실 3.9>

$R=240,241,242,243,244,245,246,247,248,249,250,251,252,253,254,255$ 이고 그럴 때만 (유형 111) $\delta_{1-b}^{n+1} = [0:1]\delta_{0-b}^n \cup [1:1]\delta_{1-b}^n$ 이 성립한다.

[증명] 사실 3.1을 통해 $f(10z)=1, f(11z)=1$ 이라는 것을 알 수 있다. 그것은

$$\begin{array}{ccccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & r_3 & r_2 & r_1 & r_0 \end{array}$$

이다. 그러므로 $R=8r_3+4r_2+2r_1+r_0+240$ 이고,
 $R=240,241,242,243,244,245,246,247,248,249,250,251,252,253,254,255$ 이다. \square

4. 결 론

이 논문에서 3근방 국소 천이 함수를 가지는 유한 셀룰러 오토마타의 천이 도식 및 도형을 생성하는 어떤 재귀적인 공식들을 조사해 봤다. 이 결과는 천이 도식 및 도형을 계산하는데 유용하며 만족할 만한 결과이다. 즉 이러한 재귀적 공식으로 셀룰러 오토마타 전개 양상을 한눈에 알아볼 수 있게 되었다. 그러나 예로, 아래의 부분동적사상에 대한 연구는 다시 고찰해야 할 앞으로의 숙제로 남긴다.

Group 1. $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:p]\delta_{0-b}^n \cup [1:q]\delta_{0-b}^n$

Group 3. $\delta_{1-b}^{n+1} = [0:p]\delta_{0-b}^n \cup [1:q]\delta_{0-b}^n$

Group 2. $\delta_{0-b}^{n+1} = [0:p]\delta_{1-b}^n \cup [1:q]\delta_{1-b}^n$

Group 4. $\delta_{1-b}^{n+1} = [0:p]\delta_{1-b}^n \cup [1:q]\delta_{1-b}^n$

참 고 문 헌

- [1] Y. Kawahara and H.-Y. Lee, Period lengths of cellular automata com-90 with memory. Journal of Mathematical Physics 38(1), pp.255-266, 1997.
- [2] Y. Kawahara, et al., Period lengths of cellular automata on square latitces with rule 90. Journal of Mathematical Physics 36(3), pp.1435-1456, 1995.
- [3] H.-Y. Lee, Studies on dynamical behaviors of finite cellular automata, Ph.D Thesis, Kyushu University, 1995.
- [4] H.-Y. Lee and Y. Kawahara, On dynamical behaviors of cellular automata CA-60. Bull. Inform. Cybernet, 25, pp.22-26, 1992.
- [5] H.-Y. Lee and Y. Kawahara, Transition diagrams of finite cellular automata Bull. Inform. Cybernet, 28, pp.47-69, 1996.
- [6] J. von Neumann, Theory of self-reproducing automata, A. W. Burks, ed., 1966.
- [7] S. Wolfram, · Theory and applications of cellular automata, World scientific, Singapore, 1986.

이 현 열



e-mail : hylee@pusan.ac.kr

1971년 부산대학교 수학과 졸업(학사)

1978년 일본 구주대학교 수학과 졸업(석사)

1981년~1983년 일본 구주대학교 객원 연구원

구원

1984년~1991년 부산대학교 조교수

1987년~1988년 일본 동경대학교 객원 연구원

1988년~1989년 미국 베클리대학교 객원 연구원

1989년~1991년 일본 구주대학교 객원 연구원

1992년~1996년 부산대학교 부교수

1996년 일본 구주대학교 정보학과 졸업(박사)

1997년~현재 부산대학교 정보컴퓨터공학부 교수

관심분야 : 암호학, 오토마타, 프랙탈

이 건 선



e-mail : juliuspod@hotmail.com

2002년 부경대학교 컴퓨터공학전공 졸업(학사)

2005년 부산대학교 수학과 졸업(석사)

2007년 부산대학교 컴퓨터공학과 수료(박사)

관심분야 : 암호학, 오토마타, 프랙탈