

인체 공동 내부 수술용 로봇을 위한 이미지 레지스트레이션 방법

안재범*, 이상윤#

Medical Image Registration Methods for Intra-Cavity Surgical Robots

Jaebum An* and Sangyoon Lee#

ABSTRACT

As the use of robots in surgeries becomes more frequent, the registration of medical devices based on images becomes more important. This paper presents two numerical algorithms for the registration of cross-sectional medical images such as CT (Computerized Tomography) or MRI (Magnetic Resonance Imaging) by using the geometrical information from helix or line fiducials. Both registration algorithms are designed to be used for a surgical robot that works inside a cavity of human body. This paper also reports details about the fiducial pattern that includes four helices and one line. The algorithms and the fiducial pattern were tested in various computer-simulated situations, and the results showed excellent overall registration accuracy.

Key Words: image registration (이미지 레지스트레이션), surgical robots (수술용 로봇), numerical algorithm (수치 알고리즘), curve fiducials (곡선 피두설)

기호설명

- f_i : position vector of a fiducial line or helix
- R : 3-D rotation matrix
- b : 3-D translation vector
- n : number of fiducials
- x_i : point on a fiducial in the 3-D space
- y_i : point in the image plane, corresponding to x_i
- s_i : parameter of a line or a helix
- ω_i : pitch of a helix
- β_i : phase angle of a helix

1. 서론

CT 나 MRI 스캐너를 이용하여 얻은 단면 이미지에 기반하여 레지스트레이션(registration)을 하는 경우, 전통적으로 직선형 피두설(fiducial)로 구성된 프레임이 널리 사용되어 왔다. 예를 들어 Fig. 1 의 CRW 프레임의 경우, 9 개의 직선 피두설로 구성되며 그림의 우측과 같이 3 개의 피두설이 하나의 'N'자 형태를 이루고 있다. 이와 같이 직선형 피두설로만 구성되어 있는 패턴에 대해 적용할 수 있는 레지스트레이션 방법은 개발되어 있으나^{1,2},

접수일: 2006 년 10 월 31 일; 게재승인일: 2007 년 7 월 3 일

* 건국대학교 기계설계학과

교신저자: 건국대학교 기계공학부

E-mail: slee@konkuk.ac.kr Tel: (02) 450-3731

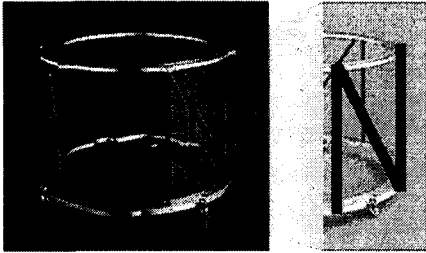


Fig. 1 CRW fiducial frame

직선뿐만 아니라 곡선을 포함한 피두설 패턴에도 적용 가능한 레지스트레이션 방법은 현재까지 보고되지 않은 상태이다.

로봇이 의료 시술에 적용되는 범위의 증가와 빈도가 점차 증가하고 있는 현실에서³ 본 연구는 수술용 로봇의 말단장치가 인체의 공동(cavity)에 삽입되어 시술을 수행하는 경우에도 적용이 가능한 레지스트레이션 방법의 개발을 목적으로 하고 있다. 즉, CT 나 MRI 스캐너를 이용하여 인체와 로봇의 말단장치 이미지를 얻는 경우, 이미 알고 있는 기준 좌표계에 대하여 로봇 말단장치의 상대적인 위치와 방향을 결정함으로써 이미지를 이용한 로봇의 안내를 가능하도록 하는 것이다.

수술용 로봇이 인체의 공동에서 수행하는 작업의 예로 Fig. 2 와 같이 전립선암의 검사나 치료를 위해 로봇의 말단장치에 침(needle)을 부착하여 직장에 삽입한 후 시행하는 시술을 들 수 있다.^{4,6} 이와 같이 인체 공동 내 삽입 및 작업이라는 조건을 고려할 때, CRW 프레임과 같이 전통적인 형태의 직선형 피두설로 구성된 프레임보다는 원통형 프레임을 사용하는 것이 더 적합하다고 할 수 있다. 또한 원통의 표면에 피두설을 설치하고 원통의 내부 공간에 기타 장치를 설치함으로써 말단장치의 설계면에서 이점을 얻을 수 있다.

그러나 이 경우 Fig. 1 과 같은 전통적인 피두설

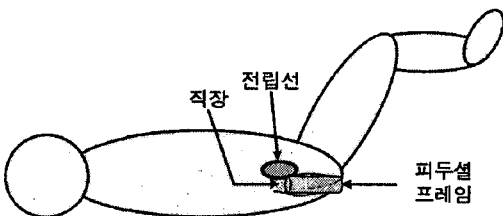


Fig. 2 Prostate operation

패턴을 원통형 프레임의 표면에 사용할 경우, 'N' 자 형태를 이루는 세 개의 직선 중 대각선이 나선으로 변하게 되므로, 기존의 레지스트레이션 알고리즘이 적용 될 수 없는 문제가 발생한다. 따라서 새로운 피두설 패턴과 레지스트레이션 방법의 개발이 필요한 것이다.

2. 피두설(Fiducial) 패턴

새로운 피두설 패턴을 개발하기 위해서 다음과 같은 사항을 고려하였다. 우선 Fig. 1 의 CRW 프레임에서 수직선이 아닌 직선형 피두설이 세 개라는 점에서 적어도 세 개의 나선을 포함하는 피두설 패턴을 검토하였다. 그리고 나선이 모두 동일할 경우, 원통의 축 방향 회전 정도를 감지할 수 없으므로 나선의 방향, 피치에 변화를 주는 것과 직선을 추가하는 것을 고려하였다. 또한 원통의 전체 표면에서 피두설 간 교점이 나타나지 않도록 피두설을 배열함으로써 CT 나 MRI 이미지에서 점이 겹쳐서 나타나지 않도록 하였다. 그리고 가능한 적은 수의 피두설을 사용하는 패턴을 설계하는 것을 목적으로 하였다.

다양한 조합의 나선과 직선으로 이루어진 피두설 패턴을 3 장에 기술되어 있는 레지스트레이션 알고리즘에 적용한 결과, Fig. 3 과 같이 한 개의 직선과 네 개의 나선으로 구성된 패턴이 가장 뛰어난 레지스트레이션 결과를 보였다. 이 직선과 나선을 Fig. 3 의 $\{XYZ\}$ 좌표계에 대해서 위치벡터로 나타내면 아래 $f_1 \sim f_5$ 와 같다. 이 때 네 개의 나선 중 두 개 (f_1, f_2)는 오른손 방향이고 다른 두 개 (f_3, f_4)는 왼손 방향이다.

$$\begin{aligned}
 f_1 &= p_1 + s_1 v_1 = [r, 0, 0]^T + s_1 [0, 0, 1]^T = [r, 0, s_1]^T \\
 f_2 &= [r \cos(\omega_2 s_2 - \beta_2), -r \sin(\omega_2 s_2 - \beta_2), as_2]^T \\
 f_3 &= [r \cos(\omega_3 s_3 - \beta_3), r \sin(\omega_3 s_3 - \beta_3), as_3]^T \\
 f_4 &= [r \cos(\omega_4 s_4 - \beta_4), -r \sin(\omega_4 s_4 - \beta_4), as_4]^T \\
 f_5 &= [r \cos(\omega_5 s_5 - \beta_5), r \sin(\omega_5 s_5 - \beta_5), as_5]^T
 \end{aligned} \tag{1}$$

위 식에서 s_i 는 i 번째 직선 또는 나선의 매개변수이고 r 은 원통의 반지름, L 은 원통의 길이, $a = L/(2\pi)$ 이다. 나선의 경우, 피치(pitch) ω_i 와 위상각(phase angle) β_i 는 Table 1 과 같다.

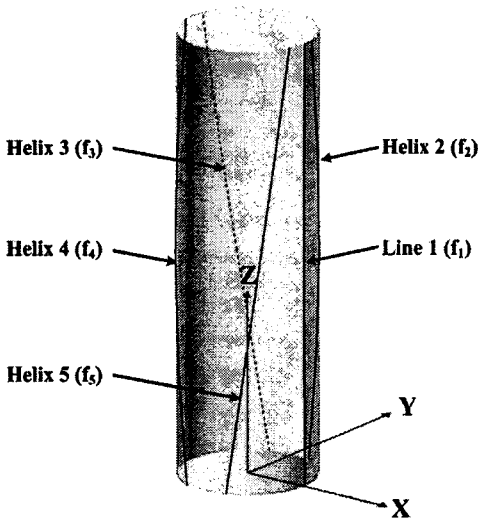


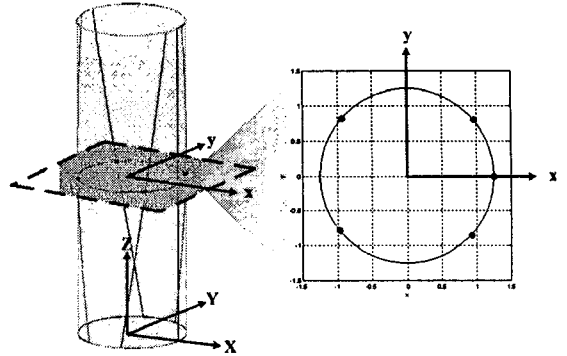
Fig. 3 Fiducial frame composed of one line (Line 1) and four helices (Helix 2-5)

Table 1 Helix parameters

	2	3	4	5
ω_i	60/360	57/360	63/360	53/360
β_i	70 π /180	110 π /180	250 π /180	290 π /180

3. 레지스트레이션 알고리즘

이 논문에서 제안하는 레지스트레이션 알고리즘의 목적은, Fig. 4(a)와 같이 삼차원 공간에서 이미지 평면과 교차하는 피두설 위의 점들로 구성되는 집합 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 과 이것에 대응하여 이미지 평면 위에 형성되는 n 개의 점들(Fig. 4(b) 참고)로 이루어지는 집합 $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 사이의 관계를 수학적으로 기술하는 것이다. 이는 Fig. 4(a)의 삼차원 기준좌표계 $\{XYZ\}$ 와 Fig. 4(b)의 이미지 평면에 위치한 좌표계 $\{xyz\}$ 사이의 상대적인 위치와 방향을 결정하는 문제로서, 회전 행렬 R 과 평행이동 벡터 \mathbf{b} 를 이용하여 나타낼 수 있다. 두 점 집합을 구성하는 원소들 간의 상호 대응 관계 (correspondence)가 알려져 있다는 가정하에서 이 문제를 풀기 위하여 개발한 두 가지 수치 알고리즘은 다음과 같다.



(a) Fiducial frame in 3-D space (b) Image plane

Fig. 4 Fiducial frame and image plane

3.1 알고리즘 1

알고리즘 1 은 두 단계로 구성되어 있다. 첫번째 단계에서 이미지 평면과 각 피두설이 교차할 때 형성되는 교점을 삼차원 공간에서 결정하고, 두번째 단계에서 두 점집합 사이의 관계를 결정하는 것이다. 즉, 두번째 단계에서 두 좌표계 사이의 상대적인 회전 행렬 R 과 평행이동 벡터 \mathbf{b} 를 결정하는 것이다.

주어진 피두설 패턴이 n 개의 나선 또는 직선을 포함하는 경우, 아래 식 (2)와 같이 이미지 평면 위의 각 점들 사이의 거리와 같은 값을 갖는 피두설 위의 점들을 구하기 위해 직선 및 나선의 매개변수 s 를 미지수로 하는 $n(n-1)/2$ 개의 연립방정식을 구성할 수 있다.

$$\|x_i(s_i) - x_j(s_j)\|^2 = d_{ij}^2, 1 \leq i \leq (n-1), 2 \leq j \leq n, i < j \quad (2)$$

식 (2)에서 x_i 는 i 번째 피두설 f_i 에 있는 점의 위치를 $\{XYZ\}$ 좌표계에 대해서 나타내는 위치 벡터이다. 또한 d_{ij} 는 두 점 $x_i(s_i)$ 와 $x_j(s_j)$ 사이의 거리를 의미하고, 이 값은 이미지 평면에서 x_i 에 대응하는 점 y_i 와 x_j 에 대응하는 점 y_j 사이의 거리를 계산함으로써 구할 수 있다. 즉, CT 또는 MRI 이미지에 나타나는 점의 좌표로부터 $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 을 알 수 있으므로 d_{ij} 를 계산할 수 있다.

이 연립방정식의 풀이 과정에서, 각 매개변수 s 를 다른 변수(예를 들어 t)의 함수인 것으로 가정하고, 식 (2)를 t 에 대해 미분한 후, $n(n-1)/2$

개의 식을 모두 정리하면 다음과 같이 행렬과 벡터로 구성된 식을 얻을 수 있다.

$$J(\mathbf{s})\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{w} \quad (3)$$

식 (3)에서 벡터 \mathbf{s} 는 $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n]^T$, 벡터 $\dot{\mathbf{s}}$ 은 $\dot{\mathbf{s}} = [\dot{s}_1 \ \dot{s}_2 \ \dots \ \dot{s}_n]^T$ 이다. 행렬 J 와 벡터 \mathbf{w} 는 주어진 피두셜 패턴에 따라 결정되고, 행렬 J 의 크기는 $\frac{n(n-1)}{2} \times n$ 이다.

Fig. 3 의 피두셜 패턴의 경우, n 이 5 이므로 식 (3)에서 벡터 \mathbf{w} 는 $[d_{12}\dot{d}_{12} \ d_{13}\dot{d}_{13} \ \dots \ d_{45}\dot{d}_{45}]^T$ 이고 행렬 J 의 크기는 10×5 가 되며, 형태는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} J(1,1) & J(1,2) & 0 & 0 & 0 \\ J(2,1) & 0 & J(2,3) & 0 & 0 \\ J(3,1) & 0 & 0 & J(3,4) & 0 \\ J(4,1) & 0 & 0 & 0 & J(4,5) \\ 0 & J(5,2) & J(5,3) & 0 & 0 \\ 0 & J(6,2) & 0 & J(6,4) & 0 \\ 0 & J(7,2) & 0 & 0 & J(7,5) \\ 0 & 0 & J(8,3) & J(8,4) & 0 \\ 0 & 0 & J(9,3) & 0 & J(9,5) \\ 0 & 0 & 0 & J(10,4) & J(10,5) \end{pmatrix}$$

식 (3)의 J , $\dot{\mathbf{s}}$, \mathbf{w} 가 결정되면, 다음 식 (4)와 같이 벡터 \mathbf{s} 를 갱신하면서 반복 계산에 의하여 \mathbf{s} 를 구할 수 있다. 즉, 모든 직선 또는 나선 피두셜의 매개변수를 결정할 수 있는 것이다.

$$\mathbf{s}(t + \Delta t) = \mathbf{s}(t) + \Delta t (J^T J)^{-1} J^T \mathbf{w}(t) \quad (4)$$

위의 과정이 모두 끝나면 알고리즘 1 의 첫 단계를 마치는 것이고, 그 결과로서 삼차원 공간에 존재하는 점집합 $\{\mathbf{x}_1(s_1), \mathbf{x}_2(s_2), \dots, \mathbf{x}_n(s_n)\}$ 의 좌표를 얻을 수 있다.

두번째 단계는 첫번째 단계에서 얻은 두개의 점집합으로부터, 기준좌표계 $\{\mathbf{XYZ}\}$ 와 이미지 평면에 위치한 좌표계 $\{\mathbf{xyz}\}$ 사이의 관계를 결정하는 문제로서, 다음과 같이 Horn 의 방법⁷을 적용하여 두 좌표계 사이의 상대적인 회전 행렬 R 과 평행이동 벡터 \mathbf{b} 를 구하였다. Horn 의 방법은 점집합의 원소가 세 개 이상인 최소 자승 문제(least-

squares problem)의 해를 구하기 위해 적용이 될 수 있다.

서로 다른 두 좌표계 위의 점 \mathbf{x}_i 와 \mathbf{y}_i 사이의 오차 \mathbf{e}_i 를 식 (5)와 같이 나타낼 때, 전체오차는 이 오차의 제곱합, 즉 $\sum_{i=1}^n \|\mathbf{e}_i\|^2$ 으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{x}_i - (R\mathbf{y}_i + \mathbf{b}) \quad (5)$$

여기서 전체오차를 계산하기 위해 식 (6)과 같이 새로운 좌표 \mathbf{x}'_i , \mathbf{y}'_i 를 이용할 수 있다. 이 식에서 $\bar{\mathbf{x}}$ 는 $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$ 의 도심(centroid)이고 $\bar{\mathbf{y}}$ 는 $\{\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n\}$ 의 도심이다.

$$\mathbf{x}'_i = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}, \quad \bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \quad (6)$$

$$\mathbf{y}'_i = \mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}, \quad \bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{y}_i$$

따라서 전체오차를 다음 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다. 이 식에서 \mathbf{b}' 은 $\mathbf{b} - \bar{\mathbf{x}} + R\bar{\mathbf{y}}$ 과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}'_i - R\mathbf{y}'_i - \mathbf{b}'\|^2 \\ & = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}'_i - R\mathbf{y}'_i\|^2 - 2\mathbf{b}' \cdot \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}'_i - R\mathbf{y}'_i) + n\|\mathbf{b}'\|^2 \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서 두번째 항은 0 이 되고, 세 번째 항에서 $\|\mathbf{b}'\| = 0$, 즉 $\mathbf{b} = \bar{\mathbf{x}} - R\bar{\mathbf{y}}$ 일 때 전체오차가 최소가 된다. 이 때, 식 (7)은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}'_i\|^2 - 2 \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}'_i \cdot (R\mathbf{y}'_i)\| + \sum_{i=1}^n \|\mathbf{y}'_i\|^2 \quad (8)$$

식 (8)의 두번째 항인 $\sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}'_i \cdot (R\mathbf{y}'_i)\|^2$ 이 가장 큰 값을 가질 때 전체오차가 최소가 되고, 이 최대값을 구하는 과정에서 단위 쿼터니온(quaternion) \dot{q} 을 사용하였다(쿼터니온의 개념과 일반적인 특성은 부록과 참고문헌 8, 9 를 참조). 단위 쿼터니온을 이용하여 이 항을 나타내면 식 (9)와 같다.

$$\sum_{i=1}^n (\dot{q}\dot{y}'_i \dot{q}^*) \cdot \dot{\mathbf{x}}'_i \quad (9)$$

$$\dot{\mathbf{x}}'_i = (0, \mathbf{x}'_i) = 0 + i x_{x,i} + j y_{x,i} + k z_{x,i}$$

$$\dot{\mathbf{y}}'_i = (0, \mathbf{y}'_i) = 0 + i x_{y,i} + j y_{y,i} + k z_{y,i}$$

이 식에서 \dot{q}^* 는 \dot{q} 의 켈레 쿼터니온이다. 식 (9)

를 쿼터니온 곱의 특성을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{i=1}^n (\dot{q}\dot{y}'_i \dot{q}^*) \cdot \dot{x}'_i = \sum_{i=1}^n (\dot{q}\dot{y}'_i) \cdot (\dot{x}'_i \dot{q}) \quad (10)$$

그리고 다음 관계를 이용하면 식 (10)으로부터 식 (11)을 얻을 수 있다.

$$\dot{q}\dot{y}'_i = \begin{bmatrix} 0 & -x_{y',i} & -y_{y',i} & -z_{y',i} \\ x_{y',i} & 0 & z_{y',i} & -y_{y',i} \\ y_{y',i} & -z_{y',i} & 0 & x_{y',i} \\ z_{y',i} & y_{y',i} & -x_{y',i} & 0 \end{bmatrix} \dot{q} = Y_i \dot{q}$$

$$\dot{x}'_i \dot{q} = \begin{bmatrix} 0 & -x_{x',i} & -y_{x',i} & -z_{x',i} \\ x_{x',i} & 0 & -z_{x',i} & y_{x',i} \\ y_{x',i} & z_{x',i} & 0 & -x_{x',i} \\ z_{x',i} & -y_{x',i} & x_{x',i} & 0 \end{bmatrix} \dot{q} = X_i \dot{q}$$

$$\sum_{i=1}^n (\dot{q}\dot{y}'_i) \cdot (\dot{x}'_i \dot{q}) = \sum_{i=1}^n (Y_i \dot{q}) \cdot (X_i \dot{q})$$

$$= \dot{q}^T \left(\sum_{i=1}^n Y_i^T X_i \right) \dot{q} = \dot{q}^T K \dot{q} \quad (11)$$

식(11)에서 행렬 K 는 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} (S_{xx}+S_{yy}+S_{zz}) & S_{yz}-S_{zy} & S_{zx}-S_{xz} & S_{xy}-S_{yx} \\ S_{yz}-S_{zy} & (S_{xx}-S_{yy}-S_{zz}) & S_{xy}+S_{yx} & S_{zx}+S_{xz} \\ S_{zx}-S_{xz} & S_{xy}+S_{yx} & (-S_{xx}+S_{yy}-S_{zz}) & S_{yz}+S_{zy} \\ S_{xy}-S_{yx} & S_{zx}+S_{xz} & S_{yz}+S_{zy} & (-S_{xx}-S_{yy}+S_{zz}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

그리고 행렬 K 의 원소 중 S_{xx} 와 S_{yy} 는 다음과 같고 나머지 원소들도 같은 방식으로 구할 수 있다.

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_{y',i} x_{x',i}, \quad S_{yy} = \sum_{i=1}^n x_{y',i} y_{x',i} \quad (13)$$

식 (8)의 전체 오차를 최소화 하기 위한 식 (11)의 최대값은 행렬 K 의 양의 고유값(eigenvalue) 중 최대값에 해당한다. 따라서 이 고유값에 해당하는 고유벡터 $\lambda = (\lambda_0, \lambda_x, \lambda_y, \lambda_z)$ 를 이용하여 단위 쿼터니온 \dot{q} 을 구한 후, 식 (15), (16)과 같이 회전 행렬 R 과 평행이동 벡터 \mathbf{b} 를 구할 수 있다.

$$\dot{q} = \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} (i\lambda_x + j\lambda_y + k\lambda_z) \quad (14)$$

$$R = \begin{bmatrix} (q_0^2 + q_x^2 - q_y^2 - q_z^2) & 2(q_x q_y - q_0 q_z) & 2(q_x q_z + q_0 q_y) \\ 2(q_x q_y + q_0 q_z) & (q_0^2 - q_x^2 + q_y^2 - q_z^2) & 2(q_y q_z - q_0 q_x) \\ 2(q_x q_z - q_0 q_y) & 2(q_y q_z + q_0 q_x) & (q_0^2 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{b} = \bar{\mathbf{x}} - R\bar{\mathbf{y}} \quad (16)$$

3.2 알고리즘 2

두번째 알고리즘에선 이미지 평면 위의 점 $\mathbf{y}_i(t)$ 를 강체변환 (회전과 평행 이동)시킴으로써 얻는 점과 삼차원 공간에서 대응되는 점 $\mathbf{x}_i(t)$ 사이의 오차가 0이 되도록 반복계산을 수행함으로써 강체변환을 구성하는 회전 행렬 $R(t)$ 과 평행이동 벡터 $\mathbf{b}(t)$ 를 구하는 것이다. 이 관계를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\delta_i(t) = \mathbf{x}_i(t) - (R(t)\mathbf{y}_i + \mathbf{b}(t)) \quad (17)$$

알고리즘 1에서와 마찬가지로 식 (17)을 t 에 대해 미분한 뒤, n 개의 식을 모두 연합하면 다음과 같이 행렬과 벡터로 구성된 식을 얻을 수 있다.

$$M\mathbf{r} = \delta$$

$$\mathbf{r} = [\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dots, \dot{s}_n, \boldsymbol{\omega}^T, \mathbf{b}^T]^T$$

$$\delta = [\delta_1^T, \delta_2^T, \dots, \delta_n^T]^T \quad (18)$$

위에서 행렬 M 의 크기는 $(3n) \times (n+6)$ 이고, 벡터 \mathbf{r} 을 구성하는 벡터 $\boldsymbol{\omega}$ 는 $\boldsymbol{\omega} = \text{vect}(\dot{R}R^T)$ 이라는 관계식에 의해서 회전 행렬 R 과 관련될 수 있다. 이 때 연산자 $\text{vect}(\cdot)$ 는 $\text{matr}(\cdot)$ 과 쌍이 되는 연산자로서, 반대칭 (skew-symmetric) 행렬 N 과 벡터 \mathbf{x} 가 $N\mathbf{x} = \mathbf{n} \times \mathbf{x}$ 를 만족할 때, $\mathbf{n} = \text{vect}(N)$ 과 $N = \text{matr}(\mathbf{n})$ 로 정의된다.

Fig. 3의 피두셜 패턴의 경우, n 이 5이므로 M 의 크기는 15×11 이며 아래와 같은 형태를 갖는다.

$$\begin{pmatrix} v_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \text{matr}(Ry_1) & -I \\ 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & \text{matr}(Ry_2) & -I \\ 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & \text{matr}(Ry_3) & -I \\ 0 & 0 & 0 & h_4 & 0 & \text{matr}(Ry_4) & -I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_5 & \text{matr}(Ry_5) & -I \end{pmatrix}$$

이 때 I 는 3 차원 단위행렬이고, 벡터 \mathbf{h}_i 는 식 (1)의 \mathbf{f}_i 를 s_i 에 대하여 미분할 때 얻을 수 있으며,

$\mathbf{h}_2 \sim \mathbf{h}_5$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_2 &= [-r\omega_2 \sin(\omega_2 s_2 - \beta_2), -r\omega_2 \cos(\omega_2 s_2 - \beta_2), a]^\top \\ \mathbf{h}_3 &= [-r\omega_3 \sin(\omega_3 s_3 - \beta_3), r\omega_3 \cos(\omega_3 s_3 - \beta_3), a]^\top \\ \mathbf{h}_4 &= [-r\omega_4 \sin(\omega_4 s_4 - \beta_4), -r\omega_4 \cos(\omega_4 s_4 - \beta_4), a]^\top \\ \mathbf{h}_5 &= [-r\omega_5 \sin(\omega_5 s_5 - \beta_5), r\omega_5 \cos(\omega_5 s_5 - \beta_5), a]^\top \end{aligned}$$

식 (18)에서 벡터 $\hat{\delta}_i$ 를 양의 상수 α 를 사용하여 $\hat{\delta}_i = -\alpha \delta_i$ 에 의해 $\mathbf{0}$ 으로 근접시킬 때, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$M\mathbf{r} = -\alpha \hat{\delta} \quad (19)$$

그리고 매개변수 s_i , 회전 행렬 R , 평행이동 벡터 \mathbf{b} 를 다음 식 (20)을 이용하여 갱신하면서 반복계산에 의하여 식 (19)를 풀면, 그 결과로 식 (17)의 오차 $\delta(t)$ 를 $\mathbf{0}$ 에 근접하게 하는 회전 행렬 R 과 평행이동 벡터 \mathbf{b} 를 구할 수 있는 것이다.

$$\begin{aligned} s_i(t + \Delta t) &= s_i(t) + \Delta t \dot{s}_i(t) \\ R(t + \Delta t) &= [I + \Delta t \text{matr}(\omega(t))]R(t) \\ \mathbf{b}(t + \Delta t) &= \mathbf{b}(t) + \Delta t \dot{\mathbf{b}}(t) \end{aligned} \quad (20)$$

4. 시뮬레이션 및 결과

앞에서 기술한 두 가지 수치 알고리즘과 나선 네 개와 직선 한 개로 구성된 피두셜 패턴의 레지스트레이션 성능을 시험하기 위하여 두 종류의 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 각 시뮬레이션 시 반지름 $r = 2.5\text{cm}$, 길이 $L = 7.5\text{cm}$ 크기의 원통을 사용하였고, 이는 원통형 프레임이 인체의 직장에 삽입되는 상황을 가상하여 고안된 크기이다.

우선 CT 나 MRI 스캐너가 원통의 z 축을 따라서 평행이동하는 경우와, 스캐너가 원통의 각 축에 대해서 회전하는 경우에 대하여 시험하였다. 이 경우는 이미지 스캐너가 고정된 상태에서 원통 프레임이 직선 운동을 하거나 회전하는 경우도 포함하는 시험이다. 그리고 두번째 종류의 시뮬레이션은 획득한 이차원 이미지에 나타나는 점들의 좌표, 즉 $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 을 얻는 과정에서 발생할 수 있는 오차에 대한 알고리즘의 강인성을 시험한 것이다.

모든 경우에 대하여 다음 식 (21)을 이용하여 레지스트레이션의 정확성을 비교하였다. 각 측정치에서 아래 첨자 *the* 는 시뮬레이션 이전에 이미 알

고 있는 이론적인 값을 나타내고, *sim* 은 알고리즘을 적용하여 나온 결과 값을 의미한다. 그러므로 $(R_{the} \mathbf{y}_i + \mathbf{b}_{the})$ 는 \mathbf{y}_i 에 대응되는 점의 이론적인 좌표이고, $(R_{sim} \mathbf{y}_i + \mathbf{b}_{sim})$ 는 알고리즘을 적용하여 계산을 통해 얻은 좌표를 나타낸다. 따라서 $\|(R_{the} \mathbf{y}_i + \mathbf{b}_{the}) - (R_{sim} \mathbf{y}_i + \mathbf{b}_{sim})\|$ 는 이 두 점 사이의 거리로서 이론치와 계산치의 오차를 뜻하고, e 는 모든 오차의 평균값을 의미하므로, 이를 측정함으로써 레지스트레이션 알고리즘의 정확도를 측정하는 것이다.

$$e = \frac{\sum_{i=1}^n \|(R_{the} \mathbf{y}_i + \mathbf{b}_{the}) - (R_{sim} \mathbf{y}_i + \mathbf{b}_{sim})\|}{n} \quad (21)$$

첫번째 스캐너가 원통의 z 축을 따라서 평행 이동하는 경우, $z = 1.75\text{cm}$ 부터 5.75cm 까지 1cm 씩 변화 시키면서 시험하였고, 그 결과는 Table 2 와 같다 (A1 은 알고리즘 1, A2 는 알고리즘 2). 즉, 각 z 값에 대하여 알고리즘 1 은 소수점 셋째 자리까지, 알고리즘 2 는 소수점 여섯째 자리까지 e 가 0 이 되는 정확성을 보여 주었다.

Table 2 Simulation results for translations along z-axis

	1.75	2.75	3.75	4.75	5.75
A1	4.870 $\times 10^{-4}$	4.124 $\times 10^{-4}$	5.210 $\times 10^{-4}$	3.78 $\times 10^{-4}$	3.720 $\times 10^{-4}$
A2	1.055 $\times 10^{-7}$	1.451 $\times 10^{-8}$	8.531 $\times 10^{-9}$	5.860 $\times 10^{-8}$	1.387 $\times 10^{-7}$

스캐너의 회전이 있는 경우를 고려한 시뮬레이션에선, 회전각의 범위가 z 축에 대하여 $-90^\circ \sim 90^\circ$, x 와 y 축에 대하여 각각 $-30^\circ \sim 30^\circ$ 인 경우에 대해서 시험하였다. 이는 원통형 프레임을 이용해서 실제 시술이 이루어질 때, 프레임이 z 축에 대하여 회전하는 양이 x 나 y 축에 대하여 회전하는 양보다 상대적으로 클 것이라는 것을 고려한 것이다.

z 축 주위 회전의 시뮬레이션에서 이미지 평면은 원통의 중앙 ($z = 3.75\text{cm}$)에서 획득되는 것으로 설정하였다. 회전각에 대해서 시뮬레이션을 수행한 결과 Table 3 과 같이 알고리즘 1 의 경우 소수점 셋째 자리까지, 알고리즘 2 는 소수점 여섯째 자리까지 e 가 0 이 되는 정확성을 보였다.

원통의 x, y 축에 대한 회전의 시뮬레이션에서도 이미지 평면은 원통의 중앙에 위치하는 것으로 설정하였다. 알고리즘과 피두설 패턴을 $-30^\circ \sim 30^\circ$ 범위의 회전각에 대해서 시험한 결과, 알고리즘 1 은 $-10^\circ \sim 10^\circ$ 범위에서 소수점 일곱째 자리까지, 알고리즘 2 는 전체 범위에서 소수점 여섯째 자리 e 가 0 이 되는 정확함을 보였다. Table 4 에서 x 축에 대한 회전 시뮬레이션 결과를 확인할 수 있다.

Table 3 Simulation results for rotations around z-axis

	-90°	-60°	-30°	30°	60°	90°
A1	4.483 $\times 10^{-4}$	3.712 $\times 10^{-4}$	3.892 $\times 10^{-4}$	3.846 $\times 10^{-4}$	3.768 $\times 10^{-4}$	4.819 $\times 10^{-4}$
A2	8.692 $\times 10^{-9}$	1.041 $\times 10^{-7}$	1.926 $\times 10^{-8}$	1.321 $\times 10^{-7}$	2.411 $\times 10^{-8}$	8.692 $\times 10^{-8}$

Table 4 Simulation results for rotations around x-axis

	-30°	-20°	-10°	10°	20°	30°
A1	9.744 $\times 10^{-1}$	3.637 $\times 10^{-1}$	1.861 $\times 10^{-8}$	2.297 $\times 10^{-8}$	3.327 $\times 10^{-1}$	9.379 $\times 10^{-1}$
A2	1.050 $\times 10^{-7}$	1.071 $\times 10^{-7}$	1.733 $\times 10^{-8}$	9.385 $\times 10^{-8}$	9.964 $\times 10^{-9}$	1.431 $\times 10^{-8}$

두번째 시험으로서, 이차원 이미지에 나타나는 점들의 좌표를 획득하는 과정에서 발생할 수 있는 오차를 포함한 시뮬레이션을 수행하였다. 이 때 첫 번째 시험에서 상대적으로 더 우수한 성능을 보였던 알고리즘 2 를 적용하였고, 이미지에 나타나는 점의 좌표에 인위적으로 오차를 포함시켰다. 즉, 이미지 위의 한 점, y , 를 중심으로 반경 0.5 mm 의 원을 설정한 후, 원 위의 점들 중에 임의로 한 점을 선택하여 y , 를 대치하였다. 설정된 오차의 크기 0.5mm 는 CT 나 MRI 이미지의 해상도가 512×512 , 시야각(field of view)이 $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$ 일 때, 약 2 화소(pixel)에 해당하는 크기이므로 상당한 정도의 오차가 포함되었다고 할 수 있다.

위와 같은 방법으로 이미지에서 얻은 점좌표에 오차를 발생시킨 후, 원통의 x 와 y 축 회전에 대해 각각 100 회 시뮬레이션을 실시하여 이의 평균을 구함으로써 오차가 회전행렬 및 평행이동벡터에 주는 영향을 조사하였다. 그 결과 $-30^\circ \sim 30^\circ$ 범위의

x 축 회전에 대해 Table 5 와 같은 정확도를 얻을 수 있었다.

Table 5 Simulation results for rotations around x-axis with error

	-30°	-20°	-10°	0°	10	20	30°
A2	1.91 $\times 10^{-1}$	2.00 $\times 10^{-1}$	1.71 $\times 10^{-1}$	1.61 $\times 10^{-1}$	1.82 $\times 10^{-1}$	1.98 $\times 10^{-1}$	2.08 $\times 10^{-1}$

5. 결론

본 연구에선 네 개의 나선과 한 개의 직선으로 구성된 새로운 피두설 패턴과 두 종류의 수치 알고리즘을 개발하였고, 수술용 로봇의 말단장치가 인체의 공동에 삽입된 채로 작업할 때 발생할 수 있는 다양한 상황에서, 성공적으로 레지스트레이션이 수행될 수 있음을 보였다. 즉, 원통형 말단장치가 원통의 z 축을 따라서 평행이동을 하거나 x, y, z 축을 중심으로 회전이동을 하더라도 뛰어난 레지스트레이션 성능을 보여준다는 것을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. 두 알고리즘을 비교하면 전체적으로 알고리즘 2 가 알고리즘 1 보다 더 나은 성능을 보였고, Table 6 과 같이 계산 시간 면에서도 더 유리하였다. 시뮬레이션에는 Intel Core 2 CPU T5600 (1.83GHz)와 1GB RAM 이 장착된 컴퓨터를 사용하였다.

Table 6 Calculation time of the algorithms

	A1	A2
Time (sec)	367.88	1.39

향후 피두설 패턴을 포함한 원통형 말단장치의 프로토타입을 제작하여 실제 CT 또는 MRI 스캐너로 다양한 조건에서 이미지를 획득할 예정이다. 화상처리 기법을 사용하여 실제 CT 또는 MRI 이미지에서 점의 좌표를 구한 후, 제안된 알고리즘과 피두설 패턴의 레지스트레이션 성능을 시험할 계획이다.

다양한 질병의 검사나 치료를 위해 로봇의 말단장치나 치료기기가 인체의 공동에 삽입되어야 하는 경우, 전통적인 직선형 프레임이 적합하지 않으므로, 본 연구에서 제안된 원통형 프레임과

나선을 포함하는 피두셜 패턴 및 알고리즘을 이용하여 레지스트레이션 문제를 해결할 수 있을 것으로 예상된다. 또한, 본 연구의 결과는 CT 나 MRI 스캐너를 통해 얻은 이미지를 기반으로 수술용 로봇의 레지스트레이션을 수행하는 문제에 포괄적으로 적용이 가능할 것으로 기대된다.

후기

이 연구는 2006 년도 한국학술진흥재단의 지원(KRF2006-005-03303)과 서울시 산학연 협력사업의 지원에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

1. Lee, S., Fichtinger, G and Chirikjian, G S., "Novel Algorithms for Robust Registration of Fiducials in CT and MRI," Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2208, pp. 717-724, 2001.
2. Lee, S., Fichtinger, G and Chirikjian, G S., "Numerical Algorithms for Spatial Registration of Line Fiducials from Cross-Sectional Images," Medical Physics, Vol. 29, No. 8, pp.1881-1891, 2002.
3. Kwon, D. S. and Kim, S. Y., "The Present of Medical Service Robot System," J. of KSPE, Vol. 17, No. 9, pp. 21-31, 2000.
4. Susil, R. C., Krieger, A., Derbyshire, J. A., Tanacs, A., Whitcomb, L. L., Fichtinger, G and Atalar, E., "System for MR Image-guided Prostate Interventions: Canine Study," J. of Radiology, Vol. 228, No. 3, pp. 886-894, 2003.
5. Krieger, A., Susil, R. C., Menard, C., Coleman, J. A., Fichtinger, G, Atalar, E. and Whitcomb, L. L., "Design of a Novel MRI Compatible Manipulator for Image Guided Prostate Interventions," IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. 52, No. 2, pp. 306-313, 2005.
6. Schneider, C. M., Okamura, A. M. and Fichtinger, G, "A Robotic System for Transrectal Needle Insertion into the Prostate with Integrated Ultrasound," Proc. of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 365-370, 2004.

7. Horn, B. K. P., "Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions," J. Opt. Soc. Amer. A, Vol. 4, No. 4, pp. 624-642, 1987.
8. Chirikjian, G. S. and Kyatkin, A. B., "Engineering Applications of Noncommutative Harmonic Analysis," CRC Press, Boca Raton, 2000.
9. Murray, R. M., Li, Z. and Sastry, S. S., "A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation," CRC Press, Boca Raton, 1994.

부록

A1. 쿼터니온(Quaternion)

쿼터니온은 복소수를 일반화한 것으로 2 차원 평면에서 회전을 표현하기 위해 단위원을 이용하는 것과 같이 복소수를 이용하여 회전을 표현할 때 사용된다. 쿼터니온은 한 개의 스칼라 성분 (q_0) 과 벡터 성분 ($\mathbf{q} = [q_x, q_y, q_z]^T$) 으로 구성되고 일반적으로 다음과 같이 나타낸다.

$$\dot{q} = q_0 + iq_x + jq_y + kq_z$$

이를 간단히 $\dot{q} = (q_0, \mathbf{q})$ 와 같이 표기하며, 쿼터니온 곱에 대해 다음의 관계가 성립한다.

$$i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = i \cdot j \cdot k = -1$$

$$i \cdot j = -j \cdot i = k$$

$$j \cdot k = -k \cdot j = i$$

$$k \cdot i = -i \cdot k = j$$

$\dot{q} = (q_0, \mathbf{q})$ 의 쥘레 쿼터니온은 $\dot{q}^* = (q_0, -\mathbf{q})$ 이고, 두 쿼터니온 $\dot{q} = (q_0, \mathbf{q})$ 와 $\dot{p} = (p_0, \mathbf{p})$ 의 곱과 내적은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{q}\dot{p} &= (q_0p_0 - q_xp_x - q_y p_y - q_z p_z) \\ &+ i(q_0p_x + q_xp_0 + q_y p_z - q_z p_y) \\ &+ j(q_0p_y - q_xp_z + q_y p_0 + q_z p_x) \\ &+ k(q_0p_z + q_xp_y - q_y p_x + q_z p_0) \end{aligned}$$

$$\dot{q} \cdot \dot{p} = q_0p_0 + q_xp_x + q_y p_y + q_z p_z$$