

스펙트럼 파랑모형에서의 쇄파모형 Modeling of Wave Breaking in Spectral Wave Evolution Equation

조용준* · 유하상**
Cho Yong Jun* and Ryu Ha Sang**

요 지 : 주파수영역에서 쇄파로 인한 에너지 소산에 관한 그 동안의 논쟁은 주파수의 함수인 소산항의 구체적 형태를 중심으로 진행되어왔다. 본 연구에서는 추계학적 쇄파모형과 이에 기초한 스펙트럼으로부터 소산항을 유추하였다. 기존의 인식과는 상이하게 소산항은 주파수의 삼차함수인 것으로 판단된다. 검증작업은 SUPERTANK Laboratory Data Collection Project(Krauss et al., 1992)에서 축적된 실험자료를 기초로 진행되었다. 추가적인 검증을 위해 단조해안에서의 Cnoidal 파랑의 천수과정을 스펙트럼 파랑모형과 제시된 쇄파모형을 차용하여 수치모의하였다. 그 결과 쇄파대역에서 진행되는 파랑의 왜도와 비대칭성의 진화과정이 비교적 정확히 모의되는 성과를 얻었다.

핵심용어 : 추계학적 쇄파모형, spectral wave evolution equation, 삼차분포 에너지 소산계수, 파형 왜도, 파형 비대칭성

Abstract : There is still a controversy going on about how to model energy dissipation due to breaking over frequency domain. In this study, we unveil the exact structure of energy dissipation using stochastic wave breaking model. It turns out that contrary to our present understanding, energy dissipation is cubically distributed over frequency domain. The verification of proposed model is conducted using the acquired data during SUPERTANK Laboratory Data Collection Project (Krauss et al., 1992). For further verification, we numerically simulate the nonlinear shoaling process of Cnoidal wave over a beach of uniform slope, and obtain very promising results from the viewpoint of a skewness and asymmetry of wave field, usually regarded as the most fastidious parameter to satisfy.

Keywords : stochastic wave breaking model, spectral wave evolution equation, cubically distributed energy dissipation coefficient, wave skewness, wave asymmetry

1. 서 론

천수과정에서 파동계는 비선형 진화과정을 거치면서 심해역에서의 정연한 모습과는 다른 모습을 지니게 된다. 천해역에서 불규칙 파랑의 거동을 결정하는 기작은 약해진 주파수 분산과 이로 인해 더욱 강력해진 공진성 비선형 상호간섭과 이에 따른 조화 성분간의 에너지 전이로 인식된다. 同調 조화성분으로 에너지가 전이되는 경우 파 마루는 첨예화되고 파곡은 알아지는 등 파형은 왜도된다. 반면 不同調 조화성분으로 에너지가 전이되는 경우 swash 역에서 흔히 보고되는 것처럼 파형은 치아 모양을 이루

며 파형 선단부와 후단부의 비대칭성은 증가한다. 최근 이러한 파형과 파랑에 의해 야기된 저면 유속의 비대칭성, 이와 연계된 왜도된 가속도는 연안사구의 형성과 계절적 이동을 설명할 수 있는 중요한 기작으로 새롭게 인식되고 있다(Elgar et al., 2001). 따라서 향후 쇄파대역 파랑모형은 전술한 파형의 비대칭성을 기술할 수 있도록 개선되어야 할 것으로 보여진다. 또한 천수 과정의 최종 단계와 쇄파대에서는 Resonance Triad를 구성하는 성분 파랑간의 주파수 차에 해당하는 장파성분으로 에너지가 전이되어 평균 해수위가 요동하는 Surf beat 혹은 해안과 나란한 방향으로 진행되는 단파 등이 형성된다. 따라서 천해

*서울시립대 토목공학과 교수 (young@uos.ac.kr)

** (주)세일종합기술공사

역에서의 정확한 파랑의 모의를 위해서는 파랑 변형의 중요한 기작인 쇄파와 이로 인한 에너지 소산은 반드시 설명되어야 한다.

최근 적용범위가 심해쪽으로 확대된 Boussinesq 방정식과 같은 시간 영역의 비선형 파랑모형(Kaihatu and Kirby: 1995, Kirby: 1996)에서는 쇄파대에서 단발적으로 발생하는 쇄파와 이로 인한 에너지 소산 과정은 국지적인 와점성계수로 비교적 용이하게 모의할 수 있다(Kirby 1997). 이에 반해 단발적으로 발생하는 쇄파와 이로 인한 에너지 소산 과정을 주파수 영역에서 정확하게 모의하는 것은 어려운 문제로 인식되어 왔다. 시간 영역에서 극히 단발적으로 발생하는 사상을 주파수 영역에서 기술하고자 하는 경우 많은 조화 성분이 필요로 한다. 이러한 사실은 상호 영향을 미치는 전 주파수 대역에 걸쳐 많은 조화 성분이 주파수 쇄파 모형에 포함되어야 함을 의미한다. 최근 스펙트럼 파랑 모형과 같은 주파수 영역의 파랑모형에서 쇄파로 인한 에너지 소산항의 구조에 관한 몇 가지 제안이 이루어 졌으며 이를 요약하면 다음과 같다.

Elderberky와 Bettjes(1996)는 총 에너지 손실을 모든 주파수 대역에 균일하게 할당하는 경우 파랑 스펙트럼의 진화과정이 비교적 정확히 기술될 수 있음을 입증하였다. 그러나 산출된 쇄파대역에서의 파형은 톱니 치근 모양이라는 우리의 경험적 인식과는 다소 거리가 있는 비대칭성이 결여된 모습이었다. 이러한 현상은 총 에너지 손실을 모든 주파수 대역에 균일하게 할당하는 Elderberky와 Bettjes(1996)의 방법이 성분파랑간의 에너지 전이현상을 과도하게 억제함을 암시한다.

그 후 Chen등(1996)은 관측자료를 토대로 파랑스펙트럼의 진화과정은 에너지 소산항의 주파수에 대한 종속형태에는 비교적 민감하지 않으나, 왜도와 비대칭성을 고려하는 경우 에너지 소산항이 주파수의 제곱에 종속하는 경우가 관측치에 가장 근접한다고 제시한 바 있다.

Kirby와 Kaihatu(1996)는 주파수영역과는 달리 시 영역에서는 쇄파의 기술이 상대적으로 수월하다는 점에 주목하고 와점성 모형을 활용하여 주파수 영역에서의 소산항의 구조를 유추하려고 시도하였다. 이 연구에서 Kirby와 Kaihatu(1996)는 와점성 모형을 활용하여 관측된 수위자료로부터 쇄파로 인한 에너지 소산의 시계열과 스펙트럼을 유추하고 에너지 보존식으로 변환된 스펙트럼 파랑모형으로부터 소산계수를 유도하였다. 이 때 소산계수는 $1/S_{\zeta}(\omega)$ 의 형태로 분포하며 여기서 $S_{\zeta}(\omega)$ 은 스펙트럼 밀도합수를 나타낸다. 이어서 Kirby와 Kaihatu(1996)는 쇄

파대역에서 수면변위 스펙트럼은 평형대역에서 ω^2 의 거동을 보이며 소산 스펙트럼은 모든 주파수 대역에서 비교적 균일하게 진행된다는 경험적 인식을 토대로 소산계수는 ω^2 의 형태로 기술될 수 있다고 추론하였다.

전술한 Kirby와 Kaihatu(1996)의 접근 방법은 와점성 모형에 기초하여 와점성 모형의 한계 즉, 운동량 방정식에 인위적으로 추가되는 유사 난류 응력항의 논리적 근거를 찾을 수 없다는 단점에서 자유로울 수 없다. 이와 더불어 에너지 유입률과 유출률이 균형을 이루는 평형대역은 침두 주파수보다 크며 따라서 가장 역동적인 파랑에너지가 분포하는 주파수 대역에 대한 설명은 결여되어 있다. 또한 와점성 모형에 기초한 쇄파로 인한 에너지 소산은 전 주파수 대역에서 균일하게 진행된다는 추론은 일반화 하기에는 다소 무리가 따른다.

본 연구에서는 Miche 쇄파기준(Battjes, 1974)을 활용하여 쇄파가 진행중인 수위 $\zeta_b(\omega)$ 에 대한 모형이 제시된다. 에너지 소산 스펙트럼을 산출하기 위해 먼저 전술한 모형으로부터 $\zeta_b(\omega)$ 의 자기분산함수가 유도되며 이어 자기분산함수에 대해 Fourier 변환을 취함으로써 에너지 소산 스펙트럼이 최종적으로 유도된다.

이렇게 유도된 에너지 소산 스펙트럼과 에너지 보존식으로 변환된 스펙트럼 파랑모형으로부터 에너지 소산계수의 구체적인 형태가 유도된다. Kirby와 Kaihatu(1996)의 추론과는 달리 쇄파로 인한 에너지 소산은 침두 주파수 부근에서 활발하게 진행된다. 이러한 결과는 가장 역동적인 파랑에서 쇄파가 시작되리라는 우리의 물리적 직관과도 일치하는 것으로 에너지 소산계수는 주파수의 세제곱에 종속한다.

전술한 쇄파 모형은 Oregon 주립대학 O. H. Hinsdale Wave Research Laboratory의 large wave tank(LWT)에서 연안 수리 모형의 개발을 위해 수행된 SUPERTANK Laboratory Data Collection Project(Krauss et al., 1992)에서 축적된 실험자료를 기초로 검증이 시도된다. 추가적인 검증과정으로 단조해안에서의 Cnoidal 파랑의 천수과정을 스펙트럼 파랑모형과 쇄파모형을 차용하여 수치모의 된다.

2. 주파수영역에서의 쇄파모형 이론

파랑변형구조의 해석을 위한 파랑모형으로 가장 완성도가 높은 Boussinesq 방정식을 나열하면 다음과 같다.

$$u_t + uu_x + g\zeta_x + \text{dispersive terms} - (\nu_b u_x)_x = 0 \quad (1)$$

$$\zeta_r + (hu)_x = 0 \quad (2)$$

식 (1)과 (2)에서 아래 첨자는 미분 연산자를 나타내며, h , ζ , u 는 각각 수심, 파동으로 인한 해수면 변위와 유속을 나타낸다. 식 (2)에서 쇄파로 인한 응력은 와동점성 계수 ν_b 를 사용하여 모형화 하였다. 식 (1)과 (2)의 해수면 변위를 다음과 같이 복소수 Fourier 급수로 전개하면

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(\sum_{n=1}^N A_n e^{in(kx - \omega t)} + c.c. \right) \quad (3)$$

일 방향 진행파에 대한 스펙트럼 파랑모형을 얻을 수 있으며 나열하면 다음과 같다.

$$A_{nx} + \frac{h_x}{4h} A_n - \frac{in^3 k^3 h^2}{6} A_n + \frac{3ink}{8h} \left(\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + \sum_{l=1}^{N-n} A_l A_{n+l} \right) = -\alpha_n A_n \quad (4)$$

식 (3), (4)에서 A_n 는 n 번 성분파랑의 진폭, n 는 단위 복소수, k 는 파수, N 은 공진성 상호작용에 개입되는 총 성분파랑의 수, *는 공액 복소수를 의미한다. 식 (4)는 에너지 보존의 형태로 표현하는 경우 다음과 같이 전환된다.

$$\left(\frac{1}{2} \rho g |A_n|^2 \sqrt{gh} \right)_x = -2 \sqrt{gh} \alpha_n \left(\frac{1}{2} \rho g |A_n|^2 \right) \quad (5)$$

식 (5)에서 좌변의 괄호안에 있는 물리량은 n 성분파랑의 에너지 플럭스, 좌변항은 n 성분파랑에서 진행되는 에너지 손실, g 는 중력 가속도를 나타낸다. 파랑 스펙트럼 S_ζ 과 쇄파로 인한 에너지 소산률 스펙트럼 S_{ϵ_b} 은 각각 다음과 같이 정의되며

$$\frac{1}{2} |A_n|^2 = S_\zeta \Delta \omega \quad (6)$$

$$\frac{1}{2} \epsilon_{bn} = S_{\epsilon_b} \Delta \omega \quad (7)$$

식 (6), (7)을 활용하는 경우 쇄파 계수 α_n 는 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\alpha_n = \frac{1}{\rho g \sqrt{gh}} \frac{1}{\sqrt{2 \Delta \omega}} \frac{S_{\epsilon_b}^{1/2}}{S_\zeta} \quad (8)$$

또한 쇄파대역에서 S_ζ 은 평형대역에서 ω^{-2} 의 거동을 보이며 S_{ϵ_b} 는 ω 에 종속하지 않는다는 경험적 인식은 Kirby와 Kaihatu(1996) 모형의 단초를 제공하게 된다. 식 (8)과 Thorton과 Guza(1983)의 소산모형 E_j 에 기초하여 Mase

와 Kirby(1992)는 α_n 을 다음과 같이 제안하였다.

$$\alpha_n = c E_l + (1-c) E_l \left(\frac{\omega_n}{\omega_c} \right)^2 \quad (9)$$

여기서 $E_l = 3 \sqrt{\pi} D^3 \omega_p H_{rms}^5 / 4 \sqrt{gh} \gamma^4 h^5$, ω_p 는 침두 주파수, H_{rms} 는 정격파고, c 는 가중계수, D 와 γ 는 각각 1과 0.6의 값을 지지는 상수, $\omega_c = (m_2/m_0)^{1/2}$ 는 특성 주파수, $m_j = \int \omega^j S_\zeta d\omega$ 이다.

3. 추계학적 쇄파모형과 주파수 영역에서의 소산항 구조

풍파의 초기 성장 단계에서 성분 파랑간의 공진 형태의 비선형 상호간섭에 의해 파랑에너지는 상대적으로 작은 주파수 대역과 큰 주파수 대역으로 이동하게 되는 데 이 때 이송률이 단위시간에 외부로부터 유입되는 양보다 적은 경우 쇄파현상이 발생하게 된다. 이 때 파 마루 인근 수입자의 연직방향 가속도는 중력 가속도의 K 배 정도인 것으로 보고된 바 있다(Phillips, 1977). 전술한 Phillips(1977)의 경험적 인식에 기초하면 A, B 점에서의 가속도 ζ_{tt} 가 $-Kg$ ($K=0.44 \tanh k_c h$, $k_c = \omega_c^2/g$; Ochi and Tsai, 1983) 보다 작은 경우 쇄파가 진행될 수 있다. 이 때 A와 같이 $\zeta > 0$, $\zeta_{tt} < -Kg$ 인 경우 수위는 다음과 같이 감소하며

$$\zeta_b = \zeta \frac{-Kg}{\zeta_{tt}} \quad (11)$$

B와 같이 $\zeta < 0$, $\zeta_{tt} < -Kg$ 인 경우 수위는 다음과 같이 조정된다.

$$\zeta_b = \zeta \frac{\zeta_{tt}}{-Kg} \quad (12)$$

식 (11), (12) 그리고 $\zeta_{tt} > -Kg$ 인 경우 쇄파는 발생하지 않으며 이 경우 수위에는 변화가 없다는 사실을 고려하면 파형은 다음과 같이 기술될 수 있다.

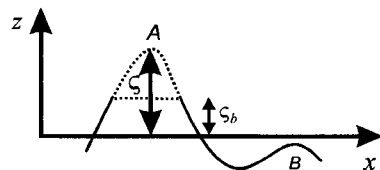


Fig. 1. Definition sketch.

$$\zeta_b = \zeta \left(\frac{-Kg}{\zeta_{II}} \right) H(-\zeta_{II} - Kg) H(\zeta) + \zeta \left(\frac{\zeta_{II}}{-Kg} \right) H(-\zeta_{II} - Kg) H(-\zeta) + \zeta H(\zeta_{II} + Kg) \quad (13)$$

여기서 $H(\cdot)$ 는 Heaviside step function이며 첫 번째 항은 A 점에 해당하며, 두 번째 항은 B점, 세 번째 항은 가속도가 $-Kg$ 보다 큰 경우로 쇄파는 진행되지 않음을 기술한다. 식 (13)에서 쇄파로 감소된 수위 ζ_b 는 ζ 와 ζ_{II} 의 비선형 함수로 ζ 와 ζ_{II} 의 결합확률밀도함수가 주어진 경우 쇄파로 인한 에너지 소산 스펙트럼 S_{ζ_b} 은 식 (13)으로부터 유도될 수 있다(Papoulis, 1965).

에너지 소산 스펙트럼을 유도하기 위해 먼저 ζ_b 의 자기상관함수 $R_b[\tau]$ 를 구축하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_b[\tau] &= E[\zeta_{b1}\zeta_{b2}] \\ &= (Kg)^2 E \left[\frac{\zeta_1 \zeta_2}{\zeta_{1II} \zeta_{2II}} H(-\zeta_{1II} - Kg) H(-\zeta_{2II} - Kg) H(\zeta_1) H(\zeta_2) \right] \\ &\quad - 2KgE \left[\frac{\zeta_1 \zeta_2}{\zeta_{1II}} H[-\zeta_{1II} - Kg] H(-\zeta_{2II} + Kg) H(\zeta_1) \right] \\ &\quad + E[\zeta_1 \zeta_2 H[\zeta_{1II} + Kg] H(\zeta_{2II} + Kg)] \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)에서 아래첨자 1, 2는 각각 $t_1 = t + \tau$ 와 $t_2 = t$ 에서의 물리량, τ 는 지체시간, $E[\cdot]$ 는 괄호안 물리량의 기대값을 나타낸다. 식 (15)의 $E[\cdot]$ 는 무작위 변량 ζ_1, ζ_2 를 포함하고 있으나 이 둘 변량이 정규분포를 따른다는 사실을 활용하여 산출하였다.

자기상관함수 $R_b[\tau]$ 는 상관함수 $r(\tau) = E[\zeta_1 \zeta_2]$, $r_2(\tau) = E[\zeta_1 \zeta_{2II}]$, $r_4(\tau) = E[\zeta_{1II} \zeta_{2II}]$ 의 비선형함수이나 Borgman (1965)의 제안에 기초하여 상관계수 $r(\tau)/m_0$, $r_2(\tau)/m_2$, $r_4(\tau)/m_4$ 의 함수로 취급하고 Taylor 급수로 전개 후 영차, 일차 항만을 취하면 다음과 같이 정의되는 자기분산함수 $K_b[(\tau)]$

$$K_b[\tau] = R_b[\tau] - E^2[\zeta_b] \quad (15)$$

는 $r_{12}(\tau)$, $r_{12}^2(\tau)$, $r_{12}^4(\tau)$ 의 선형함수로 근사할 수 있다.

$r(\tau)$, $r_2(\tau)$, $r_4(\tau)$ 의 Fourier 변환이 각각 $S_\zeta(\omega)$, $-\omega^2 S_\zeta(\omega)$, $\omega^4 S_\zeta(\omega)$ 임에 주목하여 식 (15)에 대해 Fourier 변환을 취하면 쇄파가 진행되는 파형의 스펙트럼 $S_{\zeta_b}(\omega)$ 은 다음과 같이 주어지며

$$S_b = F(\omega) S_\zeta \quad (16)$$

따라서 쇄파로 인한 에너지 소산 스펙트럼은 다음과 같

이 기술할 수 있다.

$$S_\varepsilon = S_\zeta - S_b = [1 - F(\omega)] S_\zeta \quad (17)$$

식 (17)에서 $F(\omega)$, ω_1 , A_1 , A_2 는 각각 다음과 같이 정의되며

$$F(\omega) = A_1^2 \left(\frac{\omega_n^2}{\omega_1^2} - 1 \right) \quad (18)$$

$$\omega_1^2 = \left| \frac{A_1}{A_2} \right| \left| \frac{m_4}{m_2} \right| \quad (19)$$

$$A_1 = \kappa \bar{N} + Q(-\kappa) > 0 \quad (20)$$

$$A_1 = \kappa \bar{N} - \kappa Z(\kappa) Q \left(-\frac{\kappa \sqrt{1-\nu^2}}{\nu} \right) - \frac{\kappa Q \left(\frac{\kappa}{\nu} \right)}{\sqrt{2\pi(1-\nu^2)}} + \kappa Z(\kappa) \quad (21)$$

$$\bar{N} = \int_{\kappa}^{\infty} \frac{Z(x)}{x} Q \left(-\frac{\sqrt{1-\nu^2} x}{\nu} \right) dx \quad (22)$$

여기서 $Z(x)$, $Q(x)$ 는 각각 정규 확률 밀도 함수와 누가 분포 함수로 다음과 같이 정의된다(Abramowitz와 Stegun, 1968).

$$Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2} x^2 \right) \quad (23)$$

$$Q(x) = \int_{\kappa}^{\infty} Z(y) dy \quad (24)$$

식 (17)에서 우리는 에너지 소산스펙트럼 S_ε 는 주파수, 쇄파 강도를 나타내는 κ , 에너지 스펙트럼의 대역폭 ν 에 종속하는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 Kirby 모형의 근간을 이루는 에너지 소산은 전 주파수 대역에서 균일하게 진행된다는 인식과는 완전히 대립하는 것으로 Kirby 모형의 수정을 요구한다. κ, ν 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\kappa = \frac{Kg}{\zeta_{II}} = \frac{Kg}{\sqrt{m_4}} \quad (25)$$

$$\nu = 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \quad (26)$$

식 (8), (16)으로부터 에너지 소산계수 α_n 은 다음과 같이 주어지며

$$\alpha_n = \frac{1}{\rho g \sqrt{gh} \sqrt{2\Delta\omega}} \frac{1}{S_c^{1/2}(n)} \left[1 - A_1^2 \left(\frac{\omega_n^2}{\omega_1^2} - 1 \right) \right]^{1/2} \quad (27)$$

쇄파대역에서 S_c 은 ω^2 의 거동을 보인다는 경험적 인식을 토대로 α_n 은 다음과 같이 유추할 수 있다.

$$\alpha_n = \omega_n \left[1 - A_1^2 \left(\frac{\omega_n^2}{\omega_1^2} - 1 \right) \right]^{1/2} \quad (28)$$

4. α_n 의 계량화

전술한 α_n 을 정량화하기 위해 우리는 파랑스펙트럼을 필요로 하며 본 연구에서는 파랑역학에 기초한 Wallops 스펙트럼(Huang 등, 1981)이 사용되며 다음과 같이 정의된다.

$$\Phi(\omega) = \frac{\beta g^2}{\omega^m \omega_p^{5-m}} \exp \left[-\frac{m}{4} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^4 \right] \quad (29)$$

여기서 m 은 고주파 대역에서의 스펙트럼 기울기로 다음과 같이 주어진다.

$$m = \left| \frac{\log(2\pi^2 \xi^2)}{\log 2} \right| \quad (30)$$

식 (29)에서 $\xi = m_o^{1/2}/L_p$ 는 유의 경사, L_p 는 침두 주파수 ω_p 에 해당하는 파장을 나타내며 계수 β 는 다음과 같다.

$$\beta = \frac{(2\pi\xi)^2 m^{(m-1)/4}}{4^{(m-5)/4} \Gamma((m-1)/4)} \quad (31)$$

여기서 $\Gamma(\cdot)$ 는 gamma 함수이다(Abramowitz and Stegun, 1968). 식 (29)으로부터 $\kappa, \nu, \omega_c, |m_4/m_2|$ 는 각각 다음과 같이 산출된다.

$$\kappa = \frac{0.88 \tanh k_c h \cdot m^{(m-5)/8}}{\beta^{1/2} 4^{(m-5)/8} \Gamma^{1/2}[(m-5)/4]} \quad (32)$$

$$\nu = 1 - \frac{\Gamma^2[(m-3)/4]}{\Gamma[(m-1)/4] \Gamma[(m-5)/4]} \quad (33)$$

$$\omega_c^2 = \frac{\omega_p^2 m^{1/2} \Gamma[(m-3)/4]}{4^{1/2} \Gamma[(m-1)/4]} \quad (34)$$

$$\left| \frac{m_4}{m_2} \right| = \left| \frac{\omega_p^2 m^{1/2} \Gamma[(m-5)/4]}{4^{1/2} \Gamma[(m-3)/4]} \right| \quad (35)$$

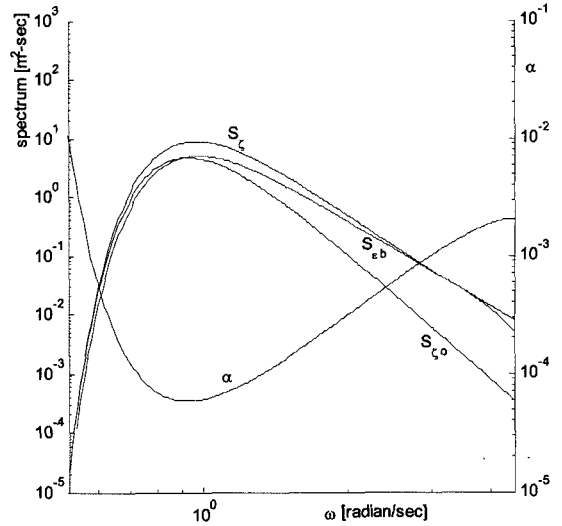


Fig. 2. $S_c(\omega)$, $S_{e_b}(\omega)$ and α for $h = 1$ m, $\omega_p = 0.897$ radian/sec $\xi = 0.02$ [$\omega_1 = 3.302$ radian/sec, $\nu = 0.365$, $\omega_c = 1.097$ radian/sec, $A_1 = 0.7159$, $\kappa = 0.2281$].

식 (32), (33), (34), (35)에서 $\kappa, \nu, \omega_c, |m_4/m_2|$ 는 유의경사 ξ 에 의해 결정되며 Huang 등(1981)에 의하면 ξ 는 0.03보다 작은 값을 가진다.

식 (33), (34)와 정규 확률 밀도 함수 $Z(x)$ 와 누가 분포 함수 $Q(x)$ 를 급수를 사용하여 근사(Abramowitz and Stegun, 1968)하면 A_1 은 A_2 보다 우월하며, ω_1 은 특성 주파수 ω_c 보다 큰 값을 지닌다는 것을 알 수 있다. 따라서 $0 < \omega < \omega_1$ 대역에서 $1-F(\omega) = 1-F(0) = 1-A_1^2$ 에서 $1-F(\omega) = 1$ 까지 단조 증가하며 $\omega > \omega_1$ 인 경우 $1-F(\omega)$ 는 감소하나 풍성파의 경우 주파수는 대개의 경우 0와 ω_1 사이에 분포한다. Fig. 2에는 먼 바다에서 S_{ω} 으로 정의되는 불규칙파랑이 단조해안에서의 천수과정을 거쳐 $h = 1$ m에서의 파랑스펙트럼 S_c 쇄파로 인한 에너지 소산스펙트럼 S_{e_b} , 소산계수 α 를 log-log scale에서 도시하였다. 천수과정을 통한 파랑 스펙트럼의 성장, 침두 주파수 인근에서 가장 역동적으로 진행되는 쇄파로 인한 에너지 소산과정을 볼 수 있다. 소산계수는 $0 < \omega < \omega_p$ 대역에서 급속히 감소하다 $\omega_p < \omega < \omega_c$ 의 고주파 대역에서 주파수의 세제곱에 종속하는 것으로 판단된다.

5. 에너지 소산항 α_n 의 검증

전술한 α_n 을 Krauss 등이 1992년에 SUPERTANK Laboratory Data Collection Project의 일환으로 수행한

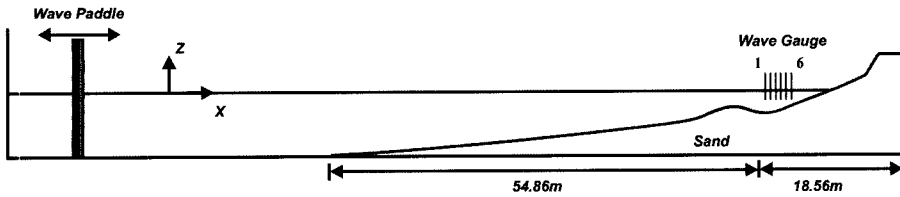


Fig. 3. Configuration of flume and location of wave gauges.

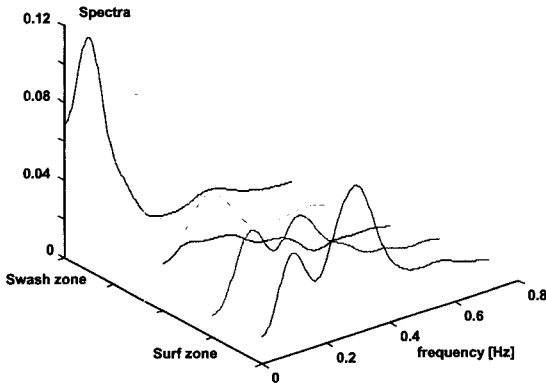


Fig. 4. Spectra of water surface displacement at section 1, 2, 3, 4 and 5 with set up removed.

수리실험 중 Run 1에서 축적된 자료를 활용하여 검증하였다. Fig. 3에 도시된 조파기에서 생성된 무작위 파열의 유의파고는 0.801 m, 침두 파랑의 주기는 3 sec이다. Gauge 1, 2, 3, 4와 5에서 16 Hz 간격으로 측정된 해수위 시계열 자료에 대해 Hanning window와 1256 point에서의 Fast Fourier Transform algorithm을 이용해 spectral analysis를 수행하였으며 그 결과는 Fig. 4에 도시하였다. 공진성 상호작용에 의하여 저주파 대역의 파랑 에너지가 해안으로 접근하면서 증가되는 현상을 볼 수 있다. Gauge 1, 2, 3, 4와 5에서 측정된 해수면 시계열 자료에 외점성모형을 적용하여 쇄파로 인한 에너지 소산률을 산출하였으며 그 결과는 Fig. 5에 도시하였다. 해수면 변위에 급격한 변화가 발생할 경우 쇄파가 발생하는 것을 알 수 있으며 유추된 에너지 소산률 시계열로부터 산출한 스펙트럼은 Fig. 6에 도시하였다.

산출된 파랑, 에너지 소산률 스펙트럼과 식 (8)에 기초하여 쇄파계수를 산출하였으며 그 결과는 Fig. 7에 도시하였다. 쇄파계수 α_n 은 주파수 영역에서 일정하게 분포한다는 Elderberky와 Bettjes(1996)의 제언과는 상이하게 α_n 은 삼차함수의 거동을 보였으며 이러한 경향은 고주파 영역에서 더욱 뚜렷이 관측된다. 쇄파대의 외해쪽에서는

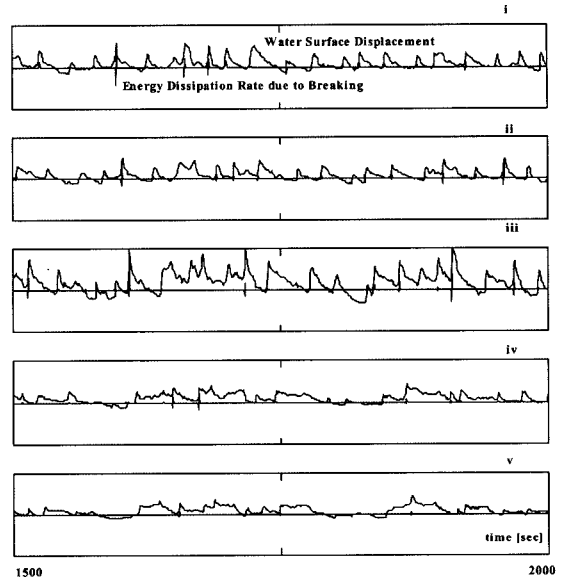


Fig. 5. Water surface displacement at gauge NO 1, 2, 3, 4 & 5 and its computed energy dissipation rate due to breaking [$\times 10^{-5}$].

쇄파가 비교적 간헐적으로 발생하며 이 때 쇄파로 인한 에너지 소산계수가 침두 주파수보다 작은 주파수 영역에서 음의 값을 취하는 것으로 보고된 바 있다. 이는 쇄파 발생시 수주에 가해지는 추가적인 충격에 기인하며 쇄파대 저주파 영역의 파랑의 성장을 촉진하게 되는 데 본고에서 제시한 파랑자료는 swash 대역에서 측정된 것으로 이러한 경향은 관측되지 못하였다.

6. Cnoidal 파랑의 단조해안에서의 천수과정과 쇄파

전술한 쇄파모형을 추가적으로 검증하기 위해 단조해안에서의 Cnoidal 파랑의 천수과정을 수치모의 하였다 (Bur Hensen and Svendsen, 1979). 쇄파대역의 상당한 비선형성을 고려하여 20개의 성분 파랑을 계산과정에 포

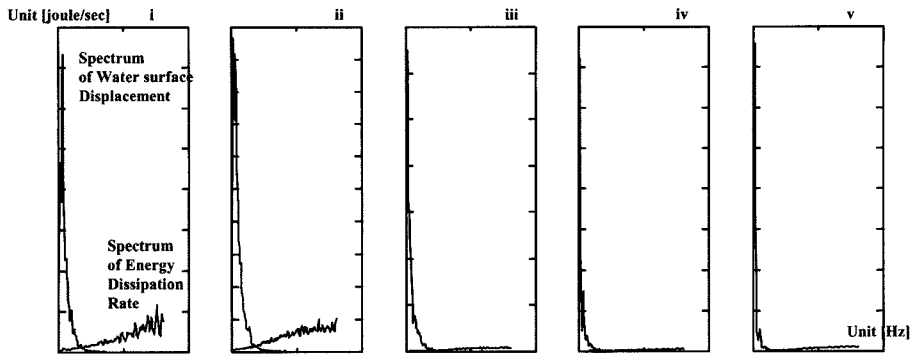


Fig. 6. Spectrum of Water Surface Displacement and its Computed Energy Dissipation Rate Spectrum across the Shore [$\times 10^{-9}$].

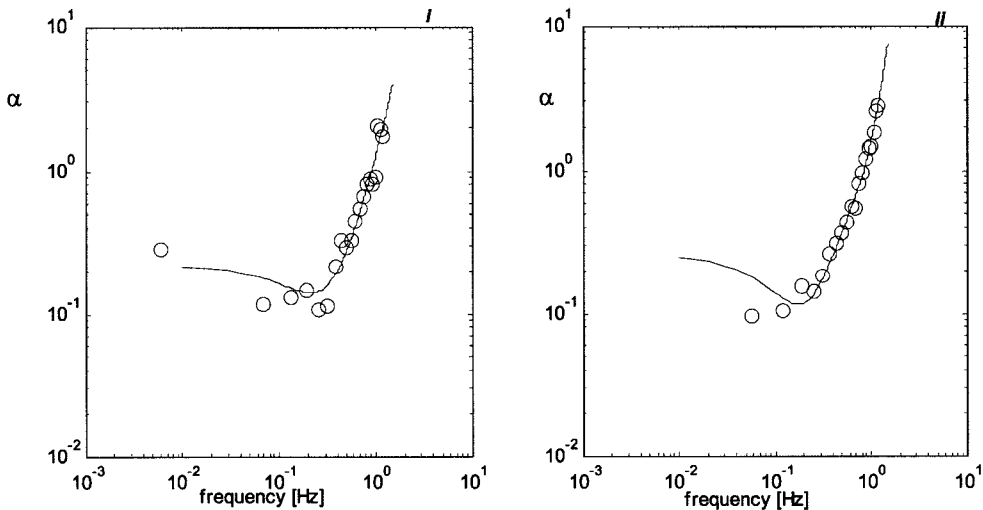


Fig. 7. Variation of breaking coefficient over frequency domain at Gauge NO 1 and 2 with a best cubic fit [solid line: regression, circle: Measured Data].

함하였으며 Fig. 8에는 실험에 사용된 수조를 도시하였다.

스펙트럼 파랑모형을 차용하여 Cnoidal 파랑의 천수와파정을 사차 Runge-Kutta 기법을 사용하여 수치해석 하였다. 일정 수심부 $x=0$ 에서 수치해석을 초기화하기 위한 정상 cnoidal 파랑을 구성하는 성분파랑의 진폭 A_n 은 다음과 같이 산출하였다(Cayley:1895, Frick 등: 1981).

$$A_n = \frac{8}{3} k^2 h^3 n q^n (1 - q^{2n})^{-1} \quad (36)$$

여기서 k 는 첫 번째 성분파랑의 파수, q 는 다음과 같이 기술된다.

$$q = \exp\left[\frac{-\pi K(1-m)}{K(m)}\right] \quad (37)$$

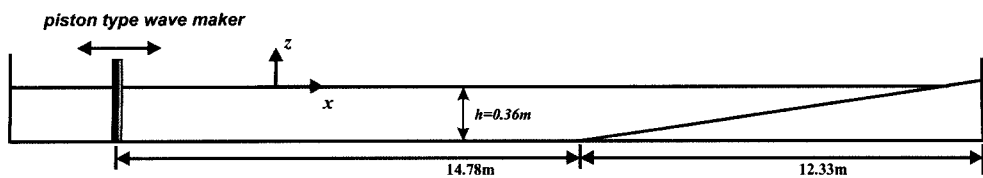


Fig. 8. Experimental set-up of Buhr Hansen and Svendsen (1979).

Table 1. Experimental (Buhr Hansen and Svendsen, 1979) and numerical wave parameters at wave maker

Case NO.	H (m)	T (sec)	A_1	A_2	A_3	A_4	$A_5 \sim A_{30}$
1	0.065	2.0	0.0320	0.0057	0.0008	0.0001	0
2	0.037	2.0	0.0184	0.0019	0.0002	0.0	0

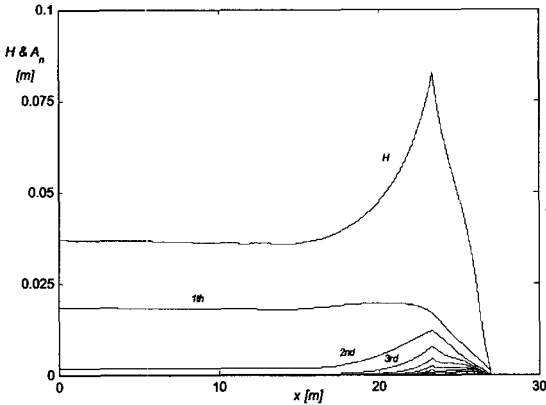


Fig. 9. 1. Numerically simulated wave height across the shore with quadratic wisely distributed dissipation coefficient for NO. 1 case of Buhr Hansen and Svendsen (1979).

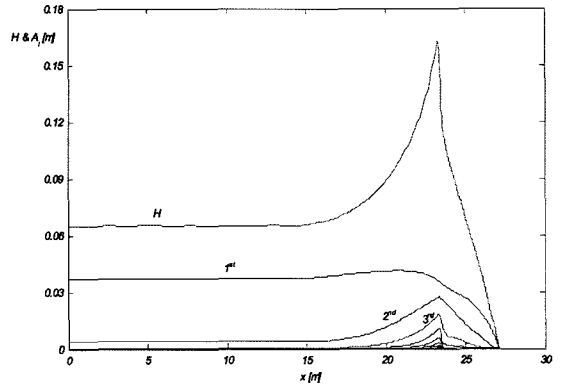


Fig. 10. 1. Numerically simulated wave height across the shore with cubically distributed dissipation coefficient for NO. 1 case of Buhr Hansen and Svendsen (1979).

식 (37)의 $K(m)$ 는 일종 완전 타원형 적분(Abramowitz and Stegun, 1968)이며 변량 m 은 파고 H , 수심 h , 파수 k 에 의해 다음과 같이 無二하게 결정되며

$$\frac{H/h}{(kh)^2} = \frac{4}{3\pi} m [K(m)]^2 \quad (38)$$

Table 1에는 파고와 주기, 성분 파랑의 진폭을 수록하였다. Cnoidal 파랑처럼 파랑 에너지가 분포하는 대역폭이 협소한 경우($\nu \rightarrow 0$), A_1, A_2, \bar{N} 은 각각 $A_1 \rightarrow \kappa \bar{N} + Q(-\kappa)$,

$A_2 \rightarrow \kappa \bar{N}, \bar{N} \rightarrow \int_{-\kappa}^{\kappa} Z(x)/x dx$ 로 수렴한다.

수치적으로 모의된 파고, 각 성분파랑의 진폭은 Fig. 9.1과 10.1에 도시하였다. 식 (3)과 수치모의된 성분파 진폭 A_n 으로부터 산출된 파형을 Fig. 9.2와 10.2에 도시하였다. 수심이 일정한 $0 < x < 14.78$ m에서 각 성분파랑의 진폭은 미세한 에너지 소산으로 일정하게 유지되나, 수심이 감소하면서, 단파 성분의 진폭이 빠르게 성장하는 것을 볼 수 있다. 파형은 마루 부분에서 첨예화되며 파곡 부분에서 알아지는 비선형 파랑의 일반적인 천수 특징을 확인할 수

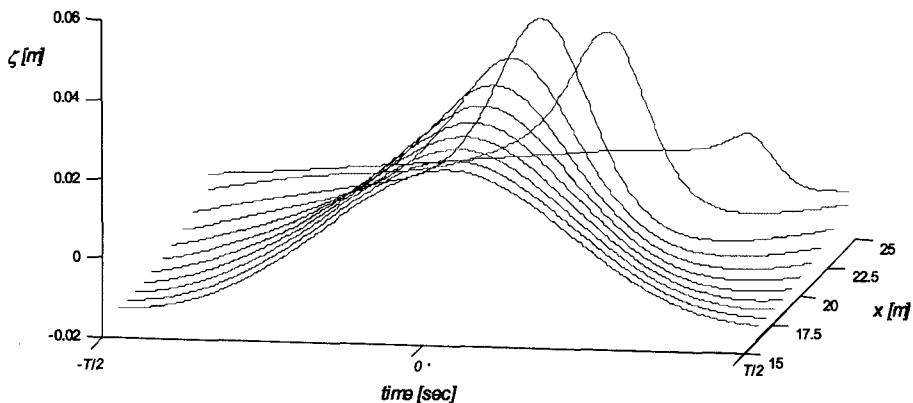


Fig. 9. 2. Numerically simulated surface profile across the shore with quadratic wisely distributed dissipation coefficient for NO. 1 case of Buhr Hansen and Svendsen (1979).

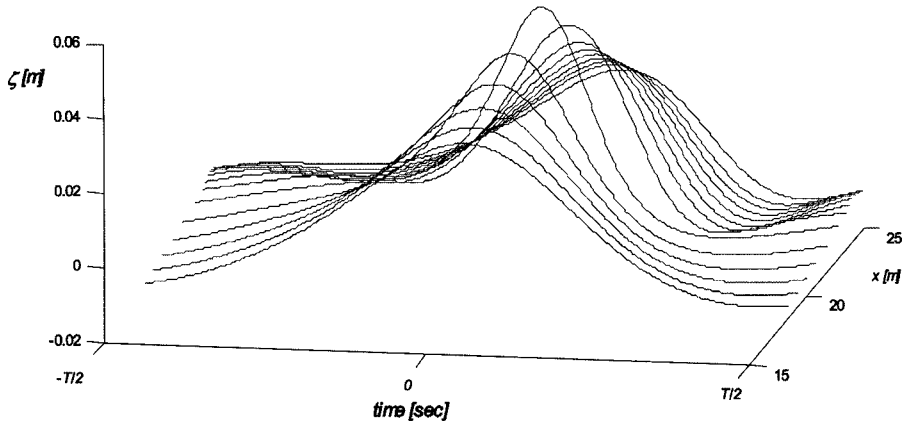


Fig. 10. 2. Numerically simulated surface profile across the shore with cubically distributed dissipation coefficient for NO. 1 case of Buhr Hansen and Svendsen (1979).

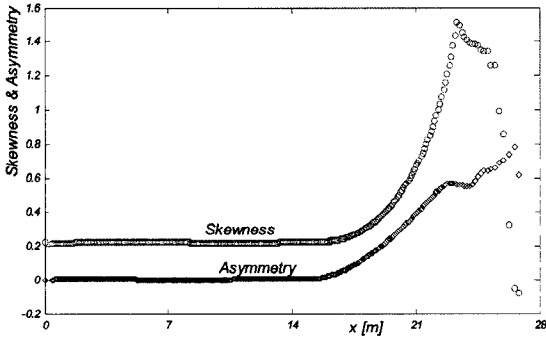


Fig. 11. Skewness and asymmetry of numerically simulated wave field with quadratic wisely distributed dissipation coefficient for No. 1 case of Buhr Hansen and Svendsen (1979).

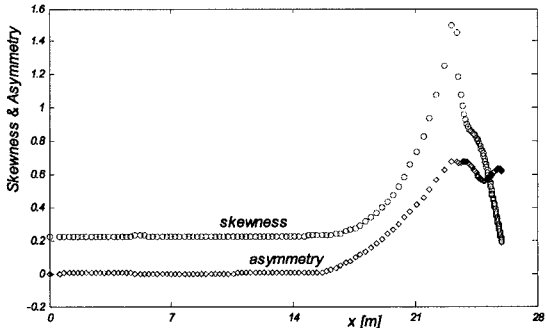


Fig. 12. Skewness and asymmetry of numerically simulated wave field with cubically distributed dissipation coefficient for No. 1 case of Buhr Hansen and Svendsen (1979).

있다. 천수 초기과정에서 파 마루는 앞으로 전진되며 파 전면부의 파형 경사는 배후보다 가파르다.

쇄파 역에 이르러 파 전면부는 거의 일어난 모양이며

최종적으로 쇄파는 파 마루로부터 시작되는 것을 볼 수 있다. Fig. 11과 12는 천수과정에서의 파형 왜도와 비대칭성의 진화과정을 보여준다.

7. 결 론

쇄파대역에서 파형의 선단부는 연직에 근접하며 후단부는 정현파의 모습을 닮게 되는 것처럼 천해역에서 파랑 스펙트럼은 특정한 형태를 선호한다. 이 경우 꼬리 주파수 대역에서 파랑 스펙트럼은 이차함수의 거동을 보이며 이 때 Bispectrum의 실수부와 허수부 즉 왜도와 비대칭성은 증가한다. 전술한 쇄파대역에서의 비선형성으로 인한 파랑의 왜도와 비대칭성의 증가는 최근 연안사구의 형성과 계절적 이동을 설명할 수 있는 중요한 기작으로 규명되어 기존의 파랑모형들은 쇄파모형을 중심으로 보완되어야 할 것으로 판단된다(Elgar et al., 2001).

본 연구에서는 주파수 영역 쇄파모형을 대상으로 먼저 Miche 쇄파기준(Battjes, 1974)을 활용한 추계학적 쇄파모형이 제시되었다. 제시된 쇄파모형에 기초하여 유도된 에너지 소산 스펙트럼으로부터 에너지 소산항을 해석적으로 유도하여 소산항은 주파수에 종속하며 파랑 에너지가 분포하는 대부분의 주파수 대역에서 삼차함수의 거동을 보인다는 사실을 규명하였다. 검증작업은 SUPERTANK Laboratory Data Collection Project(Krauss et al., 1992)에서 축적된 실험자료를 기초로 진행되었다. 추가적인 검증은 단조해안에서의 Cnoidal 파랑의 천수과정의 스펙트럼 파랑모형과 제시된 쇄파모형을 차용하여 진행된 수치모의를 기초로 진행되었다. 그 결과 쇄파대역에서 진행되는 파랑

의 왜도와 비대칭성의 진화과정이 비교적 정확히 모의되는 성과를 얻었다.

참고문헌

- Abramowitz, M. and Stegun, I.A. (1968). Handbook of mathematical functions. Dover, Mineola, NY.
- Battjes, J.A. (1974). Computation of set up, long shore currents, run up and overtopping due to wind generated waves. Communication on Hydraulics No. 74-2, Dept. of Civil Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- Borgman, L.E. (1965). A statistical theory for hydrodynamic forces on objects, Technical report HEL-9-6, Hydraulics Engineering Laboratory, University of California, Berkeley, Calif.
- Bur Hansen, J. and Svendsen, I.A. (1979). Regular waves in shoaling water, experimental data. Series paper 21, Inst. Hydr. Engrg., Tech. Univ. Denmark.
- Cartwright, D.E. and M.S. Longuet-Higgins (1956). The statistical distribution of the maxima of random function. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 237, pp. 212-232.
- Cayley, A. (1895). An elementary treatise on elliptic functions. Deighton, London, England; reprinted by Dover Publications, Inc., New York, N.Y.
- Chen, Y., Guza, R.T. and Elgar, S. (1996). Modeling breaking surface waves in shallow water, J. Geophys. Res.- Oceans, Vol. 102, No. 11, pp. 25035-25046.
- Cho, Y. (1993). Breaking directional wave spectrum in water of variable depth in the presence of current, Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers, Vol. 5, No. 2, pp. 76-83.
- Elderberky, Y. and Battjes, J.A. (1996). Spectral modeling of wave breaking: application to Boussinesq equations, Journal of Geophysical Research, Vol. 102, pp. 1253-1264.
- Elgar, S., Gallagher, E.L. and Guza, R.T. (2001). Nearshore sandbar migration. Journal of Geophysical Research., Vol. 106, 11,623-11,627.
- Flick, R.E., Guza, R.T. and Inman, D.L. (1981). Elevation and velocity measurements of laboratory shoaling waves. Journal of Geophysical Research, Vol. 86, pp. 4149-4160.
- Huang, N.E., Long, S.R., Tung, C.C. and Yuen, Y. and Bliven, L.F. (1981). A unified two parameter wave spectral model for a general sea state, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 112, pp. 203-224.
- Kaihatu, J. and Kirby, J. (1995). Nonlinear transformation of waves in finite water depth, Physics of fluids, Vol. 7, No. 8, pp. 1903-1914.
- Kirby, J.T. (1997). Nonlinear, dispersive long waves in water of variable depth in gravity waves in water of finite depth, J. N. Hunt(ed), Advances in fluid mechanics, 10, Computational Mechanics Publications, pp. 55-125.
- Kirby, J. and Kaihatu, J. (1996). Structure of frequency domain models for random breaking wave breaking, Proceedings of the 25th International Conference on Coastal Engineering, Orlando, FL.
- Kraus, N.C., Smith, J.M. and Sollitt, C.K. (1992). SUPER-TANK laboratory data Collection project, Proceedings of the 23rd Coastal Engineering Conference, ASCE, pp. 2191-2204.
- Mase, H. and Kirby, J.T. (1992). Hybrid frequency domain KDV equation for random wave transformation, Proc. 23rd Intl. Conf. Coast. Engrng., Venice, pp. 474-487.
- Mei, C.C. (1989). The applied dynamics of ocean surface waves. World Scientific Publishing Co.
- Ochi, M.K. (1992). Applied probability and stochastic processes, John Wiley and Sons.
- Ochi, M.K. and Tsai, C.H. (1983). Prediction of occurrences of breaking waves in deep water, Journal of Physical Oceanography, Vol. 13, pp. 2008-2019.
- Papoulis, A. (1965). Probability, random variables and stochastic processes, McGraw-Hill book Co., New York, NY.
- Phillips, O.M. (1977). Dynamics of the upper ocean, 2nd ed., Cambridge University Press, London.
- Thornton, E.B. and Guza, R.T. (1983). Transformation of wave height distribution, J. Geophys. Res., 88, pp. 5925-5938.
- Vengayil, P. and Kirby, J. (1986). Shoaling and reflection of nonlinear shallow water waves, Proc. 20th International Conference of coastal engineering, Teipei, pp. 794-806.

Received January 10, 2007

Accepted June 29, 2007