

난류에혼합화염이 음파의 산란에 미치는 영향에 관한 연구

조 주 형*, 백 승 욱**†

The Effect of Turbulent Premixed Flame on the Wave Scattering

Ju Hyeong Cho*, Seung Wook Baek**†

ABSTRACT

Analytical investigation of acoustic wave scattering from turbulent premixed flames was conducted to evaluate the acoustic energy amplification/damping. Such acoustic energy change is attributed to the acoustic velocity jump due to flame's heat release. Small perturbation method up to second order and stochastic analysis were utilized to formulate net acoustic energy and the energy transfer from coherent to incoherent energy. Randomly wrinkled flame surface is responsible for the energy transfer from coherent to incoherent field. Nondimensional parameters that govern net acoustic energy were determined: rms height and correlation length of flame front, incident wave frequency, incidence angle, and temperature ratio. The dependence of net acoustic energy upon these parameters is illustrated by numerical simulations in case of Gaussian statistics of flame front. Total net energy was amplified and the major factors that affect such energy amplification are incidence angle and temperature ratio. Coherent (incoherent) energy is damped (amplified) with rms height and correlation length of flame front.

Key Words : wave scattering, turbulent premixed flame, (in)coherent acoustic energy

기 호 설 명

c_1, c_2	sound speed in medium (1), (2)	m	mass burning rate per unit area(= ρS_L)
\vec{e}_z	unit vector in z coordinate	M_S	mean flame speed mach number(= $\overline{S_L^{(1)}}$ / c_1)
E	normalized acoustic energy	p	acoustic pressure
f_0	incident wave frequency (= $\omega_0/2\pi$)	P_I	incident acoustic pressure magnitude
\tilde{f}_0	nondimensional frequency (= $\omega_0 t_r/2\pi$)	q	vertical component of wave number
h	flame front position	r	horizontal coordinates (= (x, y))
k	horizontal components of wave number (= (k_x, k_y))	R	reflection coefficient
\vec{K}	wave number vector (= (k_x, k_y, q_k))	$S^{N_1 N_2}$	scattering amplitude
l_c	correlation length of flame front	S_L	laminar flame speed for unburned gas
\tilde{l}_c	nondimensional correlation length (= $K_0 l_c$)	W	power spectral density
		< >	ensemble average

* 한국과학기술원 기계기술연구소

** 한국과학기술원 항공우주공학전공

† 연락저자, swbaek@kaist.ac.kr

Greeks		ω	angular frequency
β	jump factor in acoustic velocity	ψ	velocity potential
ϕ	incident polar angle		
γ	specific heat ratio	Superscripts	
Λ	temperature ratio ($= T^{(2)}/T^{(1)}$)	(\sim)	normalized value
∇	horizontal gradient ($= (\partial_x, \partial_y)$)	(1),(2)	medium (1), (2)
$\bar{\nabla}$	gradient($= (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$)	Subscripts	
θ	nondimensional activation energy	0	incident wave or zeroth order term
ρ_1, ρ_2	density in medium (1), (2)	1,2	medium (1) and (2) or 1st and 2nd order perturbation terms
σ	flame's rms height or scattering cross section	co, inc	coherent, incoherent energy flux
$\bar{\sigma}$	nondimensional rms height($= K_0\sigma$)	R, T	reflection, transmission

1. 서 론

연소 및 추진시스템에서 발생하는 연소불안정 현상은 시스템의 성능을 크게 저하시키고 수명을 단축시키는 문제점을 야기한다. 이런 연소불안정성은 궁극적으로 화염과 음파의 상호작용에 기인하며 레일리 척도(Rayleigh's criterion)에 의하면 시스템 내부에서 화염의 열발생을 변동과 음압 (압력변동)이 비슷한 위상차로 존재할 때 음압이 증폭되어 상당한 소음을 유발할 뿐 아니라 시스템의 효율을 저하시키고 구조적인 문제점을 발생시킨다. [1,2] 화염과 음파의 상호작용에 관한 이론적인 연구는 화염면을 온도불연속면으로 가정한 Chu[3]에 의해서 본격적으로 활성화 되었다. Markstein[4]은 화염면을 통하여 교란되는 음파를 모사하기 위해서 질량, 운동량, 에너지 보존방정식을 선형화하고 화염면에서의 경계조건을 유도하여 화염에 의한 음압 및 입자속도 등의 변화를 예측하였다. McIntosh[5], Peters와 Ludford [6]은 압력변동이 화염내부구조에 미치는 영향에 관한 이론적인 연구를 수행하였다. Lieuwen [7], Clavin 등 [8], McManus 등 [9]은 연소를 변동과 음파의 상호작용 또는 레일리 척도를 이용하여 음파에너지의 변화에 관한 연구를 수행하였다.

상기에 언급한 연구는 층류화염을 가정한 반면에 몇몇 연구자들은 난류의 특성을 고려한 연구를 수행하였다. Searby와 Clavin [10]은 중력효과와 화염곡면의 영향을 고려하여 난류화염이 유동장에 미치는 특성을 연구하였다. 그러나 화

염의 거동이 조화진동(harmonic oscillation)을 따른다고 가정하였으며 경계조건도 화염곡면이 아닌 평균화염면에 적용하였다. 보다 최근에는 층류 화염에 근간한 기존의 해석방법에 random한 거동을 갖는 난류화염의 특성을 고려함으로써 난류화염과 음파의 상호작용에 대한 특성을 연구하였다. [11, 12, 13] 이들은 위상차(phase difference)가 일정한 coherent음파가 난류화염에 의해 산란되면서 random한 위상차를 갖는 incoherent(또는 diffuse)음파로 전이될 수 있음을 보여주었다. 그리고 난류화염면의 rms (root mean square)폭과 음파의 파장의 비율인 σ/λ 가 증가할수록 incoherent 부분이 더 많이 생성됨을 보여주었다. 그러나 상기 연구는 고주파수 대역의 음파에 적용되는 Kirchhoff 근사법(고주파수 음파의 짧은 파장 범위에서는 화염곡면이 국부적으로 평면으로 근사될 수 있음을 이용한 방법)을 이용하였으며 이는 실제로 연소불안정이 많이 발생하는 저주파수 영역에는 적용이 곤란하다. 저주파수 영역에서는 섭동방법(Small Perturbation Method)이 사용될 수 있으며 본 논문에서는 이 방법을 이용하여 저주파수 영역의 음파가 난류화염에 의해 산란되는 특성을 연구하고자 한다. 구체적으로는 1) 난류화염의 거동이 산란파의 특성에 미치는 영향, 2) 산란 전후에 음파에너지의 증감, 3) coherent/incoherent 에너지 또는 반사/투과 에너지의 변화량 및 이에 영향을 미치는 물리적 변수를 예측하고자 한다.

2. 해 석

2.1 문제의 정의 및 가정

Fig. 1에서 보는 바와 같이 화염으로 입사되는 음파는 여러방향으로 산란되어 영역(1)로 반사되거나 영역(2)로 투과된다.

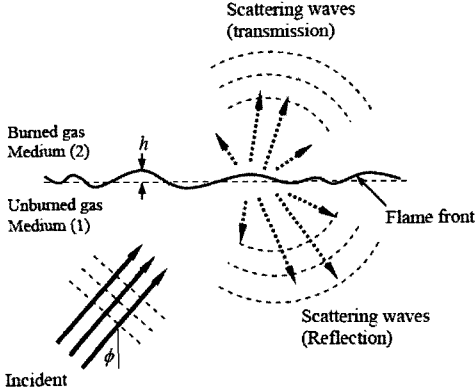


Fig. 1. Schematic of flame surface and acoustic fields

입사의 음파는 평면파가 중첩된 형태로 표현할 수 있으므로[15] 문제의 단순화를 위해서 입사파는 평면파로 가정하였다. 이외에 이론적 해석을 수행하는데 도입한 가정들은 다음과 같다.

- 1) 화염면의 높이 h 와 기울기는 작으며 (식(11) 참조), 화염에 의한 산란은 단산란(single scattering)이다.
- 2) 화염의 edge에 의한 산란, 굴절은 무시한다.
- 3) 화염면은 미연가스와 기연가스를 구분하는 불연속면으로 간주한다.[2]의 Ch.12 참조)
- 4) 음파가 난류화염에 미치는 영향은 무시한다.
- 5) 산란 후에 주파수의 변동은 무시한다.

2.2 산란 음장 및 경계조건

선형 파동방정식(Helmholtz 방정식)은 속도 포텐셜의 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$(\nabla^2 + \omega_0^2 / c_m^2) \psi^{(m)} = 0 \quad (1)$$

$m=\{1, 2\}$ 은 영역 (1), (2)를 각각 나타낸다. (Fig. 1 참조) 음압(acoustic pressure) 및 입사 속도(acoustic velocity)는 속도포텐셜 ψ 와의 관계식으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$p^{(m)} = i\rho_m \omega_0 \psi^{(m)}, \quad \bar{v}^{(m)} = \bar{\nabla} \psi^{(m)} \quad (m = \{1, 2\}) \quad (2)$$

Fig. 1에서처럼 굴곡이 진 화염면에 입사하는 평면파는 여러방향으로 산란되어 반사 또는 투과되며 식(1)의 해는 각 영역에 대해 다음과 같이 표현될 수 있다.[15].

$$\frac{\psi^{(1)}}{A_1} = (\rho_1 q_0^{(1)})^{-1/2} e^{i(k_0 r + q_0^{(1)} z)} + \iint_k S^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) (\rho_1 q_k^{(1)})^{-1/2} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - q_k^{(1)} z)} d\mathbf{k} \quad (3)$$

$$\frac{\psi^{(2)}}{A_1} = \iint_k S^{21}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) (\rho_2 q_k^{(2)})^{-1/2} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + q_k^{(2)} z)} d\mathbf{k} \quad (4)$$

$$A_1 = (|P_1| / i\omega_0) (q_0^{(1)} / \rho_1)^{1/2}, \quad q_k^{(m)} = [(\omega_0 / c_m)^2 - k^2]^{1/2},$$

$$q_0^{(1)} := q_{k_0}^{(1)} = [(\omega_0 / c_1)^2 - k_0^2]^{1/2}, \quad k = |\mathbf{k}|$$

위 식에서 하첨자 0은 입사파를 나타낸다. 식 (3) 우변의 첫째항은 파수벡터 $(\mathbf{k}_0, q_0^{(1)})$ 의 방향으로 화염에 입사되는 주파수 ω_0 의 평면파를 나타내며 둘째항은 화염에 의해 산란된 반사파들이 평면파가 중첩된 적분형태로 표현됨을 보여준다. 식(4)는 화염을 투과하여 산란된 파들을 나타낸다. S^{11} 과 S^{21} 은 반사파 및 투과파의 산란진폭(scattering amplitude)을 나타낸다. 화염면에서의 경계 조건으로서 화염면 전후의 음압의 차이는 $O(M_S^2)$ 의 수준이므로 $(p^{(2)} - p^{(1)}) = O(M_S^2)$ [11] 화염면 전후의 음압은 $O(M_S)$ 수준에서 연속이다.

$$\rho_1 \psi^{(1)}|_{z=h(r)} = \rho_2 \psi^{(2)}|_{z=h(r)} \quad (5)$$

화염면에서의 입사속도의 변화는 $O(M_S^2)$ 의 정확도로 다음과 같이 표현될 수 있다. [11]

$$\frac{v_{1,n}^{(2)} - v_{1,n}^{(1)}}{c_1} = (\Lambda - 1) M_S \left(\frac{m_1}{m_0} - \frac{p}{p_0} \right) + O(M_S^2) \quad (6)$$

$p^{(2)} = p^{(1)} = p$ 이고 $m_1/m_0 = \rho_{1,1}/\rho_{1,0} + S_{L,1}^{(1)}/S_{L,0}^{(1)}$ 은 단위면적당 연소율에 대한 선형식이다. m_1/m_0 는 다시 Peters와 Ludford [6]의 식(22)를 선형화하여 Lewis수가 1일 경우에 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{m_1}{m_0} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(\frac{\alpha - i\theta t_r \omega_0}{2} \right) \frac{p}{P_0} \quad (7)$$

위 식에서 $\alpha = 2$, t_r 은 화염의 diffusion time이다.[6] 식(7)을 식(6)에 대입하면 화염면 전후의 입사속도에 대한 다음 식을 얻는다.

$$\left(\frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial n} - \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial n} \right) \Big|_{z=h(r)} = i\beta \psi^{(2)} \Big|_{z=h(r)} \quad (8)$$

$$;\beta \equiv \beta_x \omega_0 - i\beta_y \omega_0^2, \quad \beta_x = \frac{(\Lambda - 1) \rho_2 c_1}{p_0} \left(\frac{\alpha(\gamma - 1)}{2\gamma} - 1 \right) M_S,$$

$$\beta_y = \frac{(\Lambda - 1)(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{\rho_2 t_r \theta c_1}{p_0} M_S$$

화염면에 수직인 벡터를 화염면 $G(=z-h(\mathbf{r})=0)$ 의 함수로 표현하면

$$\bar{\mathbf{n}} = \frac{\bar{\nabla}G}{|\bar{\nabla}G|} = \left(1+|\nabla h|^2\right)^{-1/2} (\bar{\mathbf{e}}_z - \nabla h) \quad (9)$$

이므로 식(8)은 다음의 형태로 표현된다.

$$\begin{aligned} & \left(1+|\nabla h|^2\right)^{-1/2} \left(\frac{\partial}{\partial z} - \nabla h \cdot \nabla\right) \psi^{(0)} \Big|_{z=h(\mathbf{r})} \\ &= \left[\left(1+|\nabla h|^2\right)^{-1/2} \left(\frac{\partial}{\partial z} - \nabla h \cdot \nabla\right) + i\beta \right] \psi^{(2)} \Big|_{z=h(\mathbf{r})} \end{aligned} \quad (10)$$

2.3 산란진폭(Scattering amplitude)의 근사해

섭동방법을 적용하기 위해서는 화염면의 Rayleigh parameter($=q_k h$)와 경사가 작아야 한다.

$$q_k h \ll 1, \quad \nabla h \cdot \mathbf{k} / q_k \ll 1 \quad (11)$$

이 조건은 random한 거동을 보이는 난류화염면에 대해서 다음과 같이 표현된다. ([14], p. 22)

$$\tilde{\sigma} \cos \phi \ll 1, \quad \tilde{\sigma} \Delta \tan \phi \ll 1 \quad (12)$$

$\tilde{\sigma} \Delta (= \sqrt{2}\sigma/\lambda_c)$ 는 화염면의 rms기울기를 나타낸다. $\tilde{\sigma} \cos \phi = 0.3$ ($\sigma = 3$ cm, $c = 340$ m/s, $\phi = 0^\circ$)인 경우에 본 섭동방법이 적용될 수 있는 주파수 범위는 약 540 Hz이하로서 저주파수의 연소불안정이 많이 발생하는 범위이다. 식(3)과 (4)를 식(5)와 (10)에 각각 대입한 후 산란진폭에 관한 근사해를 $S^{N_1 N_2} = S_0^{N_1 N_2} + S_1^{N_1 N_2} + \dots (S_n^{N_1 N_2} \sim O(h^n))$ 로 가정하고 h 를 포함한 항들에 대해 series전개를 하면 다음 식들을 얻는다.

$$\begin{aligned} & (\rho_1 / q_0^{(1)})^{1/2} e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} \left\{ 1 + i q_0^{(1)} h - \frac{1}{2} (q_0^{(1)} h)^2 + O(h^3) \right\} \\ & + \rho_1 \iint_{\mathbf{k}} \left\{ (S_0^{11} + S_1^{11} + S_2^{11}) (\rho_1 q_k^{(1)})^{-1/2} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \left\{ 1 - i q_k^{(1)} h - \frac{1}{2} (q_k^{(1)} h)^2 + O(h^3) \right\} \right\} d\mathbf{k} \\ & = \rho_2 \iint_{\mathbf{k}} \left\{ (S_0^{21} + S_1^{21} + S_2^{21}) (\rho_2 q_k^{(2)})^{-1/2} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \left\{ 1 + i q_k^{(2)} h - \frac{1}{2} (q_k^{(2)} h)^2 + O(h^3) \right\} \right\} d\mathbf{k} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{|\nabla h|^2}{2} + O(h^4)\right) (\rho_1 q_0^{(1)})^{-1/2} (q_0^{(1)} - \nabla h \cdot \mathbf{k}_0) \left\{ 1 + i q_0^{(1)} h - \frac{1}{2} (q_0^{(1)} h)^2 + O(h^3) \right\} e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} \\ & - \iint_{\mathbf{k}} \left(1 - \frac{|\nabla h|^2}{2} + O(h^4)\right) (S_0^{11} + S_1^{11} + S_2^{11}) (\rho_1 q_k^{(1)})^{-1/2} (q_k^{(1)} + \nabla h \cdot \mathbf{k}) \\ & \times \left\{ 1 - i q_k^{(1)} h - \frac{1}{2} (q_k^{(1)} h)^2 + O(h^3) \right\} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \iint_{\mathbf{k}} \left\{ (S_0^{21} + S_1^{21} + S_2^{21}) \left[\left(1 - \frac{|\nabla h|^2}{2} + O(h^4)\right) (q_k^{(2)} - \nabla h \cdot \mathbf{k}) + \beta \right] \right. \\ & \left. \times (\rho_2 q_k^{(2)})^{-1/2} \left\{ 1 + i q_k^{(2)} h - \frac{1}{2} (q_k^{(2)} h)^2 + O(h^3) \right\} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k} \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

산란진폭 S_0^{11} 과 S_0^{21} 을 구하기 위해 식(13)과 (14)에서 $O(h^0)$ 항들을 추출한 후 $\exp(-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}) / (2\pi)^2$ 를 곱하고 \mathbf{r} 에 관하여 적분하면 다음 결과를 얻는다.

$$S_0^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = R_J(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0); \quad R_J(\mathbf{k}) = \frac{\rho_2 q_k^{(1)} - \rho_1 (q_k^{(2)} + \beta)}{\rho_2 q_k^{(1)} + \rho_1 (q_k^{(2)} + \beta)} \quad (15)$$

$$S_0^{21}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = D_J(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0); \quad D_J(\mathbf{k}) = \frac{2(\rho_1 \rho_2 q_k^{(1)} q_k^{(2)})^{1/2}}{\rho_2 q_k^{(1)} + \rho_1 (q_k^{(2)} + \beta)} \quad (16)$$

R_J 과 D_J 는 반사/투과 계수이며 δ 는 dirac delta function이다. 연속경계조건($\beta=0$)일 경우에는 에너지 보존식 $R_J^2 + D_J^2 = 1$ 을 만족함을 알 수 있다. 비슷한 방법으로 식(13)과 (14)에서 $O(h)$ 항들을 추출하여 정리하고 부분적분을 이용하여 $\nabla h(\mathbf{r})$ 를 $i(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0)h(\mathbf{r})$ 로 대체하면 S_1^{11} 과 S_1^{21} 이 다음과 같이 구해진다.

$$S_1^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = A_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) h(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \quad (17)$$

$$S_1^{21}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = B_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) h(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \quad (18)$$

$$A_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = 2i(q_0^{(1)} q_k^{(1)})^{1/2} \times \frac{[\rho_1 (q_k^{(2)} + \beta) \{(\rho_2 - \rho_1) q_0^{(2)} - \rho_1 \beta\} + \rho_2 \alpha_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)]}{[\rho_2 q_0^{(1)} + \rho_1 (q_0^{(2)} + \beta)] [\rho_2 q_k^{(1)} + \rho_1 (q_k^{(2)} + \beta)]}$$

$$B_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = 2i(\rho_1 \rho_2 q_0^{(1)} q_k^{(2)})^{1/2} \times \frac{[-q_k^{(1)} \{(\rho_2 - \rho_1) q_0^{(2)} - \rho_1 \beta\} + \alpha_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)]}{[\rho_2 q_0^{(1)} + \rho_1 (q_0^{(2)} + \beta)] [\rho_2 q_k^{(1)} + \rho_1 (q_k^{(2)} + \beta)]}$$

$$\alpha_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \rho_2 \left\{ \left(\frac{\omega_0}{c_1}\right)^2 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_0 \right\} - \rho_1 \left\{ \left(\frac{\omega_0}{c_2}\right)^2 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_0 + q_0^{(2)} \beta \right\}$$

$$h(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{\mathbf{r}} h(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}$$

비슷한 방법으로 식(13)과 (14)에서 $O(h^2)$ 항들을 추출하여 정리하면 다음과 같이 S_2^{11} 과 S_2^{21} 를 구할 수 있다.

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{2^1}^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \\ S_{2^2}^{21}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \end{array} \right\} = \frac{(\rho_1 \rho_2 q_k^{(1)} q_k^{(2)})^{1/2}}{\rho_2 q_k^{(1)} + \rho_1 (q_k^{(2)} + \beta)} \times \left\{ \begin{array}{l} \iint_{\mathbf{k}'} F_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0, \mathbf{k}) h(\mathbf{k} - \mathbf{k}') h(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0) d\mathbf{k}' \\ \iint_{\mathbf{k}'} G_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0, \mathbf{k}) h(\mathbf{k} - \mathbf{k}') h(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0) d\mathbf{k}' \end{array} \right\} \quad (19)$$

$$; F_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0, \mathbf{k}) = \frac{(\rho_1 \rho_2 q_0^{(1)} / q_k^{(2)})^{1/2}}{\rho_2 q_0^{(1)} + \rho_1 (q_0^{(2)} + \beta)} \times$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{\omega_0}{c_1} \right)^2 - \left(\frac{\omega_0}{c_2} \right)^2 \right] (q_k^{(2)} - q_0^{(2)}) + \beta [\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}') + \mathbf{k}_0 \cdot (\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0)] \right\} + \frac{i A_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0)}{(q_k^{(2)})^{1/2}} \left\{ \left(\frac{\rho_1 q_k^{(1)}}{\rho_2} \right)^{1/2} (q_k^{(2)} + \beta) + \left(\frac{\rho_2}{\rho_1 q_k^{(1)}} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{\omega_0}{c_1} \right)^2 - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} \right] \right\} + i B_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) \left\{ (q_k^{(2)} q_k^{(2)})^{1/2} - (q_k^{(2)} q_k^{(2)})^{-1/2} \left[\left(\frac{\omega_0}{c_2} \right)^2 - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} \right] \right\}$$

$$G_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0, \mathbf{k}) = \frac{-(q_0^{(1)} / q_k^{(1)})^{1/2}}{\rho_2 q_0^{(1)} + \rho_1 (q_0^{(2)} + \beta)} \times$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{\omega_0}{c_1} \right)^2 - \left(\frac{\omega_0}{c_2} \right)^2 \right] \left[\rho_2 q_k^{(1)} + \rho_1 (q_0^{(2)} + \beta) \right] - \rho_1 \beta [\mathbf{k}' \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}') + \mathbf{k}_0 \cdot (\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0)] \right\} + i \left\{ - (q_k^{(1)} q_k^{(1)})^{1/2} + (q_k^{(1)} q_k^{(1)})^{-1/2} \left[\left(\frac{\omega_0}{c_1} \right)^2 - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} \right] \right\} A_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) - i \left\{ \left(\frac{\rho_2 q_k^{(1)} q_k^{(2)}}{\rho_1} \right)^{1/2} + \left(\frac{\rho_2 q_k^{(1)} q_k^{(2)}}{\rho_1} \right)^{-1/2} \left[\left(\frac{\omega_0}{c_2} \right)^2 - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} + \beta q_k^{(2)} \right] \right\} B_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0)$$

식(15)-(19)로부터 $O(h^2)$ 의 정확도를 갖는 산란진폭은 다음과 같은 형태를 취한다.

$$S^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \sum_{n=0}^2 S_n^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) + O(h^3) \quad (20)$$

$$= R_j(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) + A_j(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) h(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) + \frac{1}{2} D_j(\mathbf{k}) \iint_{\mathbf{k}'} F_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0, \mathbf{k}) h(\mathbf{k} - \mathbf{k}') h(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0) d\mathbf{k}' + O(h^3)$$

$$S^{21}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \sum_{n=0}^2 S_n^{21}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) + O(h^3) \quad (21)$$

$$= D_j(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) + B_j(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) h(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) + \frac{1}{2} D_j(\mathbf{k}) \iint_{\mathbf{k}'} G_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0, \mathbf{k}) h(\mathbf{k} - \mathbf{k}') h(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0) d\mathbf{k}' + O(h^3)$$

2.4 Coherent/Incoherent 음파

난류화염에 의해 산란되는 음파는 정방향(specular direction)으로 산란되는 coherent 음파

와 그 외의 방향(diffuse direction)으로 산란되는 incoherent 음파로 구분된다.[14] 산란진폭 (식(20) 참조)에 양상불 평균을 취하면 random한 특성을 갖는 incoherent 부분은 사라지고 ($\langle h \rangle = 0$) coherent 부분만 남게 된다.

$$\langle S^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \rangle = \langle V_j(\mathbf{k}) \rangle \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \quad (22)$$

위 식에서

$$\langle V_j(\mathbf{k}) \rangle \equiv R_j(\mathbf{k}) + \frac{D_j(\mathbf{k})}{2} \iint_{\mathbf{k}'} F_j(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0, \mathbf{k}) W(\mathbf{k} - \mathbf{k}') d\mathbf{k}' \quad (23)$$

는 평균반사계수 (mean reflection coefficient)이며 물에서 공기로 전파되는 경우 ($\rho_2/\rho_1 \rightarrow 0$, $\beta = 0$) 다음식과 같이 표현되고 이는 Voronovich가 유도한 식과 일치한다. ([15], p.80)

$$\langle V(\mathbf{k}_0) \rangle \equiv \langle V_j(\mathbf{k}_0) \rangle_{\beta=0} = -1 + 2q_0^{(1)} \iint_{\mathbf{k}'} q_k^{(1)} W(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}') d\mathbf{k}' \quad (24)$$

식(23)의 W (power spectral density)에 대해서

$$\langle h(\mathbf{k}_1) h(\mathbf{k}_2) \rangle = W(\mathbf{k}_1) \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \quad (25)$$

을 이용하였는데 이는 난류화염높이에 대한 확률적 특성이 공간에 대해서 균일(spatial homogeneity)하고 시간에 대해서 불변(temporal stationarity)하다는 가정으로부터 유도될 수 있다. ([15], p.80) 식(22)에서 알 수 있듯이 평균 산란진폭은 $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0$ 방향으로 정반사되는 coherent 음파를 나타낸다. incoherent 부분을 고려하기 위해서는 산란진폭의 이차모멘트 $\langle \Delta S \Delta S^* \rangle$ ($\Delta S = S - \langle S \rangle$)를 고려하여야 한다.(다음절 참조)

2.5 산란음파에너지

normalize한 음압과 입자속도를 $\tilde{p}(= p/|P_j|)$ 와 $\tilde{\mathbf{v}}(= \mathbf{v}/c_1)$ 라고 하면 주기 $T(= 2\pi/\omega_0)$ 당 음파에너지 유속의 평균값은 $\mathbf{I}_{av-T}(\bar{\mathbf{R}}) = \text{Re}[\tilde{p} \tilde{\mathbf{v}}^*(\bar{\mathbf{R}})]/2$ 이다. (Re는 실수부, $\bar{\mathbf{R}} = (x, y, z)$ 이다.) 여러 방향(multi-directional)으로 전파되는 산란 음파에 대해서 \tilde{p} 와 $\tilde{\mathbf{v}}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{p}(\bar{\mathbf{R}}) = \iint_{\mathbf{k}} P(\mathbf{k}, z) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad \tilde{\mathbf{v}}(\bar{\mathbf{R}}) = \iint_{\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{V}}(\mathbf{k}, z) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k} \quad (26)$$

따라서 평균화염면의 단위면적당 평균음파에너지는 다음과 같이 계산된다.

$$\bar{\mathbf{I}}_{av} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L^2} \iint_{|\mathbf{x}|, |\mathbf{y}| \leq L/2} \mathbf{I}_{av-T}(\bar{\mathbf{R}}) d\mathbf{r}$$

$$= \frac{1}{2} \text{Re} \left[\iint_k \iint_{k \rightarrow k} P(\mathbf{k}, z) \bar{V}^*(\mathbf{k}', z) d\mathbf{k}' d\mathbf{k} \right] \quad (27)$$

위 식에서 x, y 에 대한 적분 시에 다음을 이용하였다.

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} e^{-2ikx} dx = \begin{cases} \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\sin(kL)}{kL} = 1 & (k=0) \\ 0 & (k \neq 0) \end{cases}$$

식(27)에 앙상블(ensemble) 평균을 취하면

$$\langle \bar{\mathbf{I}}_{av} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\iint_k \iint_{k \rightarrow k} \langle P(\mathbf{k}, z) \bar{V}^*(\mathbf{k}', z) \rangle d\mathbf{k}' d\mathbf{k} \right] \quad (28)$$

가 된다. 반사되는 음파에너지를 구하기 위해 식(26)을 식(2), (3)과 비교하면

$$P(\mathbf{k}, z) = (q_0^{(1)} / q_k^{(1)})^{1/2} S^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) e^{-iq_k^{(1)} z}$$

$$\bar{V}(\mathbf{k}, z) = \frac{\varepsilon c_1}{\omega_0} (q_0^{(1)} / q_k^{(1)})^{1/2} S^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \bar{\mathbf{K}}_-^{(1)} e^{-iq_k^{(1)} z}$$

$$; \bar{\mathbf{K}}_-^{(1)} = \mathbf{k} - q_k^{(1)} \bar{\mathbf{e}}_z, \quad \varepsilon = |P_1| / (\rho_1 c_1^2)$$

가 되고 앙상블 평균을 취하면 다음과 같다.

$$\langle P(\mathbf{k}, z) \bar{V}^*(\mathbf{k}', z) \rangle = \frac{\varepsilon c_1}{\omega_0} \left(\frac{q_0^{(1)}}{q_k^{(1)}} \right) \left(\frac{q_0^{(1)}}{q_{k'}^{(1)}} \right)^{1/2} \times \langle S^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) S^{11*}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) \rangle \bar{\mathbf{K}}_-^{(1)*} e^{-i[q_k^{(1)} - (q_{k'}^{(1)})^*]z} \quad (29)$$

$$; \bar{\mathbf{K}}_-^{(1)} = \mathbf{k}' - q_{k'}^{(1)} \bar{\mathbf{e}}_z$$

산란진폭의 상관함수는 식(20)으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \langle S^{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) S^{11*}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) \rangle &= \langle S^{11} \rangle \langle S^{11*} \rangle + \langle \Delta S^{11} \Delta S^{11*} \rangle \\ &= \langle V_J(\mathbf{k}) \rangle \langle V_J^*(\mathbf{k}') \rangle \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0) \\ &+ A_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) A_J^*(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) W(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') + O(\hbar^3) \end{aligned} \quad (30)$$

식(28), (29), (30)으로부터 입사에너지유속 $\bar{\mathbf{I}}_{av, I} \cdot \bar{\mathbf{n}} = \varepsilon c_1 q_0^{(1)} / (2\omega_0)$ 으로 표준화한 반사음파 에너지는 다음과 같이 구해진다.

$$E_R = \frac{\langle \bar{\mathbf{I}}_{av} \rangle_R \cdot (-\bar{\mathbf{n}})}{\bar{\mathbf{I}}_{av, I} \cdot \bar{\mathbf{n}}} = \langle V_J(\mathbf{k}_0) \rangle^2 + \iint_{|\mathbf{k}| < \frac{\omega_0}{c_1}} \sigma_{R, J}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) d\mathbf{k} \quad (31)$$

$$; \sigma_{R, J}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = |A_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2 W(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)$$

$1/2$ 항은 정반사되는 음파에 의한 coherent 에너지 (식(22), (23) 참조)이고 $\sigma_{R, J}$ 는 반사산란단면(reflected scattering cross section)이며 이차모멘트에 의한 incoherent 에너지를 나타낸다. 비슷한 방법으로 투과에너지를 유도하면 다음과 같다.

$$E_T = \frac{\langle \bar{\mathbf{I}}_{av} \rangle_T \cdot \bar{\mathbf{n}}}{\bar{\mathbf{I}}_{av, I} \cdot \bar{\mathbf{n}}} = \frac{\text{Re}(q_0^{(2)})}{|q_0^{(2)}|} \langle T_J(\mathbf{k}_0) \rangle^2 + \iint_{|\mathbf{k}| < \frac{\omega_0}{c_2}} \sigma_{T, J}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) d\mathbf{k}$$

$$; \langle T_J(\mathbf{k}) \rangle = D_J(\mathbf{k}) \left[1 + \frac{1}{2} \iint_k G_J(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0, \mathbf{k}) W(\mathbf{k} - \mathbf{k}') d\mathbf{k}' \right]$$

$$\sigma_{T, J}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = |B_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)|^2 W(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \quad (32)$$

$\langle T_J(\mathbf{k}_0) \rangle$ 는 평균투과계수(mean transmission coefficient)이고 $\sigma_{T, J}$ 는 투과산란단면(transmitted scattering cross section)이다. 식(31)과 (32)로부터 총산란에너지는

$$E_{total} = E_{co} + E_{inc} \quad (33)$$

$$E_{co} = \langle V_J(\mathbf{k}_0) \rangle^2 + \text{Re} \left(q_0^{(2)} / |q_0^{(2)}| \right) \langle T_J(\mathbf{k}_0) \rangle^2 \quad (34)$$

$$= |R_J(\mathbf{k}_0)|^2 + \frac{\text{Re}(q_0^{(2)})}{|q_0^{(2)}|} |D_J(\mathbf{k}_0)|^2 + \iint_k \text{Re}[H_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, \mathbf{k}_0)] W(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}) d\mathbf{k}$$

$$\begin{aligned} H_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, \mathbf{k}_0) &= R_J^*(\mathbf{k}_0) D_J(\mathbf{k}_0) F_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, \mathbf{k}_0) \\ &+ \text{Re} \left(q_0^{(2)} / |q_0^{(2)}| \right) |D_J(\mathbf{k}_0)|^2 G_J(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, \mathbf{k}_0) \end{aligned}$$

$$E_{inc} = \iint_{|\mathbf{k}| < \frac{\omega_0}{c_1}} \sigma_{R, J}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) d\mathbf{k} + \iint_{|\mathbf{k}| < \frac{\omega_0}{c_2}} \sigma_{T, J}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) d\mathbf{k} \quad (35)$$

와 같이 표현된다. E_{co} 와 E_{inc} 는 coherent와 incoherent 에너지를 각각 의미한다. 식(34)에서 R_J 와 D_J 항은 평균화면면으로부터 정반사 및 정투과된 에너지를 나타내고 H_J 를 포함한 항은 굴곡이 진 화염면에 의한 coherent 에너지의 감소를 나타내는데 감소한 에너지는 incoherent 에너지로 전환된다.(식(35) 참조) 물에서 공기로 음파가 전파되는 경우에 ($\rho_2 / \rho_1 \rightarrow 0, \beta = 0$) 총산란에너지는 식(24)와 (33)-(35)로부터

$$E_{total} = \langle V(\mathbf{k}_0) \rangle^2 + 4q_0^{(1)} \iint_{|\mathbf{k}| < \frac{\omega_0}{c_1}} q_k^{(1)} W(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) d\mathbf{k} = 1 + O(\hbar^3) \quad (36)$$

로 표현되고 이는 Voronovich의 결과와 일치한다. ([15], p. 81). 산란 전후에 음파에너지의 변동은 산란에너지와 입사에너지의 차이로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\Delta E = E_{total} - 1 = \Delta E_{co} + \Delta E_{inc} \quad (37)$$

$$; \Delta E_{co} = \langle V_J(\mathbf{k}_0) \rangle^2 + \text{Re} \left(q_0^{(2)} / |q_0^{(2)}| \right) \langle T_J(\mathbf{k}_0) \rangle^2 - 1$$

$$\Delta E_{inc} = \iint_{|\mathbf{k}| < \frac{\omega_0}{c_1}} \sigma_{R, J}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) d\mathbf{k} + \iint_{|\mathbf{k}| < \frac{\omega_0}{c_2}} \sigma_{T, J}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) d\mathbf{k}$$

ΔE_{co} 와 ΔE_{inc} 는 산란 전후에 coherent와 incoherent 에너지의 변화량을 나타낸다.

2.6 Gaussian 분포를 따르는 화염면에 의한 산란 음파 에너지

산란에 의한 음파에너지의 증감을 계산하기 위해서 화염면의 상관함수(correlation function)로 Gaussian 분포를 가정하였다. ($\xi = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$)

$$\tilde{W}(\xi) \equiv \langle h(\mathbf{r}_1)h(\mathbf{r}_2) \rangle = \langle h^2 \rangle e^{-\xi^2/l_c^2} = \sigma^2 e^{-\xi^2/l_c^2} \quad (38)$$

화염면의 power spectrum W 는 상관함수 \tilde{W} 의 푸리에 변환에 의해서

$$W(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \tilde{W}(\xi) e^{-i\mathbf{k}\cdot\xi} d\xi = \frac{(\sigma l_c)^2}{4\pi} \exp[-(|\mathbf{k}|l_c)^2/4]$$

가 되며 역시 Gaussian분포를 따른다.

$\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ 에 대한 이중적분은 극좌표변환 $k_x = k \cos \Theta$, $k_y = k \sin \Theta$ 에 의해 k 에 대한 단일적분으로 표현될 수 있다. 예를 들면 식(34)에서 $F_j W$ 에 대한 적분식은 극좌표변환에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$D_j(\mathbf{k}_0) \iint_k F_j(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, \mathbf{k}_0) W(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}) dk = \frac{\tilde{q}_0^{(1)} \tilde{\sigma}^2}{\Lambda (\Lambda^{-1} \tilde{q}_0^{(1)} + \tilde{q}_0^{(2)} + \tilde{\beta})^2} \left[-\frac{8\tilde{\beta}}{\tilde{l}_c^2} + \tilde{l}_c^2 e^{-(k\tilde{l}_c)^2/4} \times \right. \quad (39)$$

$$\left. \int_{k=0}^{\infty} dk \left[2\tilde{C}_{10}(k) I_0(k\tilde{k}_0 \tilde{l}_c^2/2) + 2k\tilde{k}_0 \tilde{C}_{11}(k) I_1(k\tilde{k}_0 \tilde{l}_c^2/2) + (k\tilde{k}_0)^2 \tilde{C}_{12}(k) \{ I_0(k\tilde{k}_0 \tilde{l}_c^2/2) + I_2(k\tilde{k}_0 \tilde{l}_c^2/2) \} \right] k e^{-(k\tilde{l}_c)^2/4} \right]$$

$$\tilde{C}_{10}(k) = (1 - \Lambda^{-1}) \tilde{q}_0^{(2)} + \tilde{\beta} + \frac{1}{\Lambda^{-1} \tilde{q}_k^{(1)} + \tilde{q}_k^{(2)} + \tilde{\beta}} \times \left(\tilde{q}_k^{(1)} \left[(1 - \Lambda^{-1}) \tilde{q}_0^{(2)} + \tilde{\beta} \right] \left[\Lambda (\tilde{q}_0^{(2)} + \tilde{\beta}) (\tilde{q}_k^{(2)} + \tilde{\beta}) - \tilde{q}_0^{(2)} \tilde{q}_k^{(2)} \right] + \tilde{q}_0^{(2)} \tilde{\beta} \left[\tilde{q}_k^{(2)} \tilde{q}_0^{(2)} + \tilde{q}_k^{(1)} (\tilde{q}_0^{(2)} + \tilde{\beta}) \right] \right)$$

$$\tilde{C}_{11}(k) = \frac{(\Lambda^{-1} - 1) \left[\tilde{q}_k^{(1)} \tilde{\beta} + 2(\tilde{q}_k^{(1)} + \tilde{q}_k^{(2)}) \tilde{q}_0^{(2)} \right] - \tilde{\beta} (\tilde{q}_k^{(1)} + \tilde{q}_k^{(2)} + \tilde{\beta})}{\Lambda^{-1} \tilde{q}_k^{(1)} + \tilde{q}_k^{(2)} + \tilde{\beta}}$$

$$\tilde{C}_{12}(k) = \frac{-(1 - \Lambda^{-1})^2}{\Lambda^{-1} \tilde{q}_k^{(1)} + \tilde{q}_k^{(2)} + \tilde{\beta}}, \quad \tilde{q}_0^{(1)} = (1 - \tilde{k}_0^2)^{1/2},$$

$$\tilde{q}_k^{(1)} = (1 - k^2)^{1/2}, \quad \tilde{q}_0^{(2)} = (\Lambda^{-1} - \tilde{k}_0^2)^{1/2}, \quad \tilde{q}_k^{(2)} = (\Lambda^{-1} - k^2)^{1/2},$$

$$\tilde{\beta} = \left[\frac{\alpha}{2} (\gamma - 1) - \gamma - i(\gamma - 1)\theta \omega t_r \right] (1 - \Lambda^{-1}) M_s \quad (40)$$

I_0, I_1, I_2 는 modified Bessel function이다. 식(39)에서 다음과 같은 무차원변수가 사용되었다.

화염면의 rms높이 $\tilde{\sigma} = K_0 \sigma$ ($K_0 = \omega_0/c_1$); 화염면의 상관길이 $\tilde{l}_c = K_0 l_c$; 음파 주파수 $\tilde{f}_0 = \omega_0 t_r / 2\pi$; 입사각 $\phi_0^{(1)} = \arcsin(\tilde{k}_0)$ ($\tilde{k}_0 = k_0/K_0$). 이 중에서 $\tilde{\sigma}$ 와 \tilde{l}_c 는 화염면의 wrinkle 효과를 모사하는 변수이며 \tilde{f}_0 은 $\tilde{\beta}$ 와 관련되어 열발생에 의한 입자속도차이(acoustic jump)를 모사해주는 변수이다. 식(34)와 (35)의 다른 적분식들도 식(39)와 비슷한 형태로 표현되며 식(31)-(37)로부터 반사/투과되는 coherent/incoherent 에너지 및 총산란에너지를 구할 수 있다. (수치적 계산결과는 다음장 참조)

3. 결과 및 고찰

적분에 대한 수치적 계산을 위하여 Mathematica를 이용하였으며 수치 적분에 의한 에러를 10^{-4} 이하로 유지하였다. $0 \leq k < \infty$ 인 적분구간은 $0 \leq k \leq 35/\tilde{l}_c$ 로 근사하여 계산하였으며 이로 인한 에러도 $O(10^{-4})$ 임을 확인하였다. 무차원 변수값의 범위는 식 (12)에 의해 $\tilde{\sigma} \leq 0.3$, $\tilde{l}_c > (\sqrt{2}/0.3)\tilde{\sigma} \tan 40^\circ \approx 4\tilde{\sigma}$, $0^\circ \leq \phi_0 \leq 40^\circ$ 로 정하였다. $\tilde{\beta}$ (jump effect; 식(40) 참조)와 관련된 상수로는 $\alpha=2$, $\gamma=1.4$, $\theta=10$, $\Lambda=6$, $M_s=0.001$ 을 사용하였다.

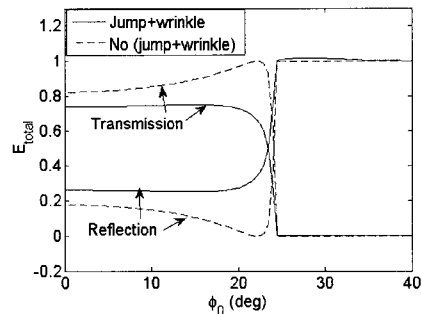


Fig. 2. Dependence of acoustic energy flux upon jump and wrinkling effects with various incidence angle ($\tilde{\sigma} = 0.3$, $\tilde{l}_c = 2$, $\tilde{f}_0 = 10$)

Fig. 2는 화염의 열발생에 의한 입자속도차이(acoustic jump)와 화염면의 불규칙성(wrinkle)이 반사/투과되는 음파에너지에 미치는 영향을 입사각의 함수로서 도시하고 있다. Jump와 wrinkle효과를 고려하지 않은 경우에는 수직입사 시 총에너지의 18%는 반사되고 나머지는 투과된다. 입사각이 증가하면서 반사량이 서서히 감소하다가 약

22°에서는 모두 투과된다. (이를 Brewster angle이라 하고 $\phi_B = \arctan(\Lambda^{-1/2}) = 22.2^\circ$ 이다.) 입사각이 더 증가하면서 반사량은 급격히 증가하고 임계각(critical angle)이상에서는 모든 음파가 반사된다. (임계각은 $\phi_{cr} = \arcsin(\Lambda^{-1/2}) = 24.1^\circ$ 이다.) 반면에 화염에 의한 jump와 wrinkle 효과를 고려한 경우에는 임계각 이하에서 반사량이 상당히 증가하고 투과량은 감소한다. 이는 화염이 없는 경우에는 투과되던 음파가 화염면에서 팽창된 가스에 의해 다시 반사되는 현상에 기인한 것으로 판단된다. 이런 반사에너지의 증가 및 투과에너지의 감소는 Fig. 3(a),(b)와 같이 음파주파수가 높은 경우($\tilde{f}_0 = 10$)에 두드러지는데 이 주파수

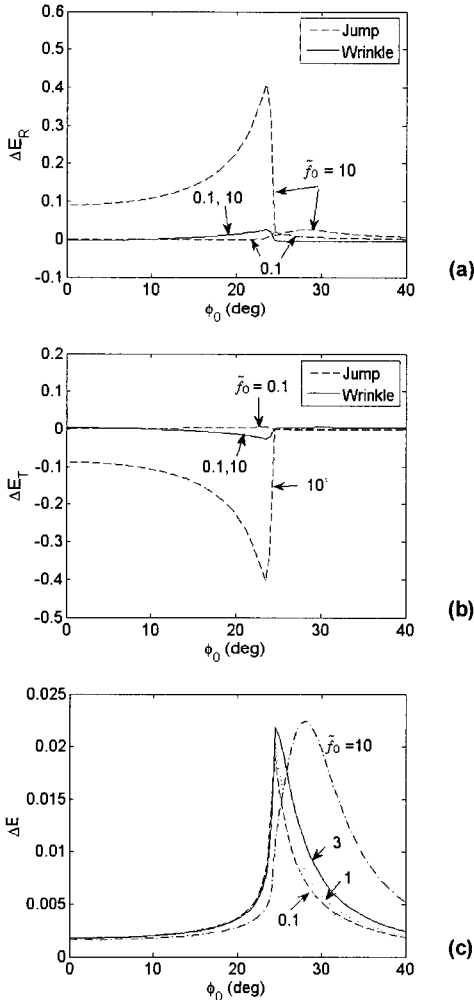


Fig. 3. Dependence of net energy upon \tilde{f}_0 as a function of incidence angle ($\tilde{\sigma} = 0.3, \tilde{l}_c = 2$)

범위에서 열발생 시의 특성주파수가 맞물려 음파와 화염의 상호작용이 효과적으로 일어나기 때문인 것으로 사료된다. ($\Delta E_{R(T)} \equiv E_{R(T)} - (E_{R(T)})_{\beta, \sigma=0}$ 는 jump와 wrinkle을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 반사(투과)에너지의 차이임.) Fig. 3(c)에서 보는 바와 같이 반사와 투과를 함께 고려한 총에너지의 변화량 ΔE 는 임계각 근처에서 두드러지며 음파주파수가 증가함에 따라 ΔE 의 최대치는 큰 변동이 없으나 ΔE 가 최대가 되는 입사각은 약간씩 증가한다. Fig. 4(a)와 (b)는 화염면의 rms높이에 따른 coherent/incoherent 에너지의 변화를 보여준다. rms높이가 증가할수록 coherent 에너지는 감소하

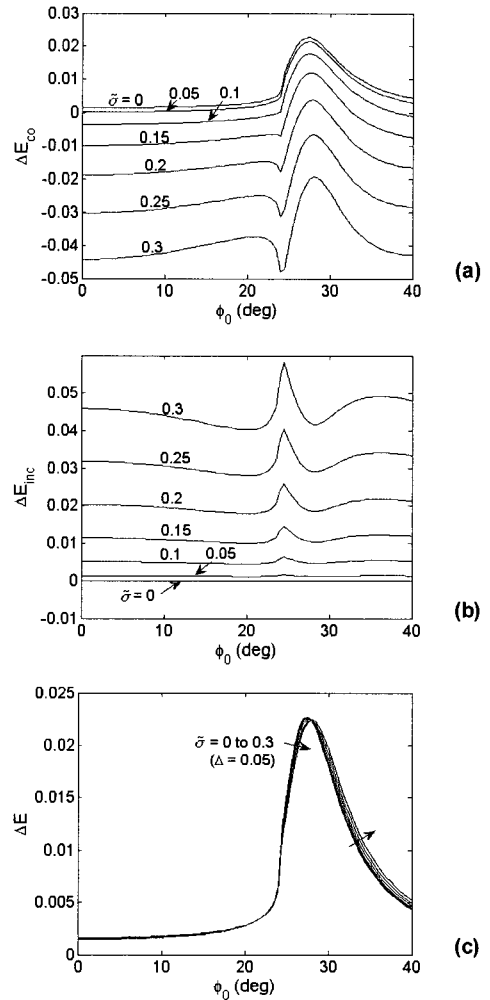


Fig. 4. Dependence of net energy flux upon flame's rms height as a function of incidence angle ($\tilde{f}_0 = 10, \tilde{l}_c = 2$)

며 임계각 근처에서 급격히 변하는데 이는 고주파수 영역의 해석결과(Lieuwen과 Cho[13]의 Fig.10)와 비슷한 양상을 보여준다. Fig. 4(b)에서 처럼 rms높이 증가에 따라 incoherent 에너지는 증가한다. 이들 에너지의 $\tilde{\sigma}$ 에 대한 함수성은 식(39)와 같이 대체적으로 $\tilde{\sigma}$ 제곱에 비례함을 볼 수 있다. $\tilde{\sigma}=0$ 일 때는 화염면에 wrinkle이 없으므로 incoherent 에너지가 전혀 생성되지 않음($\Delta E_{inc}=0$)을 볼 수 있다. 그러나 coherent 에너지는 $\tilde{\sigma}=0$ 인 경우에도 약간 증가함을 보여준다. 이는 wrinkle이 없는 경우에 열발생율에 의해 생성되는 음파에너지는 모두 coherent한 성질을 띠기 때문이다. Fig. 4(c)에서 보는 바와 같이 총에너지는 임계각 근처에서 최대치를 보이는 반면에 rms 높이의 변화에는 별다른 영향을 받지 않음을 알 수 있다. Fig. 5와 같은 조건하에서 열발생율(jump)과 wrinkle이 coherent/incoherent 에너지에 미치는 영향을 각각 보여준다. Wrinkle에 의해 coherent 에너지는 감소하고 그만큼 incoherent 에너지가 증가하는 대칭적 구조를 볼 수 있다. 열발생율(jump)에 의한 영향은 임계각 근처를 전후로 다른 양상을 보여준다. 임계각 이하에서는 여전히

coherent 에너지는 감소하고 incoherent 에너지는 증가하는 경향을 보이는 반면 임계각 이후에서는 coherent 에너지는 증가하고 incoherent 에너지는 감소하는 경향을 보인다. 이러한 경향은 화염면의 rms 높이가 증가할수록 더욱 두드러진다. Fig. 6은 화염면의 상관길이에 따른 coherent/incoherent 에너지의 변화를 보여준다. 화염면의 rms높이가 일정한 상태에서 상관길이가 증가할수록 (또는 화염면 기울기가 완만할수록) coherent 에너지는 더욱 감소하고 incoherent 에너지는 더욱 증가한다. 기울기가 완만할수록 음파들은 정방향(specular direction)에 근접하여 산란되지만 이 음파들은 여전히 일정한 rms높이를 갖는 화염에 의해 산란되는 incoherent음파이다.

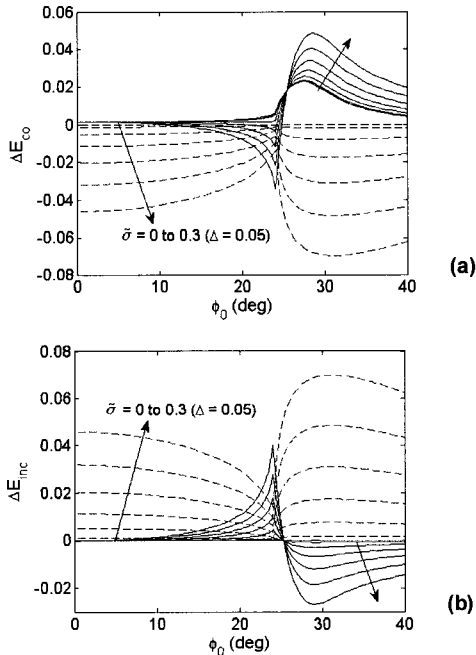


Fig. 5. The effect of jump and wrinkling upon coherent and incoherent energy for various $\tilde{\sigma}$ ($\tilde{f}_0 = 10, \tilde{i}_c = 2$; solid line - jump ; dashed line - wrinkle)

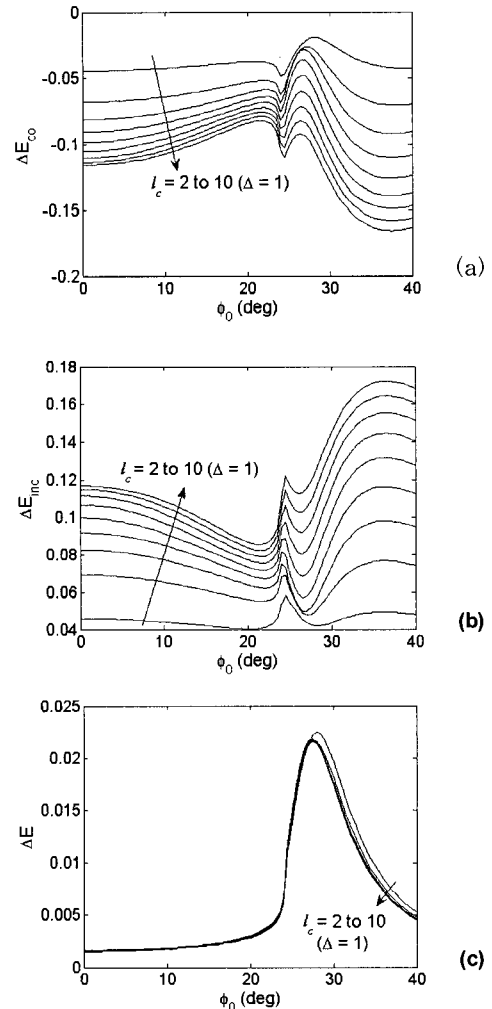


Fig. 6. Dependence of net energy flux upon flame's correlation length as a function of incidence angle ($\tilde{f}_0 = 10, \tilde{\sigma} = 0.3$)

Fig. 7은 두 영역의 온도비가 음파에너지의 변화에 미치는 영향을 보여준다. $\Lambda=1$ 일 경우에는 화염이 생성되지 않아 온도변화가 없는 경우이므로 산란을 전후해서 음파에너지에도 변화가 없다. 온도비가 증가하면서 음파에너지가 대체로 증가하게 되며 에너지 증가가 최대가 되는 입사각은 점점 감소함을 알 수 있다. $\Lambda=3$ 일 때는 입사각이 37° 근처에서 최고 1% 정도의 에너지가 증가하는 반면에 $\Lambda=10$ 일 때는 24° 근처에서 최고 4% 정도의 에너지가 증가함을 볼 수 있다.

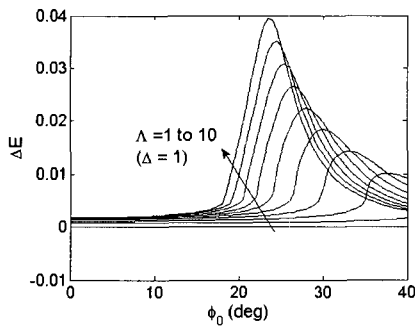


Fig. 7. Dependence of net energy flux upon temperature ratio ($\tilde{\sigma} = 0.3$, $\tilde{l}_c = 2$, $\tilde{f}_0 = 10$)

4. 결 론

난류화염이 음파에 미치는 영향을 섭동방법을 이용하여 분석하였다. 화염면에서의 열발생으로 인한 입자속도 차이(acoustic jump)에 의해 산란 후의 음파에너지는 산란 전에 비해 증가하였다. 산란 전후의 음파에너지의 변화를 지배하는 변수로는 화염면의 rms높이 및 상관길이, 입사파 주파수, 입사각, 온도비 등이 있으며 특히 입사각과 온도비에 따라 음파에너지가 민감하게 변화하였다. 불규칙한(randomly wrinkled) 난류화염에 의해 coherent 음파가 incoherent 음파로 전이되는 현상을 2차 섭동식을 이용하여 모사하였으며 화염면의 rms높이와 상관길이가 증가할수록 incoherent 에너지는 증가하였다. 두 영역의 온도비가 증가하면서 음파에너지는 대체로 증가하게 되었다. 화염에 의한 음파에너지의 증가는 연소불안정의 야기를 의미하지만 음파가 화염에 미치는 영향이 동시에 고려된다면 보다 정확한 해석결과가 도출될 것으로 예상된다. 실험과의 비교검토 및 이러한 submodel을 시스템 수준에 적용하는 방법 등도 추후연구과제로서 수행되어야 할 것이다.

후 기

이 연구는 산업자원부 지원의 "미래형 자동차 배기가스 제로화 기술개발"과제의 일부로 수행되었으며, 연구비 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] A.A. Putnam, Combustion Driven Oscillations in Industry, American Elsevier, New York, 1971.
- [2] T. Lieuwen and V. Yang, Combustion Instabilities in Gas Turbine Engine, AIAA, Inc., Reston, 2005.
- [3] B.T. Chu, "On the Generation of Pressure Waves at a Plane Flame Front," Proc. Comb. Inst. 4, 1952, pp. 603-612.
- [4] G.H. Markstein, Nonsteady Flame Propagation, Pergamon Press, Oxford, 1964.
- [5] A.C. McIntosh, "Pressure Disturbances of Different Length Scales Interacting with Conventional Flames," Comb. Sci. Tech. 75, 1991, pp. 287-309.
- [6] N. Peters and G.S.S. Ludford, "The Effect of Pressure Variations on Premixed Flames," Comb. Sci. Tech. 34, 1983, pp. 331-344.
- [7] T. Lieuwen, "Theoretical Investigation of Unsteady Flow Interactions with a Premixed Planar Flame," J. Fluid Mech. 435, 2001, pp. 289-303.
- [8] P. Clavin, P. Pelce and L. He, "One-Dimensional Vibratory Instability of Planar Flames Propagating in Tubes," J. Fluid Mech. 216, 1990, pp. 299-322.
- [9] K.R. McManus, T.J. Poinso and S.M. Candel, "A Review of Active Control of Combustion Instabilities," Prog. Energy Combust. Sci. 19, 1993, pp. 1-29.
- [10] G. Searby and P. Clavin, "Weakly Turbulent, Wrinkled Flames in Premixed Gases," Comb. Sci. Tech. 46, 1986, pp. 167-193.
- [11] T. Lieuwen, "Theory of High Frequency Acoustic Wave Scattering by Turbulent Flames," Combust. Flame 126(1-2), 2001, pp. 1489-1505.
- [12] T. Lieuwen, "Analysis of Acoustic Wave Interactions with Turbulent Premixed Flames," Proc. Comb. Inst. 29, 2002, pp. 1817-1824.
- [13] T. Lieuwen and J.H. Cho, "Coherent Acoustic Wave Amplification/Damping by Wrinkled Flames," J. Sound and Vib. 279, 2004, pp. 669-686.
- [14] J.A. Ogilvy, Theory of Wave Scattering from Random Rough Surface, IOP Publishing Ltd., 1991.
- [15] A.G. Voronovich, Wave Scattering from Rough Surfaces, Springer-Verlag, 1999.