

헬리컬기어에서 나선각과 치폭의 변화에 따른 이뿌리응력에 관한 연구

한언수*, 홍민성⁺, 조 진⁺

(논문접수일 2007. 3. 19, 심사완료일 2007. 6. 15)

A Study on the Root Fillet Stress Analysis of Helical Gear due to Helix Angle and Face Width

Ansu Han*, Minsung Hong⁺, Jin Cho⁺

Abstract

In this paper, the FEM(Finite Element Method) has been applied to understand the geometrical characteristics and to analyze the stress of a helical gear. The helical gear is simulated and analyzed by adding many thin spur gear with helix angles and twist angles. Helical gears with different helix angle and face width have been studied. The results show that the root fillet stress is increased proportionally to helix angle and face width. Namely, as the face width increases, root fillet stress decreases, and as helix angle gets bigger, root fillet stress increases.

Key Words : Helical gear(헬리컬 기어), FEM(유한요소법), Face width(치폭), Helix angle(나선각), Stress(응력)

1. 서론

기어는 두 축 사이에서 확실한 속도비의 회전운동과 큰 토크를 높은 효율에서 전달할 수 있고, 회전속도도 저속으로부터 고속까지 넓은 범위에서 사용될 수 있는 중요한 동력전달 요소이다. 과학기술이 급속히 발전함에 따라 자동화 및 정밀화 되어가고 있는 산업에서 기어의 정밀설계는 매우 중요시 되고 있으며, 정밀설계를 위해서 하중을 받는 기어의 변형에

대한 연구 결과는 기어의 크기, 형상 및 안전성 등을 계산하는데 매우 중요하다. 기어 설계에 있어 이의 부러짐이나 이의 하중 분배를 고려하기 위해서 응력해석은 필수적이며 현재에는 응력해석을 위한 유한요소법이 널리 사용되고 있다. 유한 요소법이 강력하고 신뢰 할 수 있는 도구이지만 자유도의 증가와 요구되는 정확도에 따라 컴퓨터의 의존도 및 해석 시간은 급격히 증가되고 있다. 기어는 이뿌리부분의 동적하중과 운전 중 소음으로 인하여 헬리컬기어를 많이 사용한다.

* 아주대학교 기계공학과 대학원 (has94@ajou.ac.kr)
주소: 443-749 경기도 수원시 영통구 원천동 산5번지
⁺ 아주대학교 기계공학부

그 동안 많은 연구자들에 의해 기어에 관한 연구가 이루어져 왔다. Baud와 Peterson⁽¹⁾은 기어의 치짐에 대한 해석적인 공식을 유도 하였으며 Wellauer⁽²⁾와 Seireg, Tobe, Kato, Inoue⁽³⁾등은 하중을 받는 기어의 변위 장을 예측하는데 외팔 평판의 이론으로 접근하였다. 최근에는 평치차의 토크 해석⁽⁴⁾이나, 모델링⁽⁵⁾, 복합 다단 기어장치의 생성과 초기설계⁽⁶⁾ 등이 연구되어 왔다.

본 연구는 헬리컬 기어를 3차원 기하학적으로 설명하였고, 여러 위치에서의 응력해석은 3차원 유한요소를 이용하였다. 헬리컬기어의 이뿌리응력 계산에서 3차원적인 방법은 나선각과 치폭의 변화에 따른 각각의 헬리컬기어의 형상 변화를 알 수 있게 한다. 그리고 다양한 치폭과 나선각의 변화에 따른 이뿌리 최대응력 값의 변화를 확인하고, 이것을 이뿌리 응력에 관한 이론과 비교하였다.

2. 헬리컬기어의 기하학적 모델

나사모양의 헬리컬기어는 작은 치폭을 갖는 평기어가 무수히 많은 것으로 고려 되고, 각각의 평기어는 앞의 평기어에 관하여 나사형태로 회전한 모양을 갖고 있다. 헬리컬기어는 얇은 평기어의 앞면을 기준으로 뒤쪽의 기어가 $\Delta\theta$ 만큼 회전한 것으로 고려할 수 있다.

Fig. 1에서 치폭이 Z이고 반경 R일 때에 나선각과 비틀림각을 갖게 된다. 여기서 직교좌표의 원점에서 출발하는 치폭 Z를 갖는 기어의 기초원 실린더에서 원점에서의 점 A는 나선을 따라서 A₁점까지 이동한다. 이때의 비틀림각 $\Delta\theta$ 는 식 (1)과 같이 정의 된다.

$$\Delta\theta = \theta_{A1} - \theta_A \quad (1)$$

Fig. 1에서 임의의 점의 반경이 R일 때 나선각이 β 라 하

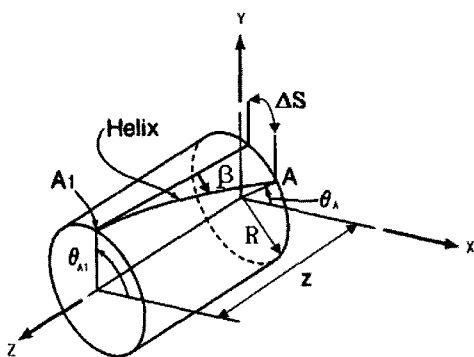


Fig. 1 Helix line

면, 호의 길이 ΔS 는 다음과 같다.

$$\Delta S = R \times \Delta\theta \quad (2)$$

호의 길이와 치폭과의 관계는 식 (3)과 같다.

$$\tan\beta = \frac{\Delta S}{Z} \quad (3)$$

따라서 치폭이 Z이고 반경 R일 때의 비틀림각은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta\theta = (Z \times \tan\beta) \times \frac{1}{R} \quad (4)$$

3. 헬리컬기어 이뿌리응력 해석

3.1 유한요소해석

헬리컬기어에서 나선각과 치폭의 변화가 이뿌리응력에 어떠한 영향을 주는지 알아보기 위해서는 나선각과 치폭을 다르게 주어 치폭과 나선각이 각기 다른 헬리컬기어를 모델

Table 1 Helical gear model

Pressure angle	Module	Helical gear tooth	Face width	Helix angle
20°	3mm	30	36mm	15°
			39mm	15°
			45mm	15°
			39mm	11°
			39mm	15°
			39mm	19°

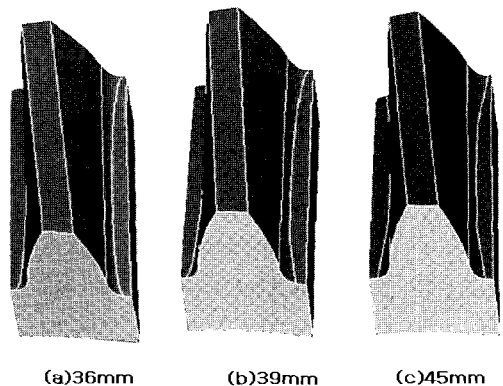


Fig. 2 Face width when $\beta=15^\circ$

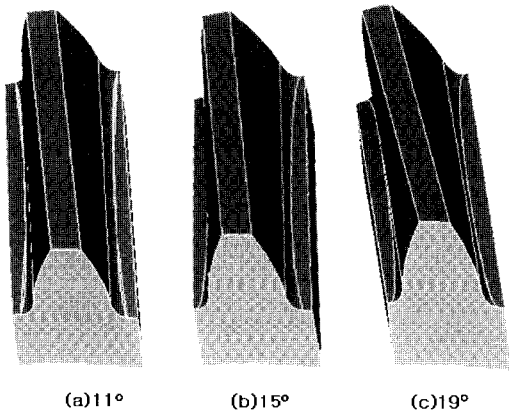


Fig. 3 Helix angle when Z=39mm

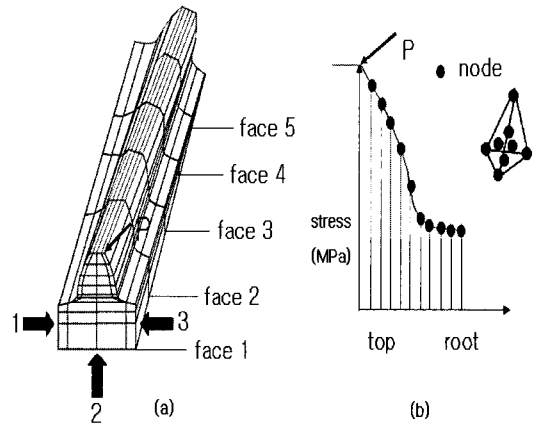


Fig. 5 Load and Nodal points

Table 2 Equivalent spur gear and load angle

Helical gear tooth	Helix angle(β)	Equivalent spur gear tooth	Load angle(θ)
30	11°	32	35.35°
	15°	33	35.63°
	19°	36	35.98°

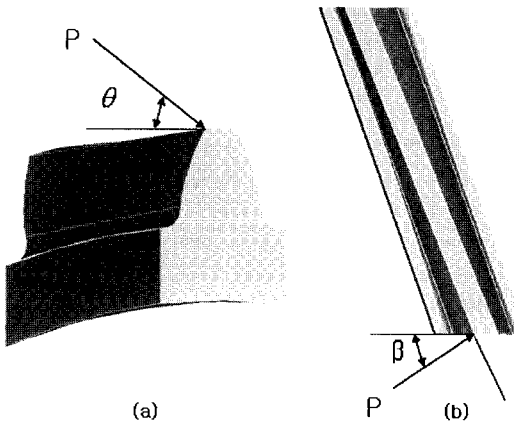


Fig. 4 Load angle and helix angle

링해야 한다. 헬리컬기어의 모듈, 잇수, 압력각, 나선각 및 치폭은 Table 1과 같고, Solidworks와 ANSYS를 사용하여 해석하였다.

Fig. 2는 나선각이 15°이고 치폭이 각기 다른 기어를 해석하기 위하여 이를 한 개 씩 분리한 것이다. 각각의 치폭이 36mm, 39mm 및 45mm인 헬리컬기어이다.

Fig. 3은 치폭은 39mm이고 나선각이 다른 헬리컬기어를 모델링한 것이다. 각각의 나선각이 11°, 15° 및 19°이다.

Table 2와 Fig. 4의 θ 는 루이스의 치형계수를 이용한 하중각이다. 헬리컬기어이기 때문에 상당 평기어⁽⁷⁾로 변환한 치형 계수를 사용하였다. Fig. 4에서와 같이 P점에 하중을 주고 Fig. 5의 (a)에서와 같이 1면, 2면, 3면, 4면 및 5면까지 응력을 정리 하였다. Fig. 5의 (b)는 유한요소해석 후 응력을 나타내는 방식을 설명한 것이다. FEM해석에서 하중은 1kN이고, 재료는 SM25C를 선택하여 탄성계수는 210GPa, 그리고 포아송비는 0.3을 주었다.

경계 조건은 Fig. 5의 (a)에서 1면과 3면은 하중의 영향을 받지 않을 거리인 이와 이의 중심에서 분리 하였고, 2면은 이뿌리원에서 이높이 만큼 분리한 것이다. 여기서 이는 기어에 고정되어 있기 때문에 1, 2, 3 면의 X, Y, Z 방향을 구속 하였다. 요소는 Fig. 5의 (b)와 같은 사면체이고, 8node인 요소를 사용하였다.

3.2 이뿌리응력 계산

식 (5)의 Aida-Terauchi⁽⁸⁾ 이뿌리 응력 계산식을 이용하여 결과를 FEM해석결과와 비교 하였다. 기어 이에 작용하는 하중은 이의 중심선에 수직인 굽힘 하중에 관한 응력 σ_b 와 이의 중심선과 평행한 압축하중에 관한 압축응력 σ_c ,과 전단응력 τ 로 되어 있다. 여기서 S는 이뿌리의 위험단면의 이두께이고 ρ 는 이뿌리의 곡률반경이다.

$$\sigma = (1 + 0.08 \frac{S}{\rho})(0.66\sigma_b + 0.4\sqrt{\sigma_b^2 + 36\tau^2} + 11.5\sigma_c) \quad (5)$$

이때,

$$\sigma_b = \frac{6PL\sin\theta}{S^2Z} \quad (6)$$

$$\sigma_c = \frac{(1 + \frac{6Y}{S})P\cos\theta}{SZ}$$

$$\tau = P\frac{\sin\theta}{SZ}$$

이다.

4. 이뿌리응력의 해석

Table 3은 치폭이 39mm일때 나선각이 11°, 15° 및 19°인 헬리컬기어와 나선각이 15°일 때 치폭이 36mm, 39mm 및 45mm인 헬리컬기어의 FEM해석에 필요한 하중이 주어지는 하중각과 요소 그리고 이뿌리 부근의 FEM해석결과와 식(5)의 결과(A-T)이다.

Fig. 6의 (a), (c) 그리고 (e)는 치폭이 각기 다른 헬리컬기어의 FEM해석 결과를 보여준다. 그래프의 top에서 root방향으로 응력이 감소하다가 7번째 노드에서 증가하는 것을 볼 수 있는데 이 지점에서 응력집중이 생김을 알 수 있다. 여기서 top은 이끝 부근이고, root는 이뿌리부근이다.

Fig. 6의 (b), (d) 그리고 (f)는 나선각이 각기 다른 헬리컬기어의 FEM해석 결과이다. Fig. 6의 (b)에서 face 1은 하중점 부근이고, face 5는 하중점에서 치폭 방향으로 멀어져 가는 것이다.

Fig. 6에서 (a)는 나선각이 15°이고, 치폭이 36mm인 헬리컬기어 이뿌리응력의 FEM 해석결과를 나타낸다. Table 3에서 최고 이뿌리응력이 44.02MPa임을 알 수 있다. Fig. 6에서 (b)는 나선각이 11°이고 치폭이 39mm인 헬리컬기어의 FEM이뿌리응력 그래프이다. Table 3에서 최고 이뿌리

응력이 43.55MPa임을 알 수 있다. Fig. 6의 (c)는 나선각이 15°이고 치폭이 39mm인 헬리컬기어의 FEM이뿌리응력 그래프이다. Table 3에서 최고 이뿌리응력이 43.61MPa임을 알 수 있다. Fig. 6의 (d)는 Fig. 6의 (c)는 나선각과 치폭이 같은 헬리컬기어이다. Fig. 6의 (e)는 나선각이 15°이고 치폭이 45mm인 헬리컬기어의 FEM이뿌리응력 그래프이다. Table 3에서 최고 이뿌리응력이 39.72MPa임을 알 수 있다. Fig. 6의 (f)는 나선각이 19°이고 치폭이 39mm인 헬리컬기어의 FEM이뿌리응력 그래프이다. Table 3에서 최고 이뿌리응력이 54.45MPa임을 알 수 있다.

Fig. 6의 (g)는 나선각이 15°이고 치폭이 각각 36mm, 39mm 및 45mm인 헬리컬기어의 FEM이뿌리응력과 식 (5)의 A-T응력의 비교 그래프이다. 치폭이 커짐에 따라 FEM이뿌리응력은 각각 0.4MPa과 3.8MPa이 작아지는 것을 알 수 있고, A-T응력은 각각 4MPa과 6.4MPa이 작아지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6의 (h)는 치폭이 39mm이고 나선각이 각각 11°, 15° 및 19°인 헬리컬기어의 FEM이뿌리응력과 식 (5)의 A-T응력의 비교 그래프이다. 나선각이 커짐에 따라 FEM이뿌리응력은 각각 0.1MPa과 10.8MPa이 증가하는 것을 알 수 있고, A-T응력은 0.3MPa과 0.4MPa이 증가하는 것을 볼 수 있다. 여기서 FEM해석결과와 A-T응력의 차이는 A-T응력이 실험을 통해 보정된 이론이어서 결과의 차이가 발생된다고 사료된다.

5. 결론

본 연구는 헬리컬기어에서 나선각과 치폭의 변화에 따른 이뿌리응력의 변화를 연구하였고, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

Table 3 Comparison of FEM stress and A-T stress

Helix angle	Face width	Load angle	No. of Nodal points	No. of Elements	FEM Root fillet stress	A-T Root fillet stress
11°	39mm	35.35°	4508	51362	43.55MPa	47.81MPa
15°	39mm	35.63°	3302	56649	43.61MPa	48.09MPa
19°	39mm	35.98°	3472	60299	54.45MPa	48.49MPa
15°	36mm	35.63°	3249	57804	44.02MPa	52.10MPa
15°	39mm	35.63°	3302	56649	43.61MPa	48.09MPa
15°	45mm	35.63°	3900	72040	39.72MPa	41.68MPa

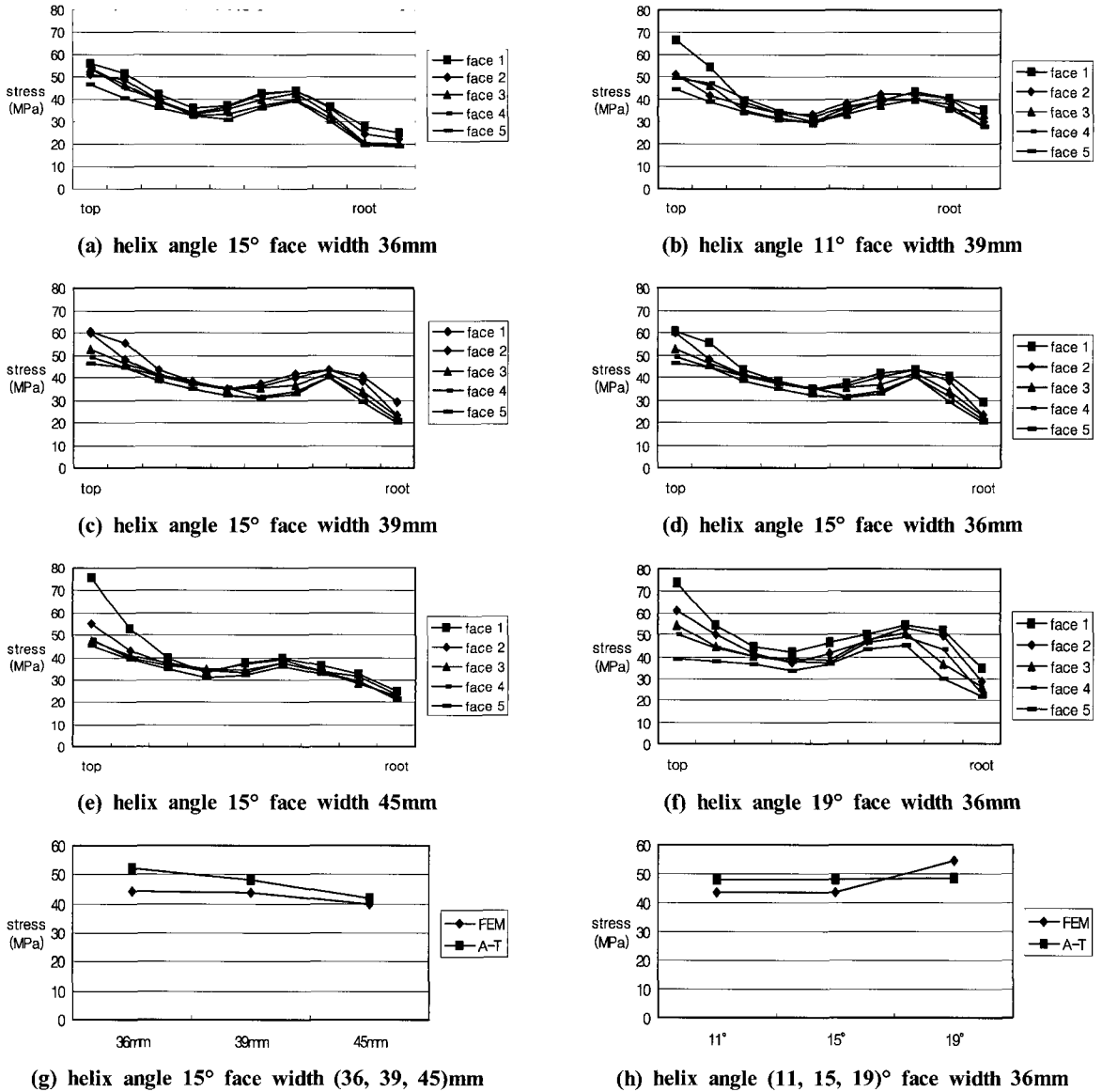


Fig. 6 Root fillet stress of helical gear

- (1) 나선각이 15°이고 치폭이 36mm, 39mm 및 45mm인 헬리컬기어일 경우 이뿌리 응력이 치폭이 증가함에 따라 작아짐을 알 수 있었다.
- (2) 치폭이 39mm이고 나선각이 11°, 15° 및 19°인 헬리컬기어의 이뿌리응력은 나선각이 증가함에 따라 증가하는 것을 알 수 있었다.
- (3) 치폭이 같고, 나선각이 커짐에 따라 이뿌리응력이 커지

는 것은 나선각이 커짐에 따라 실제 치폭, 즉 이 하나의 길이는 길어지게 되지만, 치직각 이뿌리 위험단면의 이 두께는 얇아진다. 따라서 치폭이 같을 경우 나선각에 의한 치폭의 변화보다는 치직각 이뿌리 위험단면의 이 두께에 더 많은 영향을 받기 때문에 응력이 증가하는 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- (1) Baud, R. V. and Peterson, R. E., 1929, "Load Stress Cycle in Gear Teeth," *Mech. Engr, Sci*, Vol 51, pp. 853~862.
- (2) Wellauer, E. J. and Seireg, A., 1960, "Bending Strength of Gear Teeth by Cantilever Plate Theory," *ASME*, Vol. 82, pp. 205~212.
- (3) Tobe, T., Kato, M. and Inous, K., 1978, "Bending of Stub Cantilever Plate and Some Applications to Strength of Gear Teeth," *ASME*, Vol. 100, pp. 374~381.
- (4) Park, S. O., 2003, "Analysis of Torque on Spur Gear by inverse Problem," *KSMTE*, Vol. 12, No. 5, pp. 24~33.
- (5) Kim, T. H., Lee, S. S., Kim, M. J. and Jeon, E. C., 2002, "A Study on the Modeling of Spur and Helical Gear based on Mathematical Algorithm," *KSMTE, Proceedings of 2002 Spring Conference*, pp. 28~31.
- (6) Chong, T. H., Kim, J. S. and Park, S. H., 2005, "Generation and Preliminary Design of Compound Multi-Stage Gear Drive Mechanisms," *KSMTE*, Vol. 14, No. 4, pp. 41~48.
- (7) Juvinall, R. C. and Marshek, K. M., 2000, *Fundamentals of Machine component design*, John Wiley and Sons, pp. 659~670.
- (8) Aida, T., 1962, "On the Binding Stress of a Spur Gear," *JSME*, Vol. 27, No. 178, pp. 853~862.