

불균일 이산 구속조건을 만족시키는 곡면 모델의 변형 방법

김성환*, 송성재**

A Method for Modifying a Surface Model with Nonuniform Scattered Constraint Points

Kim, S. H.* and Song, S. J.**

ABSTRACT

This paper describes a method for the construction of a surface through a set of nonuniform scattered points. When the shift vectors of some points as constraints on the original surface are given, those of the other points should be computed to make the new surface. To keep up the look-see and smoothness with the original surfaces, the proper relationship should be formulated between the shifts of the constraint points and those of the other points. Vector fields for 3 dimensional shift of a point on the surface are made based on the constraint shifts. Multilevel B-spline approximation technique was used to construct the vector field. The technique uses coarse-to-fine hierarchy of control lattices. The developed method was applied to shoe sole design system especially for shoe grading. Using this system, a shoe sole can be modified effectively.

Key words : Surface modification, Scattered points, Multilevel B-spline approximation, Shoe sole design system

1. 서 론

다품종화와 대량생산에 대응하면서도 다양한 디자인과 우수한 기능으로 경쟁해야 하는 산업 분야의 움직임에 발맞추기 위해 경험에 의해 설계되고 장기간의 숙련에 의해 생산되던 제품 분야에 대한 CAD 시스템의 도입이 광범위하고 심도 있게 이루어지고 있는데 이는 신발 특히 운동화분야의 설계와 생산에도 예외가 아니다. 운동화는 크게 두 부분으로 구성되는데 하나는 윗부분을 이루어 발등을 감싸는 갑피(upper)이고 다른 하나는 바닥을 이루는 신발창(sole)이다. 신발창은 고무질감의 합성수지를 금형에 사출하여 만들어지는데 전형적으로는 안창(inner sole), 중창(mid sole), 바깥창(out sole)의 세 부분으로 이루어진다. Fig. 1은 중창의 예를 보여주고 있는데 이는 3개의 기본 부품(앞쪽, 중간쪽, 뒤쪽)과 앞쪽 및 뒤쪽에

각각 문힌 두 개의 에어백으로 구성되어 있다. Fig. 2는 바깥창의 예를 보여주고 있다. 이러한 신발창은 반드시 3차원 CAD 모델로 설계되어야 하는데 이는 설계단계에서 디자인의 평가가 이루어져야 하고 부품끼리 혹은 갑피와의 조립성이 확인되어야 하며 특히 금형 가공 데이터의 추출이 가능해야 하기 때문이다.

한편 신발은 한 가지 디자인에 대해 많게는 22개의 서로 다른 치수로 생산되어야 하기 때문에 중간쯤 되는 표준 치수로 만들어진 제품의 CAD 모델을 등차적으로 확대 혹은 축소시켜 다른 치수의 모델을 만들어야 한다. 이 과정을 그레이딩(grading)이라고 한다. Fig. 3은 그레이딩된 예를 보여준다. 이러한 신발창의 그레이딩은 인체 발의 표준에 의하면^[1] x, y 및 z 방향으로 서로 다른 값의 고정 비율을 갖는 크기조정 작업(nonuniform scaling)으로 수행될 수 있다. 하지만 신발창의 부품 중에는 22개의 서로 다른 치수로 준비되기 어려운 것들이 있다. 예를 들어 에어백은 극히 소수의 업체에서만 생산이 가능한데 한 가지 모델에 대해 약 7개 정도의 치수로만 만들어지며 이것도 그레이딩된 형상과는 무관하다. 따라서 약 3개의 신발

*교신저자, 중신회원, 서울산업대학교 기계설계자동화공학부
**원주대학 자동차기계과
- 논문투고일: 2006. 03. 27
- 심사완료일: 2007. 01. 16

치수들을 하나의 그룹으로 구분하여 에어백을 공통으로 사용하도록 하여야 한다. 또 최근에는 운동화 고급화 경향에 맞추어 플라스틱 사출물을 신발창 부품으로 사용하는 경우가 많아지고 있다. 플라스틱 사출 금형은 신발창 금형에 비해 상당히 고가인데 이를 모든 치수에 대해 제작하는 것은 생산비를 매우 높하게 되므로 한 가지 모델에 대해 보통 6~7개의 치수에 대해서만 사출 금형을 제작하고 역시 3개 정도의 인접한 신발 치수들의 그룹에 대해 공통으로 사용토록 하고 있다.

Fig. 1의 예에서는 에어백이 증창 앞쪽과 뒤쪽에 각각 묻혀 있으면서 일부는 증창의 측면에 노출되어 있음을 볼 수 있다. 이런 모델을 그레이딩하려면 전체적으로는 각 방향으로 서로 다른 비율을 갖는 비균일 크기조정작업에 의해 새로운 형상이 정의되는데, 이때 에어백과 맞닿는 선이나 면은 에어백에 의해 정해지는

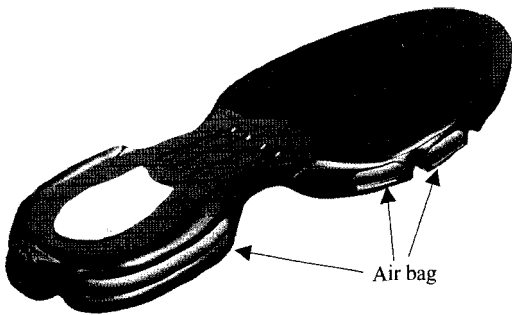


Fig. 1. Example of shoe mid sole.

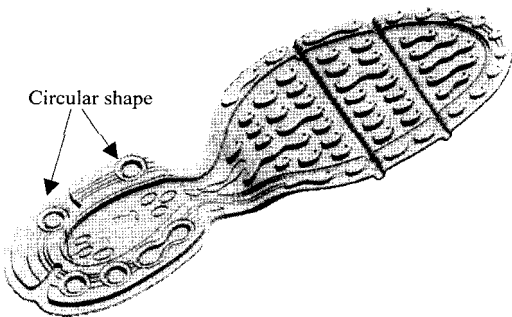


Fig. 2. Example of shoe out sole.

조금 다른 형상을 추종해야 한다. 만일 그렇지 않으면 에어백이 간섭이 있거나 유격이 커서 조립되지 않을 것이다. 전체적 크기조정 형상으로 불충분한 예가 Fig. 2에도 있다. Fig. 2에 표시된 원형 형상은 그레이딩 후에도 원형으로 남아 있어야 하는데 비균일 크기

조정을 하면 각 축방향으로의 확대 혹은 축소 비율이 다르므로 타원이 된다. 현재는 설계자들이 해당 곡면 및 인근 곡면을 일일이 수작업으로 수정하고 있다.

이런 문제들은 곡면이 있을 때 곡면 위의 일부 점들에 대해 새로운 위치가 지정되면 이것이 만족되도록 곡면을 늘여 변형시키는 문제를 해결하면 자동으로 수행될 수 있다. 물론 이때 변형되는 곡면의 결과 형상은 원래의 형상을 유사하게 닮아야 한다. Fig. 4는 신발 증창의 뒤축 부분 부품의 한 예로 변형조건의 예를 과장된 화살표로 보여준다. 그림에서 화살표는 조건점의 변화방향과 크기를 보여주고, 아래 부분의 점은 위치 고정조건을 보여준다.

이 문제는 달리 설명하면 곡면 위의 일부 점들에 대한 변형이 각각의 벡터로 정의되어 있을 때 이를 구속조건으로 하여 곡면 위의 모든 점에서의 변형 벡터를 구하는 것이라 할 수 있다. 곡면을 변형시키려면 곡면 위의 모든 점에서 변형 벡터를 구할 수 있어야 하는데 이때 변형 후의 형상이 원래 형상과 유사하게 되려면 변형 벡터가 주어진 구속조건들을 거리에 따라 적당히 반영하면서 원활하게 퍼져나가도록 정해져야 한다. 이때 변형 구속조건은 주로 변형이 되거나 그 자리에 고정되어 있어야 하는 모서리를 따라서 주어지게 되므로 일반적으로는 매우 불균일하게 나타난다.



Fig. 3. Shoe sole grading.

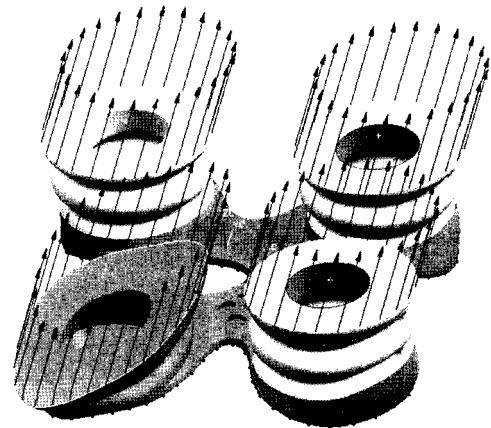


Fig. 4. Surface stretching.

이 문제를 해결하기 위해서는 2차원 혹은 3차원 공간의 모든 점에서 적절한 벡터를 구할 수 있어야 한다는 점에서, 본 논문에서는 구속조건으로 주어진 벡터를 만족시키면서 공간 전체에 원활한 구배를 가지는 벡터장(vector field)을 구하는 방법으로 그 해결 과정을 기술한다. 실제 문제를 해결하기 위해서는 2차원 및 3차원 벡터장 적용이 모두 필요하다. 본 논문에서는 가시화 및 관찰이 용이한 2차원 문제를 주로 설명하고 3차원 문제로의 적용을 기술하기로 한다.

2. 관련 연구

곡면 모델의 변형과 관련된 연구로는 컴퓨터그래픽스 분야의 자유형상 변형(Free Form Deformation : FFD) 기법 그리고 이미지 모핑/와핑(image morphing/warping) 기법이 있고 다수의 이산 분포점으로부터 곡면을 재구성하는 연구가 있다.

먼저 여러 가지 FFD 기법들 중에서 가장 널리 사용되는 조정 다각형 기반의 FFD 기법^[2]은 변형하고자 하는 대상을 균일한 격자 속에 넣은 후 격자점을 움직임에 따라 내부에 있는 모델의 형상을 변형하는 방법이다. 즉, 격자 내부의 점들은 격자점에 대하여 이동하지 않는다고 가정하고 국부 좌표를 계산하여 변형된 격자 속에서의 위치를 결정하는 방식이다. 이 방법은 변형을 위한 매우 강력한 도구임에 틀림없지만 원하는 변형을 정확히 구현하거나 특정의 점들을 원하는 곳으로 위치시키는 작업등은 어려움이 따른다. 이 방법을 좀더 개선한 FFD 기법^[3-5]들이 발표되었는데 기본적인 원리는 처음 발표된 것과 마찬가지로 변형 조정의 유연성을 높였으나 변형시 이웃하는 격자간의 연속성 문제가 대두되었다. Sederberg^[2]와 같은 수학적 배경을 갖고 다양한 모양의 격자를 가질 수 있는 확장된 자유형상 변형(extended FFD : EFFF) 기법^[6]이 발표되었는데 이 방법은 적절한 격자를 얻기 위해서 필요한 초기 격자의 분할 횟수를 결정하기가 쉽지 않다. Hsu^[7]는 구속점을 도입하여 FFD의 직접 조작을 제안하였다. 이 기법에 의해 물체점이 정확히 목표점을 따르는 것이 가능하게 되었지만 실제로는 최소사승오차의 개념으로 최선의 답을 구하는 것이다. MacCracken^[8]는 임의 형태의 격자를 이용하여 형상을 변형하는 기법을 제안하고 애니메이션에 응용하여 좋은 결과를 보였다.

앞서 언급한 FFD 기법은 자연스러운 곡면 변형 결과를 얻을 수 있고 시각적 효과를 위한 자연스러운 형

상 변형을 사용자의 직관적인 입력을 통해 구현하기 용이한 장점이 있지만, 조정 다각형의 형상과 해상도를 자동으로 결정하기 어렵고 정확한 형상 제어를 위한 조정 다각형의 움직임을 계산하기 어려우며 세밀한 제어를 위한 해상도 상승을 위해서는 엄청난 메모리와 시간이 소요되는 점 등으로 인하여 일반적으로 불균일하게 분포하는 있는 구속조건 점들을 통해 형상 변형이 정의되어야 하는 본 연구의 문제에 적용하기에 곤란한 점이 있다.

이외의 곡면 변형에 관한 연구는 국부적인 변형에 관한 연구^[9,10]가 있고, 곡면 위의 다면형을 기계적인 요소로 연결하여 힘 평형 조건을 응용한 연구^[11-13]도 있다. 여기서는 곡면의 변형을 기계요소의 인수를 변화시켜서 얻는다.

이산 분포 데이터를 이용하여 곡면을 재구성하는 기법^[14-16]은 과학이나 공학의 여러 분야에서 이용되어 왔고 데이터도 측정데이터나 실험데이터, 계산된 데이터 등 다양하다. 특히 역공학(reverse engineering) 분야에서 활발하게 이용되고 있다. 이산 분포 데이터로부터 원활한 곡면을 구성하는 방법은 일반적으로 입력점군의 삼각형 패치화 과정을 거친다. 다양한 기법이 사용되며 메시를 재조직하는 과정을 거쳐서 마지막으로 곡면 근사화 과정을 거친다.

그런데 이 기법은 이산 데이터가 불균일하여 심하게 편중되어 있는 경우에는 삼각형 패치를 형성하는 과정에서 매우 길고 날카로운 삼각형들이 형성되므로 좋은 결과를 기대하기 곤란하다. 본 연구에서 다루는 신발 그레이딩은 단순 비율관계를 따르지 않는 부분에 데이터가 집중하는 몹시 불균일한 경우이므로 이산 분포 데이터로 곡면을 구성하는 기존의 기법은 신발 그레이딩에 활용하기 곤란하다.

신발 그레이딩을 내부적으로 살펴보면 특정 점들의 구속조건을 만족하면서 3차원 공간상의 점(혹은 면)이 자연스럽게 원활하도록 위치를 옮기는 것이다. 여기서 구속조건을 만족하며 다른 점들이 추종 변화되는 것에 주목하면 컴퓨터그래픽스 분야의 이미지 모핑이나 와핑^[17]을 생각할 수 있다. 와핑 기법은 2차원에서 특징점(feature point)을 정하고 이들이 어떻게 옮겨지는가가 정해지면 이에 따라 주변 형상이 추종하여 변형됨을 계산하여 전체 형상의 변화를 결정하는 방법이다. 이와 같이 신발 그레이딩과 이미지 와핑은 관여하는 독립변수에 따른 차원만 다르고 의미는 유사하다. 따라서 이미지 와핑의 기법을 응용하여 신발 그레이딩에 활용할 수 있다. 또한 신발 그레이딩에서 변형을 정의하는 특징점들은 매우 불균일한 분포

를 보이는 경향이 있다. 불균일 구속조건으로부터 변형 곡면을 생성하는 바람직한 방법으로 2차원 이미지와 평에서 이용한 MBA(MultiLevel B-Spline Approximation) 기법^[17-19]이 있다. MBA 기법은 계산 속도가 빠르고 생성 곡면의 엄밀성과 원활성을 적절히 만족시켜주는 방법이다. Lee^[17]는 2차원의 경우에 관하여 MBA 기법을 상세히 기술하고 3차원으로 확장 가능함을 언급하였다. Hsu^[7]는 FFD의 직접 조작 방법으로 3차원의 경우에 대하여 상세히 기술하였는데 계산 시간이 많이 소요되는 점이 있다.

본 논문에서는 MBA 기법을 3차원으로 확장하여 신발 그레이딩에 적용하였는데 이것은 FFD의 직접 조작 방법에 MBA 기법을 응용한 것과 유사하다. 또 MBA 기법을 이용한 신발 그레이딩 작업에서 민감한 것으로 관찰된 초기형상과 경계조건 문제를 해결하기 위하여 신발 문제에 적합한 초기형상 및 경계조건을 개발하고 적용하여 신발 그레이딩을 효과적으로 수행하였다.

3. 2차원 공간에서의 벡터장 형성

3.1 2차원 곡면의 근사 방법

2차원 공간에서의 벡터장은 평면 Ω^2 가 있을 때, 이 평면 위에 있는 모든 점들에 대해 벡터가 정해지는 것이라 볼 수 있다. 이때 벡터가 점이 움직여가야 할 이동량을 의미한다고 하면 벡터의 성분은 각 축방향 변화량으로 각각 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 라 쓸 수 있다. 그리고 각 성분은 스칼라 값이므로 벡터장은 자연스럽게 3개의 스칼라장(scalar field)의 조합으로 생각될 수 있다. 2차원 공간에서의 스칼라장은 공간 곡면으로 이해될 수 있는데 이는 평면 영역 Ω^2 를 수평면으로 삼고 Ω^2 의 매 점마다 할당되는 스칼라 값을 높이로 하는 곡면을 생각할 수 있기 때문이다. Fig. 5는 2차원 스칼라장의 곡면 가시화의 예를 보여주며 2차원 벡터장을 위해서는 이와 같은 곡면이 3개 필요하고 각각이 x, y 및 z 방향으로의 변형량이 된다.

구속조건점이 주어지면 그 점에서의 각 방향 이동량이 정해지므로 이제 문제는 구속조건 점의 높이가 불균일하게 분포되어 있을 때 이를 통과하는 원활한(smooth) 곡면을 3개 만들어내는 것이 된다. 이 곡면을 어떻게 표현하는 가에는 여러 가지 선택이 있을 수 있으나 Lee^[17]의 연구에서와 같이 많은 범용 CAD 시스템에서 일반적으로 선택되는 3차 B-스플라인을 사용하기로 한다. 본 연구에서 사용한 B-스플라인 곡면 표현 방법은 다음과 같다.

2차원 영역 Ω^2 를 xy 평면의 직사각형 영역이라고 하고 $\Omega^2 = \{(x,y) | x_{min} \leq x < x_{max}, y_{min} \leq y < y_{max}\}$ 라 하자. 그리고 불균일한 이산점들이 3차원에 위치해 있을 때 이들을 $P_c = (x_c, y_c, z_c)$ 라고 하면 $x_{min} \leq x_c < x_{max}, y_{min} \leq y_c < y_{max}$ 가 될 것이다.

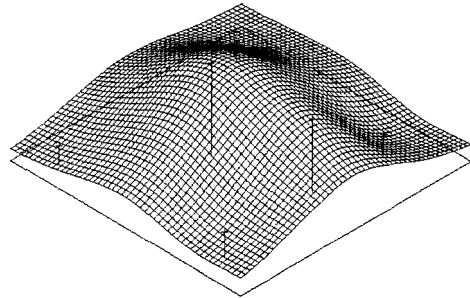


Fig. 5. 2D scalar field as a spatial surface.

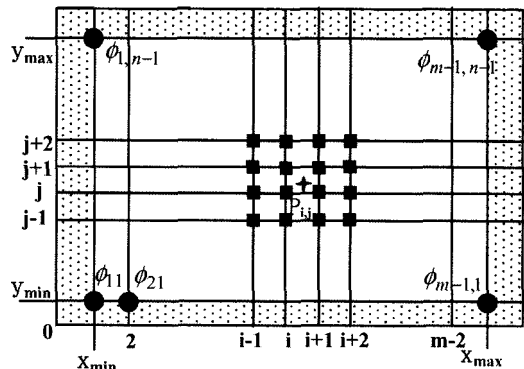


Fig. 6. 2D control lattice.

이 때의 조정점의 형상은 Fig. 6과 같이 가로방향 첨자 $0 \sim m$ 세로방향 첨자 $0 \sim n$ 이 된다.

여기서 조정점의 개수를 어떻게 정하는가 하는 것은 곡면의 형상에 매우 중요한 역할을 하며 3.2절에 이를 점차로 늘려 적절한 곡면을 얻어가는 방법을 설명한다.

이제 ϕ_{ij} 를 해당 첨자를 갖는 조정점의 값이라 하면 점 (x, y) 에 대한 곡면 높이를 나타내는 식은 다음과 같이 얻어진다.

$$f(x,y) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 B_k(s)B_l(t)\phi_{(i-1+k)(j-1+l)} \quad (1)$$

이 때 x_0 와 y_0 를 영역 Ω^2 내에서 점의 위치를 겨자의 개수 기준으로 나타낸 좌표라 하면 각 방향으로 격자 하나의 크기가 각각 $(x_{max} - x_{min})/(m - 2)$ 와

$(y_{\max} - y_{\min}) / (n - 2)$ 이므로

$$\begin{aligned} x_{\Omega} &= \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \times (m - 2) + 1 \\ y_{\Omega} &= \frac{y - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}} \times (n - 2) + 1 \end{aligned} \quad (2)$$

이 된다. 이 때 i 와 j 는 점 (x, y) 가 속하는 격자의 0부터 시작할 때의 인덱스를 표시하므로 다음 식으로 얻을 수 있다. ([]는 가우스 기호)

$$i = [x_{\Omega}], j = [y_{\Omega}] \quad (3)$$

그리고 s 와 t 는 점의 상대 위치를 점이 속하는 격자 내에서 정규화(normalize)된 좌표를 의미하는 매개변수이며 다음과 같이 얻어지고 0에서 1 사이의 값을 가지게 된다.

$$s = x_{\Omega} - [x_{\Omega}], t = y_{\Omega} - [y_{\Omega}] \quad (4)$$

그리고 B_x 와 B_y 는 블렌딩 함수(blending function)로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} B_0(t) &= (1-t)^3/6 \\ B_1(t) &= (3t^2 - 6t^2 + 4)/6 \\ B_2(t) &= (-3t^2 + 3t^2 + 3t + 1)/6 \\ B_3(t) &= t^3/6 \end{aligned} \quad (5)$$

이때 $0 \leq t < 1$

이와 같이 곡면의 표현방법에서 주목할 것은 어떤 점에서 함수값을 계산하기 위해서 필요한 것이 자신이 속한 격자 내에서의 점의 상대 위치 (s, t) 와 속한 격자의 구석에 위치한 조정점 및 좌우상하로 한 칸씩 더 넓은 조정점의 값이라는 것이다. 따라서 관심영역인 Ω 내의 모든 점의 함수값을 계산하기 위해서는 Ω^2 의 경계보다 한 칸씩 넓은 격자가 필요하며 최외각 격자 내부에서는 함수값이 계산될 수 없다. 또한 전체 곡면은 패치(patch)들의 연결이며 인접 패치는 파라미터 방향으로 3개씩의 조정점이 중첩되어 있으므로 C^2 연속을 만족한다.

이제 각 방향으로 $(m+1)$ 개 및 $(n-1)$ 개의 격자가 있을 때 주어진 구속점들을 근사하는 곡면을 구하는 방법을 설명한다. 이 때 곡면을 구한다는 것은 모든

조정점 값의 집합 Φ 를 구한다는 것을 의미한다. 우선 조건점 (x_c, y_c, z_c) 하나만 보면 이 점이 곡면 위에 놓여야 하므로 다음 식이 만족되어야 한다.

$$z_c = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 B_k(s)B_l(t)\phi_{kl} = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 w_{kl}\phi_{kl} \quad (6)$$

여기서 s 와 t 는 x_c 와 y_c 가 정해지면 식 (4)에 의해 얻어지는 값이다. 이 식에서 풀어야 할 변수는 16개의 조정점 값 ϕ_{kl} 인데 식은 단 한 개에 불과하므로 수많은 해가 존재한다. $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ 가 부족구속조건(under-determined system)일 때 최소자승법에 의해 최소 놈(minimum norm) 해는 $\mathbf{x} = \mathbf{A}^T(\mathbf{AA}^T)^{-1}\mathbf{b}$ 와 같이 얻어지므로^[20] ϕ_{kl} 의 제곱의 합이 최소가 되는 해는 다음과 같이 구해진다.

$$\phi_{kl} = \frac{w_{kl}z_c}{\sum_{p=0}^3 \sum_{q=0}^3 w_{pq}^2} \quad (7)$$

식 (7)은 구속조건점이 속한 격자 주변의 16개 조정점의 값을 결정하게 되는데, 구속점이 여러 개 있는 경우 조정점의 값에 관계되는 점들은 인근 $4 \times 4 = 16$ 개의 격자 안에 있는 구속점들이다. Fig. 7은 하나의 조정점에 영향을 미치는 격자의 범위를 보여준다. 따라서 인근 구속조건점에 대해 각각의 조정점 값이 얻어졌을 경우 이들의 영향을 종합적으로 반영하여 하나의 값으로 결정하는 과정이 필요하다.

Fig. 7의 경우를 생각해 보면 ϕ_y 에 영향을 미치는 조건점들은 P_0 부터 P_5 까지 모두 6개이다. 각 조건점들에 대해 식 (7)에 의해 계산된 각각의 조정점의 값을 $\phi_c (c = 0, \dots, 5)$ 라고 하면 입장을 바꾸어 ϕ_y 가 각 구속점의 계산에 미치는 영향은 $w_c \phi_c (c = 0, \dots, 5)$ 가 된다.

우리가 구하고자 하는 조정점 값을 ϕ_y 라고 한다면 조정점이 각 구속조건점에 미치는 영향의 오차가 최소화되어야 한다는 관점에서 조정점 영향력의 오차의 합 $\sum_c (w_c \phi_{ij} - w_c \phi_c)^2$ 을 최소화하는 ϕ_y 를 구하면 적당하다. 따라서 이들 ϕ_y 에 대해 미분하여 0이 되도록 하면 다음의 식 (8)을 얻을 수 있다.

$$\phi_{ij} = \frac{\sum_c w_c^2 \phi_c}{\sum_c w_c^2} \quad (8)$$

한편 이 식에 의한 조정점 값은 반복적 계산이나

연립 방정식의 풀이 등을 포함하지 않은 순차적 계산에 의해 매우 빠르게 결정될 수 있을 뿐만 아니라, 조정점의 개수가 많아 곡면의 자유도가 충분할 때에는 구속조건점을 통과하는 정확한 결과를 얻어주며 곡면의 자유도가 충분하지 않을 때에는 적당히 중간을 통과하여 최소 자승오차를 만들어내는 결과를 얻어준다. Fig. 8의 (a)는 조정점이 각 방향 4개로 총 16개인 경우 식 (8)에 의해 계산된 곡면을 보여주며 (b)는 각 방향 66개의 조정점이 있을 때의 결과이다.

그림에서 보이는 바와 같이 두 가지 모두 문제를 가지고 있는데 (a)는 원활한 곡면을 만들어내지만 구속조건을 만족시키지 못하고 있고 (b)는 구속조건을 만족시키지만 구속점 근처에서만 들쭉 형태를 가져 전혀 원활한 형상을 보이지 않는다. 구속조건점이 불균일하게 퍼져있는 일반적 경우를 감안하면 조정점의 수를 가감하여 해상도를 적절히 조절하여도 이와 같은 문제를 해소할 수 없다.

3.2 다중해상도 기법을 이용한 곡면의 근사방법

앞 절에서 설명한 바와 같이 고정해상도에서 곡면의 근사는 원활함과 정확함을 모두 만족시키는 것이 불가능하다. 이 두 가지를 모두 얻어내기 위해 다중해상도(multi-level) 기법^[17]이 사용된다. 다중해상도 기법은 우선 낮은 해상도에서 주어진 조건점을 근사시키는 곡면 생성으로 시작된다. 여기서 곡면을 생성한다는 것은 조정점 집합을 구한다는 것인데 이를 Φ_0 라 하자. Φ_0 에 의한 곡면은 원활하기는 하지만 보통은 Fig. 8의 (a)와 같이 여전히 오차를 가지고 있게 된다. 그러면 각 조건점에서의 남은 오차만큼을 만족시켜야 할 구속조건으로 삼고 영역 Ω^2 의 해상도를 보다 높인 후 오차를 근사하는 새로운 곡면을 구한다.

이때 해상도를 높이기 위해서는 보편적으로 격자를 양방향으로하면 이는 Φ_0 보다 해상도가 높고 Φ_0 에 의

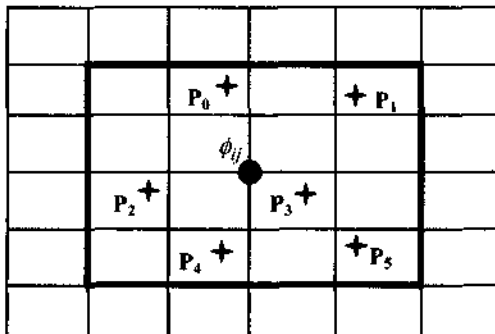
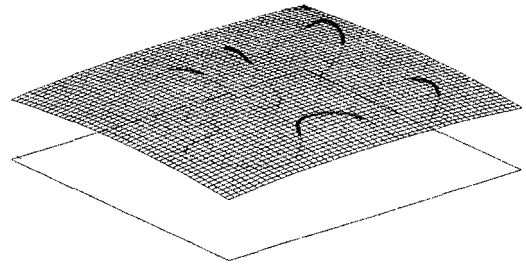
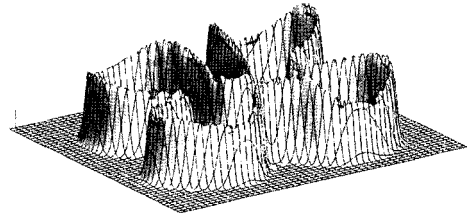


Fig. 7. Lattices related to a control point.



(a) Approximated surface with 4 x 4 control points



(b) Approximated surface with 66 x 66 control points

Fig. 8. Surface of different number of lattices.

한 곡면의오차를 근사하는 모양을 갖게 된다. Φ_0 와 Φ_1 을 알게 되면 어떤 점의 함수값 계산은 Φ_0 에 의한 함수값과 Φ_1 에 의한 함수값을 더하여 얻을 수 있다. 여전히 오차가 남아 있으면 이 과정이 반복하여 보다 해상도가 높은 Φ_2, \dots, Φ_n 를 얻는다. 반복 과정은 남아 있는 오차가 허용 오차범위 이하로 감소하거나 최대 해상도에 도달했을 때 중지되며, 최종적으로 어떤 점에서의 함수값은 Φ_0 에 의한 함수값부터 Φ_n 에 의한 함수값을 모두 더하면 얻어진다.

실제 설계문제의 경우 위의 설명에서 오차가 오차범위 내에 드는 경우는 기대하기 어렵다. 따라서 계산 시간 및 메모리의 한계를 고려하여 최대 반복 회수를 적절히 정하는 것이 반드시 필요하다.

이러한 다중해상도 기법은 구속조건을 정확히 만족시키면서 원활한 곡면을 만드는 효율적 도구가 될 수 있으나 $\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_n$ 의 조정점 집합을 모두 기억하고 있어야 하고 결과 함수값을 계산할 때마다 전 조정점 집합에 대한 함수값 계산을 수행하여 이를 더해야 한다.

여기에 등가재분할(refinement)^[17]을 사용하면 조정점 집합을 모두 기억하는 메모리 부담을 줄이고 $h+1$ 번의 함수값 계산을 한번으로 줄일 수 있다.

Fig. 9는 격자의 등가재분할을 6회 수행하여 얻어진 근사곡면이다. 조건점들은 그림 (a)에서와 같이 부드러운 '+' 모양의 z 방향으로 높낮이를 가지고 있다. 반복계산에 따라 해상도가 올라가며 곡면 형상이 변화하고 최종 결과가 (f)에 있다.

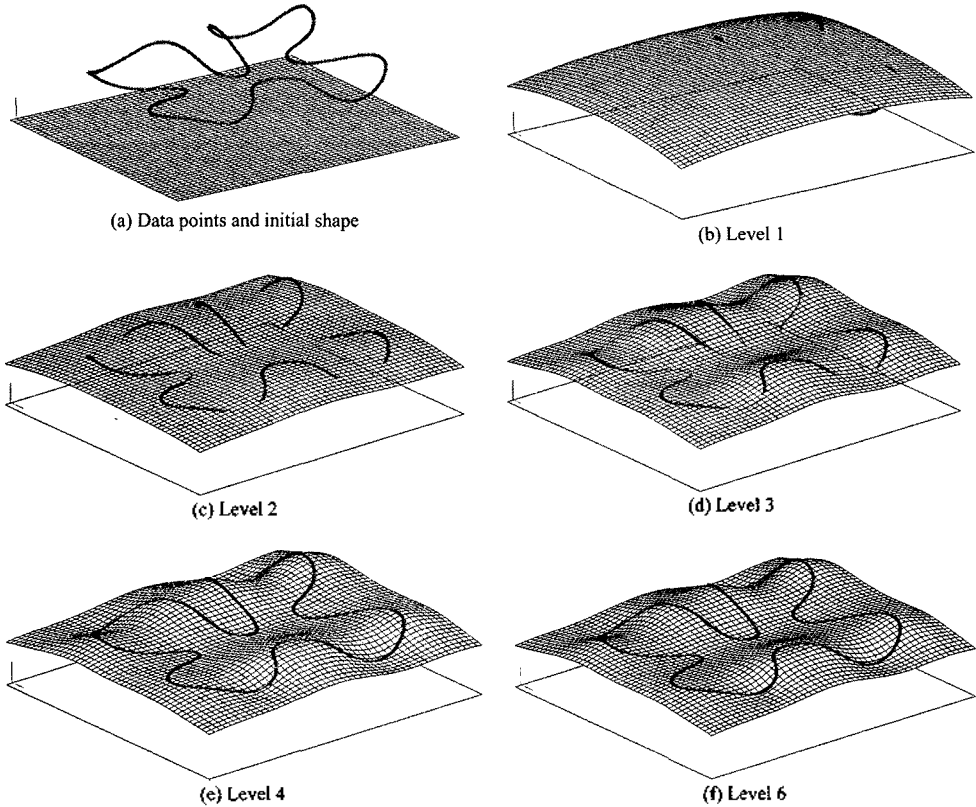


Fig. 9. Approximation surface with MBA method.

4. 3차원 공간에서의 벡터장 형성

4.1 3차원 벡터장의 근사 방법

앞서 설명한 2차원 문제는 평면 영역 Ω^2 내의 모든 점에 3차원 벡터를 부여하는 벡터장(vector field) 생성작업이었다. 그러나 신발 곡면의 변형을 위해서는 Fig. 4에서와 같이 3차원 공간내의 모든 점에 3차원 벡터가 대응되는 3차원 벡터장의 생성이 필요하다. 즉 벡터장은 각 성분별로 나눠 3개의 스칼라장(scalar field)으로 조합해낼 수 있음은 2차원의 경우와 같은데 대상이 되는 영역이 평면이 아니고 육면체 공간 영역 Ω^3 이 된다.

Fig. 10은 3차원 공간에 만들어진 조정점 격자를 보여준다. 이차원의 경우와 같이 가장 외곽에 있는 격자 공간은 관심 영역이 아니며 이를 벗겨낸 육면체 공간이 Ω^3 에 해당한다. 각 방향 조정점의 침자를 0부터 각각 m, n 및 r 까지라고 하면 조정점의 개수는 각각 $(m+1), (n+1)$ 및 $(r+1)$ 이 된다.

$$\Omega^3 = \{(x, y, z | x_{\min} \leq x < x_{\max}, y_{\min} \leq y < y_{\max}, z_{\min} \leq z < z_{\max})\}$$

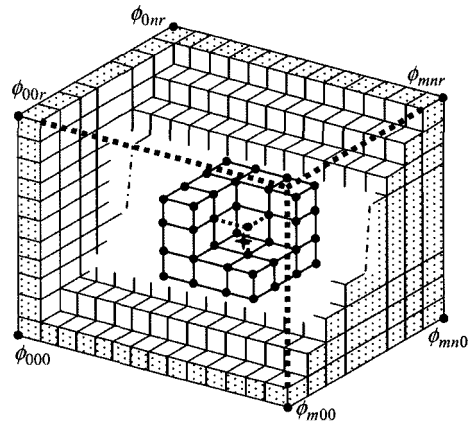


Fig. 10. 3D control lattice.

이제 ϕ_{ijk} 를 이 격자의 한 조정점 값이라 하면 격자

내의 어떤 점 (x, y, z) 에서의 함수값은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f(x, y, z) = \sum_{a=0}^3 \sum_{b=0}^3 \sum_{c=0}^3 B_a(s)B_b(t)B_c(u)\phi_{(i-1+a)(j-1+b)(k-1+c)} \quad (9)$$

여기서 i, j, k 는 격자점이 위치하는 격자의 인덱스이며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$i = [x_{\Omega}], j = [y_{\Omega}], k = [z_{\Omega}] \quad (10)$$

이때

$$\begin{aligned} x_{\Omega} &= \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}(m-2) + 1 \\ y_{\Omega} &= \frac{y - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}}(n-2) + 1 \\ z_{\Omega} &= \frac{z - z_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}}(r-2) + 1 \end{aligned} \quad (11)$$

이다.

그리고 s, t, u 는 점이 속한 격자 안에서의 상대위치를 정규화시킨 파라미터이며 다음과 같이 얻어진다.

$$s = x_{\Omega} - [x_{\Omega}], t = y_{\Omega} - [y_{\Omega}], u = z_{\Omega} - [z_{\Omega}] \quad (12)$$

B 는 블렌딩 함수로 식 (5)와 같다.

식 (9)에 나타난 바와 같이 한 점의 함수값을 계산 하려면 포함되는 격자를 비롯해 앞뒤로 하나씩의 격자가 더 관계된다. 따라서 각 방향 4개의 조정점이 사용되고 모두 64개의 조정점이 계산에 포함된다. 블렌딩 함수가 3차식이므로 함수값의 변화는 2계 미분 연속이다.

이제 영역 Ω^3 에 비균일한 조건점들이 흩어져 있고 이들 점에서 만족해야 할 함수값들이 주어져 있을 때 이를 구속조건으로 하는 근사 스칼라장을 구하는 문제는 3장에 설명한 근사 곡면을 만들어가는 과정과 매우 유사하게 진행된다.

즉 조건점 (x_c, y_c, z_c, q_c) 하나가 주어지면 이것이 함수값을 만족해야 하므로 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} q_c &= \sum_{a=0}^3 \sum_{b=0}^3 \sum_{c=0}^3 B_a(s)B_b(t)B_c(u)\phi_{abc} \\ &= \sum_{a=0}^3 \sum_{b=0}^3 \sum_{c=0}^3 w_{abc}\phi_{abc} \end{aligned} \quad (13)$$

이를 만족시키는 조정점의 값은 매우 많으므로 최소화방법으로 풀어 식 (14)를 얻을 수 있다. (a, b, c 는 조정점의 지역 천자이다)

$$\phi_{abc} = \frac{w_{abc}q_c}{\sum_{p=0}^3 \sum_{q=0}^3 \sum_{r=0}^3 w_{pqr}^2} \quad (14)$$

조건점들이 밀집되어 있는 경우 하나의 조정점에 여러 개의 조건점이 중복하여 영향을 미칠 것이므로 서로 다르게 얻어진 조정점의 오차의 합이 최소가 되어야 한다. 따라서 ϕ_{ijk} 가 구하고자 하는 결과 조정점 값이고 각 조건점 조건마다 식 (14)에 의해 ϕ_c 가 얻어졌을 때 $\sum_c (w_c\phi_{ijk} - w_c\phi_c)^2$ 이 최소가 되어야 하므로 식 (15)가 얻어진다. 이와 같은 방식을 사용하면 고정 해상도를 갖는 3차원 조정 격자에서 조정점 값을 결정할 수 있다.

$$\phi_{ijk} = \frac{\sum_c w_c^2 \phi_c}{\sum_c w_c^2} \quad (15)$$

한편 식 (15)에 의한 조정점 값의 결정은 해상도에 따라 원활함과 정확도를 모두 충족시킬 수 없으므로 다중해상도 기법에 의한 근사를 사용하게 된다.

4.2 3차원 다중해상도 기법에 대한 메모리 요구량

해상도를 점차 높여가며 남은 오차에 대한 스칼라장을 얻어 더해나가는 다중해상도 기법의 사용은 원활하고도 정확한 스칼라장을 얻기 위해 필수적인 방법이다. 조정격자의 해상도를 높여갈 때 특히 3차원 조정격자의 양이 급격히 커지므로 메모리의 사용량을 적절히 고려하여야 한다.

해상도를 높일 때 조정격자의 최외곽을 제외한 격자를 항상 이등분한다고 가정하면 한 방향으로의 격자 개수 n 개는 이등분되어 $2(n-3)+3$ 개가 된다. 따라서 최초 각 방향 4개의 조정점으로 시작했을 경우 다음 격자의 개수는 5, 7, 11, 19, 35, 67, 131, 259, 515, ... 등이 된다. 하나의 조정점 값에 배정도실수(double)형 변수로 8바이트가 요구될 때, 조정점 집합을 저장하기 위해서는 $8 \times n^3$ 바이트가 사용된다. 백터장, 즉 3개의 스칼라장이 동시에 저장되고, 식 (15)의 분자와 분모에 각각 같은 양이 필요하게 되므로 동시에 필요한 조정점 저장 최대량은 $8 \times n^3$ 바이트의 다섯배가 된다. 이는 Table 1과 같다.

설계자들의 실무 환경에서 컴퓨터의 저장공간은 운영체제와 Unigraphics 등의 어플리케이션이 차지하는

Table 1. Memory required for initially bisected mode

분할회수	조정점수	최대 필요 메모리(바이트)
0	4 ³	2,560
1	5 ³	5,000
...
6	67 ³	12,030,520
7	131 ³	89,923,640
8	259 ³	694,959,160
9	515 ³	5,463,635,000

Table 2. Memory required for initially trisected model

분할회수	조정점수	최대 필요 메모리(바이트)
0	4 ³	2,560
1	6 ³	8,640
...
6	99 ³	38,811,960
7	195 ³	296,595,000
8	387 ³	2,318,424,120

메모리 공간 450 MB 정도와 기타 데이터가 차지하는 공간을 제외하면 디스크 스와핑없이 빠르게 접근할 수 있는 공간으로 400~500 MB 정도가 보편적이다. 이를 감안하면 등가재분할(refinement)을 통한 메모리의 절약이 반드시 필요하고, 8회 이상 분할은 무리가 있다. 또 프로그램 코드에서도 변수를 효율적으로 재사용하도록 최적화 할 필요가 있다. 정해진 조정격자에서 스칼라 함수가 동일하게 계산되도록 유지하면서 격자를 분할하는 3차원 등가재분할(refinement)은 MacCracken^[9]의 유도 결과를 사용하며 부록에 소개하였다.

Table 1을 살펴보면 7회 분할과 8회 분할 사이에 요구 메모리 양이 크게 차이를 보이고 사용 가능한 메모리가 400 MB라고 하면 근소한 차이로 8회 분할이 어렵다는 것을 알 수 있다. 이때 최초 격자를 3등분으로 분할한 후 다시 이등분해나가면 메모리의 소요량은 Table 2와 같이 된다. 실제 테스트에 의해 이 방법에 의한 분할은 전체 수행시간에 차이가 거의 없으면서 최종 스칼라장의 오차가 적은 것으로 확인되었다.

5. 초기형상의 결정

5.1 초기형상의 영향

Fig. 9에서는 굴곡진 '+'형 모양의 138개로 이루어진 점군을 2차원 영역 문제로 보고 근사곡면을 생성한 예가 있다. 이 예는 곡면의 초기형상이 xy 평면에 놓

여진 경우이다. 하지만 다중해상도 반복 과정을 시작하기 위한 최초의 형상을 다르게 취할 수도 있는데 Fig. 11은 그 예를 보여준다. 그림의 (a)는 이들 점을 하나의 2차원 곡면으로 근사하도록 최소자승법으로 구한 것인데 곡면이 모든 점을 통과하지 못하고 곡면 위의 구속점은 진하게, 아래의 점은 흐리게 나타나 있다. (b)는 이를 초기형상으로 6회 등가재분할하여 근사시킨 결과 곡면이다. 또 (c)는 3차 곡면으로 자료점들을 최소자승법으로 근사하여 얻은 곡면이고 (d)는 이를 6회 등가재분할하여 얻어진 결과이다.

Fig. 9의 결과 곡면과 Fig. 11의 (b)와 (d)를 같이 살펴보면 곡면이 조건점을 통과하여야 하는 정확성은 모두 충분히 만족시키고 있으며 조건점들로 둘러 쌓이는 영역내의 곡면 형상은 가시적으로 볼 때 거의 유사함을 확인할 수 있다. 하지만 외곽으로 멀어질 때의 형상은 초기형상에 따라 상당한 차이를 보이고 있다. 곡면 근사에서 해상도가 올라가면 격자의 간격이 작아지게 되므로 Fig. 7에 보인 것과 같이 조건점이 영향을 미치는 범위가 점점 작아지게 되는데 따라서 높은 해상도에서의 근사범위는 조건점 주위로 좁혀지게 된다. 이 결과 외곽으로 먼 부분은 낮은 해상도의 초기 단계에서 형상이 결정되면 이후 거의 변화를 받지 않게 된다. Fig. 11의 (b)와 (d)를 다시 보면 외곽으로 갈수록 초기의 형상이 그대로 남아 있음을 확인할 수 있다. 한편 본 연구의 직접 적용분야인 신발의 특성은 시각적 느낌(look-see)이 매우 중요하므로 조건점에서 어느 정도 먼 부분의 형상이 의미가 있을 때는 초기형상을 어떻게 결정할지가 매우 중요해진다. 한편 그림에서 (b)와 (d)는 특히 좌측 모서리와 우측 모서리에서 전혀 다른 경향을 보인다. 그림 (d)의 좌측 모서리는 급격한 변화를 보이지만 그 높이가 의미하는 것이 무엇인지 모르기 때문에 반드시 나쁘다고 할 수는 없으며, 어느 쪽이 더 적합한지는 적용 문제에 따라 달라진다.

Fig. 12는 띠 모양으로 퍼져있는 점들을 근사시킨 것인데 초기형상의 영향을 보여주는 또 다른 예이다. 그림의 (a)는 y 방향으로 띠 모양을 이루는 입력 조건점을 보여준다. 그림의 (b)는 xy 평면을 초기형상으로 하여 근사된 곡면이고 (c)는 x 방향으로로는 상수, y 방향으로로는 3차인 곡면으로 근사된 초기 곡면을 이용하여 다중해상도로 근사시킨 결과이다. 이 문제의 경우 곡면의 x 방향 변화가 어떤 것이 적합한지는 적용 문제에 따라 달라지게 될 것이다.

Fig. 13은 3차원 공간문제의 초기형상의 영향을 보여준다. (a)를 보면 상부의 신발 바깥장 모양 바로 밑

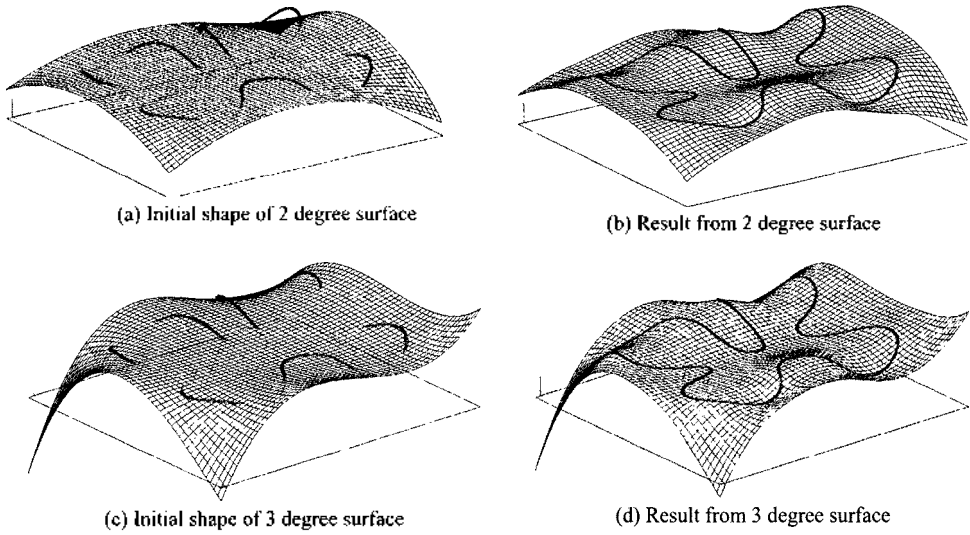


Fig. 11. Results from different initial shapes.

에 격자가 있고 하부에 완전한 곡률을 가지는 격자가 있는데 위의 격자 절점에서 아래 격자의 대응 절점으로 향하는 벡터가 입력될 때 상자내부를 대상영역 Ω' 로 삼아 원활한 벡터장을 생성하고자 한다. 모든 위치에서 0벡터를 가지도록 초기형상을 정하고 4장에서 설명한 방법으로 벡터장을 구한 결과가 (b)에 보여지고 있다. 그림에서 상자 윗면에 점들을 구해 이들이 벡터장에 의해 대응되는 점들을 구한 것이 점군 $\{Q\}$ 이고 상자의 아래면의 점들의 대응점이 점군 $\{R\}$ 이며 조건점의 대응점들이 $\{P_i\}$ 이다.

이 결과에는 대단히 흥미 있는 점이 있는데 원 위치에서는 밑면 점들 $\{R\}$ 이 조건점 $\{P_i\}$ 보다 더 아래 있는데도, 대응되고 나면 $\{R\}$ 가 되어 조건점 $\{P_i\}$ 보다 더 위에 있게 된다는 것이다. 이 문제는 조건점이 z 방향으로 충분한 범위를 감싸고 있지 못하고 좁은 범위에서만 주어져 있기 때문에 Fig. 12에서 x 방향으로 좁은 범위에서만 조건이 있는 경우와 유사하게 생각될 수 있다. 이 경우 x 방향으로 멀어지면 초기형상의 영향이 크듯이 Fig. 13의 경우도 z 방향으로 멀어지면 초기형상에 많이 좌우될 것이다. 그런데 이 경우 초기형상을 0벡터로 하였으므로 따라서 윗면과 아랫면에서는 작은 벡터값을 가져 적은 이동량을 보이게 된다.

한편 대응 전 $\{Q\}$ 와 $\{R\}$ 사이의 간격보다 대응 후 $\{Q\}$ 와 $\{R\}$ 의 간격이 더욱 넓어진 것을 볼 수 있는데 이는 $\{P_i\}$ 가 상자에서 약간 아래쪽에 있기 때문에 생긴 현상이다. 점 $\{Q\}$ 는 $\{R\}$ 보다 구속점들에서 멀리 떨어져 있으므로 벡터의 크기가 더 작아진다. 이는

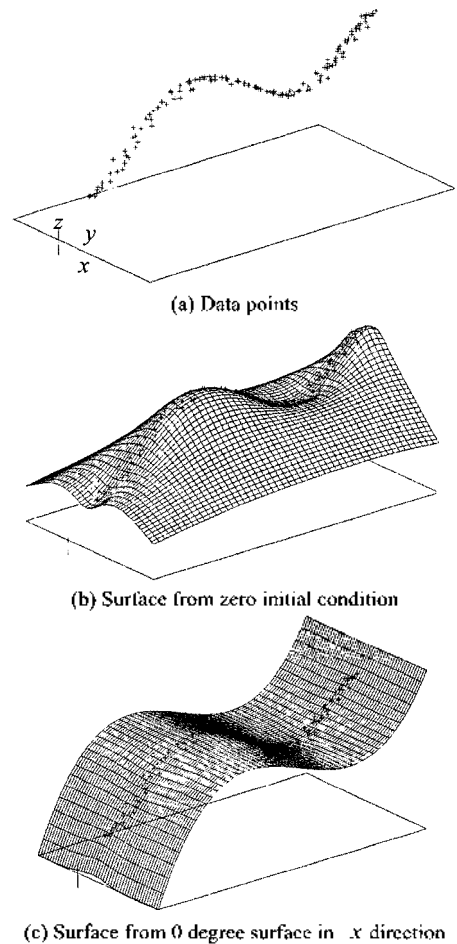


Fig. 12. Data points along y direction.

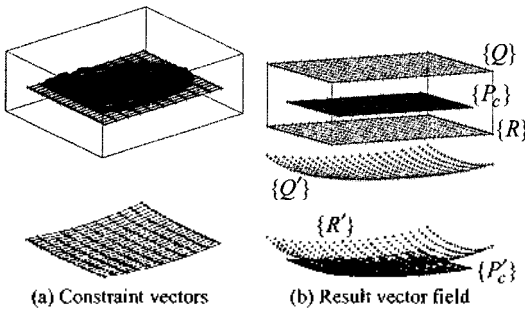


Fig. 13. Sheet deformation in 3D space.

Fig. 12의 (b)에서 조건점으로부터 x 방향으로 더 멀면 높이가 더 낮아지는 것으로부터 유추될 수 있다. 따라서 $\{Q\}$ 의 이동량보다 $\{R\}$ 의 이동량이 더 크고 간격은 넓어지게 된다. 이 결과를 가지고 (a)의 신발 바깥창을 변형시키면 두께가 매우 두꺼워지는 결과를 얻고 만일 신발창을 기준면보다 아래쪽에 놓으면 매우 얇아질 뿐만 아니라 아래 위가 뒤집히는 일이 발생한다.

다른 예로 기준격자를 xy 평면에 평행으로 움직이면 상자 윗면에서의 움직임이 상대적으로 적게 얻어질 것이고 따라서 신발창에 수직 돌출 형상이 있었다면 기울어지게 된다. 이 또한 원하는 결과는 아니며 위의 여러 예에서 살펴본 바와 같이 초기형상의 결정은 결과에 미치는 매우 중요한 요소이다.

5.2 초기 형상의 결정방법

앞서 알아본 바와 같이 관심영역의 모든 위치에 근접한 조건점들이 존재하고 있으면 초기형상이 달라도 비교적 유사한 형상을 얻을 수 있다. 따라서 풍부한 구속조건을 제공하는 것이 바람직하나 대상물이 복잡해지고 변형 규칙이 까다로워지면 적절한 구속조건을 충분히 부여하는 것이 용이하지 않다. 따라서 초기형상을 적절히 부여하는 것이 매우 중요해진다.

초기형상은 원하는 결과형상과 유사한 것이 가장 좋다. 따라서 전체적 경향을 알고 있으면 이를 사용할 수 있다. 예를 들어 신발창의 그레이딩 분체는 각 방향으로 고정 비율을 갖는 크기조정인데 이때 일부가 다른 형상을 갖고, 연결되는 부분은 적절히 변해가는 것으로 이해될 수 있다. 이때는 비균일 스케일링의 변형을 초기형상으로 삼으면 된다. Fig. 11의 경우는 외곽에서 완만한 형상을 원할지 아니면 곡률을 최대한 반영하는 형상을 원할지에 따라 초기형상 곡면의 차수를 정하면 될 것이다. 신발의 CAD 모델은 거의 대부분이 3차 B-스플라인으로 모델링되는 점을 감안

하면 3차식 이하 곡면의 사용이 적절할 것인데 심한 곡률변화를 완화시켜주는 측면에서 2차식의 사용이 바람직하다.

Fig. 13의 경우는 벡터장 내에서 z 방향으로 벡터의 변화가 없도록 만드는 것이 필요하므로 초기형상으로 z 방향으로의 구속점의 벡터의 z 성분 평균을 주고 x 및 y 방향으로는 0에서 시작하도록 만들어준다.

Fig. 14는 이의 결과를 보여준다. 이 경우 영역 상자의 아래 위 끝으로 가면 z 방향 변형량이 전부 균일해지므로 영역 상자를 조금 크게 잡아 정해줄 필요가 있다. 다른 방법으로 동일한 벡터를 갖는 조건점을 위쪽과 아래쪽에도 만들어주는 방법도 생각할 수 있다.

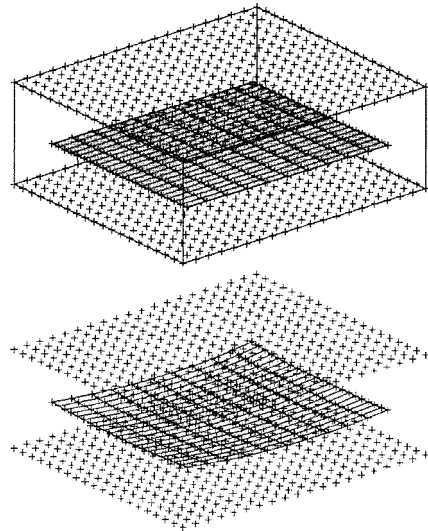


Fig. 14. Average initial condition in z direction.

6. 적용 구현

6.1 파라미터 곡면의 변형

4장과 5장에서 설명한 방법으로 벡터장을 얻게 되면 공간 내의 모든 점에 대한 변형 이동량을 알게 되므로 이론적으로는 곡면이 주어지면 곡면 위의 모든 점에 대해 변형점이 정의되고 변형곡면의 형상이 정해지게 된다. 하지만 이러한 정의로는 곡면의 기하학적 성질을 파악하기 대단히 어렵고 곡면마다 벡터장을 저장해야 하므로 방대한 저장공간이 소요되어 구현이 불가능하다. 따라서 결과 곡면도 다시 원본의 형태와 같은 방식으로 표현되는 것이 좋는데 예를 들면 원본 곡면이 B-스플라인이면 결과 곡면도 마찬가지로 B-스플라인 곡면이 되는 것이 바람직하다. B-스플라

인 곡면에 대한 변형 곡면을 구하기 위해 본 연구에서 사용한 방법은 크게 세 단계로 이루어지는데 첫번째는 원본 곡면 위에서 적절히 점들을 추출(sampling)하는 것이고, 두번째는 추출된 점들을 백터장에 의해 이동시키는 것이며, 마지막으로 세번째는 이동된 점들을 보간하는 곡면을 만들어내는 것이다.

위의 과정에서 특히 첫번째 단계에서 점들을 적절히 추출하는 것은 곡면의 정확도를 좌우하는 중요한 요소이다. 만일 점을 너무 적게 추출하면 변형을 충분히 반영하지 못하여 오차가 큰 결과 곡면이 얻어질 것이고 너무 많이 추출하면 데이터가 필요이상으로 커져 활용에 문제를 발생시키게 된다. 또한 추출점의 위치도 중요한데 곡면의 곡률이 작은 곳에서는 넓은 간격으로, 큰 곳에서는 좁은 간격으로 정해져야 하며, 이때 곡률은 원본 곡면이나 결과 곡면 모두에서 감안되어야 한다. 형상 곡면을 표현하는데 B-스플라인을 사용하는 본 연구에서는 위와 같은 요구조건을 만족시키기 위해 다음과 같은 식에 의해 u, v 각 방향의 추출점 파라미터 값을 결정한다.

$$u_j = \frac{t_{j+1} + t_{j+2} + \dots + t_{j+k-1}}{k-1} \quad (j=0, 1, \dots, n) \quad (16)$$

이때 곡면은 해당 파라미터 방향으로 0번부터 n 번까지의 조정점으로 이루어져 있고 차수는 $k+1$ 이며 $t_j(j=0, 1, \dots, n+k)$ 는 매듭값(knot value)이다. 본디 식 (16)은 주어진 점을 지나는 곡선을 보간할 때 보간점의 매개변수 값을 정하기 위해 Hartley^[25]에 의해 제안된 것인데 곡률이 큰 곳에서는 조밀해지는 성질을 가지게 된다.

한편 위의 방법도 문제를 완벽히 해결해 주는 것은 아니다. 우선 위의 방법이 원본 곡면의 부분 곡률을 추출 조밀도에 반영시켜 주기는 하지만 오차와의 정량적인 관계를 제시하지는 못한다. 이와 같은 문제의 실무적 해결을 위해 오차가 큰 경우에는 얻어진 매개변수 값을 다시 이등분하여 사용하였다. 그리고 결과 곡면은 아직 만들어지지 않은 상태에서 점 추출이 이루어져야 하기 때문에 특히 곡률이 작던 곡면이 변형으로 굽어져서 큰 곡률을 가지게 되는 경우에는 추출점이 부족해지는 경향이 있으며 추후 이에 대한 연구가 보완되어야 한다.

6.2 적용 예

본 연구는 신발 등의 신발 설계 자동화에 일차적 목적을 두고 있으므로 다중해상도 근사기법을 이용한 곡면 변형 기능을 Unigraphics의 UG/Open 환경에서

구축하고 있는 신발 설계지원 시스템(ISDS; Integrated Shoe Design System)에 독립 모듈로 구현하였다.

신발 설계 과정에 나타나는 곡면 변형 문제는 2차원 문제가 잘 적용되는 것과 3차원 문제로 접근하면 합리적인 것으로 나누어지게 된다. Fig. 15는 인체의 발 모형인 신발골(Last) 모델을 감피 설계를 위해 비균일하게 오프셋 하는 문제이다. 그림 (a)는 대상 모델 및 입력을 보여주는데 그림과 같이 4군데에서 곡면에 수직방향으로 각각 다른 오프셋 양을 정해주면 곡면 전체가 이 값들을 적절히 반영하면서 원활하게 변형되어 새로운 곡면을 만들어 내야 한다. 이 경우는 곡면의 매개변수 영역에서 오프셋 양을 곡면의 높이로 삼는 2차원 문제로 적용하는 것이 합리적이다. 만일 이를 3차원 문제로 접근하면 라스트가 놓여져 있

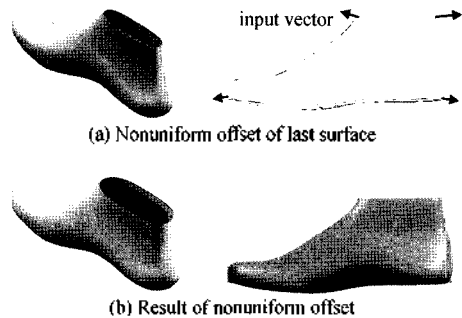


Fig. 15. Problem of 2D space.

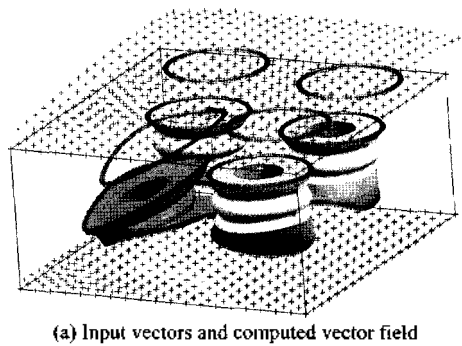


Fig. 16. Problem of 3D space.

는 상자 영역에 대한 벡터장 생성의 문제가 되는데 모든 입력 벡터가 발의 길이방향 성분만 가지고 있을 뿐 이어서 붙이 넓어지지 않게 된다. 이는 원하는 결과가 아니다.

한편 신발골 곡면의 매개변수 영역에서 조건이 주어지는 4개의 점은 각각 모서리에 해당하고 조건점이 관심영역을 전체적으로 포함하므로 xy 평면 구속조건에서 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그림 (b)는 원래의 곡면과 결과 곡면을 같이 표시한 것이다.

3차원 문제는 신발창의 그레이딩에 광범위하게 적용되었다. 단 실제 문제는 신발창 모델이 복잡하고 곡면 변화를 쉽게 알아보기 어려운 점이 있어 여기서는 Fig. 4의 테스트 모델의 예를 소개한다. Fig. 16은 Fig. 4의 입력에 대해 생성된 벡터장을 나타낸다. 모델의 위쪽에 원형으로 촘촘히 표시되어 있는 점들은 이동 구속조건을 표시한 것으로 원래의 위치와 옮겨갈 위치를 의미한다. 물체의 바닥 둘레 모서리에 표시된 점들은 고정되어야 할 위치를 표시한 것이다. 이들은 곡선 위에서 등간격으로 추출되었고 이동점이 868개, 고정점이 801개로 총 1669개의 조건점이 사용되었다. 이 조건점들은 변형 대상 모델을 충분히 감싸고 있기 때문에 서로 다른 초기형상에 대해 유사한 결과를 보여주었다. Fig. 16은 0 벡터 초기형상을 사용하고 6회 분할한 경우이다. 상자의 위쪽과 아래쪽에 완만한 곡면형상으로 표시된 점들은 계산된 벡터장에 의해 상자 영역의 윗면과 아랫면 점들이 옮겨갈 위치

를 표시한다. 펜티엄 센트리노(소노마) 2.0 GHz, 주메모리 1GB의 컴퓨터에서 벡터장을 계산해내는데 4.56초가 소요되었다. Fig. 16의 (b)에는 계산된 벡터장을 이용하여 변형시킨 곡면이 원래의 형상과 같이 표시되어 있다. 이 모델은 218개의 B-스플라인 곡면으로 이루어져 있으며 이 모델을 변형시키는데 같은 컴퓨터에서 276초가 소요되었다.

또한 신발 중창의 실제 문제에 대해서 적용된 예가 Fig. 17에 있다. 첫번째 그림은 중창 모델이 추종해야 할 형상을 사용자가 곡선으로 입력한 형상을 보여준다. 두번째 그림은 아직 변형을 일으키기 전의 곡면모델과 첫번째의 목적형상 곡선이 중첩되어 있는 형상이다. 여기서 세군데의 주목할 만한 지점이 있는데 A는 중창의 가장 앞부분(toe)으로 곡면형상보다 목적형상 곡선이 더 앞쪽으로 나가 있는 것을 볼 수 있다. 두번째 B 부분은 B'와 같이 변형되기를, 또 C 부분은 C'와 같이 변형되기를 의도한 것을 확인할 수 있다. 곡선으로 주어진 목적 형상은 시스템에 의해 적당한 간격의 벡터조건으로 추출된다. 그림의 세번째는 계산을 거쳐 변형이 완성된 형상을 보여준다. 곡면이 목적 형상을 추종하고 인근 형상은 부드럽게 변형되어 처음의 외관을 유지하고 있음을 확인할 수 있다.

7. 결 론

본 연구는 곡면의 특징점들에 이동 벡터가 구속조

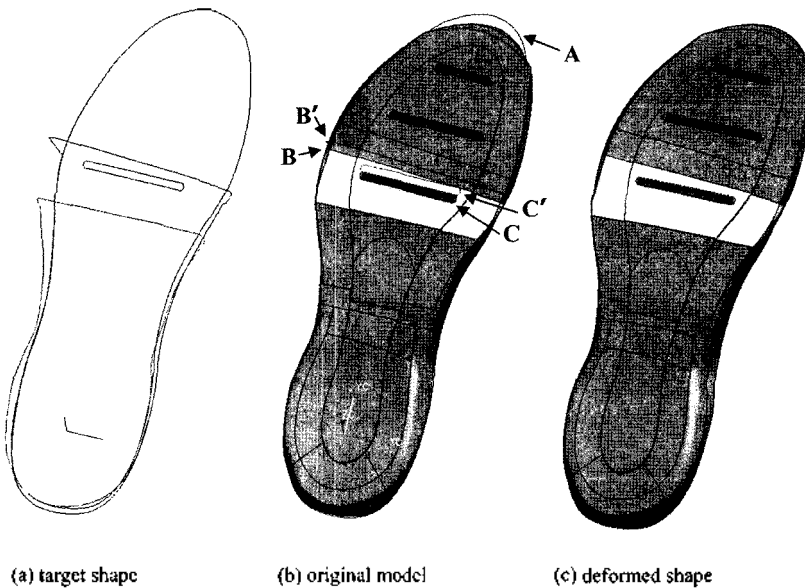


Fig. 17. Case study on mid sole.

건으로 부여되어 있을 때 이를 구속조건 벡터로 보고 공간에 이를 만족하면서 원활한 구배를 가지는 벡터장을 형성하여 곡면을 변형시키는 방법을 기술하였다. 이 문제는 신발 곡면을 설계하는 과정에서 그레이딩을 비롯하여 광범위하게 나타나는 문제로 구속조건 점들은 일반적으로 불균일하게 이산되어 있는 형태를 가진다.

관심 영역은 문제의 특성에 따라 이차원과 삼차원 공간이 모두 될 수 있으며 공간 내의 위치에 따른 스크라 값의 함수관계를 표현하기 위해서 3차 B-스플라인 곡면 혹은 3차 B-스플라인 체적을 사용하였다. 정확성과 원활함을 모두 얻기 위해 다중해상도 격자분할에 의한 B-스플라인 근사 방법을 사용하였으며 이를 이차원과 삼차원에 모두 적용하였다. 특히 초기형상의 결정이 최종 결과에 미치는 영향에 관해 상세히 설명하였으며 이에 따른 바람직한 초기형상 결정방법을 논의하였다. 이 기법은 상용 CAD 시스템인 Unigraphics에 UG/Open 기반으로 구현되어 2차원과 3차원 분제에의 적용에 대한 설명과 결과가 제시되었다. 또한 실제의 설계에서 발생하는 여러 곡면 변형 문제와 특히 신발창의 그레이딩 작업에 적용되어 그 타당성과 효용성이 입증되었다.

참고문헌

1. 조맹섭 외, "인체(말)계측 및 운동화의 화형설계 기준설정"에 관한 연구보고서, 한국과학기술원, 1985.
2. Soderberg, T. W. and Parry, R., "Free-form Deformations of Solid Geometric Models," *Computer Graphics*, Vol. 20, No. 4, pp. 151-160, 1986.
3. Coquillart, S. and Jancene, P., "Animated Free-form Deformation: An Interactive Animation Technique," *Computer Graphics*, Vol. 25, No. 4, pp. 23-26, 1991.
4. Griessmair, J. and Purgathofer, W., "Deformation of Solids with Trivariate B-spline," *Proc. EUROGRAPHICS '89*, pp. 137-148, 1989.
5. Lamousin, H. J. and Waggenspack, W. N., "NURBS-based Freeform Deformation," *IEEE Computer Graphics & Applications*, Vol. 14, No. 6, pp. 59-65, 1994.
6. Coquillart, S., "Extended Free-form Deformation: A Sculpting Tool for 3D Geometric Modeling," *Computer Graphics*, Vol. 24, No. 4, pp. 187-196, 1990.
7. Hsu, W. M., Hughes, J. F. and Kaufmann, H., "Direct Manipulation of Free-form Deformations," *Computer Graphics*, Vol. 26, No. 2, pp. 177-183, 1992.
8. Ron MacCracken and Kenneth I. Joy, "Free-Form Deformations with Lattices of Arbitrary Topology," *Proceedings of SIGGRAPH '96, Computer Graphics*,

- pp. 181-190, 1996.
9. Borrel, P. and Rappoport, A., "Simple Constrained Deformations for Geometric Modeling and Interactive Design," *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 13, No. 2, pp. 137-155, 1994.
10. Jin, X., Li, Y. and Peng, Q., "General Constrained Deformation Based on Generalized Metaballs," *Computer & Graphics*, Vol. 24, No. 2, pp. 219-231, 2000.
11. Léon, J. C. and Veron, P., "Semiglobal Deformation and Correction of Free-form Surface Using a Mechanical Alternative," *The Visual Computer*, Vol. 13, No. 3, pp. 109-126, 1997.
12. Léon J. C. and Trompette, P., "A New Approach Towards Freeform Surfaces Control," *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 12, No. 4, pp. 395-416, 1995.
13. Wang, Y. F. and Wang, J., "Surface Reconstruction Using Deformable Models with Interior and Boundary Constraints," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 14, No. 5, pp. 572-579, 1992.
14. Hormann, K., "From Scattered Samples to Smooth Surfaces," *The 4th Israel-Korea Bi-National Conference on Geometric Modeling and Computer Graphics*, 2003.
15. 박시형, 이성수, "가중치 알파 형상을 이용한 표면 재구성 알고리즘에 관한 연구," 한국 CAD/CAM 학회 학술발표회논문집, pp. 267-275, 2005.
16. 김권홍 외, "역공학의 정밀도 향상을 위한 점 데이터의 단단계 획득 및 역모델 형성," 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제8권, 제3호 pp. 133-140, 2003.
17. Lee, S., Wolberg, G. and Shin, S. Y., "Scattered Data Interpolation with Multilevel B-Splines," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 3, No. 3, pp. 228-244, 1997.
18. Lee, S., Wolberg, G., Chwa, K. and Shin, S. Y., "Image Metamorphosis with Scattered Feature Constraints," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 2, No. 4, pp. 337-354, 1997.
19. Lee, S., Chwa, K., Shin, S. Y. and Wolberg, G., "Image Metamorphosis Using Snakes and Free-form Deformations," *Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '95)*, pp. 439-448, 1995.
20. Noble, B. and Daniel, J. W., *Applied Linear Algebra*, Prentice-Hall, 1977.
21. Bohm, B. and Prautzsch, H., "The Insertion Algorithm," *Computer Aided Design*, Vol. 17, No. 2, pp. 58-59, 1985.
22. Cohen, E., Lyche, T. and Riesenfeld, R., "Discrete B-splines and Subdivision Techniques in Computer Aided Geometric Design and Computer Graphics," *Computer Graphics and Image Processing*, Vol. 14, No. 2, pp. 87-111, 1980.
23. Bartels, R., Beatty, J. and Barsky, B., *An Introduction to Splines for Use in Computer Graphics and Geo-*

metric Modeling, Morgan Kaufmann publishers, 1987.

- 24. Lyche, T. and Morken, K., "Making the Oslo Algorithm More Efficient," SIAM J. of Numerical Analysis, Vol. 23, No. 3, pp. 663-675, 1986.
- 25. Hartley, P. J. and Judd, C. J., "Parameterization and Shape of B-Spline Curves for CAD," *Computer-Aided Design*, Vol. 12, No. 5, pp. 235-238, 1980.

부 록

다음 그림에서 팔호숫자는 등가재분할 이전의 조정점을 표시하고 원숫자는 등가재분할 이후의 조정점을 표시한다. 팔호숫자(14)의 조정점과 원숫자①의 조정점은 같은 위치를 차지하고 있다. 다음은 팔호숫자(14)를 기준 인덱스(i, j, k)로 하여, 등가재분할 이전인 팔

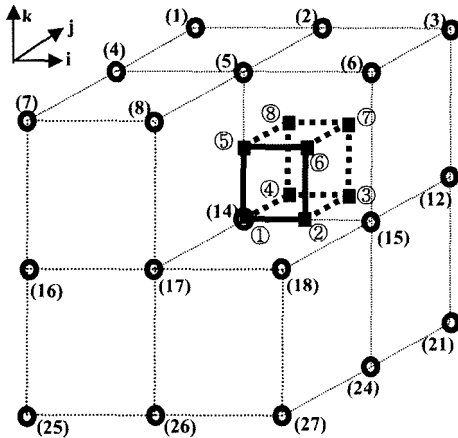


Fig. 18. 3 Dimensional lattice for refinement.

Table 3. Indices of lattice points

(1)	$i-1, j+1, k+1$	(15)	$i+1, j, k$
(2)	$i, j+1, k+1$	(16)	$i-1, j-1, k$
(3)	$i+1, j+1, k+1$	(17)	$i, j-1, k$
(4)	$i-1, j, k+1$	(18)	$i+1, j-1, k$
(5)	$i, j, k+1$	(19)	$i-1, j+1, k-1$
(6)	$i+1, j, k+1$	(20)	$i, j+1, k-1$
(7)	$i-1, j-1, k+1$	(21)	$i+1, j+1, k-1$
(8)	$i, j-1, k+1$	(22)	$i-1, j, k-1$
(9)	$i+1, j-1, k+1$	(23)	$i, j, k-1$
(10)	$i-1, j+1, k$	(24)	$i+1, j, k-1$
(11)	$i, j+1, k$	(25)	$i-1, j-1, k-1$
(12)	$i+1, j+1, k$	(26)	$i, j-1, k-1$
(13)	$i-1, j, k$	(27)	$i+1, j-1, k-1$
(14)	i, j, k		

호숫자의 인덱스이다.

등가재분할 이후에 만들어지는 조정점의 값은 그 특성에 따라 4가지로 분류할 수 있다. 즉 체심점(⑦), 면심점(③,⑥,⑧), 모서리점(②,④,⑤), 꼭지점(①)이다.

A.1 체심점

체심점은 이 점이 속한 격자의 조정점들의 평균이다. 위의 그림에서 원숫자 ⑦의 경우는 다음과 같다.

$$R = \frac{1}{8} \{ (2) + (3) + (5) + (6) + (11) + (12) + (14) + (15) \}$$

A.2 면심점

면심점은 이 점이 속한 면에서 만나는 두 격자의 체심점(C_1, C_2)과 속한 면의 평균점(A)으로 다음과 같이 계산된다.

$$F = \frac{1}{4} (C_1 + C_2 + 2A)$$

위의 그림에서 원숫자 ⑥의 경우는 다음과 같다.

$$C_1 = \frac{1}{8} \{ (2) + (3) + (5) + (6) + (11) + (12) + (14) + (15) \}$$

$$C_2 = \frac{1}{8} \{ (5) + (6) + (8) + (9) + (14) + (15) + (17) + (18) \}$$

$$A = \frac{1}{4} \{ (5) + (6) + (14) + (15) \}$$

A.3 모서리점

모서리점은 이 점이 속한 모서리를 공유하는 4개의 격자의 체심점의 평균값(C_{avg})과 이 점이 속한 모서리를 공유하는 4개의 면심점의 평균값(A_{avg})과 이 점이 속한 모서리의 평균값(M)을 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$E = \frac{1}{4} (C_{avg} + A_{avg} + M)$$

위의 그림에서 원숫자 ②의 경우는 다음과 같다.

$$C_{avg} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} [4 \times \{ (14) + (15) \} + 2 \times \{ (5) + (6) + (11) + (12) + (14) + (15) + (17) + (18) \} + \{ (2) + (3) + (8) + (9) + (20) + (21) + (26) + (27) \}]$$

A.4 꼭지점

꼭지점은 이 점을 공유하는 8개의 격자의 체심점의 평균값(C_{avg})과 이 점을 공유하는 8개의 면심점의 평

평균값(A_{avg})과 이 점을 공유하는 6개의 모서리점의 평균값(M_{avg})과 자체점(P)을 이 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$V = \frac{1}{8}(C_{avg} + 3 \times A_{avg} + 3 \times M_{avg} + P)$$

위의 그림에서 원숫자 ①의 경우는 다음과 같다.

$$C_{avg} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} [8 \times \{(14)\} + 4 \times \{(5) + (11) + (13) + (15) + (17) + (23)\} + 2 \times \{(2) + (4) + (6) + (8) + (10) + (12) + (16) + (18) + (20) + (22) + (24) + (26)\} + \{(1) + (3) + (7) + (9) + (19) + (21) + (25) + (27)\}]$$

$$A_{avg} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} [8 \times \{(14)\} + 4 \times \{(5) + (23)\} + 2 \times \{(11) + (13) + (15) + (17)\} + \{(2) + (4) + (6) + (8) + (20) + (22) + (24) + (26)\}]$$

$$M_{avg} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} [6 \times \{(14)\} + \{(5) + (11) + (13) + (15) + (17) + (23)\}]$$

$$P = (14)$$



김 성 환

1986년 2월 서울대학교 기계설계학과 학사
 1988년 2월 서울대학교 기계설계학과 석사
 1994년 2월 서울대학교 기계설계학과 박사
 1997년 3월 ~ 현재 서울산업대학교 기계설계자동화공학과 교수
 관심분야: Geometric modeling, Surface Modeling, Virtual design & manufacturing



송 성 재

1986년 2월 서울대학교 기계설계학과 학사
 1988년 2월 서울대학교 기계설계학과 석사
 1994년 2월 서울대학교 기계설계학과 박사
 1994년 3월~현재 원주대학 자동차기계과 교수
 관심분야: Biomechanics, Surface modeling, Kinematics