

# 설계자를 위한 해석입문

## 제4회: 고유치 해석의 경계조건

박철훈 \_ 민승재 \_ 한양대학교 기계공학부 \_ scungjae@hanyang.ac.kr

지난 회에서는 강도해석의 경계조건(구속조건)에 대하여 살펴보았다. 이번 회에서는 강도해석과 마찬가지로 중요한 고유치 해석의 경계조건에 대하여 알아본다. 고유치 해석은 진동해석의 일종으로 설계구조물의 고유주파수를 구하는 해석<sup>1)</sup>을 말하며, 주로 기계파손에 영향을 미치는 공진문제를 해결하는 수단으로 사용한다. 다음은 평판의 고유치 해석을 예로 경계조건 및 메쉬 분할의 특징을 살펴 보면서 공진문제를 해결하는 방법에 관하여 설명한다.

공진문제를 해결하기 위해서는 우선 설계구조물의 진동특성을 살펴볼 필요가 있다. 고유주파수로 공진할 경우에 어떠한 진동모드(변형상태)가 나타나는가는 설계구조물의 형상에 의하여 결정된다. 따라서 모달실험<sup>2)</sup>에서는 자유 경계조건 하에서 가진실험에 의해 진동특성을 살펴본다. 자유 경계조건은 설계구조물을 가능

한 구속하지 않은 상태에 놓고 실험하는 것이다. 이에 해당하는 것을 고유치 해석으로 재현하기 위해서는 실험과 동일한 상황을 경계조건으로 설정하는 것으로 아무런 구속조건도 설정할 필요가 없다. 그러나 고유주파수는 설계구조물의 질량에 영향을 받으므로 재료를 정의하는 과정에서 질량을 입력할 필요가 있다. 이 점은 강도해석과 다르기 때문에 주의가 필요하다. 그림 1은 직방체 평판에 있어서 자유 경계조건의 고유치 해석을 수행한 결과를 나타낸 것으로 저주파 수로부터 1차 굽힘, 1차 뒤틀림, 2차 뒤틀림, 2차 굽힘 등 여러가지 진동모드가 발생한다<sup>3)</sup>. 메쉬 분할에 관하여 설명한 지난 회에서 언급한 바와 같이 고유치 해석에는 전체 강성이나 질량을 표현할 수 있을 정도의 조밀하지 않은 메쉬크기로도 충분히 정확한 고유주파수를 계산할 수 있다. 특히 비교적 낮은 주파수 대역

<sup>1)</sup> 진동해석에는 구조물의 고유주파수를 구하는 고유치 해석이외에 구조물에 특정 진폭의 진동파형을 가진하여 그 응답을 구하는 주파수응답해석이 있다. 여기서는 설계자를 대상으로 하므로 비교적 간단한 고유치 해석을 다룬다.  
<sup>2)</sup> 망치로 가진한 진동이 구조물을 어떻게 통과하는가를 구조물에 부착된 진동센서로 측정하는 방법. 상당히 단시간에 망치로 가진하는 경우 전체 주파수 대역에서 일정한 진폭의 입력이 구조물에 가해지므로 이 입력에 대한 응답을 진동센서로 계속함으로써 구조물의 고유주파수를 측정할 수 있다.  
<sup>3)</sup> 예를 들어 부드러운 매트위에 놓거나 공중에 걸어놓고 실험한다.  
<sup>4)</sup> 헬릭스인 경우 6개의 강체모드(변형과 무관한 모드), 솔리드요소인 경우 3개의 강체모드가 발생하므로 이러한 강체모드를 제외하고 결과를 살펴보아야 한다. 강체모드가 자동적으로 제외되거나 자동적으로 제외되도록 설정이 가능한 소프트웨어도 있지만 해석전문가와 확인하는 것이 좋다.

에서 나타나는 1차 굽힘, 1차 뒤틀림 등의 고유주파수는 상당히 정확하게 구할 수 있다. 이 점에 있어서는 국소응력을 구하는 것이 중요한 강도해석에서 설명한 것과 같은 미세한 배쉬 분할 등에 그다지 신경쓰지 않아도 계산할 수 있는 해석방법인 것이다. 그러나 상당히 고주파수 대역까지 정확히 계산하려고 한다면 배쉬의 크기나 강성계산을 위한 모델링 등을 충분히 고려할 필요가 있다. 공진문제의 대책을 강구할 때에는 고유주파수의 값뿐만 아니라 그 진동모드도 함께 생각하는 것이 중요하다. 문제가 되는 주파수에서 발생하는 진동모드를 보고 그 변형을 방지하도록 보강하면 문제를 해결할 수 있다.

설계구조물이 갖고 있는 고유진동수는 무한 개 있으므로 설계구조물에 큰 영향을 미칠 수 있을 정도의 진폭을 갖는 진동이 어느 주파수 대역인지를 파악하여 가능한 설계구조물이 공진하지 않도록 설계하는 것이 중요하다. 예를 들어 자동차 엔진의 소음문제를 생각해 보자. 엔진에는 실린더 내에 있어서 연료의 폭발이나 피스톤의 상하운동 등에 의해 엔진의 회전수에 비례한 진동기동력이 발생한다. 따라서 실린더 블록이나 실린더 헤드, 캠 커버 등의 부품이 갖는 고유주파수와 엔진의 회전수에 해당되는 주파수가 일치하면 이들 부품이 공진하기 때문에 소음이 발생하는 원인이 된다. 엔진부품은 자체적으로 공진하지 않도록 또는 공진하더라도 진동진폭이 작도록 설계해야 한다. 대책

으로는 우선 소음을 측정해서 문제가 되는 주파수를 결정하고 모달해석 등으로 그 주파수에 대한 진동모드를 명확히 파악한 후, 고유치 해석에 의해 진동모드를 해결하는 수단을 검토하는 것이 가장 일반적인 방법이다.

문제가 되는 진동모드를 명확히 했다면 고유주파수와 강성 및 질량과의 관계를 통하여 그 대책을 알아보자. 고유주파수는 기본적으로 설계구조물의 강성을 질량으로 나눈 값의 제곱근에 비례한다. 따라서 강성이 클수록 고유주파수는 커지고 질량이 클수록 고유주파수는 작아진다. 그렇다면 문제가 되는 진동모드의 주파수를 크게 또는 적게 조정하고 싶은 경우에는 어떻게 하는 것이 좋은가. 그 수단으로 강성을 변화시키는 것과 질량을 변화시키는 두가지 방법이 있는 것은 쉽게 생각할 수 있을 것이다. 질량을 변화시키는 방법에는 크기를 변경하거나 밀도가 다른 재질로 변경시킬 필요가 있으나, 이 방법은 배치공간이나 비용관계상 간단히 채택할 수 없는 경우가 많다. 따라서 일반적으로는 강성을 변경시키는 방법 특히 강성을 크게 하여 고유주파수를 제어하게 된다. 강성을 낮게 하는 것으로도 고유주파수를 제어할 수 있지만 기계구조물의 강도를 고려한다면 강성을 낮추는 것은 상당히 어렵기 때문이다.

구체적으로 그림 1에서 해석한 평판에 대하여 강성을 높이는 방법을 생각해 보자. 진동모드의 변형상태



그림 1. 자유단 평판의 고유치 해석 결과: 저차 주파수로부터 1차 굽힘, 1차 뒤틀림, 2차 뒤틀림, 2차 굽힘과 같은 순서로 진동모드가 발생한다.

를 보고 그 변형이 일어나기 어려운 방향으로 보조부재를 추가하면 효과적이다. 예를 들어 평판에 동일한 장방향 단면으로 동일한 질량의 리브를 추가하는 경우, 그림 2와 같이 단면의 길이방향이 평판과 수직하게 배치하는 경우(종방향 리브)와 수평하게 배치하는 경우(횡방향 리브)의 고유주파수와 진동모드는 각각 그림 3(a), (b)와 같다. 동일한 질량의 리브를 배치했음에도 그 배치방향에 따라서 진동모드가 발생하는 주파수에는 차이가 발생함을 알 수 있다. 전체적으로 리브가 없는 경우보다는 동일 모드번호에서의 주파수가 증가되었지만 종방향 리브와 횡방향 리브의 경우 주파수가 달랐다. 종방향 리브의 경우에는 최저 첫번째 주파수에서 1차 뒤틀림의 진동모드가 나타났고 2번째로 1차 굽힘의 진동모드가 되었다. 이에 반해 횡방향 리브에서는 최저 첫번째 주파수에서 1차 굽힘, 2번째가 1차 뒤틀림의 진동모드가 되었다. 이러한 차이가 발생하는 이유는 그림 4와 같이 재료역학의 단면 2차 모멘트를 생각하면 알 수 있다. 세로방향의 길이가 가

로방향의 길이보다 강성에 기여하는 역할이 크기 때문에 동일한 질량의 보강재라도 그 보강방향을 올바르게 생각하지 않으면 효과가 커지거나 작아지거나 한

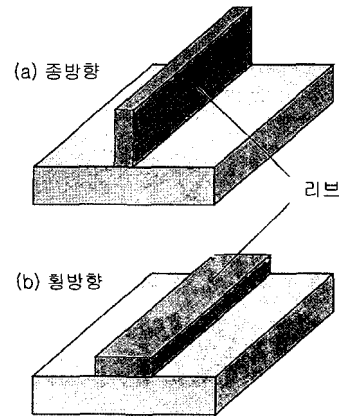


그림 2. 리브의 추가: 동일 체적의 리브라도 평판의 법선방향으로 긴 형상(종방향 리브)과 평판과 평행하게 긴 형상(횡방향 리브)를 생각할 수 있다.

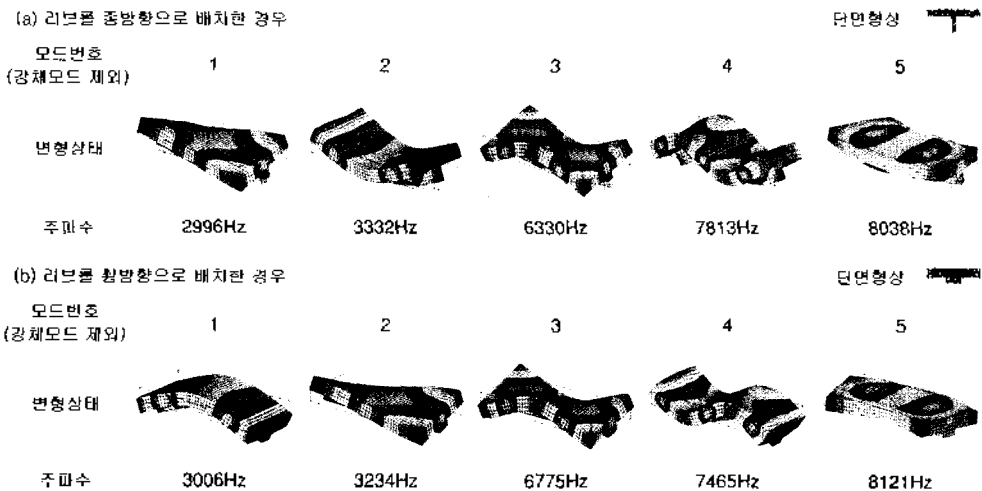


그림 3. 리브를 추가한 경우의 고유치 해석 결과: 리브의 배치방향에 따라서 각 진동모드가 나타나는 주파수가 달라진다. (a) 종방향으로 배치한 경우는 주로 굽힘모드의 주파수가 높아진다. (b) 횡방향으로 배치한 경우는 주로 뒤틀림모드의 주파수가 높아진다.

다. 이것은 직감으로도 알 수 있으나 고유치 해석의 결과로부터도 자명함을 알 수 있다. 그림 1 및 그림 3의 해석결과를 한번 더 살펴보자. 리브가 없는 평판에서는 2544Hz에서 1차 굽힘, 2958Hz에서 1차 뒤틀림, 6277Hz에서 2차 뒤틀림, 6634Hz에서 2차 굽힘의 진동모드가 나타나고 있다. 종방향 리브에서는 1차 굽힘

이 3332Hz, 2차 굽힘이 7813Hz로 진동수가 대폭 높아졌으나, 1차 뒤틀림은 2996Hz로 큰 변화없이 2차 뒤틀림에서는 6330Hz로 진동수가 낮아졌다. 한편 횡방향 리브에서는 1차 뒤틀림 및 2차 뒤틀림 진동모드의 주파수가 크게 높아졌다. 즉, 종방향 리브는 굽힘 진동모드에 대하여 효과가 크고, 횡방향 리브는 뒤틀림 진동모드에 대하여 효과가 크다. 그 결과 종방향 리브와 횡방향 리브에서 진동모드가 나타나는 순서가 바뀌어서 나타나게 되었다. 세로방향 길이를 증가시킴으로써 고유주파수가 상승된다는 사실을 이용하면 그림 1에서 보조부재 없이 평판의 두께를 두껍게 해도 고유주파수는 높아진다. 이 방법을 간단히 고유주파수와 강성을 증가시킬 수 있지만 부재의 사용량도 증가하게 된다. 어떻게 보강하면 가장 효과적인가는 시행착오를 통해 알 수 있다.

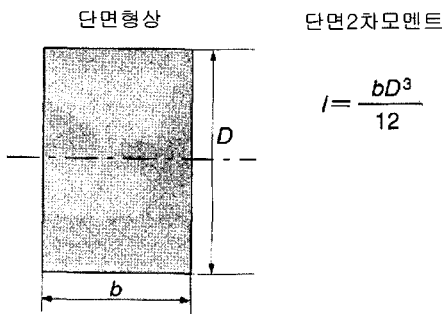


그림 4. 단면형상과 중립축에 대한 단면 2차 모멘트: 세로방향 길이(D)가 가로방향 길이(b)보다 중립축 강성에 더 큰 영향을 준다.

지금까지 다룬 고유치 해석 사례에서는 설계구조물이 갖고 있는 고유의 진동특성을 살펴보는 것을 목적으로 했으므로 구속조건을 아무것도 설정하지 않았다.

		양단고정				
		1	2	3	4	5
리브 방향	변형상태					
	주파수	2553Hz	3841Hz	6479Hz	6545Hz	8352Hz
중립 방향 리브	변형상태					
	주파수	3109Hz	3841Hz	6213Hz	7395Hz	8318Hz
중립 방향 리브	변형상태					
	주파수	2924Hz	4041Hz	6333Hz	7201Hz	8659Hz

그림 5. 양단을 고정한 경우의 고유치 해석 결과: 평판의 양단을 고정하면 강성이 커져서 고유주파수는 상승한다.

그러나 제품을 구성하는 부품 등 실제 설계구조물에서는 주위 부품으로부터 어떠한 형태로든 구속을 받게 되어 있다. 구속한다고 하는 것은 설계구조물에 있어서 자신의 움직임은 억제시키는 것으로 강성이 크게 되어 고유주파수는 상승하게 된다. 그러면 실제로 구속조건을 설정한 경우에 고유치 해석 결과가 어떻게 되는지 살펴보자. 그림 1 및 그림 3의 해석모델을 사용하여 그림 5와 같이 양단을 고정하였다. 이 결과에서도 굽힘에 대해서는 종방향 리브가 뒤틀림에 대해서는 횡방향 리브가 강성 향상에 크게 기여하고 있는 것을 알 수 있다. 3번째 진동모드에서는 리브가 없는 경우가 가장 높은 고유주파수가 되었지만 이것은 리브 추가에 따른 강성향상보다도 질량증가의 영향이 컸기 때문으로 생각된다. 여기서 알아둘 것은 변형상태에 다소 차이는 있지만 자유 경계조건인 고유치 해석의 결과로 나타난 굽힘이나 뒤틀림 진동모드가 동일하게 나타난다는 사실이다. 따라서 그림 5와 같이

양단을 고정한 평판에 대한 대책을 고려할 경우 자유 경계조건인 고유치 해석에서 고려한 대책을 동일한 형태로 채택할 수 있다. 즉 구속조건인 유무에 관계없이 설계구조물의 진동특성을 알 수 있다. 요컨대 진동모드를 살펴보고 대책을 강구하는 점에 있어서는 구속조건을 설정하지 않은 자유 경계조건인 고유치 해석으로도 해결이 가능하지만 공진문제가 발생하는 주파수에서의 진동모드는 구속조건을 설정한 해석모델을 사용하지 않으면 분명하게 파악할 수 없다.



본 기사는 한양대학교 기계공학부 민승재 편집위원이 NIKKEI MONOZUKURI 2006년 4월호 연재기사에서 발췌하였으며, 출판사인 Nikkei Business Publications, Inc.의 연락처는 다음과 같다.

Fax: +81-3-5210-8122

URL: <http://techon.nikkeibp.co.jp/Monozukuri>