

롤러 베어링의 동역학 해석을 위한 접촉 모델링 기법의 검증

정은교¹⁾ · 최진환¹⁾ · 임성수¹⁾ · 류한식²⁾

경희대학교¹⁾ · 삼성탈레스²⁾

Validation of Contact Modeling Technique for Dynamic Analysis of Roller Bearing System

Eunkyo Jung^{*1)} · Jinhwan Choi¹⁾ · Sungsoo Rhim¹⁾ · Hansik Ryu²⁾

¹⁾Department of Mechanical Engineering, KyungHee University, Gyeonggi 449-701, Korea

²⁾San14-1 Nongseo-dong, Giheung-gu, Yongin-si, Gyeonggi 446-712, Korea

(Received 5 December 2006 / Accepted 26 February 2007)

Abstract : In this paper, an analytical model is developed to describe the dynamic characteristics of a roller bearing. In order to obtain accurate dynamic response of roller bearing, each roller is modeled as a rigid body, which has radial and axial movement and rotational constraints. Beam element between outer race segments is used to consider flexibility of outer race. Beam deflection is calculated from beam forces and used for contact between roller and outer race. The efficient contact search kinematics and algorithms in the context of the compliance contact model are implemented to detect the interactions between roller and race for the sake of speedy and robust solutions. The numerical results are validated with another analysis results which are calculated using waviness condition. Increasing rollers, dynamic responses are compared with each other. In order to confirm dynamic behavior and nonlinear characteristic of roller bearing, Poincare map is used.

Key words : Roller bearing(롤러 베어링), Flexibility(유연성), Roller passage frequency(롤러 통과 주파수), Compliance contact model(컴플라이언스 접촉 모델)

1. 서론

롤러베어링은 축의 지지와 회전운동을 원활하게 하는 요소로서 롤러와 레이스가 선 접촉되어, 레이디얼 하중의 부하능력이 크게 작용되어지는 메커니즘에서 사용되어진다. 따라서 롤러베어링은 큰 부하가 걸리는 고속 회전 시스템에서도^{1,4,5)} 자주 이용되어진다. 그러나 최근의 회전시스템에서 더 빠른 회전속도, 더 가벼운 중량, 더 높은 내구성이 필요해짐에 따라 롤러베어링에 의해 발생되어지는 소음과 진동 역시 더 큰 문제가 되고 있다.⁶⁾ 따라서 롤러베

어링 요소의 적합성을 명확하게 하기 판별하기 위해서는 롤러베어링이 얼마나 성능발휘를 할 수 있는지, 또는 극도의 동작상황에서 전체시스템에 어떠한 영향을 주는지에 대한 확실한 이해가 필요하게 되었다. 그러나 롤러베어링의 폭 넓은 사용에도 불구하고 전체시스템 관점에서의 롤러베어링에 관한 연구는 많지 않은 실정이다. 또한, 그 연구기법들 중의 대부분은 롤러베어링 그 자체만을 해석하는데 그치고 있다. 이러한 연구기법들은 전체시스템에서 롤러베어링을 영향을 연구하는데 많은 제약사항을 가지게 되는데, 그 이유는 내측레이스, 외측레이스 그리고 롤러와 같은 요소들의 표면파형

*Corresponding author, E-mail: eunkyo@functionbay.co.kr

(waviness)^{1,2)}이 해석 전에 경계조건인 형태로 주어지기 때문이다.

본 논문의 목적은 고속으로 회전하는 시스템에서 롤러베어링의 특성이 반영되도록 롤러베어링을 모델링 하는 기법제시와 검증에 있다.^{7,8)} 제안되어진 모델링 기법은 푸앵카레 맵(Poincare maps)을 이용하여 비선형특성을 확인 하였으며, FFT해석을 통하여 기존의 표면파형 경계조건을 이용한 해석결과¹⁾와 비교검증 하였다.

2. 롤러 베어링 모델

Fig 1에서 보여지듯이 3차원 롤러베어링은 내측 레이스(inner race), 케이지(cage), 롤러(roller), 외측 레이스(outer race)로 이루어져 있다. 본 논문에서는 외측레이스는 유연성(flexibility)을 고려하기 위하여 연속적인 분절(segment)들로 모델링 하였으며 각각의 분절들은 보 요소(Beam element)들로 연결되어진다. 내측레이스는 축과 고정시켰으며 롤러베어링의 외측레이스는 하우징 강체(housing body)와 surface 접촉 요소에 의해 지지되어진다. 축이 회전함에 따라, 케이지와 롤러의 회전은 기구학적 관계로부터 결정 되어질 수 있으며 본 연구에서는 회전 구속운동(rotational constraint motion)으로 묘사되어졌다. 또한, 반경방향과 축 방향으로 롤러의 자유도를 주기 위하여 dummy 강체가 이용되어졌으며 롤러들은 내측과 외측 레이스와 접촉되어질 수 있다. Fig. 2는 본 모델에서 사용되어지는 강체들 사이의 연결요소를 보여주고 있다.

2.1 케이지와 롤러의 회전운동

축이 회전함에 따라, 케이지와 롤러는 각각 다음

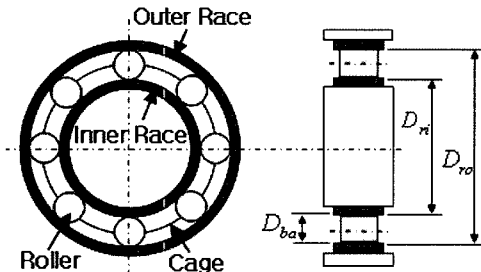


Fig. 1 Roller bearing model

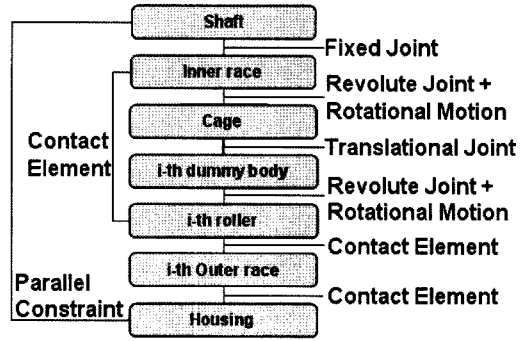


Fig. 2 Connection diagram of geometric entities

과 같은 기구학적 관계를 가지고 회전하게 된다.

$$(1 - \xi_i) \frac{D_{ri}}{2} (\theta_s - \theta_o) = \frac{D_{ba}}{2} \theta_{ba} \quad (1)$$

$$(1 - \xi_0) \frac{D_{ro}}{2} \theta_o = \frac{D_{ba}}{2} \theta_{ba} \quad (2)$$

여기서,

θ_s : 축의 회전각

θ_{ba} : 롤러의 자체 회전각

θ_o : 케이지의 회전각

ξ_i : 롤러와 내측레이 사이의 미끄럼률

ξ_0 : 롤러와 외측레이스 사이의 미끄럼률

케이지와 롤러의 회전각은 위의 수식 (1)과 (2)로부터 다음과 같이 축 회전각의 함수로써 표현되어질 수 있다.

$$\theta_o = \frac{(1 - \xi_i) D_{ri}}{(1 - \xi_i) D_{ri} + (1 - \xi_0) D_{ro}} \theta_s \quad (3)$$

$$\theta_{ba} = \frac{D_{ro}}{D_{ba}} \left\{ \frac{(1 - \xi_i)(1 - \xi_0) D_{ri}}{(1 - \xi_i) D_{ri} + (1 - \xi_0) D_{ro}} \right\} \theta_s \quad (4)$$

3. 보 모델

3.1 외측레이스 사이의 보 모델

외측레이스는 Fig. 3에서 보여주듯이 n 개의 분절(segment)과 n 개의 보 요소(Beam element)로 구성되어 있다. 각각의 분절은 6자유도를 가지고 있으나, 여기서는 설명의 용이함을 위해 3자유도 문제로 단순화하여 설명되어질 것이다. Fig. 4는 분절 좌표계

$x'-y'$ 를 보여주고 있다. 보 요소 좌표계의 ξ 축은 분절 i 와 $i+1$ 을 연결하는 선상 위에 있다. Fig. 5와 같이 좌표계가 설정되었을 때, 요소 힘 벡타는 다음과 같이 보 요소 좌표계에 대하여 정의되어질 수 있다.

$$\mathbf{R}'_i = [RX'_i \quad RY'_i \quad RN'_i]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{Q}'_{i+1} = [QX'_{i+1} \quad QY'_{i+1} \quad QN'_{i+1}]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{S}_i = [\mathbf{R}'_i \quad \mathbf{Q}'_{i+1}]^T \quad (7)$$

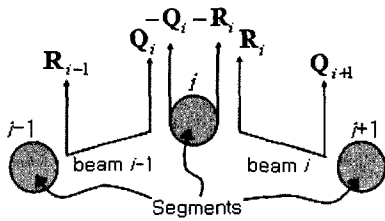
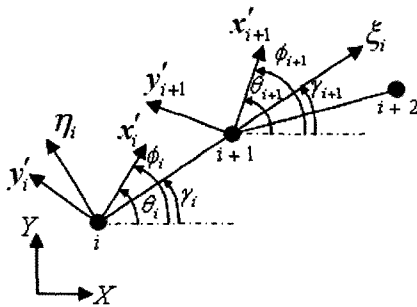


Fig. 3 Mathematical model of outer race



$X-Y$: Inertial Coordinate System
 $x'-y'$: Segment Coordinate System
 $\xi-\eta$: Beam Element Coordinate System

Fig. 4 Angular displacement

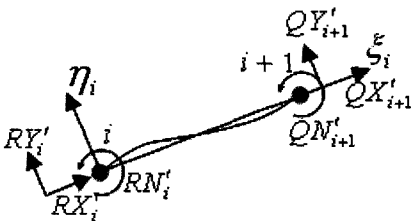


Fig. 5 Beam element forces on basis of the beam element angular displacement i -th coordinate system

또한, 변형벡타(deformation vector)는 다음과 같이 정의되어 질 수 있으며

$$\delta_i = [u_i \quad v_i \quad \phi_i]^T \quad (8)$$

$$\epsilon_i = [\delta_i^T \quad \delta_{i+1}^T]^T \quad (9)$$

보의 힘은 아래와 같이 계산되어 진다.

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{K}_i \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

여기서,

\mathbf{K}_i : i 보 요소의 강성 행렬(stiffness matrix)

\mathbf{S}_i : i 보 요소의 힘(element force) 벡타

ϵ_i : i 보 요소의 분절 변위(displacement) 벡타

강성행렬(stiffness matrix) \mathbf{K}_i 는 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_i = \frac{E}{l^3} \begin{bmatrix} Al^2 & & & & & \\ 0 & 12I_z & & & & \\ & 0 & 6I_z l & 4I_z l^2 & & \\ & -Al^2 & 0 & 0 & Al^2 & \\ 0 & -12I_z & -6I_z l & 0 & 12I_z & \\ 0 & 6I_z l & 2I_z l^2 & 0 & -6I_z l & 4I_z l^2 \end{bmatrix} \quad \text{symmetry} \quad (11)$$

여기서,

E : Young's elastic modulus

A : Cross sectional area

I_z : Moment of inertia of cross section

l : Length of a beam element

보 요소 좌표계의 ξ 축이 분절 i 와 $i+1$ 을 연결하는 선상 위에 정의되었기 때문에 분절 변위 벡타 ϵ_i , 즉, δ_i and δ_{i+1} 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta_i = [0 \quad 0 \quad \theta_i - \gamma_i]^T \quad (12)$$

$$\delta_{i+1} = [l_i - l_{oi} \quad 0 \quad \theta_{i+1} - \gamma_i]^T \quad (13)$$

여기서,

l_i : length of the i -th beam element

l_{oi} : free length of the i -th beam element

그러므로, 보 요소 힘 \mathbf{R}'_i 와 \mathbf{Q}'_{i+1} 는 수식 (10)으로부터 계산되어진다.

3.2 보의 처짐

보의 처짐형상을 구하기 위하여 굽힘 모멘트 (bending moment) RN'_i 와 QN'_{i+1} 가 이용된다. 힘 벡터에서 나머지 항목의 영향은 매우 작기 때문에 여기서 고려되어지지 않는다. 처짐 곡선(deflection curve)은 아래의 미분방정식으로부터 구해질 수 있다.

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{M_\beta}{EI} \quad (14)$$

여기서, M_β 는 위치 β 에서의 모멘트이다.

Fig. 6의 free body diagram 으로부터,

$$M_\beta + RN'_i - (RN'_i + QN'_{i+1})\beta / L = 0 \quad (15)$$

$$M_\beta = -RN'_i + (RN'_i + QN'_{i+1})\beta / L \quad (16)$$

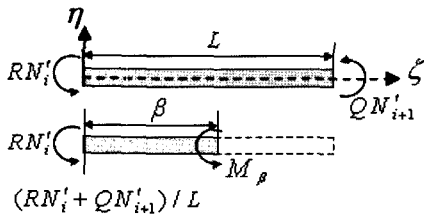


Fig. 6 Free -body diagram of beam and segment beam

위치 β 에서 처짐 곡선 v_i 는 수식 (14)와 (16) 으로부터 계산되어질 수 있다.

$$v_i = \frac{1}{6EL_i} \{ (RN'_i + QN'_{i+1})\beta_i^3 - 3RN'_iL_i\beta_i^2 + (2RN'_i - QN'_{i+1})L_i^2\beta_i \} \quad (17)$$

이렇게 계산된 처짐은 롤러와 외측레이스사이의 접촉을 판별하기 위하여 사용된다.

4. 롤러 접촉

롤러는 내측레이스와 외측레이스와 접촉되어질 수 있다. 외측레이스와외의 접촉기법이 여기서 설명되어진다. Fig. 7은 접촉 알고리즘의 흐름선도(flow chart)를 보여주고 있다. 먼저, 롤러의 위치로부터 대응되는 보 요소를 찾고 접촉평면(contact plane)은

Flow Chart of Contact algorithm

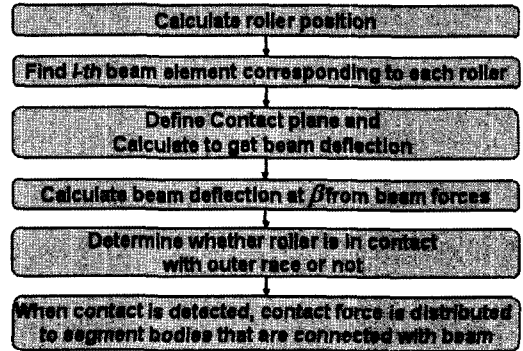


Fig. 7 Flow chart of contact algorithm

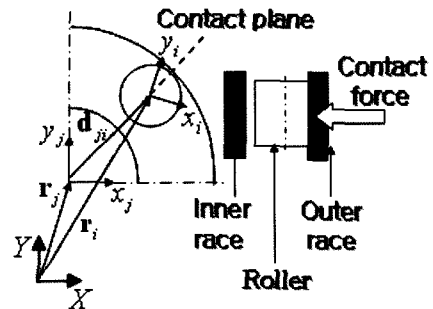


Fig. 8 Contact plane

Fig. 8에서 보여지듯이 롤러의 위치와 하우징 중심 으로부터 정의되어 질 수 있다. 보이론에 의해 롤러의 위치에서 보의 처짐은 보의 연속적인 변형 형상 (deformation shape) 으로부터 얻어질 수 있으며 이 처짐을 이용하여 외측레이스에 해당하는 접촉 선의 중심을 계산할 수 있다. 즉, 접촉평면에서 롤러의 원과 외측레이스의 접촉 선이 정의 되어 지는 것이다. 그러면, 접촉 선과 롤러의 원이 접촉되는지 접촉되지 않는지를 판별하는 알고리즘이 수행되어질 수 있으며, 접촉이 발견된다면 접촉 위치에서 접촉력이 발생되어진다. 접촉력은 롤러에 작용되어지며 외측레이스의 분절 강체에 대해서는 2개의 힘으로 분산되어 작용하게 된다.

4.1 접촉조사

롤러와 외측레이스사이의 접촉 조건은 다음과 같이 결정되어질 수 있다. 좌표계 $X_iY_iZ_i$ 와 $X_jY_jZ_j$ 는 각각 롤러와 하우징 강체에 Fig. 8과 같이 부착되어

진다. 하우징 강체의 중심에 대하여 롤러 중심의 위치 벡타는 관성좌표계(inertial reference frame)에서 다음과 같이 정의되어질 수 있다.

$$\mathbf{d}_{ji} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j \quad (18)$$

하우징 좌표계에 대한 벡타 \mathbf{d}_{ji} 의 성분은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{d}'_{ji} = \mathbf{A}_j^T \mathbf{d}_{ji} = [d'_{ji_x} \quad d'_{ji_y} \quad d'_{ji_z}]^T \quad (19)$$

$$l = \sqrt{(d'_{ji_x})^2 + (d'_{ji_y})^2} \quad (20)$$

하우징 강체의 좌표계에 대한 접촉평면 위의 분절(segment) 접촉선(contact line) 좌표계는 하우징 강체에서 Fig. 9에서 보여주듯이 정의된다.

$$\mathbf{D}_j = [\mathbf{f}' \quad \mathbf{g}' \quad \mathbf{h}'] \quad (21)$$

여기서

$$\mathbf{f}' = [d'_{ji_x}/l \quad d'_{ji_y}/l \quad 0]^T \quad (22)$$

$$\mathbf{g}' = [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (23)$$

$$\mathbf{h}' = \mathbf{f}' \times \mathbf{g}' \quad (24)$$

그리고, 분절 접촉선의 위치는 외측레이스의 내측반경과 보의 처짐으로부터 계산되어질 수 있다.

$$s'_j = (R_{j1} + v) \mathbf{f}' \quad (25)$$

여기서, R_{j1} 은 하우징 중심으로부터 외측 레이스 내측면까지의 반경이다.

외측레이스의 접촉선에 대한 롤러 중심의 위치 벡타는 하우징 강체 좌표계에서 다음과 같다.

$$\mathbf{k}' = \mathbf{d}'_{ji} - \mathbf{s}'_j \quad (26)$$

좌표계 \mathbf{D}_j 에 대한 벡타 \mathbf{k}' 의 성분은 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{k}'' = \mathbf{D}_j^T \mathbf{k}' = [k''_x \quad k''_y \quad k''_z]^T \quad (27)$$

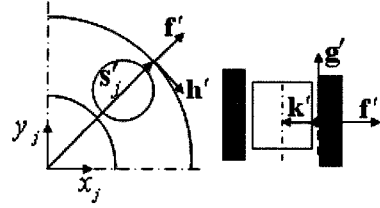


Fig. 9 Contact line coordinate system

롤러와 외측레이스 사이의 접촉 조건 중 하나는 다음과 같다.

$$\sqrt{(k''_x)^2 + (k''_y)^2} < R_i \quad (28)$$

여기서, R_i 은 롤러의 반경이다.

롤러가 외측레이스와 접촉한다면 접촉량 δ 은 다음과 같다.

$$\delta = R_i - \sqrt{(k''_x)^2 + (k''_y)^2} \quad (29)$$

4.2 접촉력 모델

다물체 동역학 분야에서, 접촉 관계에 관한 동역학적 접근법 중 가장 보편적인 방법은 접촉 여부를 판단하고 접촉력이 발생된다면 접촉량과 접촉 속도를 이용하여 컴플라이언트 힘(compliant force)과 마찰력(friction force)을 계산하는 것이다. 이 컴플라이언트 접촉력 모델에서 접촉 수직 힘(normal force)은 다음의 식에서 정의되어진다.

$$f_n = k\delta^{m_1} + c \left| \frac{\dot{\delta}}{\delta} \right| \dot{\delta}^{m_2} \delta^{m_3} \quad (30)$$

여기서, δ 는 접촉량, $\dot{\delta}$ 은 접촉 속도이며 k 와 c 는 각각 스프링상수와 감쇠계수이다. 지수 m_1 과 m_2 는 접촉력의 비선형성을 나타내기 위하여 사용되며, 지수 m_3 는 과도한 감쇠력이 작용하는 것을 막기 위하여 사용되어진다. 또한, 마찰력은 다음의 식으로 결정되어진다.

$$f_f = \mu |f_n| \quad (31)$$

여기서, μ 는 마찰계수이고 부호는 접촉위치에서의 상대적 속도로부터 결정된다.

5. 수치결과

본 논문에서 제안된 기법을 적용하여 롤러 베어링 시스템을 해석해 보았으며, 수치결과의 검증을 위하여 롤러와 외측레이스 사이의 변형을 표면과형 경계조건으로 해석한 결과¹⁾와 비교 하였다. 롤러베어링의 시스템 특성과 상태를 예측하기 위하여 롤러 통과 주파수(Roller Passage Frequency : Rotational Velocity of Cage × Number of Rollers) 를 이용한 비선형 동적 응답을 찾아내었다. 비주기적 특성과 비선형 특성을 확인하기 위하여 FFT와 푸앵카레 맵의 형태로 수치결과를 얻었다. 수치적 예제 모델은 5,8,12 개의 롤러와 12개의 외측레이스 분절을 갖는다. 축은 속도 5000rpm 으로 구동 되어졌으며 롤러 베어링의 자세한 형상치수와 물리적 속성들은 Table 1과 같다.

롤러의 수가 5개인 경우의 푸앵카레 맵은 Fig. 10, Fig. 11과 같으며, 비주기적인 특성과 비선형특성이 현저히 나타남을 확인할 수 있다.

Table 1 Dimension and physical properties of roller bearing system

Number of rollers (Nb)	5/8/12
Number of outer race segments (Nor)	12
Inner raceway diameter	18.738 mm
Outer raceway diameter	28.262 mm
Roller radius	4.762 mm
Shaft radius	7.5 mm
Housing radius	16 mm
Bearing thickness	6.35 mm
Radial load	6 N
Damping factor	0.2 Ns/mm
Speed of rotor	5000 rpm

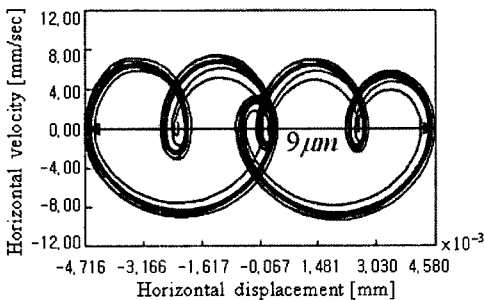


Fig. 10 Poincaré map of response for horizontal displacement of rotor (Nb=5)

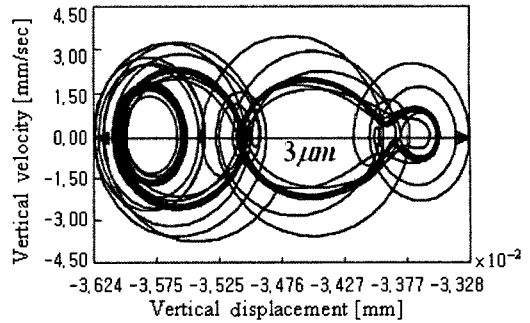


Fig. 11 Poincaré map of response for vertical displacement of rotor (Nb=5)

롤러 통과 주파수는 166.7Hz이며, 이는 Fig. 12, Fig. 14에서 확인할 수 있는 회전축의 Horizontal / Vertical displacement를 FFT해석한 결과와 일치함을 확인할 수 있다.

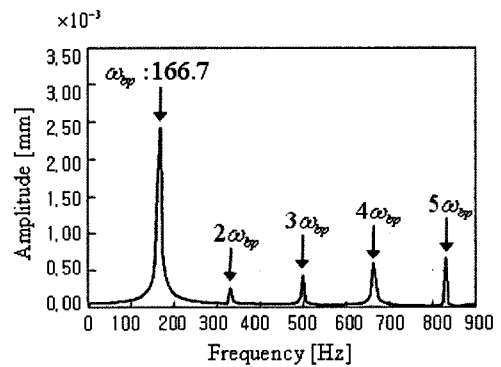


Fig. 12 FFT analysis of horizontal displacement response (Nb=5)

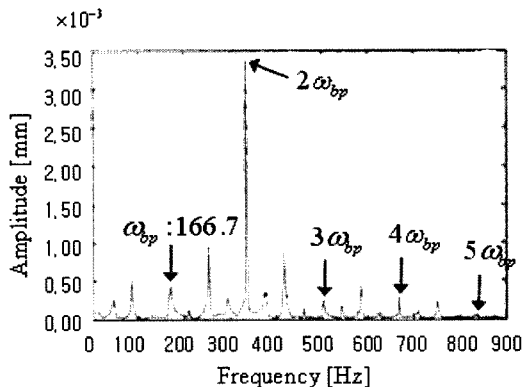


Fig. 13 FFT analysis of horizontal displacement response with waviness boundary condition (Nb=5)

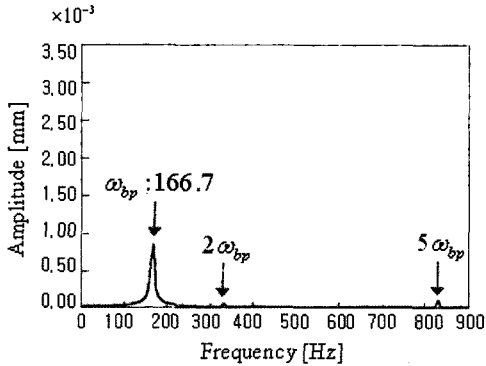


Fig. 14 FFT analysis of vertical displacement response (Nb=5)

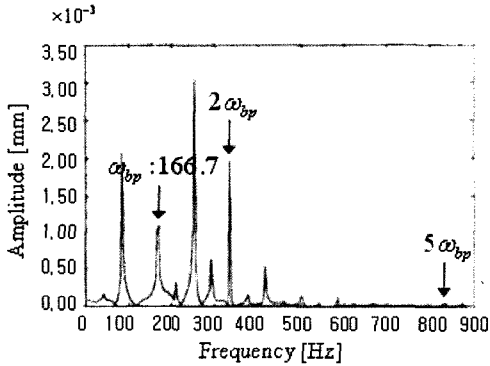


Fig. 15 FFT analysis of vertical displacement response with waviness boundary condition (Nb=5)

FFT해석결과는 표면파형 경계조건을 적용한 해석결과¹⁾인 Fig. 13, Fig. 15와 비교하였다. 유사한 주파수에서 진폭이 튀는 현상을 찾을 수 있으나, 전체적인 특성에서는 다소 차이를 보이고 있다.

롤러의 수가 8개인 경우의 푸앵카레 맵은 Fig. 16, Fig. 17과 같으며, 롤러베어링의 비주기적, 비선형적 특성이 롤러가 5개인 경우보다 감소함을 확인할 수 있다.³⁾ 롤러 통과 주파수는 266.7Hz이며, 이는 Fig. 18, Fig. 20에서의 FFT해석결과로 확인할 수 있다.

FFT해석결과는 표면파형 경계조건을 적용한 해석결과¹⁾인 Fig. 19, Fig. 21과 비교하였다. 거의 유사한 주파수에서 진폭이 튀는 현상을 찾을 수 있었다.

롤러의 수가 12개인 경우의 푸앵카레 맵은 Fig. 22, Fig. 23과 같으며, 롤러의 수가 늘어날수록 주기적이며 비선형적 특성이 감소함을 알 수 있다.³⁾ 롤러 통과 주파수는 400Hz이며 이 결과는 Fig. 24, Fig.

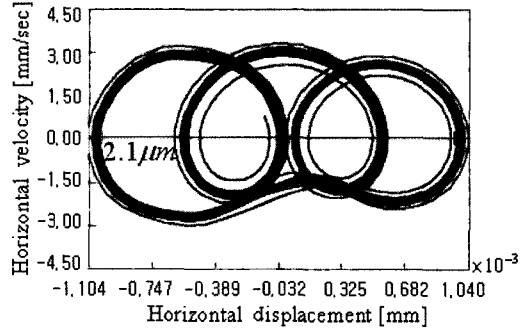


Fig. 16 Poincaré map of response for horizontal displacement of rotor (Nb=8)

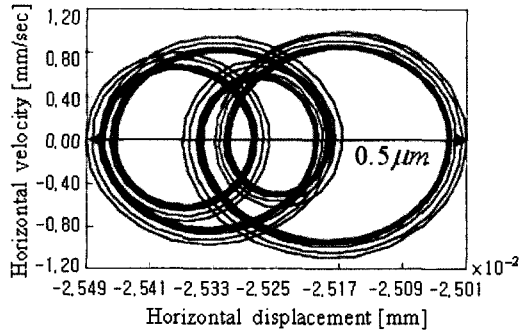


Fig. 17 Poincaré map of response for vertical displacement of rotor (Nb=8)

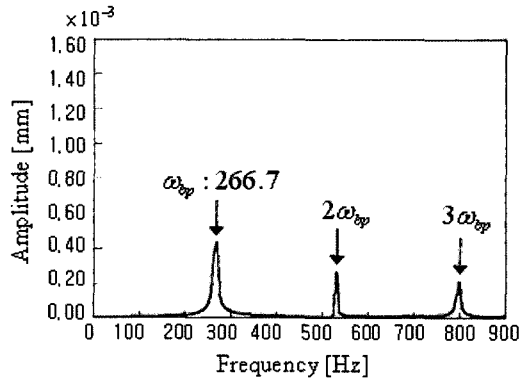


Fig. 18 FFT analysis of horizontal displacement response (Nb=8)

26의 FFT해석결과와 일치함을 확인할 수 있다.

FFT해석결과는 표면파형 경계조건을 적용한 해석결과¹⁾인 Fig. 25, Fig. 27과 비교하였으며, 거의 유사한 주파수에서 진폭이 튀는 현상이 나타남을 찾을 수 있었다.

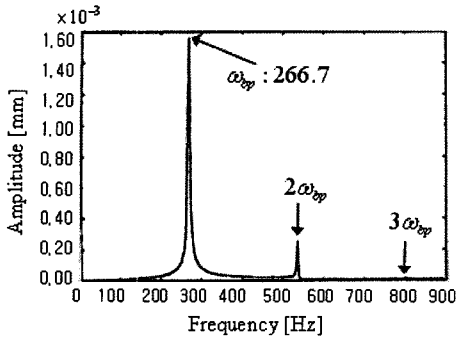


Fig. 19 FFT analysis of horizontal displacement response with waviness boundary condition (Nb=8)

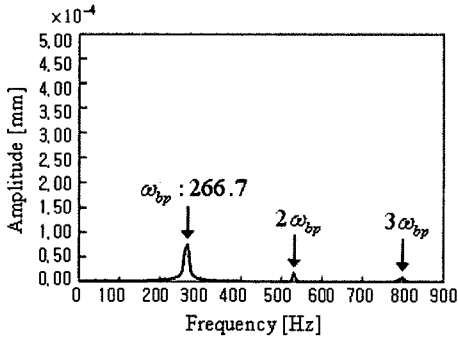


Fig. 20 FFT analysis of vertical displacement response (Nb=8)

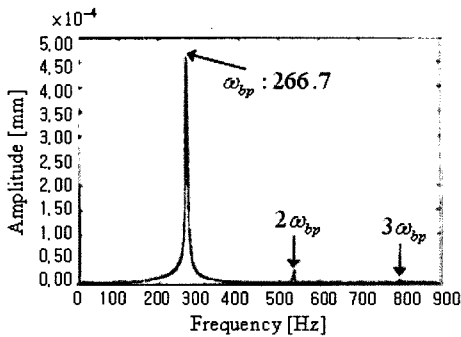


Fig. 21 FFT analysis of vertical displacement response with waviness boundary condition (Nb=8)

6. 결론

3차원 롤러베어링 모델이 제안되어졌다. 롤러베어링은 내측레이스, 케이징, 롤러, 그리고 외측레이스로 구성되어 있다. 외측레이스는 유연성을 고려하기 위하여 보요소를 갖는 일련의 분절로 모델링되어졌다. 롤러와 내측/외측 레이스 사이의 접촉 알고리즘이 제시되었으며, 롤러와 레이스 사이의 접

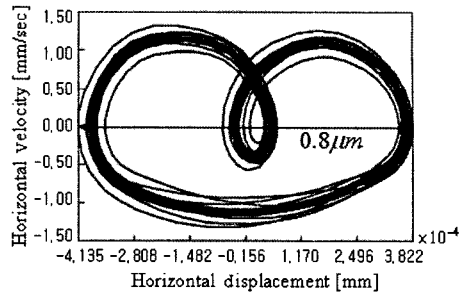


Fig. 22 Poincaré map of response for horizontal displacement of rotor (Nb=12)

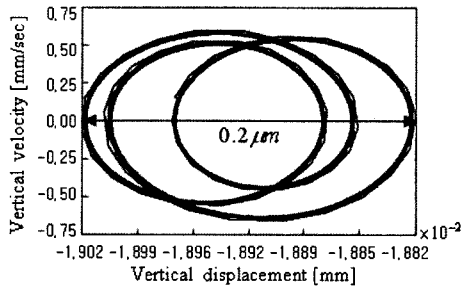


Fig. 23 Poincaré map of response for vertical displacement of rotor (Nb=12)

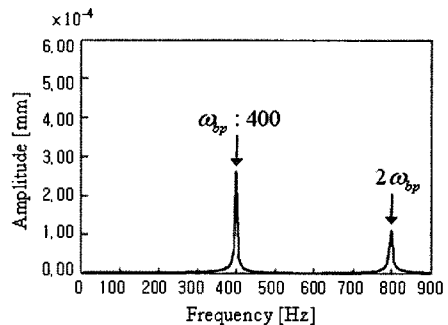


Fig. 24 FFT analysis of horizontal displacement response (Nb=12)

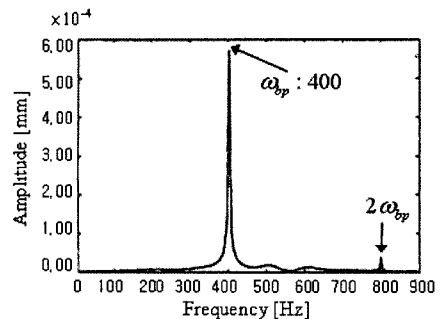


Fig. 25 FFT analysis of horizontal displacement response with waviness boundary condition (Nb=12)

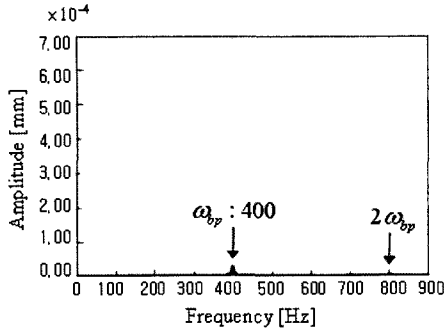


Fig. 26 FFT analysis of vertical displacement response (Nb=12)

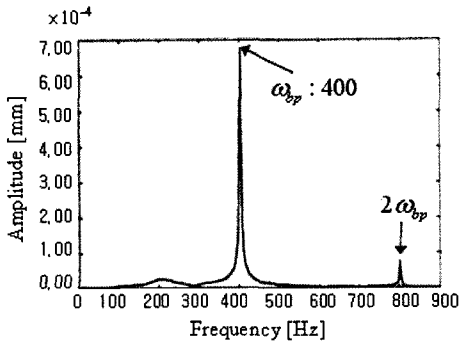


Fig. 27 FFT analysis of vertical displacement response with waviness boundary condition (Nb=12)

축력이 조사되어졌다. 롤러의 수를 증가시키며 푸앵카레 맵을 이용한 해석 결과, 롤러의 수가 늘어남에 따라 주기적인 특성에 가까워졌으며, 비선형성이 줄어드는 경향을 보였다. 회전축의 변위에 대하여 FFT 해석한 결과 롤러 통과 주파수와 일치하는 주파수에서 진폭이 튀는 현상을 얻을 수 있었다. FFT 해석결과의 검증을 위하여 표면파형 경계조건을 이용하여 해석한 결과¹⁾와 비교하였으며, 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 이와 같이 제안된 롤러베어링의 수치적 모델링 기법을 이용하여 롤러베어링이 다른 시스템과 연계하여 구동되어질 때 발생할 수 있는 문제들을 예측할 수 있으며 또한 보완할 수

있다. 또한 베어링 자체만의 해석이 아닌 전체시스템의 관점에서 롤러베어링이 전체시스템에 미치는 영향을 경계조건 없이 보다 쉽게 해석할 수 있게 되었다.

References

- 1) S. Harsha and P. Kankar, "Stability Analysis of a Rotor Bearing System due to Surface Waviness and number of Balls," International Journal of Mechanical Sciences, Vol.46, pp.1057-1081, 2004.
- 2) G. Jang and S. Jeong, "Vibration Analysis of a Rotating System due to the Effect of Ball Bearing Waviness," Journal of Sound and Vibration, ASME, Vol.269, pp.709-726, 2004.
- 3) N. Akturk, M. Uneeb and R. Gohar, "The Effect of Number of Balls and Preload on Vibrations Associated with Ball Bearings," Journal of Tribology, ASME, Vol.119, pp.747-753, 1997.
- 4) J. Yang and S. Chen, "Vibration Predictions and Verifications of Disk Drive Spindle System with Ball Bearings," Computers and Structures, Vol.80, pp.1409-1418, 2002.
- 5) G. Hagi and M. Gafitanu, "Dynamic Characteristics of High Speed Angular Contact Ball Bearings," WEAR, Vol.211, pp.22-29, 1997.
- 6) M. Tiwari and K. Gupta, "Effect of Radial Internal Clearance of a Ball Bearing on the Dynamics of a Balanced Horizontal Rotor," Journal of Sound and Vibration, Vol.238, pp.723-756, 2000.
- 7) S. Sugiyama and T. Otaki, "Mathematical Model for Brake Hose Layout," SAE 922123, 1992.
- 8) T. Harris, Rolling Bearing Analysis, 4th Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.