

# DPF의 PM 포집효율 예측을 위한 다양한 다공성 매질 유동장 모델 해석

정 승 채<sup>1)</sup> · 윤 응 섭<sup>\*2)</sup>

연세대학교 대학원 기계공학과<sup>1)</sup> · 연세대학교 기계공학과<sup>2)</sup>

## A Detailed Examination of Various Porous Media Flow Models for Collection Efficiency and Pressure Drop of Diesel Particulate Filter

Seung-chai Jung<sup>1)</sup> · Woong-sup Yoon<sup>\*2)</sup>

<sup>1)</sup>Graduate School, Department of Mechanical Engineering, Yonsei University, Seoul 120-749, Korea

<sup>2)</sup>Department of Mechanical Engineering, Yonsei University, Seoul 120-749, Korea

(Received 6 April 2006 / Accepted 23 May 2006)

**Abstract** : In the present study a detailed examination of various porous media models for predicting filtration efficiency and pressure drop of diesel particulate filter (DPF), such as sphere-in-cell and constricted tube models, are attempted. In order for demonstrating their validities of correct estimation on permeability, geometry of property configurations common in commercial cordierite DPFs are correlated to the porous media flow models, and validations of predicted filtration efficiencies due to the use of different unit collectors are made with experiments. The result shows that the porosity, pore size and permeability of cordierite DPF can be successfully correlated by Kuwabara flow field with correction factor of 0.6. The unit collector efficiency predicted by sphere-in-cell model agrees very well with measurements in accumulation mode, whereas that by constricted tube model with significant prediction error.

**Key words** : Diesel particulate filter, DPF(디젤 입자상 물질 여과 장치), Pressure drop(압력 강하), Filtration(여과), Collection efficiency(포집 효율), Porous media flow model(다공성 매질 유동장 모델)

### 1. 서론

디젤 입자상 물질(PM)은 인체에 좋지 않은 영향을 미치기 때문에 그에 대한 규제가 강화되고 있으며 이의 대책으로 DPF(Diesel Particulate Filter)를 이용한 후처리 장치가 많이 사용되고 있다.<sup>1)</sup> 입구와 출구 채널이 교대로 막혀 있는 DPF의 구조적 특성상, 배기가스 중에 포함된 입자상 물질들은 마이크로 크기의 기공(pore)들로 구성된 다공성 필터 벽을 통과하면서 여과된다. 여과 과정 초기에는 필터 벽 내부에서 필터링(deep-bed filtration)이 이루어지는데, 필터 내부에 존재하는 불규칙한 형상의 포집 요

소(collector)들과 입자상 물질들 사이에서 발생하는 몇 가지의 기계적 메커니즘에 따라 입자상 물질이 포집되며 포집량의 증가에 비례하여 급격한 압력 강하가 야기된다. 필터링이 계속되어 필터 최상부의 기공들이 포집된 PM으로 메워지게 되면 더 이상 PM이 필터 내부로 침투 할 수 없게 되고 필터 벽 상부 면에 PM 층(soot cake)이 형성된다. 이렇게 형성된 PM 층은 스스로 필터로서 기능하며(cake filtration) PM 층의 높이에 비례해서 계속하여 차압이 증가되게 된다. DPF 모델링에 관한 많은 연구들은 필터 내부에서 여과되거나 PM 층에 쌓인 입자상 물질의 포집량을 DPF에서의 차압으로 표현하는 것을 목적으로 하는데 이는 측정이 용이한 차압을 사용

\*Corresponding author, E-mail: wsyoon@yonsei.ac.kr

하여 포집량을 구하기 위한 것이다.<sup>2)</sup>

필터에서의 여과 및 압력 강하 현상을 모사하기 위한 수학적 모델에 관한 연구가 활발히 진행되어 왔으며, 입구와 출구가 사각형인 채널에서의 유동장 및 압력 손실은 비교적 쉽게 모델링 할 수 있다. 예를 들어, Bissett<sup>3)</sup>의 1차원 유동장 모델은 3차원의 CFD 계산과 비교 하였을 때 충분히 정확한 예측을 하였다.<sup>4)</sup> 그러나 필터 벽 내부에서의 여과 현상 및 그에 따른 차압을 적절히 모델링하는 것은 용이한 일이 아니다. 이는 필터 내부의 공극 또는 포집요소들의 형상이 매우 불규칙할 뿐 아니라, 공극의 막힘에 의한 필터링 모드의 천이에 관한 자세한 메커니즘이 밝혀지지 않았기 때문이다. 따라서 다공성 매질 내부에서의 입자 전달 현상을 분석하기 위한 많은 방법들이 시도되었는데 이들은 가장 간단한 cell model, 좀 더 발전된 형태인 network model, 그리고 기공의 실제적인 형상을 반영할 수 있는 direct simulation method(lattice boltzmann technique 등)의 세 가지로 분류할 수 있다. 이들 중 뒤의 두 가지 방법은 계산 부하가 크기 때문에 현재는 cell model이 주로 사용되고 있다. 이는 개발된 DPF 모델을 사용하여 재생 제어를 하기 위해서는 (model-based control) 자동차에 설치된 프로세서의 처리 속도 한계 내에서 실시간으로 결과를 도출할 수 있어야 하므로 정확하면서도 간단한 모델이 요구되기 때문이다.

원래의 cell model은 주로 구형의 알갱이들로 이루어져 있는 필터(granular packed bed)를 모사하기 위해서 만들어 졌기 때문에 포집요소의 형상을 구로 가정한다. 그러나 가장 많이 사용되고 있는 cordierite DPF의 경우 포집요소의 형상이 완벽히 구라고 말할 수는 없다. 하지만 재료의 분말을 집합체와 섞어서 사출하는 방식으로 만들어지기 때문에<sup>5)</sup> 어느 정도 구와 유사한 형태를 지니고 있다. 따라서 적당한 보정을 해준다면 cell model을 적용시킬 수 있을 것으로 생각된다.

고전적이고 단순화된 cell model은 capillary tube model, single sphere model, sphere-in-cell model, 그리고 constricted tube model의 네 가지 종류로 크게 분류할 수 있다. 이 중 capillary tube model은 기공의 형

상을 직선의 모세관으로 간주하고, 두 번째의 single sphere model은 많은 수의 포집요소 집합이 아닌 단 하나의 구형의 포집요소만을 고려하는 것으로 DPF의 해석에는 적당하지 않다. 구들의 집합체에 대한 유체역학적인 첫 번째의 해석은 Brinkmann<sup>7)</sup>에 의해서 시도되었는데, 다공성 매질에 삽입된 고립된 구를 설정하여 이론적인 해를 유도하였다. 하지만 이렇게 삽입된 구에 대해서는 그에 해당하는 기공의 크기를 고려하지 않았다. Happel<sup>8)</sup>과 Kuwabara<sup>9)</sup>는 각각 다른 cell 경계 조건을 적용한 sphere-in-cell model을 고안하였다. 이들은 구형의 포집요소를 감싸고 있는 cell을 설정하고 이 cell 내부의 유동장에 대한 이론적인 해를 유도하였다(Fig. 1). 포집요소에 의해서 발생한 교란은 cell 내부에 한정된다고 가정하였으며 다공성 매질의 공극률은 cell과 포집요소의 크기에 의해서 결정된다. Neale과 Nader<sup>10)</sup>는 위에서 설명한 두 가지 방법이 혼합된 형태의 모델을 제시하였다. Sphere-in-cell model과 유사하게 자신만의 기공을 지니고 있는 구를 다공성 매질에 삽입하여 이론적인 해를 유도하였다. 여러 가지의 고전적인 모델들 중, 이웃한 포집요소에 의한 영향과 기공의 형상을 고려한 모델은 constricted tube model이 유일하다(Fig. 1). 이 모델은 포집요소와 포집요소 사이의 기공을 특정한 형상을 가진 관으로 간주하고 이 관을 해석의 기본 단위로 삼으며, 관의 형상에 따라서 다양한 모델이 있다.<sup>6)</sup> 그러나 이 모델은 관의 형상을 결정하기 위한 별도의 변수(관의 입구와 목부분의 직경)를 필요로 한다는 단점이 있다.

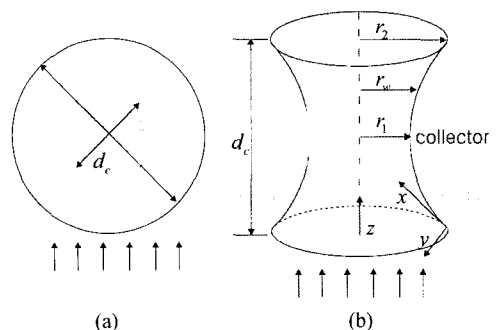


Fig. 1 Collector configuration for porous media flow models. (a) sphere-in-cell model, (b) constricted tube model ( $d_c$  is collector diameter and tube geometry is determined by  $r_1, r_2, r_w$ )

본 연구의 목적은 가장 일반적으로 사용되는 cordierite DPF에서의 차압과 포집 효율을 정확히 예측하기 위한 다양한 다공성 매질 유동장 모델을 분석하고 DPF 여과 및 압력강하 계산에 사용될 다공성 매질 입자전달 모델을 결정하는데 있다. 필터의 미세 구조를 대표하는 포집요소의 크기 및 공극률과 거시적인 변수인 투과성과의 상호 관계를 다공성 매질 유동장 모델을 통해서 도출하였다. 또한 모델을 사용한 PM 포집 효율 예측 결과를 측정 값과 비교하여 모델의 정확성을 검토하였다.

## 2. 필터 미시변수와 압력 강하와의 상호 관계

균질한(homogeneous) 다공성 매질을 통과하는 층류에 대한 이론은 Darcy의 실험으로부터 출발한다. Darcy의 실험 결과는 아래의 식으로 표현된다.

$$\Delta p = \frac{\mu}{k} u L \quad (1)$$

여기서,  $\Delta p, \mu, u, L$ 는 각각 차압, 유체의 점성, 속도(superficial velocity), 다공성 매질의 길이이다.  $k$ 는 투과성인데, 유체가 다공성 매질을 얼마나 쉽게 통과하는지를 나타내는 척도이다. 식 (1)은 유체의 속도가 느려서 점성 저항에 의해서만 압력 손실이 발생할 때에 유효하다. 유체의 속도가 증가 할수록 차압 발생량이 Darcy's law에서 벗어나게 되는데, 층류에서 유동의 관성력이 중요해 질 때 첫 번째 편차가 발생하며, 속도가 더욱 증가 하여 난류 유동이 형성되면 두 번째 편차가 발생한다.<sup>11)</sup> 일반적으로 빠른 유동 속도에 의한 오차를 보정하기 위해서 속도에 대한 이차항인 Forchheimer 항을 포함시킨다. 기체의 경우, 기공의 크기가 분자의 평균 자유 행로와 비슷해질 때도 Darcy's law에서 벗어나게 된다. 실험적 혹은 이론적으로, 균질한 등방성의 다공성 매질의 경우, 투과성은 다공성 매질을 구성하는 기본 입자의 크기와 공극률의 함수로 나타낼 수 있다.<sup>7)</sup>

$$k = f(\epsilon) d_c^2 \quad (2)$$

여기서,  $d_c$ 는 다공성 매질을 구성하는 기본 입자(포집요소)의 크기이고  $f(\epsilon)$ 는 공극률( $\epsilon$ )의 함수이다. Table 1에 간단한 설명과 함께 여러 연구에서 구해진 함수  $f(\epsilon)$  들을 요약하였고, 이를 Fig. 2에 도시

하였다. 여기서 Venkatesan 등<sup>12)</sup>의 conststricted tube model은 관 형상에 대한 미지 변수(관의 입구와 목의 직경)를 포함하고 있기 때문에 제외하였다. 모노리스(monolith) 형태의 대부분의 DPF는 0.5 정도의 공극률을 가지는데, Brinkmann 모델을 제외한 나머지 모델은 0.5의 공극률 근처에서  $f(\epsilon)$  값이 유사하다. Konstandopoulos 등<sup>13)</sup>은 이미 몇 가지의  $f(\epsilon)$ 에 대해서 간단히 조사한 적이 있다. 그러나 그들은 Kuwabara<sup>9)</sup>의 sphere-in-cell model을 사용한 공극률의 함수  $f_k(\epsilon)$ 를 잘못 유도하였으며 정정된 결과를 Table 1에 표기하였다. 이러한 실수는, 필터에서의 압력 손실에 관한 최근 연구<sup>14)</sup>에서, 매우 작은 투과성 보정 계수를 도입해야만 하는 문제를 야기하였다.

투과성에 관한 식 (2)를 사용하기 위해서는 포집요소의 크기( $d_c$ )를 결정해야 한다. 그러나 DPF 제조사에서 제공하는 정보는 필터의 전체적인 공극률과 기공의 크기( $d_{pore}$ ) 뿐이다. 포집요소 기본 단위의 크기가 명확히 정의되는 섬유질 필터나 granular packed bed와 달리 cordierite DPF의 경우에는 포집요소의 크기를 명확히 정의할 수 없기 때문이다. 포집요소의 크기를 추정하기 위한 여러 가지 방법이 제시되었는데 이 중 가장 간단한 것은 기공의 수력학적(hydraulic) 특성 길이를 이용하는 것이다. 공극의 부피( $\pi d_c^3 \epsilon / 6(1-\epsilon)$ )에 4를 곱한 후 그 공극으로

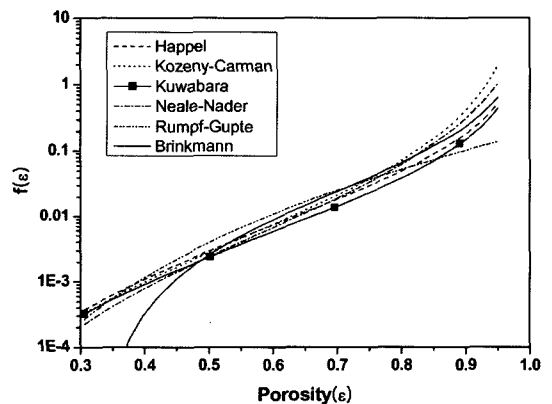


Fig. 2 Comparison of porosity functions  $f(\epsilon)$  due to various porous media flow models including sphere-in-cell models (Kuwabara, Happel) and modified sphere-in-cell models (Neale and Nader)

Table 1 Summary and remarks for porosity function of  $f(\epsilon)$

	$f(\epsilon)$	Remarks
Kozeny-Carman <sup>7)</sup>	$\frac{\epsilon^3}{36K_c(1-\epsilon)^2}$ $K_c$ should be determined by experiment $K_c = 5$ for spherical collectors	Semi-empirical: Based on simple cylindrical pore geometry
Rumpf and Gupte <sup>7)</sup>	$\frac{\epsilon^{5.5}}{5.6K}$ $K = 1, 1.05$ for the narrow distribution and broad distribution of collector size, respectively	Experimental
Brinkmann <sup>7)</sup>	$\frac{1}{72} \left[ 3 + \frac{4}{1-\epsilon} - 3 \left( \frac{8}{1-\epsilon} - 3 \right)^{1/2} \right]$	Theoretical: Sphere embedded in a porous media without any provision for associated pore space
Happel <sup>8)</sup>	$\frac{6 - 9(1-\epsilon)^{1/3} + 9(1-\epsilon)^{5/3} - 6(1-\epsilon)^2}{108(1-\epsilon) + 72(1-\epsilon)^{8/3}}$	Theoretical: Sphere-in-cell model
Kuwabara <sup>9)</sup>	$\frac{2 - \epsilon - \frac{9}{5}(1-\epsilon)^{1/3} - \frac{1}{5}(1-\epsilon)^2}{18(1-\epsilon)}$	Theoretical: Sphere-in-cell model
Neale and Nader <sup>10)</sup>	$\frac{1}{4\alpha(\epsilon)^2}$ $\alpha(\epsilon)$ is a function of porosity given by Neale and Nader <sup>10)</sup>	Theoretical: Based on sphere-in-cell model with a modification considering the entire sphere swarm as one large exterior porous media (Brinkmann + sphere-in-cell concept)
Venkatesan and Rajagopalan <sup>24)</sup>	$\frac{\epsilon \left[ \frac{\pi}{6(1-\epsilon)} \right]^{2/3} \pi c^3 (1 + 2\zeta_0)(1 - \zeta_0)^2}{6 V_h \left[ \frac{\lambda_0}{1 + \lambda_0^2} + \tan^{-1} \lambda_0 \right]}$ $c, \lambda_0, \zeta_0$ are geometric constants <sup>24)</sup> and $V_h$ is the volume of tube	Theoretical: Constricted tube model with hyperboloidal wall geometry

둘러싸인 wetted surface의 면적(즉, 포집요소의 표면적,  $\pi d_c^2$ )으로 나누어 주면 공극의 수력학적 직경을 구할 수 있고, 이를 측정된 기공의 크기( $d_{pore}$ )와 같다고 가정하면 아래 식을 얻을 수 있다.

$$d_c = \frac{3}{2} \frac{1-\epsilon}{\epsilon} d_{pore} \quad (3)$$

식 (2)와 (3)의 유용성을 평가하기 위해서 실험적으로 측정된 필터의 투과성과 DPF 파라미터인 공극률 그리고 기공의 크기 등 세 가지 변수를 다공성 매질에 관한 형상 함수인  $f(\epsilon)$ 를 매개로 하여 연관시켜 보았다.

Merkel 등<sup>5)</sup>은 다양한 공극률과 기공 크기를 가지는 cordierite DPF를 시험적으로 제작, 투과성을 측정하여 보고한 바 있다. Table 2에 6 종류(A~F)의 필

터에 대한 물성치와 측정된 투과성을 표기하였으며 본 연구에서 이들의 데이터를 사용하였다. 우선 Table 2의 기공 크기( $d_{pore}$ )와 공극률( $\epsilon$ )을 식 (3)을 이용하여 필터의 포집요소의 크기( $d_c$ )로 변환 한 후, 측정된 필터의 투과성( $k$ )을  $f(\epsilon)$  (Table 2의 공극률을 Table 1의 다공성 매질에 관한 형상 함수인  $f(\epsilon)$ 에 대입한 값)로 나눈 값을  $d_c^2$ 에 대하여 Fig. 3에 도시하였다. 식 (2)가 정확하려면  $d_c^2$ 에 대한  $k/f(\epsilon)$ 의 비는 정확히 1이 되어야 하나, 그림에서와 같이 어떤 모델도 선형성에 있어서 우위를 나타내지는 못하였으며, Kuwabara와 Neale의 모델이 다소 나은 결과를 보였다. Brinkmann의 모델을 사용했을 경우는 Table 2의 A와 B가 그래프의 범위를 벗어났다. Fig. 2에서 볼 수 있는 것처럼 Brinkmann의 다공성 매질에

Table 2 Properties of various prototype cordierite DPF<sup>5)</sup>

	A	B	C	D	E	F
Pore size( $d_{pore}$ ) [ $\mu m$ ]	3.9	9.4	10.1	11.9	12.9	13
Porosity( $\epsilon$ )*	0.36	0.36	0.51	0.51	0.51	0.45
Permeability( $k$ ) [ $10^{-12}m^2$ ]	0.03	0.34	0.23	0.60	0.44	0.75

\* Porosity is obtained from Fig. 14 and Fig. 16 in Ref.<sup>14)</sup>

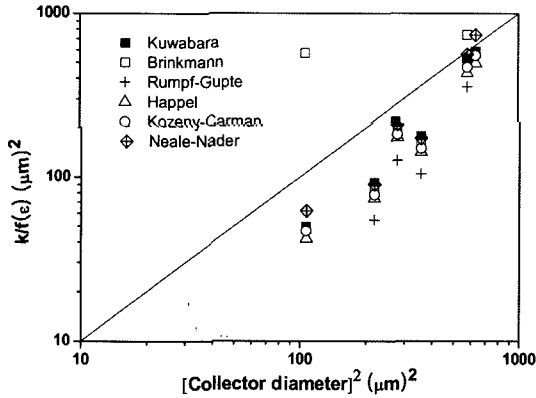


Fig. 3 Degrees of correlation between porosity and collector size due to various porous media flow models

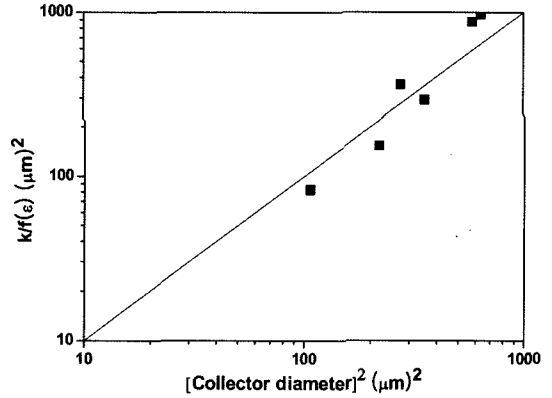


Fig. 4 Corrected degree of correlation between porosity and collector size for Kuwabara porous media flow model with a correction factor of 0.6

관한 형상 함수  $f(\epsilon)$ 는 공극률이 0.3에 가까울수록 급격하게 감소하며 공극률이 1/3일 때에는 영의 값을 가진다.<sup>15)</sup> 따라서 0.3 근처의 공극률을 가지는 Table 2의 A와 B 필터에 대해서 Brinkmann의 다공성 매질에 관한 형상 함수를 이용하여  $k/f(\epsilon)$ 를 구하면, 매우 큰 값을 산출하게 된다.

앞서의 연구와 유사하게 본 연구에서도 공학적 사용을 목적으로 Kuwabara 모델에 0.6의 보정 계수를 도입하였고 그 결과를 Fig. 4에 나타내었다.

$$f(\epsilon) = 0.6 \times f_k(\epsilon) \quad (4)$$

이는 Konstandopoulos<sup>14)</sup>가 제시한 보정 계수인 0.09에 비해서 보정의 폭이 대단히 좁혀졌으므로 타당성 면에서 향상되었다고 할 수 있다. 식 (2)~(4)를 사용하면 필터의 공극률, 기공의 크기, 그리고 투과성을 명시적으로 연관시킬 수 있으며 따라서 cordierite DPF의 투과성을 쉽게 예측할 수 있다.

### 3. 포집 효율

#### 3.1 필터 전체의 포집 효율

입자 크기에 따른 필터 전체의 포집 효율은 다음

과 같이 정의 된다.

$$E(d_p) = 1 - \frac{C_{out}(d_p)}{C_{in}(d_p)} \quad (5)$$

여기서,  $E$ ,  $d_p$ ,  $C_{in}$ ,  $C_{out}$ 은 각각 해당 입자에 대한 전체 필터의 포집 효율, 입자의 크기, 필터로 들어오는 입자의 농도, 그리고 필터를 나가는 입자의 농도이다. 필터 전체의 포집 효율은 아래 식을 통해서 단위 포집요소의 포집 효율을 사용하여 쓸 수 있다.<sup>16)</sup>

$$E(d_p) = 1 - [1 - \eta(d_p)]^N \quad (6)$$

여기서,  $\eta$ 는 단위 포집요소의 포집 효율이고  $N (= L/l)$ 은 단위 층(unit bed)의 개수인데 여기서  $L$ 과  $l$ 은 각각 필터의 길이, 단위 층의 길이이다. 식 (6)에서, 필터는  $N$ 개의 단위 층으로 이루어져 있으며 각각의 단위 층은 모양과 크기가 같은 단위 포집요소(Fig. 1)로 구성되어 있다고 가정되었다. 단위 층의 길이  $l$ 은 다음과 같다.<sup>16)</sup>

$$l = d_c \times \left[ \frac{\pi}{6(1-\epsilon)} \right]^{1/3} \quad (7)$$

### 3.2 단위 포집기의 포집 효율

포집요소에 의한 기계적인 입자 포집에는 입자의 브라운 확산(Brownian diffusion), 차단(interception), 그리고 관성 충돌(inertial impaction)에 의해서 발생하는데, 일반적인 디젤 PM의 크기 범위에서는 처음 두 가지 메커니즘이 주로 작용한다. 입자를 함유한 유동으로부터의 구형의 포집요소로의 입자 확산에 관한 이론적인 해석은 Levich<sup>17)</sup>에 의해서 처음으로 시도되었다. 이 연구에서는 포집요소 크기를 특성 길이로 하여 정의된 Reynolds 수가 1보다 매우 작은 Stokes 유동을 고려하였으며, 동시에 포집요소의 크기를 특성 길이로 하는 Peclet 수가 매우 크다고 ( $Pe > 1000$ ) 전제하여 입자 농도 경계층의 두께가 매우 얇은 (즉, 입자 확산 이론을 전개할 때에 포집요소의 곡률은 무시될 수 있다) 것으로 하였다. Levich의 이론적 해로부터 Sherwood 수와 Peclet 수에 관한 식 (8)과 같은 간단한 관계식을 얻을 수 있다.

$$Sh/Pe^{1/3} = 1 \tag{8}$$

Sherwood 수는 포집요소 특성 길이와 농도 경계층 두께와의 비를 나타내고, Peclet 수는 대류에 의한 입자 전달과 확산에 의한 전달의 비를 나타낸다. Pfeffer<sup>18)</sup>는 무한한 공간에 존재하는 단 하나의 포집요소에 대한 Levich의 이론을 확장하여 여러 개의 포집요소들이 존재 하는 경우에 관한 이론적인 관계식을 처음 유도하였다.

$$Sh/Pe^{1/3} = g(\epsilon) \tag{9}$$

그는 Happel<sup>8)</sup>의 sphere-in-cell model을 적용하여 식 (9)를 유도하였지만, 사용된 다공성 매질 유동장 모델에 따라서 다양한 형태의  $g(\epsilon)$ 가 존재한다. 참고문헌 19), 20)에 여러 가지 종류의  $g(\epsilon)$ 가 잘 정리되어 있으며, Kuwabara와 Happel의 sphere-in-cell model, Neale와 Nader의 수정된 sphere-in-cell model, 그리고 Tam의 통계적 접근법에 기초한 모델 등이 포함되었다. 공극률에 따른  $g(\epsilon)$  값을 Fig. 5에 도시하고 있는데, 공극률이 0.5이하일 때 Tam의 모델이 크게 차이나는 것을 제외하면 모델간의 큰 차이는 없었다. 식 (9)로부터 확산에 의한 포집 효율( $\eta_D$ )은 다음과 같이 된다.<sup>19,21)</sup>

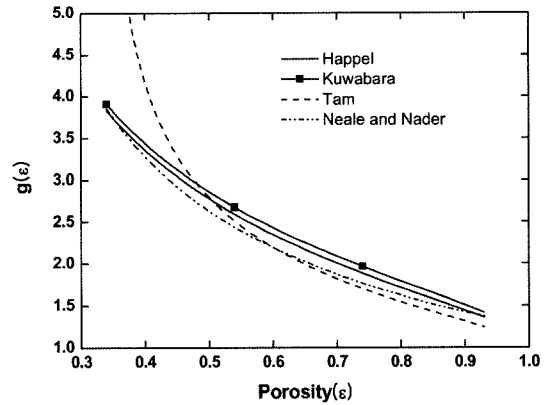


Fig. 5 Comparison of porosity function  $g(\epsilon)$  due to various porous media flow models including sphere-in-cell models (Kuwabara, Happel) and modified sphere-in-cell models (Neale and Nader)

$$\eta_D = 4Sh/Pe = 4g(\epsilon)Pe^{-2/3} \tag{10}$$

차단(interception)에 의한 포집은 포집요소 주위를 지나는 유한한 크기를 가진 입자가 포집요소의 표면과 만나게 되면서 발생한다. 그러므로 큰 Stokes 수에 의한 관성 충돌이 없을 때에는, 포집요소 주위의 유동장에 대한 해로부터 차단에 의한 포집 효율( $\eta_R$ )을 쉽게 구할 수 있으며 아래와 같다.<sup>19)</sup>

$$\eta_R = 1.5g(\epsilon)^3 N_R^2 \tag{11}$$

여기서,  $N_R$ 은 입자의 크기와 포집요소 크기의 비이고 이론적 해를 구하기 위해서 매우 작은 값 ( $< 0.01$ )으로 가정되었다.

지금까지는 구형의 포집요소와 그를 둘러싼 공극에서의 유동장을 고려한 sphere-in-cell model에 기초해서 포집 효율을 나타내었다. 그러나 이미 언급한 바와 같이 인접한 포집요소의 영향과 공극의 형상을 고려할 수 있는 constricted tube model도 이미 개발되었으므로 검토할 필요가 있다. Chiang 등<sup>22)</sup>과 Fedkiw 등<sup>23)</sup>은 임의의 형상의 관(tube)에 대한 확산 포집 효율 식을 유도하였으며, 두 연구는 같은 결과를 도출하였다.

$$\eta_D = \frac{N_c^{*2/3} \pi^{2/3} 3^{1/3}}{r_i^{*2/3} \Gamma(4/3)}$$

$$\times \left[ \int_0^{r_w^*} r_w^* \left( \frac{\partial u_x^*}{\partial y^*} \right)_{r_w^*} dx^* \right]^{2/3} Pe^{-2/3} \quad (12)$$

여기서,  $N_C^*, r_1^*, r_2^*, r_w^*, x_f^*, y^*, u_x^*$ 는 모두 무차원 변수이며 각각 단위 면적당 관(tube)의 개수, 관의 목 직경, 관의 입구 직경, 관의 중심축으로부터 벽까지의 거리,  $x$ -방향의 관의 길이,  $x$ -방향(관 벽에 접선방향) 좌표,  $y$ -방향(관 벽에 수직 방향) 좌표, 그리고  $x$ -방향 속도이다(Fig. 1). Sphere-in-cell model에 비해서 다소 복잡한 형태이며 관 내부의 유동장을 별도로 계산하여,  $u_x^*$ 를 따로 구해야 한다. 관의 형상을 결정하는 방법은 입구와 목의 직경을 먼저 정한 후 포물선(parabolic), 사인 함수(sinusoidal), 또는 쌍곡선(hyperbolic) 형태의 식을 사용하여 관 표면의 곡선 모양을 구하는 것이 일반적이다. 본 연구에서는 쌍곡선 형태의 관 모양을 적용하였으며 Venkatesan 등<sup>24)</sup>이 제시한 방법을 따라서 유동장을 계산하였다. 쌍곡선 모양의 관에 대한, 차단에 의한 포집 효율은 식 (13)과 같다.<sup>24)</sup>

$$\eta_R = 1 + \{ [1 - (1 - N_R)^2 (1 - \zeta_0^2)]^{1/2} \times [1 - (1 - N_R)^2 (1 - \zeta_0^2) - 3\zeta_0^2] - [1 - 3\zeta_0^2] \} \div [(1 + 2\zeta_0)(1 - \zeta_0)^2] \quad (13)$$

여기서,  $\zeta_0$ 는  $\zeta_0 = [(4/d_c^2)(r_2^2 - r_1^2) + 1]^{-1/2}$ 로 정의된다. 확산과 차단에 의한 포집 효율을 모두 고려한 입자 포집 효율은 다음과 같다.

$$\eta = \eta_D + \eta_R - \eta_D \eta_R \approx \eta_D + \eta_R \quad (14)$$

위 식에서  $\eta_D \eta_R$ 는 두 가지 포집 메커니즘이 중복

되었을 때를 고려한 항이며, 차단에 의한 포집 효율은 일반적으로 매우 작으므로 무시되기도 한다. 디젤 PM의 경우 일반적으로 그 크기가  $1\mu\text{m}$  보다 작으므로 관성 충돌에 의한 포집은 무시할 수 있다.

### 3.3 모델 예측과 측정 값과의 비교

Sphere-in-cell model과 constricted tube model을 사용하여 예측한 PM 포집 효율을 실험 결과와 비교하였다. 최근 디젤 PM 크기에 따른 DPF의 포집 효율을 실험한 많은 연구들이 보고되고 있다.<sup>25-29)</sup> 이들 중 특히 Gerald Liu 등<sup>28)</sup>은 초저유황 연료를 사용하여 입자 계측 중에 유황염 입자가 응축하여 핵 모드의 입자 수가 증가하는 것을 억제하였으며, HEPA 필터를 포함한 세 종류의 다른 필터를 1차 회석 터널에 설치하여 성김 모드( $> 2\mu\text{m}$ )의 입자에 의한 회석 공기의 오염을 방지하였다. 따라서 신뢰할 수 있는 실험 데이터라고 생각되지만 배기 유량에 관한 정보를 밝히지 않고 있으며, 또한 입자가 포집되는 초기에 실험된 것인지를 분명히 하지 않고 있어 시뮬레이션 결과와 비교하기에는 적당하지 않다. 필터 벽에 의한 입자 포집이 상당히 진행되어서 포집 요소의 형상이 심각하게 변하고 그에 따라 포집 효율도 변하는 상황은 본 연구에서 다루는 모델로는 모사하기 어렵다. 따라서 이전에 측정된 Konstantopoulos 등<sup>13)</sup>의 실험 데이터를 사용하였는데, 이 연구에서는 포집요소 형상 변화에 의한 효과를 최소화하기 위해 필터링 초기에 입자 농도를 계측하였다. 또한 비교의 일반성을 확보하기 위해 McDonald<sup>30)</sup>와 Baumgard<sup>31)</sup>에 의한 실험 데이터도 포함되었다.

Table 3 Exhaust parameters<sup>13,30,31)</sup> and dimensionless No.

	$T$	$U$	$u_w$	$\mu$	$\rho$	$Re$	$Kn$	$Pe$	$d_p$ [ $\mu\text{m}$ ]
	[K]	[m/s]	[m/s]	[Pa · s]	[kg/m <sup>3</sup> ]			$0.01\mu\text{m} \leq d_p \leq 1\mu\text{m}$	which has $Pe=1000$
Case 1 [13]	626	24.8	0.043	$0.297 \times 10^{-4}$	0.54	0.028	0.018	$4.6 \leq Pe \leq 17743$	0.16
Case 2 [31]	576	7.0	0.012	$0.281 \times 10^{-4}$	0.49	0.0076	0.020	$1.2 \leq Pe \leq 5001$	0.34
Case 3 [31]	643	9.3	0.016	$0.302 \times 10^{-4}$	0.53	0.010	0.019	$1.7 \leq Pe \leq 6532$	0.29
Case 4 [30]	483	12.0	0.021	$0.250 \times 10^{-4}$	0.70	0.021	0.013	$3.3 \leq Pe \leq 10154$	0.20
Case 5 [30]	386	4.3	0.0075	$0.216 \times 10^{-4}$	0.83	0.010	0.011	$1.5 \leq Pe \leq 4110$	0.34

모든 실험은 cordierite로 만들어진 Corning Ex-47 필터(공극률: 0.5, 기공 크기:  $12\mu\text{m}$ )를 사용하여 수행되었고 실험 조건은 Table 3에 정리하고 있다. 여기서  $T, U, u_w, \mu, \rho$ 는 각각 배기의 온도, DPF 입구 채널로 들어오는 속도, 여과 속도, 점성, 그리고 밀도이다. 여과 속도는 Bissett<sup>3)</sup>의 일차원 유동 모델을 이용하여 계산하였으며 채널 길이 방향으로 평균하였다. 필터링 현상과 관련된 몇 개의 무차원수도 Table 3에 보이고 있다. Reynolds, Knudsen, Peclet 수의 특성 길이는 포집요소의 크기이고, Reynolds 수의 계산을 위한 특성 속도는 기공 속도( $u_w/\epsilon$ , pore or interstitial velocity)를, Peclet 수의 계산에 대한 특성 속도는 여과 속도(filtration or superficial velocity)를 사용하여 구하였다. Reynolds 수는 모든 경우에 매우 작으므로( $u_w \sim 0.01\text{m/s}$ ) Levich의 Stokes 유동 조건을 만족하였다. 그러나 Peclet 수는 매우 큰 범위로 변화하였는데, 이는 입자의 크기에 따라서 브라운 확산에 의한 질량전달양이 달라지기 때문이다. Peclet 수가 1000이 되는 입자의 크기는 대략  $0.2\mu\text{m}$  정도였으며 이는 축적 모드에 해당하는 크기이다. 즉, 핵 모드의 입자들에 대해서는 Levich의 높은 Peclet 수 (>1000) 가정이 만족하지 않는다. Knudsen 수는 0.02 정도인데 이는 채널 유동의 경우에 벽에서 기체 분자의 미끄럼(slip effect)이 발생하는 영역이다. 따라서 이로 인한 오차가 발생할 수도 있다고 생각된다.

Table 3에 제시된 배기 조건에서의 입자 크기에 따른 필터 전체의 포집 효율을 Fig. 6에 나타내었다. 그리고 Fig. 6의 포집 효율을 식 (6)과 (7)을 사용하여 단위 포집요소의 포집 효율로 변환한 뒤 Fig. 7~11에서 모델의 예측 결과와 비교하였다. Fig. 5에서 보는 바와 같이 실험에서 사용된 Corning Ex-47 필터의 공극률인 0.5 부근에서는  $g(\epsilon)$  값의 차이가 크지 않기 때문에 sphere-in-cell model을 대표하여 Kuwabara의 모델을 사용하였다. 그리고 쌍곡선의 관 형상을 적용한 constricted tube model도 같이 비교하였는데 관 형상과 관련된 두 개의 미지 변수(관 입구와 목의 직경)는 Corning Ex-47 필터의 투과성과 같은 값을 가지도록 하였다.

Figs. 7~11에서 보는 바와 같이 Kuwabara의 다공성 매질 유동장을 적용한 sphere-in-cell model이 축

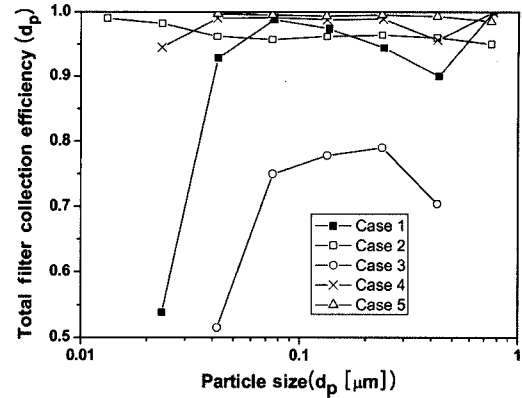


Fig. 6 Experimental total filter filtration efficiencies in terms of particle size

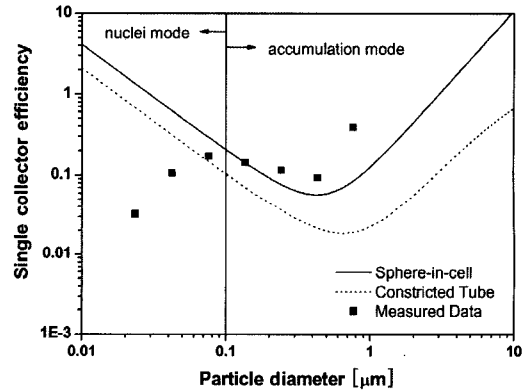


Fig. 7 Comparison of predicted unit collector filtration efficiency to measured data for case 1 in which exhaust temperature is 626K and filtration velocity is 0.043m/s

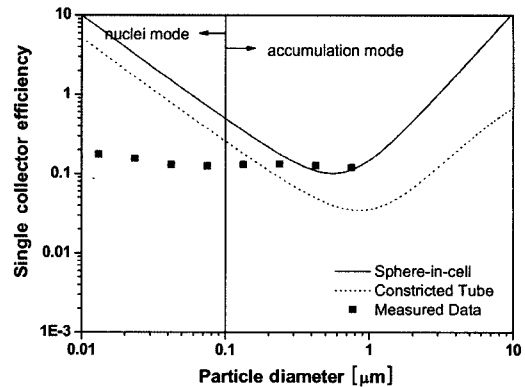


Fig. 8 Comparison of predicted unit collector filtration efficiency to measured data for case 2 in which exhaust temperature is 576K and filtration velocity is 0.012m/s



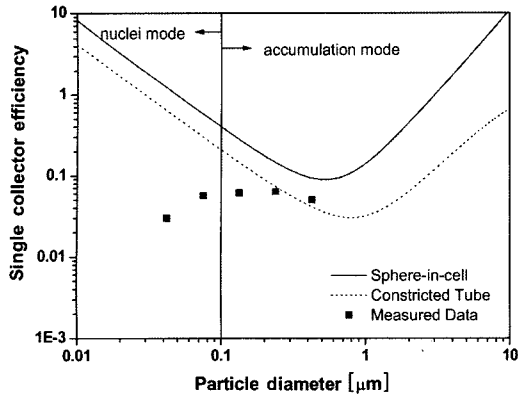


Fig. 9 Comparison of predicted unit collector filtration efficiency to measured data for case 3 in which exhaust temperature is 643K and filtration velocity is 0.016m/s

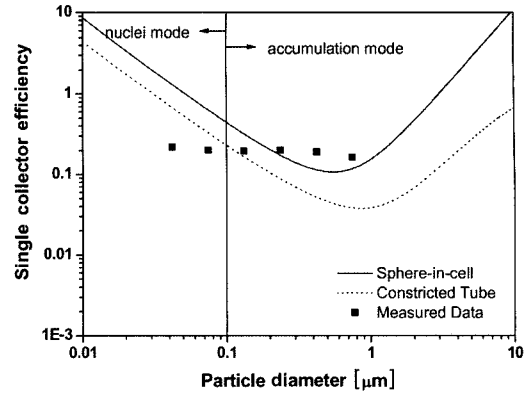


Fig. 11 Comparison of predicted unit collector filtration efficiency to measured data for case 5 in which exhaust temperature is 386K and filtration velocity is 0.0075m/s

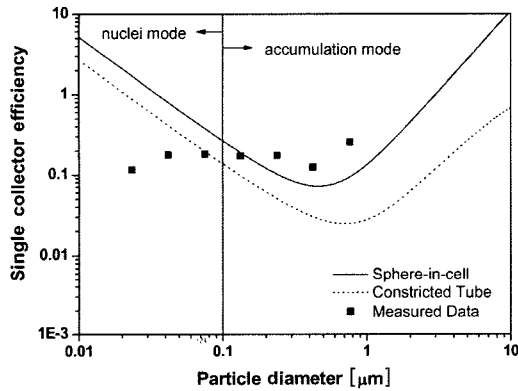


Fig. 10 Comparison of predicted unit collector filtration efficiency to measured data for case 4 in which exhaust temperature is 483K and filtration velocity is 0.021m/s

적 모드의 입자에 대해서 매우 정확한 예측을 하는 것을 알 수 있다. 그러나 핵 모드의 입자에 대해서는 많은 오차를 보이는데, 이는 실험적인 이유에서 발생했다고 생각된다. 작은 크기의 입자, 즉, 브라운 확산이 활발해서 Peclet 수가 작게 나타나는 입자에 대한 포집 효율은 식 (10)과 같이 계산될 경우, Peclet 수의 -2/3승에 비례하므로 증가하게 되며, 입자의 크기가 작아질수록 브라운 확산이 더욱 활발해져서 포집 효율은 더욱 증가하게 된다. 그러나 실험 데이터는 입자의 크기가 작아질수록 오히려 포집 효율이 감소하거나 거의 변함없는 것으로 나타났다. 그러므로 입자 계측 시 실시하는 희석 과정동안 유황

염 입자(sulfate particle)나 탄화수소 입자(hydrocarbon particle)가 응축되어 핵 모드의 입자 개수가 증가하였기 때문에 발생한 문제라고 생각된다. 비교적 온도가 높은 Case 1, 3번에서 나머지 경우에 비해 핵 모드 입자의 포집 효율이 특히 낮게 측정된 것도 이러한 추측을 뒷받침 한다. 고온의 배기에서 기체 상태로 있던 물질들이 희석 과정 동안 온도가 내려가자 다량의 입자로 응축된 것이다. 모든 필터에는 소위 Greenfield gap이라고 부르는 최소의 포집 효율을 보이는 입자 구간이 존재한다.<sup>28)</sup> 이 영역은 브라운 확산이 활발해지기에는 입자가 너무 크며 차단이나 관성 충돌에 의한 포집이 이루어지기에는 입자의 크기가 너무 작은 구간에서 발생한다. 본 연구의 경우에는 0.4 $\mu\text{m}$  ~0.6 $\mu\text{m}$  사이에서 이 구간이 관찰되었으며 Fig. 7과 Fig. 10에서 보는 바와 같이 sphere-in-cell model은 이 구간을 잘 예측하였다. 그러나 constricted tube model의 경우에는 포집 효율뿐만 아니라 Greenfield gap도 잘 예측하지 못하는 것으로 나타났다.

#### 4. 결론

Cordierite DPF에서의 차압과 포집 효율을 정확히 예측하기 위한 다양한 다공성 매질 유동장 모델을 비교, 분석하였다. 필터 포집요소의 크기 및 공극률과 투과성과의 상호 관계를 다공성 매질 유동장 모델을 통해서 도출하였고, sphere-in-cell model과

constricted tube model을 사용한 PM 포집 효율 예측 결과를 실험과 비교, 검증하였다.

- 1) 필터의 공극률, 기공의 크기 그리고 투과성은 다공성 매질 유동장 모델을 매개로 하여 서로 연관된다. 0.6의 보정 계수를 도입한 Kuwabara 유동장 모델을 적용하면 cordierite DPF의 투과성을 비교적 정확히 예측할 수 있다.
- 2) Sphere-in-cell model을 이용한 단위 포집요소의 포집 효율 예측 결과는 축적 모드의 입자에 대한 측정값과 잘 일치하였으나, constricted tube model은 정확한 예측을 하지 못하였다. cordierite DPF의 여과성능 예측을 위한 모델링에는 sphere-in-cell model을 사용하는 다공성 매질 유동장 모델이 적합할 것으로 나타났다.

## 후 기

이 연구는 “미래형 자동차 배기가스 제로화 기술 개발” 과제의 일부로 수행되었으며, 지원에 감사드립니다.

## References

- 1) J. K. Park and I. S. Chung, “Trends in Technology of Diesel Particulate Trap System,” Transactions of KSAE, Vol.17, No.3, pp.1-10, 1995.
- 2) P. Florchinger, M. Anderson, Z. Hou, T. Taubert, E. Steinbrueck and T. Angelo, “Prediction and Validation of Pressure Drop for Catalyzed Diesel Particulate Filters,” SAE 2003-01-0843, 2003.
- 3) E. J. Bissett, “Mathematical Model of the Thermal Regeneration of a Wall-flow Monolith Diesel Particulate Filter,” Chemical Engineering Science, Vol.39, pp.1233-1244, 1984.
- 4) A. G. Konstandopoulos and E. Skaperdas, “Optimized Filter Design and Selection Criteria for Continuously Regeneration Diesel Particulate Traps,” SAE 1999-01-0468, 1999.
- 5) G. A. Merkel, D. M. Beall, D. L. Hickman and M. J. Vernacotola, “Effects of Microstructure and Cell Geometry on Performance of Cordierite Diesel Particulate Filters,” SAE 2001-01-0193, 2001.
- 6) Y.-I. Chang, S.-C. Chen and E. Lee, “Prediction of Brownian Particle Deposition in Porous Media Using the Constricted Tube Model,” Journal of Colloid and Interface Science, Vol.266, pp.48-59, 2003.
- 7) F. A. L. Dullien, Porous Media Fluid Transport and Pore Structure, 2nd edition, Academic Press, 1992.
- 8) J. Happel, “Viscous Flow in Multiparticle Systems: Slow Motion of Fluids Relative to Beds of Spherical Particles,” AIChE Journal, Vol.4, No.2, pp.197-201, 1958.
- 9) S. Kuwabara, “The Forces Experienced by Randomly Distributed Parallel Circular Cylinders or Spheres in a Viscous Flow at Small Reynolds Numbers,” J. Phys. Soc. Japan, Vol. 14, pp.527-532, 1959.
- 10) G. H. Neale and W. K. Nader, “Prediction of Transport Processes within Porous Media: Creeping Flow Relative to a Fixed Swarm of Spherical Particles,” AIChE Journal, Vol.20, No.3, pp.530-538, 1974.
- 11) A. E. Scheidegger, The Physics of Flow through Porous Media, (3rd edition), University of Toronto Press, 1974.
- 12) M. Venkatesan and R. Rajagopalan, “A Hyperboloidal Constricted Tube Model of Porous Media,” AIChE Journal, Vol.26, No.4, pp.694-698, 1980.
- 13) A. G. Konstandopoulos and J. H. Johnson, “Wall-Flow Diesel Particulate Filters-Their Pressure Drop and Collection Efficiency,” SAE 890405, 1989.
- 14) A. G. Konstandopoulos, “Flow Resistance Descriptors for Diesel Particulate Filters: Definitions, Measurements and Testing,” SAE 2003-01-0846, 2003.
- 15) J. Happel and H. Brenner, Low Reynolds Number Hydrodynamics: with Special Applications to Particulate Media, Prentice-Hall, New Jersey, 1965.
- 16) H. Pendse and Chi Tien, “General Correlation of the Initial Collection Efficiency of Granular Filter Beds,” AIChE Journal Vol.28, No.4,

- pp.677-686, 1982.
- 17) V. G. Levich, *Physicochemical Hydrodynamics*, Prentice-Hall, New Jersey, 1962.
  - 18) R. Pfeffer, "Heat and Mass Transport in Multiparticle Systems," *I & EC Fundamentals*, Vol.3, pp.380-383, 1964.
  - 19) C. Gutfinger and G. I. Tardos, "Theoretical and Experimental Investigation on Granular Bed Dust Filters," *Atmospheric Environment*, Vol.13, pp.853-867, 1979.
  - 20) G. I. Tardos and C. Gutfinger, "Prediction of High Peclet Number Mass Transfer in Granular Beds Using The Constricted Tube Model," *AIChE Journal*, Vol.25, No.6, pp.1073-1077, 1979.
  - 21) G. Tardos, N. Abuaf and C. Gutfinger, "Diffusional Filtration of Dust in a Fluidized Bed," *Atmospheric Environment*, Vol.10, pp.389-394, 1976.
  - 22) H.-W. Chiang and C. Tien, "Deposition of Brownian Particles in Packed Beds," *Chemical Engineering Science*, Vol.37, No.8, pp.1159-1171, 1982.
  - 23) P. Fedkiw and J. Newman, "Mass Transfer at High Peclet Numbers for Creeping Flow in a Packed-Bed Reactor," *AIChE Journal*, Vol.23, No.3, pp.255-263, 1977.
  - 24) M. Venkatesan and R. Rajagopalan, "A Hyperboloidal Constricted Tube Model of Porous Media," *AIChE Journal*, Vol.26, No.4, pp.694-698, 1980.
  - 25) I. S. Abdul-Khalek, D. B. Kittelson, B. R. Graskow and Q. Wei, "Diesel Exhaust Particles Size: Measurement Issues and Trends," *SAE 980525*, 1998.
  - 26) I. S. Abdul-Khalek and D. B. Kittelson, "Diesel Trap Performance: Particle Size Measurements and Trends," *SAE 982599*, 1998.
  - 27) Z. G. Liu, B. M. Verdegan, K. M. A. Badeau and T. P. Sonsalla, "Measuring the Fractional Efficiency of Diesel Particulate Filters," *SAE 2002-01-1007*, 2002.
  - 28) Z. G. Liu, M. D. Skemp and J. C. Lincoln, "Diesel Particulate Filters: Trends and Implications of Particle Size Distribution Measurement," *SAE 2003-01-0046*, 2003.
  - 29) Z. G. Liu, E. M. Thurow, R. Caldow and T. R. Johnson, "Transient Performance of Diesel Particulate Filters as Measured by an Engine Exhaust Particle Size Spectrometer," *SAE 2005-01-0185*, 2005.
  - 30) J. S. MacDonald, "The Effect of Operation Conditions on the Effluent of a Wall-Flow Monolith Particulate Trap," *SAE 831711*, 1983.
  - 31) K. J. Baumgard and D. B. Kittelson, "The Influence of a Ceramic Particulate Trap on the Size Distribution of Diesel Particles," *SAE 850009*, 1985.