

최적제어를 이용한 도시철도 차량 자동주행 제어 연구

탁길훈¹⁾ · 김동환²⁾ · 김치태³⁾

서울산업대학교¹⁾ · 서울산업대학교²⁾ · 철도공사³⁾

A Study on the Automatic Operation Performance Control of Urban Rail Vehicle Using an Optimal Control

Kil Hun Tak¹⁾ · Dong Hwan Kim²⁾ · Chi Tae Kim³⁾

¹⁾Department of Rolling Stock System Engineering, Seoul National University of Technology, Seoul 139-743, Korea

²⁾School of Mechanical Design and Automatic Engineering, Seoul National University of Technology, Seoul 139-743, Korea

³⁾Korail Research & Development Center, KORAIL, 139 Seonsa-ro, Seo-gu, Daejeon 302-701, Korea

(Received 13 March 2006 / Accepted 29 August 2006)

Abstract : In the automatic operation of an urban rail vehicle, a conventional PID control algorithm is applied to run the vehicle between stations within time limit and jerk limit. But the energy consumption in the automatic operation is much higher than in the manual operation. In this study, the optimal control algorithm for automatic operation is proposed to minimize energy consumption, which satisfies automatic operation for the urban rail vehicle, compared with the conventional PID control algorithm.

Key words : Automatic operation(자동운전), Urban rail vehicle(도시철도 차량), Jerk limit(저크 한계), Optimal control(최적제어), PID control(비례, 적분, 미분 제어)

Nomenclature

x : distance, m
 v : velocity, m/s
 α : acceleration, m/s²
 J_k : jerk, m/s³
 M : mass of train, kg
 W : weight of train, ton
 g : acceleration of gravity, 9.8m/s²
 R_e : train resistance, kgf
 b : resistance coefficient
 u : traction or braking force, kg

1. 서론

철도 기술의 발전과 더불어 경제의 발전은 차원 높은 서비스를 원하는 승객의 요구를 충족시키고, 경영의 효율화를 달성할 목적으로 서울시 5, 6, 7, 8 호선 지하철에 자동/무인 운전이 가능한 도시철도 차량이 도입된 이래 인천시, 대구시, 부산시 지하철에도 자동/무인 운전이 가능한 도시철도 차량이 도입되었다. 자동/무인 운전이 가능한 도시철도 차량에는 자동열차운행장치(ATO: Automatic Train Operation)가 설치되어 기관사의 수동운전을 대신하여 정시 운행을 하고 있다.

자동열차운행장치(ATO)에는 일반적으로 고전적인 PID제어기가 적용되어 제어 기준 값(목표속도)과 궤환 값(실제속도)간의 오차에 비례계수, 미

*Corresponding author, E-mail: tkh888@empal.com

분계수, 적분계수를 보상하여 열차에 필요한 추진(Powering)/제동(Braking) 명령 값을 계산한다. 선행 연구 결과에 의하면^{1,2)} PID제어기를 이용한 도시철도 차량의 자동/무인운전에서는 제어 기준 값(목표 속도)만을 추종하여 열차의 역간 주행제어를 하고 있기 때문에 빈번히 추진/제동이 반복되어 수동운전보다 소비되는 주행에너지가 크다고 알려져 있다. 이에 수동운전의 최적 속도패턴을 자동운전의 속도패턴에 적용하여 소비되는 주행에너지를 절감하려는 연구가 진행되었다. 또한 PID 제어기 외에 퍼지(Fuzzy) 제어기를 이용한 열차제어 및 유전자 알고리즘(Genetic algorithm)을 이용한 지능제어기를 개발하여 실제 자동운전에 적용하여 속도 추종성을 향상시키려는 연구도 진행되었다.^{3,4)}

본 논문에서는 속도패턴을 변경하여 소비되는 주행에너지를 평가하는 연구와는 달리 자동주행 제어에 쓰이는 제어기로 최적제어기⁵⁾를 사용하여 소비되는 주행에너지를 최소화하고자 한다. PID제어기는 하나의 제어인자(기준 값 추종)만 제어할 수 있는 반면에 최적제어기는 두 가지 제어인자(기준 값 추종, 주행 소비 에너지 최소화)를 제어할 수 있다. 전동열차 모델링을 통해 도시철도 차량의 역간 자동주행 제어에 최적제어기를 적용하여 제어 기준 값을 추종하면서도 소비되는 주행에너지가 최소화 되도록 제어하고, 또한 최적제어기가 주행에너지 절감에 얼마나 효과가 있는지 검증하고자 동일한 전동열차 모델링 조건에서 일반적으로 사용되는 PID제어기^{6,7)}를 적용하여 상호 비교하였다.

2. 전동열차 모델링

2.1 전동열차 모델링

본 논문에서 사용한 대상 시스템으로서의 열차 모델은 점질량(point mass)을 가정한 모델이다. 뉴턴의 운동방정식을 토대로 이 점질량의 시간에 따른 위치와 속도에 대한 미분방정식을 세우면 식 (1)과 같다.^{8,9)}

$$M\ddot{x}(t) = u(t) - R_e(v(t)) - G(x(t)) \quad (1)$$

t 는 시간, $x(t)$ 는 열차의 위치, $v(t)$ 는 열차의 속도, $\ddot{x}(t)$ 는 열차의 가속도, M 은 열차의 질량, $u(t)$ 는

열차에 가해진 힘, $-R_e(v(t))$ 는 열차의 주행저항, 그리고 $-G(x(t))$ 는 열차의 구배저항을 나타낸다. 최적제어는 선형 시스템에 적용하기 때문에 열차 저항은 주행저항 중에 속도에 비례하는 차륜담면과 레일간의 마찰저항만 존재하고 다른 열차 저항은 없다고 가정하여 다시 미분방정식을 세우면 식 (2), 식 (3)과 같다.

$$W/gS\ddot{x}(t) = u(t) - b \times W \times \dot{x}(t) \text{ (kgf)} \quad (2)$$

$$\ddot{x}(t) = u(t)/M - b g \dot{x}(t) \quad (3)$$

참고로 도시철도 차량 지하구간 주행저항 R 은 식 (4)와 같다.¹⁾

$$R_e = (a + bV)W + cV^2 \text{ (kgf)}$$

$$R_e = (1.867 + 0.0359V)W + 0.000745V^2 \text{ (kgf)} \quad (4)$$

여기서, R_e : 총주행저항(kgf)

V : 열차속도(km/h)

W : 열차중량(ton)

$a = 1.867$: 기계부분저항

$b = 0.0359$: 차륜담면과 레일간의 저항

$c = 0.000745$: 공기저항과 차량동요저항

M 은 열차질량으로 서울시 6호선 전동차 1편성 열차 공차중량 $W(272\text{ton})$ 에서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$M = W/g = 272\text{ton}/9.8\text{m/sec} = 27,755(\text{kg})$$

b 는 차륜과 레일간의 마찰저항으로 속도에 비례하며 km/h를 m/sec로 단위 환산을 적용하면 다음과 같다.

$$b = 0.0359 \times 1000 / 3600 = 0.01$$

2.2 상태방정식

열차의 위치 $x(t)$ 를 $x_1(t)$, 열차의 속도 $v(t)$ 를 $x_2(t)$ 라 하면 식 (5)와 같이 표현된다.^{6,7)}

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -bgx_2 + (1/M)u \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)를 상태방정식으로 나타내면 식 (6)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -bg \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \end{bmatrix} u \quad (6)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -bg \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \end{bmatrix}$$

3. 최적제어기 설계

3.1 최적추종제어(Linear tracking control)

Fig. 1은 최적추종제어의 최적 제어입력 u^* 를 구하는 블록다이아그램이다.

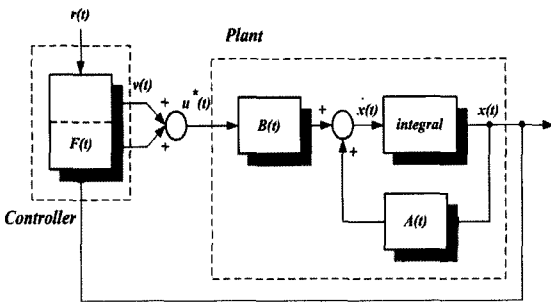


Fig. 1 Optimal feedback controller for linear tracking problems

최적추종제어 최적제어 법칙은 식 (6)로 주어지는 시스템에서 성능지수 J 을 식 (7)과 같이 지정하고 이를 최소화하는 최적 제어입력 u^* (열차에 가해진 힘)를 구하는 것이다.^{5,6)}

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [Q(x_1(t) - r_d(t))^2 + Ru^2(t)] dt \quad (7)$$

여기서, t_f 는 최종시간이고, $r_d(t)$ 는 추종하고자 하는 신호(reference)이다. 식 (7)에서 우변의 첫 번째 항은 추종오차를 나타내며, Q 는 양의한정(또는 반한정) 실대칭 행렬로 추종성 weighting factor이다. 식 (7)에서 우변의 두 번째 항은 소모되는 에너지를 나타내며, R 은 양의한정 실대칭행렬로 에너지 weighting factor이다. 행렬 Q, R 은 추종오차와 에너지 소모와의 상대적인 중요성을 결정한다.

3.2 최적제어기 설계

3.2.1 추종할 기준 값

추종하고자 하는 열차위치 기준 값(r_d)과 열차 목표속도 기준 값(v)을 Fig. 2, Fig. 3과 같이 가정한다.

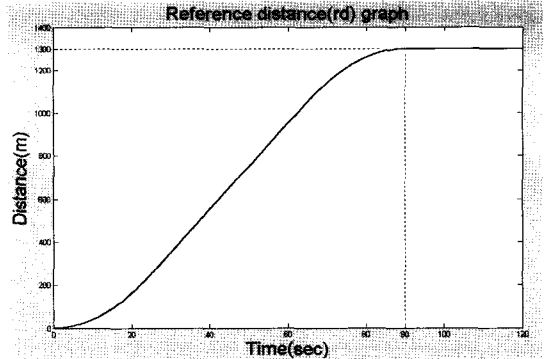


Fig. 2 A graph of reference distance (r_d)

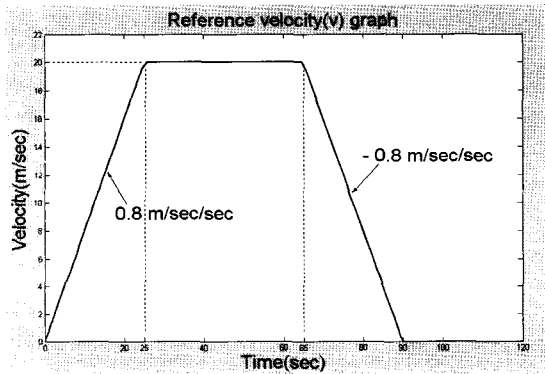


Fig. 3 A graph of reference velocity (v)

가상의 A역과 B역간의 거리는 1300m이며, 곡선과 구배는 없다고 가정하며, A역을 출발한 전동열차가 $0.8m/sec^2(2.88km/h/sec)$ 의 가속도로 25초간 운행하여 속도 $20m/sec(72km/h)$ 로 40초간 등속 운행 후 $0.8m/sec^2(2.88km/h/sec)$ 의 감속도로 25초간 운행하여 B역에 도착하는 것으로 열차 목표속도 기준 값 (v)을 가정한다.

열차위치 기준 값(r_d)은 열차 목표속도 기준 값(v)을 적분하여 구하며, 전동열차가 열차위치 기준 값(r_d)을 추종하도록 모델링한다.

3.2.2 최적제어기 설계

본 논문에서는 Riccati 방정식을 이용하여 최적제어기를 설계한다.⁵⁾

상태행렬 A 와 입력행렬 B 는 위의 전동열차 모델링으로부터 $A=[0 \ 1; 0 \ -b]$, $B=[0; 1/M]$ 으로 주어지고, 반복적인 모델링을 통해 에너지 weighting factor R 값과 추종성 weighting factor Q 값을 구하면 성능지

수 J 를 최소화하는 최적 제어입력 u^* 값이 결정된다. 최적제어의 설계 과정은 다음과 같다.

성능지수 J 가 식 (7)과 같이 주어진다. 이 성능지수를 최소화하는 최적 제어입력 u^* 값을 결정하기 위해 $A=[0 \ 1; 0 \ -b]$, $B=[0; 1/M]$ 일 때, Matlab 프로그램에서 Riccati 방정식을 풀기위해 제공되는 care 함수를 이용하여 식 (8), 식 (9)와 같이 K 값을 구한다.

$$\dot{K}(t) = -Q(t) + K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)K(t) - K(t)A(t) - A^T(t)K(t) \quad (8)$$

$$K = \text{care}(A, B, Q, R) \quad (9)$$

A, B, R, K, s 값이 정해지면 식 (10)에서 최적 제어입력 u^* 값을 구할 수 있다.

$$u^*(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)K(t)x(t) - R^{-1}(t)B^T(t)s(t) \quad (10)$$

여기서,

$$s = \text{inv}(A' - K \times B \times 1/R \times B') \times Q \times r \quad (11)$$

4. PID제어기 설계

4.1 추종할 기준 값

추종하고자 하는 기준값은 Fig. 2의 열차위치 기준값(r_d)으로 최적제어기와 동일하다.

4.2 PID제어기 설계

Fig. 4는 PID제어의 제어입력 u 를 구하는 블록다이어그램이다.

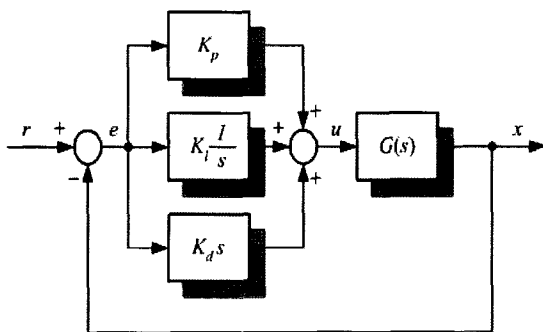


Fig. 4 Feedback controller for PID controller

오차신호($e: x_1 - r_d$)에 비례계수(K_p)를 곱하는 비례제어기, 오차신호를 미분하여 미분계수(K_d)를 곱하는 미분제어기, 오차신호를 적분하여 적분계수(K_i)를 곱하는 적분제어기를 병렬로 연결한 PID 제어기의 제어입력 u (열차에 가해진 힘)는 식 (12)와 같다.^{6,7)}

$$u = K_p \times (x_1 - r_d) + K_d \times (x_2 - v) + K_i \times \int_0^T (x_1 - r_d) dt \quad (12)$$

비례계수(K_p), 미분계수(K_d), 적분계수(K_i)를 조정하여 원하는 제어입력 u 를 구한다.

5. 최적제어기와 PID제어기의 비교 평가

5.1 제어입력 u 값의 선택

5.1.1 최적제어기 최적 제어입력 u^* 값의 선택

성능지수 J 를 최소화하는 최적 제어입력 u^* 의 선택에 있어, 주행 소비에너지 및 추종오차(정차지점 1300m에 도달되는 시간, 기준 : 90sec)가 최소화 되면서 저크 한계(도시철도 차량 기준 : $0.8m/sec^3$ 이하)를 만족하는 u 를 최적 제어입력 u^* 로 선택한다.

Table 1에 최적제어기의 제어제인에 따른 1300m 도달시간, 소비에너지, 저크 최고 값을 나타냈다.

Table 1 Selection of optimal feedback control u^* (optimal controller)

제어제인		1300m 도달시간 (sec)	소비 에너지(J)	저크 최고값 (m/sec^3)
Q (추종성)	R (에너지)			
[2 0; 0 0]	1e-012	90.1	2.2881e+009	3.34
[2 0; 0 0]	1e-011	90.3	1.3738e+009	1.85
[2 0; 0 0]	1e-010	90.5	8.2976e+008	0.94
[2 0; 0 0]	1e-009	90.8	5.3325e+008	0.53
[2 0; 0 0]	1e-008	91.6	3.2858e+008	0.29
[2 0; 0 0]	1e-007	93.0	2.2292e+008	0.16
[2 0; 0 0]	1e-006	96.0	1.5861e+008	0.10
[1 0; 0 0]	1e-008	91.9	6.0233e+008	0.25
[1.5 0; 0 0]	1e-008	91.7	3.1399e+008	0.26
[2 0; 0 0]	1e-008	91.6	3.2858e+008	0.29
[2.5 0; 0 0]	1e-008	91.5	3.3008e+008	0.35
[3 0; 0 0]	1e-008	91.4	3.5023e+008	0.34

Table 1에서 에너지 weighting factor R이 $1e-012$ 에서 $1e-006$ 으로 증가됨에 따라 주행 소비에너지는 $2.2881e+09(J)$ 에서 $1.5861e+008(J)$ 로 감소되었고, 추종오차는 90.1sec에서 96.0sec로 증가되었으며, 저크 최고 값은 $3.34m/sec^3$ 에서 $0.10m/sec^3$ 으로 감소되었다.

추종성 weighting factor Q가 $[1\ 0; 0\ 0]$ 으로 증가됨에 따라 주행 소비에너지는 $6.0233e+008(J) \sim 3.1399e+008(J)$ 사이에서 변동되었고, 추종오차는 91.9sec에서 91.4sec로 감소되었으며, 저크 최고 값은 $0.25m/sec^3$ 에서 $0.34m/sec^3$ 으로 증가하였다.

이로부터 최적제어기는 추종성 weighting factor Q와 에너지 weighting factor R의 제어에 따라 주행 소비에너지, 추종오차, 저크 최고 값의 제어가 가능함을 알 수 있다.

Table 1에서 추종성 weighting factor $Q=[1.5\ 0; 0\ 0]$ 이고, 에너지 weighting factor $R=1e-008$ 일 때 주행 소비에너지는 $3.1399e+008(J)$ 로 최소화되고, 추종오차는 91.7m로 최소화되며, 저크 최고 값은 $0.26m/sec^3$ 으로 저크 한계를 만족하므로, 이 제어게인에서의 제어입력 u 을 최적 제어입력 u^* 로 선택하였다.

5.1.2 최적제어기 최적 제어입력 u^* 그래프

최적제어기 제어게인이 $Q=[1.5\ 0; 0\ 0]$, $R=1e-008$ 일 때 최적 제어입력 u^* 의 그래프, 열차위치 기준값 (r_d) 추종그래프를 Fig. 5, Fig. 6에 나타냈다.

5.1.3 PID제어기 제어입력 u 값의 선택

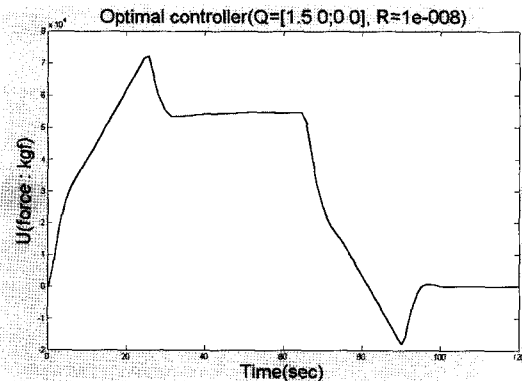


Fig. 5 Control input graph for optimal controller ($Q=[1.5\ 0; 0\ 0]$, $R=1e-008$)

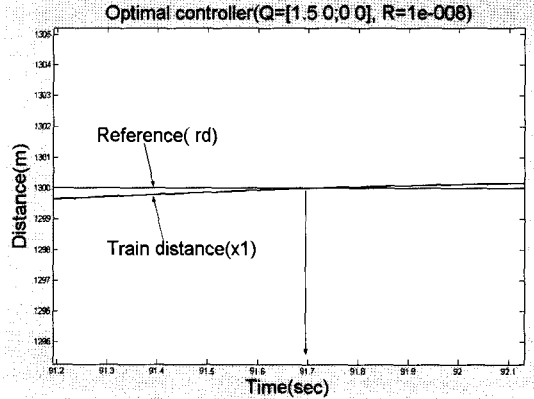


Fig. 6 Detailed distance graph for optimal controller ($Q=[1.5\ 0; 0\ 0]$, $R=1e-008$)

최소 주행 소비에너지를 갖는 PID제어기 제어입력 u 값의 선택에 있어, 주행 소비에너지 및 추종오차(정차지점 1300m에 도달되는 시간, 기준 : 90sec)가 최소화되면서 저크 한계(도시철도 차량 기준 : $0.8m/sec^3$ 이하)를 만족하는 u 값을 선택한다.

Table 2에 PID제어기의 제어게인에 따른 1300m 도달시간, 소비에너지, 저크 최고 값을 나타냈다.

Table 2에서 PID 제어게인 K_d 값이 -300에서 300으로 증가됨에 따라 주행 소비에너지는 $3.7939e+008(J) \sim 3.5799e+008(J)$ 사이에서 변동되었고, 추종오차는 88.2sec에서 89.4sec로 증가되었으며, 저크 최고 값은 $0.65m/sec^3 \sim 0.69m/sec^3$ 사이에서 변동되었다.

PID 제어게인 K_d 값이 -24000에서 -18000으로 증가됨에 따라 주행 소비에너지는 $3.9292e+008(J) \sim 3.5799e+008(J)$ 사이에서 변동되었고, 추종오차는 88.8sec에서 변동이 없었으며, 저크 최고 값은 $0.60m/sec^3 \sim 0.71m/sec^3$ 사이에서 변동되었다.

PID 제어게인 K_p 값이 -33000에서 -27000으로 증가됨에 따라 주행 소비에너지는 $4.0121e+008(J) \sim 3.5799e+008(J)$ 사이에서 변동되었고, 추종오차는 88.8sec에서 변동이 없었으며, 저크 최고 값은 $0.64m/sec^3 \sim 0.68m/sec^3$ 사이에서 변동되었다.

PID제어기는 제어게인 K_d 값의 증가에 의해 추종오차(정차지점 1300m 도달시간, 기준 : 90sec)가 감소됨을 알 수 있었고, 주행 소비에너지 및 최고 저크 값은 제어게인의 변동에 따라 특이한 규칙성을 갖

Table 2 Selection of feedback control u (PID controller)

제어게인			1300m 도달시간 (sec)	소비 에너지 (J)	최고 저크값 (m/sec ³)
K _p	K _d	K _i			
-30000	-21000	-300	88.2	3.7076e+008	0.65
-30000	-21000	-200	88.3	3.7038e+008	0.65
-30000	-21000	-100	88.5	3.7007e+008	0.67
-30000	-21000	0	88.8	3.5799e+008	0.65
-30000	-21000	100	89.4	3.7026e+008	0.65
-30000	-21000	200	-	3.6967e+008	0.66
-30000	-21000	300	-	3.7939e+008	0.69
-30000	-24000	0	88.8	3.8582e+008	0.71
-30000	-23000	0	88.8	3.8990e+008	0.70
-30000	-22000	0	88.8	3.9292e+008	0.67
-30000	-21000	0	88.8	3.5799e+008	0.65
-30000	-20000	0	88.8	3.5815e+008	0.71
-30000	-19000	0	88.8	3.6671e+008	0.68
-30000	-18000	0	88.8	3.8543e+008	0.60
-33000	-21000	0	88.8	4.0121e+008	0.68
-32000	-21000	0	88.8	3.6704e+008	0.66
-31000	-21000	0	88.8	3.8106e+008	0.66
-30000	-21000	0	88.8	3.5799e+008	0.65
-29000	-21000	0	88.8	3.5930e+008	0.67
-28000	-21000	0	88.8	3.6282e+008	0.64
-27000	-21000	0	88.8	3.7281e+008	0.64

지는 않았다.

Table 2에서 PID제어기 제어게인이 $K_p = -30000$, $K_d = -21000$, $K_i = 0$ 일 때 주행 소비에너지는 3.5799e+008(J)로 최소화되고, 추종오차는 88.8m로 최소화되며, 저크 최고 값은 0.65m/sec³으로 저크 한계를 만족하므로, 이 제어게인에서의 제어입력 u 를 최소 주행 소비에너지를 갖는 제어입력 u 로 선택하였다.

5.1.4 PID제어기 제어입력 u 그래프

PID제어기 제어게인이 $K_p = -30000$, $K_d = -21000$, $K_i = 0$ 일 때 제어입력 u 의 그래프, 열차위치 기준값 (r_d) 추종그래프를 Fig. 7, Fig. 8에 나타냈다.

5.2 최적제어기와 PID제어기의 소비에너지

열차에 가해진 힘 F 의 경우, 양의 방향의 힘 F 와 음의 방향의 힘 F 로 구분되는데 $F(t) > 0$ 인 경우는 에너지가 열차에 공급되어 가속을 하는 경우이고,

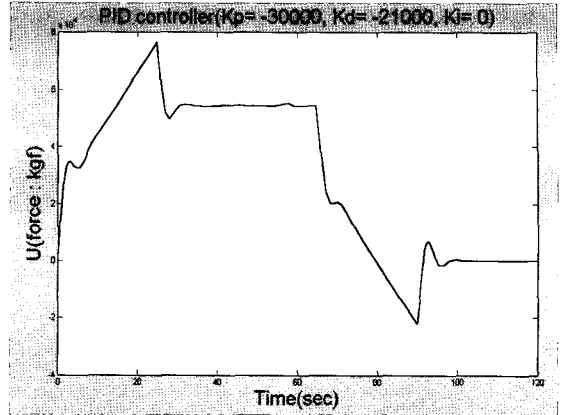


Fig. 7 Control input graph for PID control ($K_p = -30000$, $K_d = -21000$, $K_i = 0$)

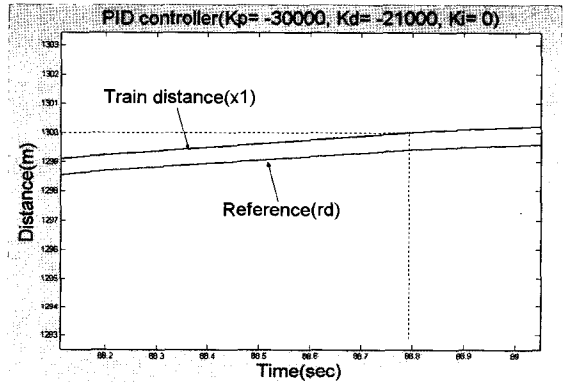


Fig. 8 Detailed distance graph for PID controller($K_p = -30000$, $K_d = -21000$, $K_i = 0$)

$F(t) < 0$ 인 경우는 제동에 의해 열차에 공급된 에너지가 소비되는 경우이다.

따라서, 열차의 주행에 따른 전체 소비에너지 J_e (J)는 가속에 의해 소비된 양(+)의 방향의 힘 $F_+(t)$ 에 의해 계산되며, 소비에너지 J_e 는 식 (13)과 같이 나타낼 수 있고,

$$J_e = \int_0^T F_+(t)v(t) dt \tag{13}$$

단, 제동시 회생제동력 $F_-(t)$ 에 의한 회생에너지는 에너지가 다시 전차선으로 회생되므로 전체 소비에너지에서 빼주어야 한다.¹⁰⁾

여기서, 열차에 가해진 힘을 u (제어입력)로, 열차 속도를 x_2 로 바꾸어 식 (14)와 같이 전체 소비에너

지를 구한다.

$$J_e = \sum_{i=1}^n u(i)x_2(i) \quad (14)$$

A역에서 B역간 동일거리(1300m), 동일 속도 궤적을 따라 주행했을 때 Table 1과 Table 2에서 최소 주행 소비에너지를 갖는 것으로 선택된 제어게인에서 주행 소비에너지와 정차지점 1300m 도달시간은 Table 3과 같이 나타난다.

Table 3 Comparison of consumption energy between optimal controller and PID controller

제어기	선택 제어게인	주행 소비 에너지(J)	1300m 도달시간
최적 제어기	$Q = [1.5 \ 0; 0 \ 0]$, $R = 1e-008$	$3.1399e+008$	91.7sec
PID 제어기	$K_p = -30000$, $K_d = -21000$, $K_i = 0$	$3.5799e+008$	88.8sec

자동주행시 도시철도 차량의 일반적인 승강장 정차 시간은 30sec이고 역간 주행시간은 역간 거리에 따라 다르다. 만약 역간 주행시간이 90sec라면, 도시철도 차량 자동주행시의 속도 그래프는 Fig. 9와 같이 나타난다.

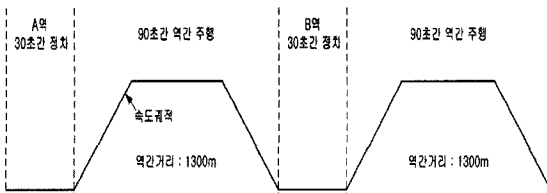


Fig. 9 Common velocity graph of auto driving mode

최적 제어입력 u^* 를 갖는 최적제어기 제어게인 $Q=[1.5 \ 0; 0 \ 0]$, $R=1e-008$ 에서 역간 자동주행 속도 그래프가 Fig. 10과 같다면(91.7sec간 역간 주행, 28.3sec간 승강장 정차), 1개 역간 주행 소비에너지는 $3.1399e+008(J)$ 이다.

최소 주행 소비에너지를 갖는 PID제어기 제어게인 $K_p = -30000$, $K_d = -21000$, $K_i = 0$ 에서 역간 자동주행 속도 그래프가 Fig. 11과 같다면(88.8sec간 역간 주행, 31.2sec간 승강장 정차), 1개 역간 주행 소비에

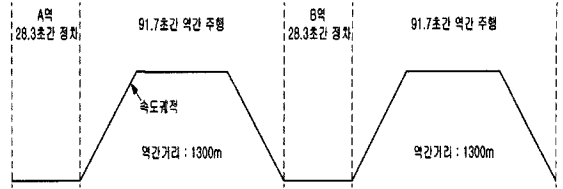


Fig. 10 Velocity graph of auto driving mode(optimal controller)

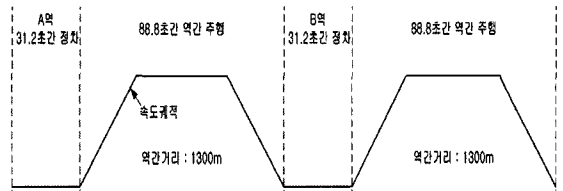


Fig. 11 Velocity graph of auto driving mode(PID controller)

너지는 $3.5799e+008(J)$ 이다.

도시철도 차량 자동주행에 최적제어기와 PID제어기가 Fig. 10, Fig 11처럼 적용된다면, 최적제어기의 주행 소비에너지는 $3.1399e+008(J)$, PID제어기의 주행 소비에너지는 $3.5799e+008(J)$ 로 나타났다. 즉, 주행 소비 에너지를 기준으로 최적제어기를 사용시 PID제어기에 비해 약 22%의 에너지 절감 효과가 있음을 알 수 있다. 다만, 역간 주행시간 및 승강장 정차시간이 바뀌면 에너지 절감 비율이 달라질 수 있다.

또한, 최적제어기는 선형모델에 의존하지만 PID제어기는 비선형 모델에도 적절히 적용되는 면이 있다. 만약 비선형 모델을 대상으로 최적제어기로 자동주행 제어를 하면 에너지의 절감 비율이 PID제어기와 비교할 경우 달라질 수 있다.

5.3 최적제어기와 PID제어기의 안정성(저크)

열차속도(x_2)를 미분하면 가속도 a (m/sec^2)가 식 (15)와 같이 나타나고,

$$a = \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow a = \frac{dx_2(t)}{dt} \quad (15)$$

가속도 a (m/sec^2)를 미분하면 저크 $J_k(m/sec^3)$ 가 식 (16)과 같이 나타난다.¹⁾

$$J_k = \frac{da(t)}{dt} \quad (16)$$

전동열차는运行时 승객의 안락한 승차감을 위해 $0.8m/sec^3$ 이하로 저크 제한(jerk limit)을 두고 있으며 가능한 작게 설계되어야 한다.

최적제어기의 제어게인의 변경에 따른 출발시, 정차시 등의 저크 값의 변동을 Table 4에 나타냈다.

Table 4 Jerk for optimal controller

제어게인		안정성 : jerk(m/sec^3)			
Q (추종성)	R (에너지)	0sec (출발)	25sec	65sec	90sec (도착)
[2 0;0 0]	1e-012	2.59	-1.62	-3.30	3.34
[2 0;0 0]	1e-011	1.42	-1.08	-0.90	1.85
[2 0;0 0]	1e-010	0.77	-0.61	-0.84	0.94
[2 0;0 0]	1e-009	0.43	-0.38	-0.42	0.53
[2 0;0 0]	1e-008	0.24	-0.22	-0.19	0.29
[2 0;0 0]	1e-007	0.13	-0.14	-0.14	0.16
[2 0;0 0]	1e-006	0.08	-0.08	-0.07	0.10
[1 0;0 0]	1e-008	0.20	-0.19	-0.19	0.25
[1.5 0;0 0]	1e-008	0.23	-0.23	-0.18	0.26
[2 0;0 0]	1e-008	0.24	-0.22	-0.19	0.29
[2.5 0;0 0]	1e-008	0.25	-0.23	-0.21	0.35
[3 0;0 0]	1e-008	0.27	-0.23	-0.24	0.34

에너지 weighting factor R이 1e-012에서 1e-006으로 증가되고, 그리고, 추종성 weighting factor Q가 [3 0;0 0]에서 [1 0;0 0]으로 감소됨에 따라 저크 값은 감소되는 것으로 나타났고, 최적 제어입력 u^* 값을 갖는 제어게인에서(Q=[1.5 0;0 0], R=1e-008) 출발지점(0sec), 등속구간으로 변경 지점(25sec), 감속지점(65sec), 정차지점(90sec) 등 4지점의 저크 값은 각각 0.23, -0.23, -0.18, 0.26(m/sec^3)로 안정하게 나타났다.

최적 제어입력 u^* 값에서 최적제어기 저크 그래프를 Fig. 12에 나타냈다.

PID 제어기의 제어게인의 변경에 따른 출발시, 정차시 등의 저크 값의 변동을 Table 5에 나타냈다.

미분계수 K_d 의 값이 -24000에서 -18000으로 증가할 때 출발시 저크 값이 감소되는 것으로 나타났고, 최소 주행 소비에너지를 갖는 제어입력 u 값을 갖는 제어게인에서 ($K_p=-30000$, $K_d=-21000$, $K_i=0$) 출발지점(0sec), 등속구간으로 변경 지점(25sec), 감속지점(65sec), 정차지점(90sec) 등 4지점의 저크 값은 각각 0.65, -0.51, -0.47, 0.64(m/sec^3)로 안정하게 나타났

다. 최적제어기와 PID제어기 모두 저크 한계(도시철도 차량 기준 : $0.8m/sec^3$ 이하)를 만족하는 것으로

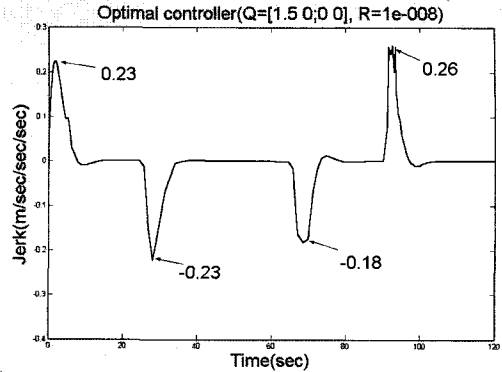


Fig. 12 Jerk graph for optimal controller (Q=[1.5 0;0 0], R=1e-008)

Table 5 Jerk for PID controller

제어게인			안정성 : jerk(m/sec^3)			
K_p	K_d	K_i	0sec (출발)	25sec	65sec	90sec (도착)
-30000	-21000	-300	0.65	-0.46	-0.54	0.63
-30000	-21000	0	0.65	-0.50	-0.48	0.64
-30000	-21000	300	0.65	-0.54	-0.49	0.69
-30000	-24000	0	0.71	-0.58	-0.30	0.67
-30000	-22000	0	0.67	-0.51	-0.52	0.66
-30000	-21000	0	0.65	-0.51	-0.47	0.64
-30000	-20000	0	0.63	-0.46	-0.48	0.71
-30000	-18000	0	0.60	-0.49	-0.52	0.63
-33000	-21000	0	0.67	-0.53	-0.55	0.68
-30000	-21000	0	0.65	-0.50	-0.48	0.64
-27000	-21000	0	0.64	-0.49	-0.51	0.62

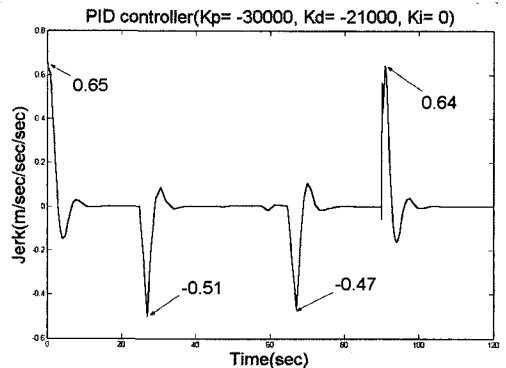


Fig. 13 Jerk graph for PID controller ($K_p=-30000$, $K_d=-21000$, $K_i=0$)

나타났다.

최소 주행 소비에너지를 갖는 제어입력 u 값에서 PID제어기 저크 그래프를 Fig. 13에 나타냈다.

6. 결론

본 논문에서는 도시철도 차량의 자동주행시 소비되는 에너지 최소화를 목적으로 전동열차 모델링을 통해 도시철도 차량 자동주행 제어에 최적제어기를 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 최적제어기에서 에너지 weighting factor R이 증가됨에 따라 주행 소비에너지는 감소되었고, 추종오차는 증가되었으며, 저크 최고 값은 감소되었다. 또한 추종성 weighting factor Q가 증가됨에 따라 주행 소비에너지는 변동되었고, 추종오차는 감소되었으며, 저크 최고 값은 증가되어 도시철도 차량 자동주행 제어가 가능하였다.

둘째, 도시철도 차량 자동주행에 최적제어기(역간 주행시간: 91.7sec, 승강장 정차시간: 28.3sec) 및 PID제어기(역간 주행시간: 88.8sec, 승강장 정차시간: 31.2sec)를 적용한다면, 최적제어기 주행 소비에너지는 최적 제어입력 u^* 값을 갖는 제어계인 ($Q=[1.5 \ 0; 0 \ 0]$, $R=1e-008$)에서 3.1399e+008(J)이고, PID제어기 주행 소비에너지는 최소 주행 소비에너지를 갖는 제어입력 u 값을 갖는 제어계인 ($K_p=-30000$, $K_d=-21000$, $K_i=0$)에서 3.5799e+008(J)로 나타났다. 주행 소비 에너지를 기준으로 최적제어기를 사용시 PID제어기에 비해 약 22%의 에너지 절감 효과가 있었다. 다만, 역간 주행시간 및 승강장 정차시간이 바뀌면 에너지 절감 비율이 달라질 수 있다.

셋째, 최적제어기의 저크 값은 최적 제어입력 u^* 값을 갖는 제어계인($Q=[1.5 \ 0; 0 \ 0]$, $R=1e-008$)에서 출발지점(0sec), 등속구간으로 변경 지점(25sec), 감속지점(65sec), 정차지점(90sec) 등 4지점의 저크 값은 각각 0.22, -0.22, -0.19, 0.29(m/sec³)로 안정하게 나타났고, PID제어기의 저크 값은 최소 주행 소비에너지를 갖는 제어입력 u 값을 갖는 제어계인에서 ($K_p=-30000$, $K_d=-21000$, $K_i=0$) 출발지점(0sec), 등속구간으로 변경 지점(25sec), 감속지점(65sec), 정차지점(90sec) 등 4지점의 저크 값은 각각 0.65, -0.50, -0.48, 0.64(m/sec³)로 안정하게 나타났다. 두 제어기

모두 저크 한계(0.8m/sec³)를 만족했다.

이상으로부터 최적제어기를 도시철도 차량 자동주행 제어에 적용시 주행 소비에너지 최소화 및 안정성(승차감) 향상에 효과가 있음을 알 수 있었다.

References

- 1) C. T. Kim, D. H. Kim, Y. I. Park and S. H. Han, "Optimal Driving Mode Analysis for Reducing Energy Consumption in Electric Multiple Unit," Transactions of KSAE, Vol.13, No.1, pp.174-183, 2005.
- 2) J. Y. Kim, A Study on ATO Pattern for Minimizing Energy Consumption under Urban Rail System, Seoul National University of Technology, pp.59-84, 2003.
- 3) S. J. Huang and S. L. Her, "Fuzzy Control Of Automatic Train Operation System," International Journal of Modelling and Simulation, Vol.17, No.2, pp.65-73, 1997.
- 4) S. H. Han, J. H. Baek, T. K. An, S. G. Lee, H. J. Park and S. K. Choi, "Optimal Train Driving Control To Minimize Energy Consumption Using Genetic Algorithms," Proceedings of the ICEE, Vol.3, pp.337-339, 1999.
- 5) D. E. Kirk, Optimal Control Theory An Introduction, Dover Pubns, pp.1-227, 2004.
- 6) R. C. Dorf and R. H. Bishop, Modern Control System, Prentice Hall, New Jersey, pp.130-190, pp.683-692, 2005.
- 7) K. Ogata, Modern Control Engineering, Prentice Hall, New Jersey, pp.681-701, pp.898-911, 2002.
- 8) Y. S. Byunn, S. H. Han and G. D. Kim, "The Speed Regulation and Fixed Point Parking Control of Rrban Railway ATO Considering Unknown Running Resistance," Proceedings of the KSR Conference, pp.280-287, 1999.
- 9) J. Y. Park and S. H. Han, "A Development of Speed and Precision Stop Controller for ATO Using Servo-controller," Proceedings of the KSR Conference, pp.267-274, 1999.
- 10) P. G. Howlett and P. J. Pudney, Energy-Efficient Train Control, Springer, New York, pp.1-24, 1995.