

수학 수업을 바라보는 두 가지 시각: 교사의 관점과 학생의 관점¹⁾

박 경 미*

본 연구는 수학 수업을 바라보는 교사의 관점과 학생의 관점의 차이를 조사하기 위하여 중학교 2학년의 연속된 수업 10차시를 녹화하고, 녹화된 비디오를 재생시키면서 교사와 학생에 대한 인터뷰를 실시하였다. 이 자료들을 분석하여 여섯 가지 측면에서 괴리 현상을 유형화하고, 유사한 배경이나 성격의 것들을 두 가지씩 결합시켜, 세 가지 측면으로 분류하였다. 첫 번째는 교사와 학생의 입장과 관점의 차이에서 비롯되는 괴리로 '교사의 수업 핵심과 학생의 관심사의 괴리'와 '교사의 실수에 대한 상이한 해석과 반응'이 이에 해당된다. 둘째, 극단적인 교수학적 현상과 관련된 괴리로는 '교사와 학생이 주목하는 측면 사이의 괴리와 형식적 고착' 그리고 '확인형 발문과 토파즈 효과'가 있으며, 세 번째는 특정 교사와 학생 사이에서 발생하는 비전형적인 괴리로 '학생들의 선호 내용에 대한 인식 차이' 그리고 '학생들의 다양한 요구에 대한 불충분한 대응'이 그 예가 된다. 논문의 마지막에는 이러한 괴리 현상의 극복 방안을 부분적으로 제시하였다.

1. 서 론

수업은 교수·학습 활동의 원천으로, 수학 수업을 분석하는 것은 수학 교수·학습의 실제에 접근하는 효과적인 방법이 된다. 수업은 '교사'와 '학생'과 '교육 내용'의 상호 관계로 구성된다는 측면에서 '교수학적 삼각형(instructional triangle)'(NRC, 2001)이라고 명명할 수 있다. 교수학적 상황론(Theory of didactic situation)은 '교사'와 '학생'과 '지식' 사이의 상호작용에 주목하면서 삼원적인 교수학적 관계(ternary didactic relationship)를 설정하고 있다 (Brousseau, 1997). 수업에서 교사와 학생은 수학 내용을 가운데 두고 대면하는 수업의 두 축이지만, 수업을 관찰하거나 분석할 때에는 대개 교사의 입장에

서기 때문에 학생의 관점은 적극적으로 반영되지 못하는 경향이 있다. 예를 들어 실행연구(action research)에서는 교사가 곧 연구자가 되므로 학생의 목소리를 충분히 담아내기 어렵다. 또한 제3의 연구자가 수업에 대해 참여적 관찰을 하는 경우도 학생보다는 교사의 입장을 견지하는 경향이 있기 때문에 학생들이 경험한 수업의 실태에 접근하는 데는 여전히 한계가 있다.

수업을 이끌어가는 두 핵심 요소인 교사와 학생은 서로 다른 생각과 경험 세계를 지닌 상이한 주체이므로, 둘 사이에 관점의 차이가 존재할 수 있다. 이에 본 연구는 교사와 학생에게 경험된 수업이 어떤 측면에서 차이를 가지며, 교사와 학생이 수업을 어떻게 다르게 해석하는지를 연구문제로 설정하였다. 이 연구문제

* 홍익대학교, (kpark@hongik.ac.kr)

1) 이 논문은 2007학년도 홍익대학교 해외연구지원금에 의하여 지원되었음.

를 탐구하기 위하여 10차시의 수업을 녹화하고 교사와 학생을 대상으로 인터뷰를 실시하여 각각의 관점을 파악하였다. 인터뷰는 수업을 회상하기 쉽도록 수업 장면이 담긴 비디오를 보면서 하는 회고적 인터뷰 방법(video-stimulated post-lesson interview)을 이용하여 수업의 구체적인 상황과 국면에 대한 교사와 학생의 생각을 담아내도록 하였다. 이를 바탕으로 수업을 바라보는 교사와 학생의 생각과 해석을 교차시키면서 두 관점 사이의 괴리를 여섯 가지로 유형화 하고, 교사와 학생의 관점 사이의 괴리가 발생한 배경에 따라 세 가지 측면으로 분류한 후 그 괴리를 줄이기 위한 실천적 방안을 부분적으로 제시하였다.

II. 선행 연구 분석 및 이론적 배경

1. 선행 연구 분석

비디오카메라가 상용화된 1990년대 이후 수학 수업을 비디오카메라로 찍어서 분석하는 연구가 다양하게 이루어져왔다. Pirie(1996)은 수업 촬영은 “수업을 최소로 방해하면서도 가장 포괄적으로 (수업) 현상을 연구하는 방법(p. 554)”이라며 방법론적 효능을 강조하였다. 국제 학술지 *Journal of Mathematical Behavior*가 게재하는 논문 중의 다수는 수업 비디오 분석을 한

연구이며, 이 학술지에 실린 Powell과 Francisco와 Maher(2003)의 논문에서는 지난 20여 년 동안 수학 수업을 대상으로 수행되어온 비디오 연구들을 자료 수집, 자료 분석 등의 기준에 따라 메타적으로 분석하는 모델을 제안하였다. Jacobs와 Morita(2002)는 미국과 일본 교사들이 바람직하다고 여기는 수학 교수법의 아이디어를 비교·분석하기 위해 녹화된 수업 비디오를 이용하여 연구를 수행하였다. 교사나 연구자가 바라본 수학 수업이 아니라 학생에게 경험된 수학 수업에 초점을 맞춘 연구도 다수 수행되어 왔다. 최근의 연구로 Francisco(2005)는 다섯 명의 고등학생이 어떤 수학적 경험을 하고, 어떻게 수학적 아이디어를 발전시켰는지 심층적으로 탐색하는 장기간의 추적 연구를 수행하였다.

학생과 교사에게 인식된 수업이 동일하지 않을 수 있다는 점은 2003년 중학교 2학년 학생을 대상으로 실시된 수학·과학 국제비교 추이 연구인 TIMSS(Trends in Mathematics and Science Study) 2003의 설문조사의 결과에서 찾아볼 수 있다. TIMSS 2003의 교사 설문지와 학생 설문지는 수학 학습과 관련된 다양한 정보와 배경 변인들을 파악하기 위한 문항들로 이루어져 있는데, 그 중에는 수업의 50% 이상을 할당하는 활동이 무엇인지를 묻는 문항이 포함되어 있다. 이 질문에 대한 교사와 학생의 답변 평균 및 표준편차는 <표 II-1>과 같다 (Mullis et al, 2004, pp. 283-284).

<표 II-1> 수업의 50% 이상을 할당하는 활동

수업 활동	응답자 구분	한국 평균 (표준편차)		국제 평균 (표준편차)	
		교사	학생	교사	학생
수업에서 다룬 수학을 실생활과 연결 짓기		50% (3.6)	17% (0.6)	50% (0.6)	44% (0.2)
해답 설명		75% (3.1)	29% (0.8)	78% (0.5)	67% (0.2)
복잡한 문제를 해결하기 위한 절차의 결정		52% (3.5)	43% (0.8)	45% (0.6)	53% (0.2)

<표 II-1>에 따르면 우리나라 교사들은 학생들에 비해 수학을 실생활과 연결 짓는 활동이 수업의 반 이상을 차지한다고 답한 비율이 훨씬 높았다 (50% > 17%). 해답을 설명하는 활동이 수업의 반 이상을 차지한다고 인식하는 교사의 비율 역시 학생의 비율보다 월등히 높았으며 (75% > 29%), 복잡한 문제를 해결하기 위한 절차를 결정하는 활동에 대한 교사와 학생의 인식 차이는 (52% > 43%) 상대적으로 크지 않았다. 그에 반해 국제 평균에서 교사와 학생의 인식 차이는 우리나라에 비해 적은 것으로 나타났다. 물론 위의 자료는 TIMSS 2003의 피험자인 학생과 그 학생들을 가르치는 교사 전체를 대상으로 실시된 설문조사 결과이기 때문에, 동일한 수업을 교사와 학생이 다르게 인식했음을 입증하는 직접적인 자료가 되는 것은 아니다. 그렇지만 전체적으로 볼 때 교사와 학생이 수업 활동의 성격을 인식하는 바가 다를 가능성이 높음을 시사한다.

TIMSS 2003의 설문조사 결과는 교사와 학생 사이에 관점의 차이가 존재할 수 있다는 개연성을 밝힌 것으로, 이를 보다 객관적으로 탐색하기 위해서는 동일한 수업을 경험한 교사와 학생을 대상으로 인터뷰를 하는 것이 필요하다. Goos(2004)는 11학년과 12학년 학생들을 대상으로 2년 동안 수업 비디오를 촬영한 후, 수업에서 어떻게 수학적 의미가 형성되고 아이디어가 정당화되는지 파악하기 위해 수업 비디오를 보면서 교사와 학생 인터뷰를 하고 그 자료를 분석하였다. Goos는 교사와 학생 면담을 실시할 때 수업 비디오를 이용하기는 하지만 초점을 맞춘 것이 교사와 학생의 관점 차이보다는 교사와 학생이 함께 만들어가는 수학적 의미와 아이디어라는 점에서 본 연구

와 차이가 있다. 본 연구가 설계 단계에서 벤치마킹한 연구는 Shimizu(2006)의 연구이다. Shimizu는 수업에 대한 교사와 학생의 관점 차이를 연구문제로 설정하고, 일본 동경에 소재하는 중학교 2학년의 연속된 수학 수업을 10차시 촬영한 후 수업 비디오를 보면서 각 차시마다 교사와 두 명의 학생을 인터뷰하였다. 교사와 학생은 수업 비디오를 재생하다가 수업에서 중요하다고 생각되는 부분에 멈추도록 하였는데, 동일한 수업에 대해서 교사와 학생, 그리고 인터뷰의 대상인 두 학생 사이에 비디오를 정지시키는 시점과 횟수가 달랐다. 또한 Shimizu는 교사가 학생의 수학적 사고를 잘못 이해하고 있는 에피소드를 예로 들어 동일한 수업 상황을 교사와 학생이 각각 다르게 인식함을 예증하였다. Shimizu의 연구는 특정 수업에서 발생하는 교사와 학생 사이의 오해를 예로 제시하고 있다는 면에서 제한점이 있으며, 본 연구는 교사와 학생 사이에 발생할 수 있는 관점의 차이를 보다 일반적인 차원으로 확장시켰다는 점에서 선행 연구와 차이를 갖는다.

2. Learner's Perspective Study와 상보적 설명 방법론

최근 수학 수업 비디오 국제 비교 연구로 주목을 받고 있는 LPS(Learner's Perspective Study)²⁾는 호주가 중심 국가이며, 중국(상하이와 홍콩에서 각각 독립적으로 자료 수집), 체코, 독일, 이스라엘, 일본, 한국, 필리핀, 싱가포르, 남아프리카공화국, 스웨덴, 미국, 영국의 총 13개국이 참여하고 있다. LPS는 중학교 2학년 수업을 대상으로 하며, 국가마다 전형적이라고

2) <http://extranet.edfac.unimelb.edu.au/DSME/lps/> 참고. 본 연구에서 분석한 자료는 한국의 LPS 자료로 수집한 3개 학교 중의 한 학교에서 이루어진 수업임.

할 수 있는 3명의 교사를 선정하여 교사당 10차시 이상의 수업을 녹화하여 분석한다. LPS는 프로젝트의 제목인 Learner's Perspective에 드러나 있듯이 '학습자의 관점'을 보다 적극적으로 반영한다는 점에서 교사와 연구자 중심이던 TIMSS 비디오 연구(video study)와 같은 기존의 수업 분석 연구와 차별화된다.

상보적 설명 방법론(Complementary accounts methodology)은 LPS를 주도하고 있는 연구책임자 David Clarke이 LPS 연구 설계의 배경 이론으로 제안한 이론이다 (Clarke, 1998, 2001). 상보적 설명 방법론의 핵심적인 아이디어는 상이한 경험과 사고 체계를 지닌 주체들이 동일한 수업을 바라보는 관점을 상호보완적으로 반영함으로써 수업의 실재를 보다 효과적으로 충실히 기술해 내자는 것이다. 상보적 설명 방법론을 기반으로 하는 LPS는 수업 비디오와 교사 인터뷰와 학생 인터뷰 자료를 병행하여 분석함으로써 하나의 수업을 바라보는 다양한 시각을 동시에 담아낸다 (Clarke, Keitel, & Shimizu, 2006). 상보적 설명 방법론에 기초한 LPS는 수업을 바라보는 단수가 아닌 복수의 관점이 존재한다는 것을 밝혀낸다는 점에서 그 의의를 찾을 수 있다.

III. 연구 자료 수집

1. 연구 대상 학교와 교사

본 연구는 서울 소재 H여자중학교 2학년 한 학급을 대상으로 한다. H여중의 학업성취도는 서울에서 중위권 정도로 전국적인 기준으로 볼 때에는 중상위권에 해당한다. 학급당 학생 수는 36명이며, 교사는 경력 18년의 남교사이다. 연구 대상 교사는 수업에서 생활할 맥락을 강

조하는 탐구 활동이나 모둠 활동의 활용에 대해 부정적인 생각을 가지고 있고, 이는 다음 교사 인터뷰 자료에 잘 나타나 있다.

교사: 사실은 학생 활동을 많이 해봐야 하겠지요. 그런데 해보니까 수업이 많이 산만해 지더라고요, 진도도 안 나가고. 또 그렇게 하다보니까 잘하는 애들은 좀 무료함도 느끼는 것 같고. 그러니까 명칭하게 있게 되고. 그런 활동은 중간 정도 되는 애들을 많이 끌어내서 해봐야 하는데 그런 면에서는 좀 부담스러워요. 잘하는 애들한테는 미안하고. 그렇다고 못하는 애들 다 시켜볼 수도 없고. 그러다 보니까 수업이 좀 느슨해지고 하는 것 같아서 제가 일률적으로 끌어가는 식으로 한다고 보죠.

위와 같은 교사의 생각은 자연스럽게 수업에 반영되어, 연구 대상 수업은 대부분 교사 위주의 전통적인 설명 방식으로 진행되며, 짧은 시간에 많은 내용을 효율적으로 전달하는 데 우선순위를 두는 경향이 있다.

2. 수업 비디오 촬영

본 연구의 자료를 수집하기 위하여 연립방정식 단원을 다루는 H여중 2학년의 연속된 수업 10차시를 비디오카메라로 촬영하였다. 비디오 촬영에 따른 교사와 학생의 심리적인 부담감을 줄이기 위해 본격적인 촬영에 앞서 2차시의 수업을 예비로 녹화하여 비디오카메라와 외부인의 존재에 익숙해지도록 하였다. 수업 비디오는 세 대의 카메라를 동원하여 촬영하였다. 첫 번째 카메라는 교실 전체를 고정된 위치에서 찍고, 두 번째 카메라는 교사 중심으로 움직이면서 찍고, 세 번째 카메라는 각 차시당 선정된 두 명의 집중 관찰 학생을 중심으로 찍었다. 집중 관찰 학생은 카메라 설치를 고려하여

교실에서의 자리가 중앙인 학생들을 제외하고 앉은 순서대로 돌아가며 선정하였으며, 차시당 두 명씩 10차시에 이르는 동안 총 20명의 학생이 동원되었다. 교사와 집중 관찰 학생들에게는 마이크를 연결하여 교사의 설명 및 학생들의 대화 내용이 녹음될 수 있도록 하였다. 한편 촬영과 동시에 교사 중심의 화면과 집중 관찰 학생 중심의 화면을 합성하여 화면 안에 화면에 들어가는 Picture in Picture 방식으로 편집하였다. 교사의 설명이 진행될 때에는 교사 화면이 배경이 되면서 집중 관찰 학생 화면이 내부의 작은 창이 되도록 하고, 학생들이 개인적으로 문제 풀이를 할 때에는 집중 관찰 학생 화면이 배경의 큰 창이 되고 교사 화면이 작은 창이 되도록 하였다.

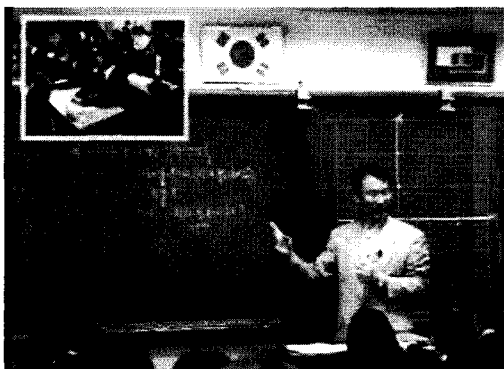
녹화된 10차시의 수업 전체에 대해서 교사의 발언과 집중 관찰 학생들의 대화를 녹취하여 전사본을 작성하고 분석의 기초 자료로 활용하였다.

3. 교사와 학생 인터뷰

매 수업 직후, 비디오의 촬영 대상이 되었던 두 명의 집중 관찰 학생에 대한 인터뷰가 이루어졌다.

학생들은 자신의 모습이 들어 있는 비디오를 재생시키면서 수업을 회고하기 때문에 직전에 경험한 수업을 생생하게 되살리면서 각 장면에서 어떤 생각을 했는지 설명하고 수업 상황에 대해 부연하는 것이 가능했다. 인터뷰를 할 때에는 학생에게 리모트컨트롤을 주고 비디오를 재생시키다가 멈추고 싶은 장면에서 멈추고 자신의 의견을 말하도록 하였다. 인터뷰를 할 때 연구자는 ‘수업에서 다룬 내용 중 중요한 것은?’, ‘수업에서 재미있거나 인상적이었던 것은?’, ‘수업에 대해 추가로 언급하거나 교사에게 바라는 바는?’과 같이 일련의 준비된 질문을 던졌으며, 학생들의 반응에 대응하여 추가적인 질문을 던지기도 하는 반구조화된 인터뷰(semi-structured interview) 방법을 이용하였다.

교사 인터뷰는 1차시 후, 5차시 후, 10차시 후 세 번에 걸쳐 수업 비디오를 보면서 이루어졌다. 교사 인터뷰 역시 학생 인터뷰와 마찬가지로 ‘수업의 목표와 주요 내용은?’, ‘학생들의 반응 중 특이하거나 수업에서 인상적인 것은?’, ‘수업에 대해 언급하고 싶은 것은?’ 등의 준비된 질문과 교사의 답변에 대응하는 즉흥적인 추가 질문으로 진행하였다.



[그림 III-1] 교사의 설명 상황에서 복합화면



[그림 III-2] 학생들의 문제 풀이 상황에서 복합화면

IV. 연구 결과

인터뷰 자료와 수업 전사본을 교차시키면서 분석함에 있어서 미리 개념적 틀을 설정하지 않고 반복적으로 자료를 검토하고 비교하면서 관점의 차이를 나타내는 상황을 수집하고 이를 토대로 유형화한다는 측면에서 근거이론(grounded theory, Creswell, 1998)을 이용하였다고 볼 수 있다. 교사와 학생 인터뷰 자료와 수업을 병행하여 분석하면서 교사와 학생의 반응의 차이를 드러내는 수업 상황과 대화를 수집하고 이를 유목화하였으며, 그 차이의 원인, 배경, 성격이 유사하다고 판단되는 것들을 두 가지씩 결합시켰다. 결과적으로 교사와 학생의 반응의 차이로 확인된 여섯 가지 측면은 세 가지 측면의 괴리로 정리되었다.

1. 교사와 학생의 입장과 관점의 차이에서 비롯된 괴리

가. 교사의 수업 핵심과 학생의 관심사의 괴리

연립방정식의 해를 구하는 가감법과 대입법을 다루는 수업에서 교사가 주안점을 둔 것은 어떤 방법을 이용하여 해를 구하더라도 해는 동일하다는 점이다. 이러한 점은 4차시와 5차시 수업에서 여러 차례 반복하여 언급되며, 교사 인터뷰에도 그런 생각은 명시적으로 드러나 있다.

【4차시 수업】

교사: ... 푼 것을 더하거나 뺀다고 해서 가감법이라 하고 이것은 식을 변형해서 대입했다고 해서 대입법이라고 해요. 대입법이라고 하는데, 가감법이나 대입법이나 답은 똑같이 나와야 해요. 똑같이. 그래서 여러분에게 가감법과 대입법을 다 가르쳐

준거예요 ... 사실은 대입법으로 풀면 더 간단할 때가 많아.

(중략)

교사: 어때요? 이걸 대입법, 이걸 가감법, 답은 똑같아. 자기가 봐서 당기는 거로 풀어. 답은 똑같으니까.

【5차시 수업】

교사: ... 그렇죠? 어떤 방법을 써도 좋겠죠? 답은? 답은 똑같이 나올 겁니다. 직접 노트에다 해보세요.

(중략)

교사: 자, 가감법으로 푸나 대입법으로 푸나 두 결과는 같이 나와야 된다. 자, 그렇게 해서 대입법 공부를 했고, 어, 한 장 넘겨봐. 한 장 넘기면 예제 2번은 가감법으로 풀라는 거예요. 물론 예제 2번은 가감법으로 풀라고 했지만 정리해서 1식을 2식에 넣어서 대입법으로 풀어도 관계없겠지? (중략)

교사: 자, 우리 뭐 배웠니? 가감법, 대입법... 가감법 대입법만 알면 다 구할 수 있어. 뭐 한 가지 방법이 더 있긴 한데 그건 다 저런 거야. 그래서 연립방정식 나오면, 아, 이것은 가감법으로 풀어야겠다, 이것은 대입법으로 풀어야겠다, 차이점은 뭐야? 편하게 푸는 차이점이야. 난 세상에 없어도 이 방법이 편하다 하면 자기가 푸는 거야. 하지만 어느 방법이 편하다는 건 자기가 알고 있어야지.

【5차시 후 교사 인터뷰】

교사: 여기서는 연립방정식을 푸는 연습을 하는 시간이니까, 연립방정식을 풀 때는 대입법으로 푸는 방법도 있고 가감법도 있는데, 결국 두 가지를 병행해가면서 풀어도 답은 하나다, 어떤 방정식을 봤을 때 빨리 적응시키면서 푸는 게 여기서 중요한 점이라고 생각할 수 있어요.

이처럼 교사는 연립방정식의 다양한 풀이 방법 중 어떤 방법을 사용해도 동일한 해가 구해지는 것을 강조하지만, 선택 방법에 대한 언급

은 생략한 채 ‘당기는 거로 풀어’라는 식으로 학생 스스로 적당한 풀이법을 터득하기를 요구하고 있다. 이에 반해 학생들은 가감법과 대입법이 각각 어떤 형태의 연립방정식에 편리하게 이용되는지, 즉 연립방정식의 유형에 따라 간편한 방법의 판별법을 교사로부터 바로 전수받고 싶어 한다.

【4차시 후 학생 인터뷰】

학생7: 이 대입을 가르치실 때요, 대입법에서요, 왜 대입법을 적용하는지 더 설명해주셨으면 좋겠어요.

【4차시 후 학생 인터뷰】

학생8: 가감법을 할 때요, 어떻게 하면 좀 더 쉽게 풀 수 있는지 가르쳐 주셨으면 좋겠어요.

(중략)

학생8: 대입법을 설명하실 때요, x 나 y 를 한쪽으로 놓잖아요... 그걸 바꿀 때 바꾸는 요령...

연구자: 바꾼다는 것은 어떤 걸 말하는 거죠?

학생8: x 나 y 를 한 쪽으로 놔야 하는데 등식 중에서 어떤 걸 해야 하고, x 와 y 중에서 어떤 게 더 좋은 건지...

【5차시 후 학생 인터뷰】

학생10: 가감법하고 대입법하고 어떤 때 더 편한지 알려고 했거든요... 제가 계속 해서 가감법으로 계산해서 너무 힘들 때가 있는데 구분해서 쓰려고... 어떤 때 대입법을 쓰는 게 더 나은지 알아보려고 했어요.

(중략)

학생10: 이런 문제 같은 거, 여기 앞에 가감법으로 풀어라 대입법으로 풀어라 하고 나오는데요, 왜 가감법으로 풀어야 하는지 왜 대입법으로 풀어야 하는지를 설명 안 해줬어요. 왜 가감법으로 풀면 편한지를 설명 안 해줬어요.

학생10: 제가 말씀 드리려는 거는요, 수업 중간

중간에 어떤 때 가감법을 쓰는지 가르쳐 주셨으면 좋겠다...

4차시와 5차시 후 인터뷰를 한 4명의 학생 중 3명이 가감법과 대입법이 각각 어떤 유형의 연립방정식에서 편리하게 사용되는지, 또 풀이 방법을 선택하는 기준이 무엇인지를 알고 싶어 했다. 특히 한 학생은 어떤 변수를 소거하는 것이 편리한지와 같은 구체적이고 실용적인 측면에 관심을 갖고 있다. 그러나 교사는 다양한 풀이 방법을 동원해도 동일한 근이 구해진다는 점만 반복하여 언급할 뿐 학생들이 궁금해 하는 점을 충족시키지 못했다. 연립방정식 단원이 끝나는 10차시에서 종합문제를 풀 때에도 교사는 다음 수업 상황에서 보듯이 대입법으로 푸는 것이 더 간단하다는 것만 단정적으로 언급할 뿐 대입법이 더 간편한 이유에 대한 설명은 생략되어 있다.

【10차시 수업】

교사: ... 정현이는 가감법으로 풀었거든. ... 이런 건 가감법으로 풀어도 되지만 그냥 대입법으로 풀어도 되겠지요? 굳이 이걸 또 정리해서 가감법으로 풀 이유가 없지? 선생님 같으면 이걸 대입법으로 풀겠어. 정현이 같으면 가감법으로 풀어? 선생님은 대입법으로 풀어...

연립방정식에 관한 모든 것을 마스터하고 있는 교사는 가감법과 대입법을 선택하는 방법보다는 결과론적인 측면에서 두 방법이 동일한 해를 도출한다는 사실에 우선순위를 두고 있다. 그에 반해 연립방정식의 해결 방법을 습득해가는 학생의 입장에서는 두 방법이 동일한 해로 귀결된다는 사실에 앞서 연립방정식을 간편하게 푸는 과정적인 측면이 더 절실한 관심사를 알 수 있다. 교사의 수업 핵심과 학생의 관심사의 괴리는 이런 입장차와 관점의 차이

에서 비롯된 것이라고 할 수 있다.

나. 교사의 실수에 대한 상이한 해석과 반응

교사는 수업 내용을 설명할 때 문제의 수치를 잘못 옮겨 쓰거나 계산에서 오류를 범하는 식의 실수를 필연적으로 범하게 된다. 분석 대상이 된 수업 10차시를 녹화하는 동안 2차시, 3차시 9차시에 걸쳐서 각각 한 번씩 교사의 실수가 발견되었는데, 이에 대해 학생들은 상당히 민감하게 반응을 하였다.

【2차시 수업】

교사: 자, 이걸 푸는데 x 가 1이면은 y 가 만족하는 값이 나오나? 1을 집어넣으면 15 빼면 얼마니? 55지? 만족하는 y 값 있어, 없어? 없어요. 자, 2면 보세요. 2면은 30이니까 넘어가면 40이니까 있어, 없어? 없어요. 그죠? 3이면 어떻게 되니? 3이면 45니까. 이게 얼마야? 25가 되어야 되니까 만족하는 값 있어, 없어? 없어? 있어, 없어? x 가 4면??

학생들: 선생님 식이 잘못됐는데요.

교사: 청소년이 1000원이니? 가격이?

학생들: 네.

교사: 아, 그러니? 여기가 1000원이구나... 그래 여기 어떻게 되니? 약분하면 어떻게 돼? $15x$ 플러스 $10y$ 는 70. 이렇게 되네.

【2차시 후 학생 인터뷰】

학생3: 여기... 1200이라고 하셨잖아요..근데 1000을 써야하는데... 1200을 잘못 써서 잠시 혼동을 했어요.

【3차시 수업】

교사: (중략) 그래서 m 값은 얼마야? $1/2$ 이 되겠네. 그래서 m 의 값이 이렇게 나오네, 그렇지? 이렇게 나오겠죠.

학생들 : m 인데요.

교사: $2m$ 맞네. $2m+n$ 은 4죠?

학생들 : 아래 거요. n 이 3인데요?

교사: 아! m 이 3이구나? 맞나?

교사: 여기 n 이니?

학생들: m, m, m

교사: m, m, m, m, m 이 3이지?

【3차시 후 학생 인터뷰】

학생5: ... 선생님이 그리고요 시험 볼 때쯤에는 많이 가르쳐주셔서 좋아요. 가끔도 실수하는 것도 재밌고요... 표도 많이 그리시고... 실수할 때는 웃기죠.

학생6: 약간 선생님이 틀린 거는 있었지만... 그만큼 더 자세히 설명해주셔서 괜찮아요. 그래도 실수한 건 확실하게 고쳐주시면 좋겠어요.

【9차시 수업】

교사 : ... 입장료는 어떻게 구한다고? 전체 40명중에서 5600원. 이렇게 계산하면 되겠죠? 그렇죠?

학생 : 네.

교사 : 이렇게 약분되고, 4×1 은 4, $4 \times 4=16$, 40열이라고?

학생 : 140.

교사 : 400?

학생 : 140.

교사 : 아! 140원 140원. 140원. 왜 400원이 나와 이거. 140원이 되지. 140원.

【9차시 후 학생 인터뷰】

학생16: 평소와 다르게 좀 학생들에게 관심을 가지고 가르치고 설명 잘 해주는 건 좋았는데... 문제 푸는 도중에 숫자가 틀려서 답이 틀리게 나와서 그게 별로...

학생17: 선생님이 실수를 좀 안하셨으면 좋겠어요..

2차시 후의 인터뷰에서는 두 명 중 한 학생이, 3차시와 9차시 후의 인터뷰에서는 각각 두 명 모두가 교사의 실수에 대해 언급하였다. 인터뷰 직전의 수업에서 실수가 없었던 4차시 후

의 인터뷰에서도 학생은 여전히 교사의 2차시와 3차시 실수에 대해 기억하고 있었다.

【4차시 후 학생 인터뷰】

학생7: 전에 가끔씩 틀리는 거요. 문제를 책에서 푸시는 데요 더 줄었으면 좋겠어요.

연구자 : 선생님도 사람이잖아요.

학생7: 수업 시간에 좀 많이 틀리시니까.

학생들은 교사가 수업에서 간헐적으로 범하게 되는 실수를 불가피한 것으로 용인하기는 하지만, 공식적으로 정정하는 절차를 거치기를 원한다. 그에 반해 교사는 이런 일상적인 실수에 대해 수치나 계산 결과를 고쳐 적지만 명시적인 정정 절차가 결여된 채 그대로 넘어가는 경향이 있다. 수업 내용을 메타적인 입장에서 내려다보는 교사의 입장에서 수치를 옮겨 적거나 계산 과정에서의 실수는 사소한 일로 여겨지지만, 교사의 설명을 통해 수업 내용을 파악해가는 학생의 입장에서 교사의 실수는 이해 과정에 영향을 미치는 중요한 방해 요인으로 작용한다. 이러한 입장의 차이가 교사의 실수에 대응하는 상이한 반응을 가져오는 것으로 보인다.

2. 극단적인 교수학적 현상과 관련된 피리

가. 교사와 학생이 주목하는 측면 사이의 피리와 형식적 고찰

연립방정식 단원의 도입 부분에서 다루는 중요 내용 중의 하나는 미지수가 2개인 부정방정식을 만족하는 해를 좌표평면에 나타내면 직선이 된다는 점이다. 수업에서는 우선 자연수 범위에서 부정방정식을 만족하는 순서쌍을 좌표평면에 찍어보게 한 후, 유리수 범위로 확장했을 때 결국 직선이 됨을 이해시키고, 역으로

부정방정식을 나타내는 직선 위의 점들은 모두 그 부정방정식의 해가 됨을 설명한다. 이런 핵심적인 내용은 다음 수업 상황에 명료하게 잘 드러나 있다.

【1차시 수업】

교사: ... 그래서 미지수가 두 개인 일차방정식은 결국은 그림을 그리면요, 그러한 점들을 다 이으면 직선이 되는데, 그 직선은 x, y 가 자연수라는 범위 내에서가 아니라 유리수 전체에서는 그게 다 직선으로 만족한다. 그래서 여기서 여러분들이 이해할 것은 직선의 방정식 형태 꼴이 자연수 범위 내에서는 이렇게 순서쌍으로 나오지만은 이런 것들이 순서쌍들이 모여서 결국은 직선의 형태를 이룬다. 이런 것은 여러분들이 염두에 두어야겠다 하는 거죠.

(중략)

교사: 이 직선의 모든 점들의 순서쌍은 일차방정식의 뭐라고? 해가 된다고. 그러니까 만약에 이 직선 상에 있는 점들 하나 하나는 저 직선에 바로 근이 될 수 있다...

7단계에서는 미지수가 1개인 일차방정식을 다루기 때문에, 미지수가 2개가 들어 있는 부정방정식은 학생들에게 새로운 개념이다. 또한 학생들은 7단계에서 좌표평면에 순서쌍을 나타내는 것을 배웠지만 이를 확장하여 ‘방정식의 해’, ‘좌표평면과 순서쌍’, ‘직선의 방정식’과 같이 서로 다른 범주에 있는 개념들을 연결시키는 것은 훨씬 높은 수준의 내용에 해당한다. 수업에서 교사의 설명은 간결하고 명쾌하지만 부정방정식의 개념→방정식의 해→해를 순서쌍으로 보아 좌표평면에 점으로 나타내기→점들을 잇는 직선으로의 진전이 빠른 속도로 이루어졌기 때문에, 교사가 의도한 바는 학생들에게 충분히 전달되기 어려웠다.

수업 직후의 인터뷰에서 수업에서 배운 중요

한 것을 묻는 질문에 대해 학생들은 별다른 답변을 하지 못했다. 그 대신 수업에 대한 소감을 묻는 질문에 대해 그래프의 시각적 표현 과정에서 나타나는 지엽적인 측면을 지적했다. 즉 교사가 전달하려는 핵심 내용이 아닌 다른 부수적인 측면에 학생들이 주목하고 있음을 알 수 있다.

【1차시 후 학생 인터뷰】

학생2: 그래프를 그릴 때 지우지 않고 색으로만 하나까... 겹쳐서 그려서... 헛갈려요.

교사가 주안점을 두어 강조한 내용이 학생들에게 이해되지 못하고 곁도는 현상은 2차시에도 이어졌다. 2차시에 다른 내용은 연립방정식을 이루고 있는 두 일차방정식을 각각 좌표평면에 직선으로 나타냈을 때 그 두 직선의 교점은 바로 연립방정식의 해가 된다는 점이다.

【2차시 수업】

교사: 이런 얘기가, 그러니까 두 개의 직선을 그렸을 때 연립방정식을 만족하는, 동시에 만족하는 것은 두 직선이 만나는 점의 좌표다.

(중략)

교사: 이렇게 평행하지 않다면 그래프의 직선은 딱 한 군데서 만난다, 이 말이야. 이 만나는 이 점이 바로 이 일차방정식을 동시에 만족하는 그러한 해가 된다는 얘기가. 이 얘기를 하려고 어저께 장황하게 오늘까지 설명해 온 거야. 이 얘기 하려고. 그럼 지금부터 뭐하냐면, 지금부터 연립방정식의 해를 구하는 거야. 연립방정식의 해를. 그 연립방정식의 해는 한 마디로 얘기해서 두 직선의 그림을 딱 그렸을 때 만나는 점, 그 점의 좌표를 구하는 거야. 그것이 이 단원에 배워야 할 아주 중요한 목표야 알겠어? 그래서 여기서 만나는 이 점이, 이 점이 두 일차방정식의 해라는 얘깁니다.

수업이 끝난 직후 이루어진 인터뷰에서 수업

의 핵심적인 내용을 묻는 질문에 대해 학생들은 제대로 답변을 하지 못했지만, 수업에 대해 지적하고 싶은 점에 대해서는 그래프를 그릴 때 색분필의 사용이나 판서에 대한 불만을 이야기했다.

【2차시 후 학생 인터뷰】

학생3: 표 옆에 여유가 있는데 좀 떨어져서... 표가 너무 복잡한데... 좀 떨어져서 그러으면...

【2차시 후 학생 인터뷰】

학생4: ... 색깔 분필을 쓸 때는 뒤에서 안보이니깐 어떤 색깔을 안보이고 잘 보이는지 선생님들이 아시고 배려해주셨으면 좋겠어요. 그래프를 그릴 때 미리 그렸던 것과 헛갈리지 않게 지우고 해주셨으면 좋겠어요...

Brousseau(1997)와 Chevallard(1985)는 교수학적 변환의 과정에서 나타날 수 있는 극단적인 현상으로 ‘메타-인지적 이동’, ‘토파즈 효과’, ‘조르단 효과’의 세 가지를 개념화한 바 있으며, 강완(1991)은 이에 ‘형식적 고착’을 추가하여 네 가지로 구분하였다. ‘형식적 고착(formal abidance)’은 공식화된 지식의 논리적 표현으로서, 메타-인지적 전략을 무시하고 지식의 은유적 사용을 억제하려는 시도를 말한다. 연립방정식을 도입하는 1차시와 2차시 수업에서 수학 내용의 경제적인 전달에 주안점을 두는 교사의 연역적인 설명은 형식적 고착에 해당한다고 볼 수 있다. 그 결과 학생들은 수업 내용으로부터 이탈하여 지엽적인 측면에 관심을 갖게 되었으며, 이는 인터뷰 결과에 드러나 있다.

나. 확인형 발문과 토파즈 효과

수업 상황에서 ‘질문(questioning)’은 가르칠 내용을 담아내면서 학급 내의 의사소통을 이끄는 중요한 역할을 한다. 교사의 질문 유형, 더

넓게는 발화 유형을 분류한 시도는 여러 연구에서 찾아볼 수 있다. 양미경(2003)에 따르면 질문에 대한 분류는 지식, 이해, 적용, 분석, 종합, 평가라는 Bloom의 분류 방식을 기초로 위계를 설정하는 것이 주류를 이루지만(Hyman, 1979; Stephanie, 1982), 이와 같이 여러 단계를 두기보다 간단하게 이분(二分)하여 ‘사실적 질문(fact question)’과 ‘고등수준의 질문(higher-order question)’으로 분류하기도 한다 (Gall, 1984; Redfield & Rousseau, 1981). 후자의 분류를 따를 때, 연구의 대상이 된 수업에서 고등수준의 질문은 찾아보기 어렵고, 간단한 사실적 질문이 주류를 이룬다. 사실적 질문 중에서도 단순하게 예, 아니오 중에서 선택하는 질문으로, 내용에 대한 이해와 상관없이 대부분 교사의 질문 맥락을 통해 유추하여 답할 수 있다. 그런 점에서 ‘확인형 발문’이라고 명명할 수 있으며, 그 단적인 예를 다음 수업의 밑줄 친 발문에서 찾아볼 수 있다 (손상희 2006).

【2차시 수업】

- (1) 교사: 1번의 2번. x, y 가 자연수 전체의 집합의 원소일 때 다음 일차방정식을 풀이라. 그런데 $3x+6y=18$ 이다. 이게 뭐니? x, y 가 자연수죠? 그렇죠? (중략) 자 봅시다. x 가 1이면 만족하는 y 값이 있어, 없어? 있어, 없어?
- (2) 학생들: 없어요.
- (3) 교사: 없지? 그렇지? 2면 만족하는 값이 있어, 없어? x 가 2면 만족하는 값 y 가 얼마?
- (4) 학생들: 2.
- (5) 교사: 2가 되겠지? 그렇죠? 3일 때 만족해, 안 해?
- (6) 학생들: 안 해요.

- (7) 교사: 3일 때 만족 안하지. x 가 3일 때. 그렇지? 4일 때는 만족해, 안 해?
- (8) 학생들: 해요.
- (9) 교사: 4일 때 얼마? y 값은?
- (10) 학생들: 1.
- (11) 교사: 4콤마 1. 더 이상 만족하는 자연수가 있나?
- (12) 학생들: 아뇨.
- (13) 교사: 없죠? 없지. 그러니까 이것은 그래프를 그렸을 때 좌표평면에 그래프를 그렸을 때 점이 몇 개 찍혀? 점 두 개로 찍혀 나오겠지? 그래요, 안 그래요?
- (14) 학생들: 그래요.
- (15) 교사: 그림을 그리면 이렇게 찍혀 나오겠지. 자 여기. 자 2콤마 2면 여기가 찍혀 나오겠지? 그죠? 4콤마 2면 어디가 찍혀 나와? 만약에 x, y 가 자연수가 아니라면 점이 몇 개 찍혀 나와? 수없이 많이 나오겠지? 점들이 찍혀 나오겠지? 그래, 안 그래?

교수학적 변환 과정에서 발생하는 부정적인 현상 중의 하나는 교사가 교수학적 계약(didactic contract)의 심리적 압박을 느끼면서 학생에게 명백한 도움말을 제공하거나 일련의 유도 질문을 통해 문제의 답을 간접적으로 제시하는 ‘토파즈 효과(Topaze effect)³⁾이다 (강완, 1991; Brousseau, 1997, Chevallard, 1985). 교사는 학생에게 정해진 시간에 정해진 내용을 효과적으로 이해시켜야 하는 의무를 지니고 있다는 점에서 교사와 학생은 일종의 교수학적 계약 관계에 있다. 그런데 학생이 수업 내용을 이해하지 못할 경우 교수학적 계약을 이행해야한다는 교사의 정신적인 압박감은 교사로 하여금 답을 암시하는 정보를 제공하여 학생들이 답할 수 있도록 유도하는 토파즈 효과를 가져 올 수 있다.

3) Wood(1998)는 이러한 현상을 ‘깔때기 패턴(funnel pattern)’이라고 명명한 바 있다. 토파즈 효과가 발생하는 장면에서는 마치 깔때기를 이용하여 액체를 원하는 방향으로 이동시키듯이 기대하는 답변을 얻어내기 위해 유도 질문을 던지기 때문이다.

위의 수업 상황 (1)에서 x 가 1인 경우에 만족하는 y 값이 있는지 없는지를 반복하여 묻고 있는데, 이는 없다는 답변을 암시할 수 있는 발문이다. (3)에서 보듯이 x 가 2인 경우에는 만족하는 y 값이 있는지 없는지는 발문을 하고 그 답을 기다리기도 전에 만족하는 y 값을 구체적으로 요구하고 있다. x 가 3, 4일 때까지 다룬 후 (11)에서 더 이상 만족하는 자연수가 있느냐고 묻는 맥락 역시 없다는 답을 간접적으로 이끌어내고 있다. 그 다음 질문인 (13)에서 점이 두 개로 찍혀 나오는 지를 묻고 있지만 그렇다는 사실을 확인하고 있을 뿐이다.

【2차시 후 학생 인터뷰】

학생4: 선생님이요, 수업하실 때요. 선생님은 수학이 전공이시니까요, 암산을 잘하시잖아요. 아는 애들하고 선생님은 잘하잖아요. 못하는 애들은 그거 하느라고 수업을 놓치잖아요. 설명을 못 들으니까요. 수업 진도를 천천히 해주셨으면 설명을 차근차근 해주셨으면 좋겠어요.

2차시 후 이루어진 학생 인터뷰 결과, 교사의 질문에 답하기 위해서는 빠르게 계산을 해야 하는데, 그것을 따라가지 못하고 있음을 알 수 있다. 의견상으로는 교사가 질문하고 학생들이 답하는 상호작용이 이루어지고 있지만, 실제적으로는 교사의 자문자답 형식임을 알 수 있다. 또한 교사는 질문의 형식을 빌려 학생들에게 발문하고 있지만, 실체는 질문의 전후 맥락에 따라 답을 유추할 수 있는 경우가 대부분이기 때문에 명백한 의미의 질문이라고 보기는 어렵다. 학생들이 내용을 정확히 이해하고 있지 못하더라도 수업에서 질문과 답변 상황만 보면 학생들은 교사의 설명을 모두 이해하고 올바르게 답하고 있는 것으로 비추어지므로, 토파즈 효과에 해당한다고 볼 수 있다.

3. 특정 교사와 학생 사이에서 발생하는 비전형적인 괴리

가 학생들의 선호 내용에 대한 학생과 교사의 인식 차이

인터뷰에 따르면 교사는 대부분의 학생들이 활용 문제를 이해하지 못한다고 판단하고 응용 문제를 다룰 때 학생들에게 풀 기회를 주기보다 교사가 설명하는 방식으로 진행해야 한다고 생각하고 있다. 그러나 인터뷰 대상 학생은 새로운 응용문제에 흥미를 나타냈고, 책에 없는 문제를 수업에서 다룬 것을 높게 평가했다.

【10차시 후 교사 인터뷰】

교사: (중략) 질문을 안 하더라고요... 하라고 해도 잘 안하고... 전반적으로 활용 면에서는 이해하는 애들이 거의 없을 거 같아요. 이해한다고 싶으면 좀 한다는 애들이고... 지금은 학력이 떨어졌는지 활용을 이해시키기가 상당히 어려워요. 실제로 문제를 내보면 맞는 애들이 거의 없는 거 같아요. 앞으로는 깊이 있는 공부를 애들이 해야 하는데... 활용 이용 쪽에 가면 거의 애들을 이해시킬 수가 없다는 거... 이쪽 수업을 가면 조용하죠... 시켜볼 수도 없어요.

【7차시 후 학생 인터뷰】

연구자: 오늘 수업이 어땠는지 생각을 말해 주래요?

학생13: 연립방정식이었잖아요... 근데 오늘 선생님께서 그것보다 더 응용된 문제를 가져 와서 좀 더 많이 알게 됐어요..

연구자: 오늘 배운 것 중에서 제일 재미있었던 것은 뭐가 있을까요?

학생13: 원래 배웠던 것보다 좀 색다른 문제 중... 오늘 배웠던 것 중 첫 번째 문제요.

【7차시 후 학생 인터뷰】

학생14: ... 또 1번 문제 같은 경우에는 책에 없는 건데 나중에 알아두면 굉장히 좋을 것

같다는 생각 했어요.

교사는 4차시에서 교과서에서 명시적으로 다루는 방법을 아닌 등치법을 소개하였다. 교사로서는 교과서에서 직접 다루는 내용이 아니기 때문에 등치법에 대한 언급을 최소화하였지만, 인터뷰 결과 학생은 새로운 연립방정식의 풀이 방법을 소개한 것을 수업에서 가장 흥미로운 부분으로 꼽았다.

【4차시 수업】

교사: ... 1식과 2식은 똑같죠? 둘 다 y 니까 같이?
그러니까 $5+2x=x+2$, 그래서 이렇게 풀면 x 는 -3 되고 y 는 -1 이 되죠. 이걸 등치법이라고도 얘기 하는데... 이제 자기가 자유자재로 얼마든지 놓고 풀어라.

【4차시 후 학생 인터뷰】

연구자: 오늘 수업에서 제일 재미있었던 부분은?

학생7: 책에서 나온 거 말고 가감법하고 대입법 말고 또 다른 거 알려 주신 거요.

모든 학생은 아니지만 등치법과 같이 교과서를 넘어서는 새로운 수업 내용에 선호하거나 응용문제를 흥미롭게 받아들이는 학생이 있음에도 불구하고, 교사는 모든 학생들이 정형적인 문제를 선호하고 교과서 내용에만 관심을 갖는다고 단정하는 데서 교사와 학생 사이의 또 하나의 인식 차이를 찾아볼 수 있다. 그렇지만 이러한 인식의 차이는 인터뷰 대상 학생의 수학적 수준과 관심사에 따라 달라질 수 있는 가변적인 것이며, 그런 측면에서 전형성을 갖지 않는 괴리로 구분하였다.

나. 학생들의 다양한 요구에 대한 교사의 불충분한 대응
다음 학생 인터뷰에서 보듯이 수업에서 교사

는 학생들 수준에서 볼 때 절실한 설명을 생략하거나 간략화 하기도 하고 어떤 부분에서는 설명을 지나치게 상세하게 하기도 한다 (8차시 인터뷰). 또한 학생들은 교사가 자신이 선택한 연립방정식의 풀이 방법과 다른 방법으로 설명하거나 자신과 다른 변수를 소거한 풀이법에 대해 불만을 토로하기도 했으며 (5차시 인터뷰), 학생들이 앞에 나와 문제 푼 것을 교사가 새로 정리하면서 풀거나 (4차시 인터뷰) 앞에 나와 푼 학생의 풀이 방법을 존중할 것 (10차시 인터뷰) 등 다양한 요구를 하였다.

【8차시 후 학생 인터뷰】

학생15: 선생님이 설명하실 때요. 그냥... 자기가 풀 때 있잖아요... 그런 것처럼...

학생16: 아! 이런 부분에서요... 이렇게 굳이 그림까지 그리면서까지 설명하지 않아도 되는데... 4킬로미터, 2킬로미터 다 아는 부분인데 너무 길게 설명 한 것 같아요.

연구자: 아, 그래요? 또 더 할 말 없구?

학생16: 다른 것은 다 괜찮았던 것 같은데...

학생16: (강물의 속력과 배의 속력 부분에서 비디오를 멈춤) 아! 이 부분은 좀 어려운 문제였는데... 약간 이해가 안 갔는데 좀 빨리 지나간 것 같아요.

【5차시 후 학생 인터뷰】

학생9: x 를 고쳐서 푸는 것... x 소거하는 것... 맨 날 y 로 하다가 x 를 소거해서 하는 것... 계속 y 로만 하다가 갑자기 x 를 소거해서 했는데... 이것도 여러 개 문제를 풀어봤으면 했는데... 그걸 한 번만 설명해서 했는데. 이것도 몇 개 더 설명해 주셨으면...

연구자: 몇 가지 더 해주셨으면 좋았을걸.

(다른 문제에서 비디오를 멈춤)

학생9: 이거 푸는 것도 이해가 안됐어요. 저는 이거 이렇게 안 풀었는데... 선생님은 저랑 다르게 풀어서 저는 이해가 안됐어요. 저는 x 로 하고 해서 풀었는데 선생님은 이상하게 대입하고 해서 풀었어요.

【4차시 후 학생 인터뷰】

학생8: 선생님이 문제 푼 걸 다시 설명해 주실 때요. 그때 친구가 푼 것은 선생님처럼 잘 정리가 안 되어 있잖아요. 그것을 다시 선생님이 옆에 다시 풀어 주시면서 설명해주셨으면 좋겠어요.

【10차시 후 학생 인터뷰】

학생19 : 여기요... 수진이가 이 문제를 푸는데요. 다 풀고 나서요 선생님이 설명을 하실 때요... 자세히 안하시고요. 선생님이 다른 방법으로 풀어주셨는데요... 그 방법으로 설명 잘 안 해주셨어요.

연구자 : 수진이랑 같은 방법으로 풀어주셨어요?

학생19 : 아뇨. 그거 아예 설명 안 해주시고요 다른 방법으로요.

한 학급을 구성하고 있는 학생들의 능력 수준과 이해 정도와 성향은 모두 다르기 때문에 학생들 개개인이 선호하는 설명 방식은 상이하다. 실제 수업에서 교사가 학생들의 요구에 일대일로 대응하기 어렵다는 것은 수업의 최대 난점 중의 하나이다. 수업은 가장 많은 학생들을 포괄할 수 있는 수준에서 눈높이를 설정해야 하는데, 대다수 학생을 염두에 두고 수업의 수준을 적정화하는 것은 쉬운 일이 아니기 때문이다. 다인수 학급에서 정해진 시간에 내용을 이해시켜야 한다는 제약은 여러 수준의 설명을 제공하지 못하도록 하는 걸림돌이 된다. 그렇지만 위와 같은 인터뷰를 통해 수업에 대한 학생들의 요구를 파악한다면 설명 방법과 수준과 상사함의 정도를 세밀하게 조율하는데 도움이 될 것이다.

【2차시 후 학생 인터뷰】

학생4: 수학 용어를 영어를 사용하잖아요...“이콜”이나 “콤마”나 그런 거요. 그걸 배운 애들은 괜찮은데요. 안 배운 애들은 아는 것도 오히려 혼란스러우니까요... 아예 그

런 용어를 가르쳐 주시고 시작하시든가요. 그냥 잘 쓰는 쉬운 용어로 바꿔서 하셨으면 좋겠어요.

위의 학생 인터뷰에서 보듯이 용어 사용에서도 학생들을 세심하게 배려할 필요가 있다. 학생에 따라서 ‘이콜’이 더 익숙한 경우도 있고, ‘~는’이 더 친숙한 경우도 있으므로 특정 용어가 더 바람직하다는 결론을 내리기는 어렵다. 단 학생의 지적대로 어떤 용어나 표현을 선택할 때에는 그에 동일한 의미를 갖는 여러 용어나 표현을 미리 알려주는 배려가 필요하다.

V. 연구 요약과 시사점 및 제한점

1. 연구 요약과 시사점

본 연구에서는 수업 비디오와 교사 및 학생 인터뷰 자료를 교차시키면서 분석한 결과, 수업을 바라보는 교사와 학생의 관점 차이를 여섯 가지로 유형화하였다. 첫째, 수업에서 교사가 초점을 둔 핵심 내용과 학생의 관심사 사이의 괴리이다. 교사는 연립방정식을 푸는 다양한 방법이 하나의 해를 도출하다는 점을 강조한데 반해, 학생들은 연립방정식의 형태에 따라 방법을 선택하는 실용적인 측면에 주목했다. 교사는 연립방정식의 두 가지 방법이 갖는 결과론적인 측면에 수업의 의도를 집중시켰지만 학생들은 연립방정식을 신속하고 정확하게 쉽게 해결할 수 있는 현실적인 방법을 찾는 데 더 큰 관심을 두었다.

둘째, 교사는 자신이 수업 중에 범하게 되는 실수가 전체 내용 흐름에서 볼 때 지역적인 것이라고 간주해 일상적으로 넘기는 경향이 있는데, 학생들은 교사의 실수가 이해의 혼란을 초래한다는 측면에서 예민하게 반응하고 부정적

인 태도를 보였다.

셋째, 수업이 교사의 연역적인 설명 위주로 전개되었을 때 학생들은 수업의 핵심을 이해하지 못한 채 그 내용을 둘러싼 부수적인 측면에 주목하는 ‘형식적 고착’이 나타났다. 연립방정식의 해는 각 방정식을 직선으로 표현하였을 때 두 직선의 교점이 된다는 점은 대수와 기하를 연결하는 해석기하적 내용으로, 학생들은 이를 이해하지 못한 채 그래프 그릴 때의 색분필 사용이나 판서와 관련된 부분을 지적하였다.

넷째, 교사는 설명 중간에 질문의 형식을 빌려서 발문을 하지만 대개는 교사의 자문자답으로 귀결되는 확인형 질문이 주류를 이루었다. 이는 학생들이 수업 내용을 이해한 것처럼 보이도록 유도한다는 점에서 일종의 ‘토파즈 효과’라고 볼 수 있다.

다섯째, 교사는 학생들이 응용문제를 어려워한다고 간주하고 교과서 이외의 내용을 최소화하여 다루려는데 반해, 학생들은 실생활 응용문제와 교과서 밖의 새로운 내용을 선호하는 것으로 답변하였다. 통념에 의거한 교사의 판단이 학생의 요구와 일치하지 않는 경우가 있음을 보여준다.

여섯째, 교사가 설정한 수업의 수준과 교수방법이 학생들의 눈높이와 정합적이지 않은 경우가 많았으며, 학생들 개개인의 수준이나 교수방법의 선호도에 따라 교사에 대한 요구 사항은 다양하게 표출되었다.

수학 내용을 마스터한 상태에서 ‘완성된 수학’을 전달하려는 교사의 입장과 학습 내용을 숙지해 가는 학생의 입장 사이의 충돌은 첫 번째와 두 번째 피리의 원인을 제공한다. 첫 번째 피리에서 드러난 바와 같이 교사는 연립방정식을 해결하는 방법에 상관없이 해가 동일하다는 결과론적인 측면을 강조하는 반면 연립방정식의 해결 방법을 익히는 과정에 있는 학생

들은 연립방정식의 유형에 따라 간편한 방법을 선택하는 노하우에 관심이 집중된다. 두 번째 피리의 경우, 교사의 입장에서는 문제를 이기 하거나 계산 과정에서 범하는 실수가 수업의 핵심과 관련이 적은 사소한 것으로 받아들여지지만, 교사의 설명을 따라 내용을 이해해가는 학생에게는 교사의 실수가 부정적인 방해 요인으로 인식된다.

극단적인 교수학적 현상과 관련된 세 번째와 네 번째의 피리는 제한된 시간에 정해진 내용을 효율적으로 전달해야 하는 수업 상황에서 기인한다. 세 번째 피리에서 보듯이 교사의 연역적인 설명 방식으로 인해 학생들이 수업에 몰입하지 못하고 주변적이고 부수적인 측면에 주목하는 현상이나, 네 번째 피리와 같이 확인형 발문을 위주로 하여 학생들이 내용을 이해하고 있는 것으로 착시 현상을 일으키는 것은 수업 진도에 따른 강박에서 비롯된다고 볼 수 있다.

학생들의 선호 내용에 대한 학생과 교사의 인식 차이나 학생들의 다양한 요구에 대한 불충분한 대응은 어떤 교사가 수업을 이끌어가고 어떤 학생들이 수업에 참여하느냐에 따라 달라질 수 있는 가변적인 차이이다. 따라서 이는 보편성을 확보하기 어려우며, 그런 측면에서 특정 교사와 학생 사이에서 발생하는 비전형적인 피리라고 명명하였다.

교사와 학생의 관점의 차이에 대한 기술(description) 중에는 처방(prescription)으로 연결될 수 있는 경우도 있다. 예를 들어 두 번째 피리인 교사의 실수를 둘러싼 교사와 학생의 인식 차이는 교사의 즉각적이고 명시적인 오류정정을 통해 해결될 수 있다. 세 번째의 피리는 주로 짧은 시간에 집약적으로 이루어지는 교사의 형식화된 설명 방식에서 기인하므로, 학생들의 눈높이에 부합되도록 설명의 수준과 속도를 조정해야 한다는 처방을 내릴 수 있다.

네 번째인 확인형 발문으로 인한 토파즈 효과는 학생들의 사고를 촉발시키고 발문을 하는 노력을 통해 극복될 수 있으며, 여섯 번째인 수업 수준 및 방법에 대한 학생의 요구와 교사의 수업 실제 사이의 괴리는 가능한 한 다양한 학생들의 요구에 부합함으로써 해결될 수 있다. 예컨대 상위 수준의 학생들에게 도전적인 문제를 제시하고, 그 문제를 해결하는 동안 하위 수준의 학생들에게 쉬운 버전의 설명을 부가적으로 제공하는 등의 방법을 강구할 수 있을 것이다.

2. 연구의 제한점

본 연구에서 파악한 교사와 학생의 인식의 차이는 보편성을 갖는 것도 있고 특정 교사와 학생 사이에서만 발생하는 특수성을 지니는 경우도 있다. 연구 대상이 된 교사는 설명식 방법에 의존하는 전통적인 방법으로 수업을 진행하기 때문에 학습자의 요구를 충분히 반영하지 못하는 경향이 있고, 따라서 평균적인 경우보다 교사와 학생 사이의 괴리 현상이 심각하게 나타났을 수 있다. 또한 연구 대상 교사는 중학교에 앞서 고등학교에서 다년간 가르친 경험이 있기 때문에 학습자보다는 수학 내용에 무게중심을 두는 경향이 있으며, 이는 교사와 학생 사이의 괴리 현상을 심화시킨 한 요인을 제공한다.

본 연구에서는 차시당 두 명씩, 총 20명의 학생을 인터뷰를 했으므로, 그 학생들의 견해가 전체 학생의 견해를 반영하는 것은 아니라는 점에서 한계를 갖는다. 그러나 이런 유형의 심층적 분석은 대표성과 일반화 가능성보다는 제한된 범위의 사례라 하더라도 심도 있게 기술함으로써 양적인 비교가 간과하기 쉬운 미묘한 측면들을 보다 정교하게 드러낸다는 데서

그 가치를 찾을 수 있다. 이 연구의 결과를 일반화하기는 어렵지만, 중요한 것은 교사와 학생이 수업을 바라보는 시각에 있어 차이가 존재한다는 사실을 예시적으로 밝힌 점이다. 이를 기반으로 교사와 학생 사이의 간극을 최소화하는 출발점을 제공한다는 데서 이 연구의 중요한 의의를 찾을 수 있을 것이다.

참고문헌

- 강완(1991). 수학적 지식의 교수학적 변환. *수학교육*, 30(3), 71-89.
- 양미경(2003). *교육과정 및 교수방법*. 서울: 교육과학사.
- 손상희(2006). 수업에 대한 교사와 학생의 관점에 관한 탐색 및 논의. *홍익대학교 교육대학원 석사학위 논문*.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Clarke, D. J., Shimizu, Y. & Keitel, C. (2006). *Mathematics classrooms in twelve countries: The insider's perspective*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Clarke, D. J. (2001). *Perspectives on practice and meaning in mathematics and science classrooms*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Clarke, D. J. (1998). Studying the classroom negotiation of meaning: Complementary accounts methodology. In A. Teppo (Ed.), *Qualitative research methods in mathematics education*. *Journal for*

- Research in Mathematics Education, Monograph No 9* (pp. 98-111). Reston, VA: NCTM.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Francisco, J. M. (2005). Students' reflections on their learning experiences: lessons from a longitudinal study on the development of mathematical ideas and reasoning. *Journal of Mathematical Behavior, 24*, 51-71.
- Gall, M. D. (1984), Synthesis of research on teachers' questioning, *Educational Leadership*, November, 40-47.
- Goos, J. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(4), 258-291.
- Hyman, R. T. (1979). *Strategic questioning*, New Jersey: Prentice-Hall.
- Jacobs, J. & Morita, E. (2002). Japanese and American teachers' evaluations of videotaped mathematics lessons. *Journal for Research in Mathematics Education, 33*(3), 154-175.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowki, S. J. (2004). *TIMSS 2003 international mathematics report*. International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, Boston.
- National Research Council (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Pirie, S. (1996). What are the data? An exploration of the use of video-recording as a data gathering tool in the mathematics classroom. Paper presented at the Sixteenth Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education-North America. Florida State University, Panama City.
- Powell, A. B., Francisco, J. M. & Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of Mathematical Behavior, 22*, 405-435.
- Redfield, D. L., & Rousseau, E. W. (1981), A meta-analysis of experimental research on teacher questioning behavior, *Review of Educational Research, 51*(2), 237-245.
- Shimizu, Y. (2006). Discrepancies in perceptions of mathematics lessons between the teacher and the students in a Japanese classroom. In D. J. Clarke, C. Keitel, & Y. Shimizu (Eds.). *Mathematics Classrooms in Twelve Countries: The Insider's Perspective* (pp. 183-194). Rotterdam: Sense Publishers.
- Stephanie, S. A. (1982), A study of the relationship between teaching techniques and student's achievement on high cognitive level question-asking skills. Unpublished doctoral dissertation, University of Chicago, Chicago, IL.
- Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing. In H. Steinbring, M. G. B. Bussi, & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in mathematics classroom* (pp. 167-178). Reston, VA: NCTM.

Two Views on the Mathematics Lessons: Teacher's Perspective and Students' Perspective

Park, Kyung Mee (Hongik University)

There have been a number of lesson analysis studies, yet not many studies address the issue of the perspective of students who play a key role in the lesson along with the teacher. The purpose of this study is to investigate how the teacher and the students interpret the mathematics lesson they experienced, and to find out the potential discrepancy between the teacher and the students in their perceptions of mathematics lesson. To pursue this purpose, 10 consecutive lessons were videotaped in the 8th grade mathematics classroom, and the video-stimulated post-lesson interviews were also conducted with the teacher and the students. Based on the lesson videos and the interview data, six discrepancies between the teacher and the students in their perceptions of mathematics lesson were identified: the discrepancy between the teacher's intention and students' interest in the lesson; different interpretation and response to the teacher's mistake; formal abundance; topaze effect; different recognition of the students' preference among the topics; teacher's insufficient response to students' needs. These six discrepancies were further categorized and some implications were drawn.

* key words : lesson analysis(수업 분석), interviews(교사와 학생 면담), teacher's perspective(교사의 관점), students' perspective(학생의 관점), discrepancies in perceptions(관점의 차이), formal abundance(형식적 고착), topaze effect(토파즈 효과)

논문접수 : 2007. 5. 6

심사완료 : 2007. 6. 2