

서보보상기를 사용한 건설 출력귀환제어

Robust Output Feedback Control Using a Servocompensator

이호진*, 이금원*

Ho-Jin Lee*, Keum-Won Lee*

요약

본 논문에서는 비선형시스템의 제어대상의 하나로 사용되고 있는 Chua회로를 대상으로 건설 출력귀환제어를 실현한다. 특히 비선형인 경우는 선형의 경우와 틀린 접근방법을 사용하여야 한다. 우선 기준신호발생기인 exosystem을 정의하고 출력추종오차식으로부터 오차방정식을 유도하고, 적분기 형태의 서보보상기를 사용하여 수정된 슬라이딩면을 설계한다. 수정된 슬라이딩면과 서보보상기에 사용되는 파라미터들은 슬라이딩면 및 서보보상기가 안정하도록 관련다항식이 Hurwitz조건을 만족하도록 정한다. 특히 모든 파라미터들이 미지여서, 오차신호들이 귀환으로부터 얻을 수 없기 때문에, 고이득 관측기를 설계하고, 이 추정값을 사용하여 안정화제어기를 얻는다. 시뮬레이션결과를 제시함으로써 알고리즘이 유용함을 증명한다.

Abstract

This paper deals with the robust nonlinear controller design using output feedback for a Chua circuit which is one of the well-known nonlinear models. First, an exosystem for reference signal tracking is defined, and error dynamic equations are derived from the differentiation of the output tracking error equation. The normal sliding surface is modified using the integral type servo compensator. The parameters in the equations of the modified sliding surface and servo compensator are determined by using the Hurwitz condition of stability. Especially the error signals can't be obtained directly from the output because all parameters are assumed unknown. So instead, a high gain observer is designed. From this estimated error signals, a stabilizing controller is designed. Simulation is done for demonstrating the effectiveness of the suggested algorithm.

Keywords : nonlinear system, Chua circuit, exosystem, error equation, sliding surface, servo compensator, Hurwitz condition, high gain observer, tracking error.

I. 서론

비선형제어시스템은 항공분야, 로보틱스(robotics) 분야에서 이루어지고 있다. 특히 비선형시스템이 실제시스템을 잘 표현할 수 있기 때문에 결과적으로 비선형시스템 제어는 자동제어분야에서 매우 중요한 분야로 자리를 잡아 가고 있다. 비선형시스템의 제어기설계란 기본적으로 비선형성분을 갖는 시스템에 대해서 시스템 거동(behavior)이 요구되는 실제사양을 만족하도록 폐루프시스템을 설계하는 것이다. 비선형시스템은 특성상 그 비선형구조가 미지인 경우가 많고, 아울러 비선형성이 알려져 있어도 파라미터가 미지인 경우가 많다. 따라서 파라미터 변화에도 불구하고 성능이 얻어지는 건설성도 필요하게 된다. 퍼지(fuzzy)나 신경망(neural network) 등 지능제어

(intelligent control)를 이용한 비선형시스템제어도 이러한 목적에 부합될 수 있다.

비선형 시스템의 제어는 선형시스템과 달리 제어하기가 쉽지가 않으며, 이를 선형화해서 제어를 하는 것은 한계가 있다[1-2]. 특히 출력귀환을 사용한 비선형시스템제어에 있어서 출력귀환제어에 레귤레이터 설계방법을 도입하여 플랜트 출력이 기준신호를 점근적으로 추종하도록 제어기를 설계하거나[1], 기준신호발생기를 사용하여 내부모델을 만들고 이에 zero dynamics를 이용하여 제어기를 설계하는데, 결과적으로는 선형보상기를 설계하고 플랜트에 확장시켜 비선형제어기를 설계하며, 이 경우에는 비선형시스템에 일반적으로 나타나는 카오스현상을 억제할 수도 있으며[3], 또 고이득(high gain) 관측기를 사용하여 상태귀환의 성능만큼을 이루게 하기도 하는데, 고이득제어기가 zero-manifold근방에서 오차가 감쇠되게 한다[4-6].

한편 비선형시스템에 있어서 건설 출력귀환제어를 위해서는 고이득귀환제어(high-gain feedback control), 최소최대제어(min max control), 또는 슬라이딩모드제어(SMC,

*관동대학교 전자공학과

논문 번호 : 2007-1-3 접수 일자 : 2007. 1. 7

심사 완료 : 2007. 4. 8

sliding-mode control) 등이 추적오차가 원점근처에서 수렴을 보장하기 위해서 사용되고 있다. 원점근처에서는 고이득귀환량을 사용하여 오차를 적게 한다. 보통 정상상태 오차는 고이득(high-gain)에 역으로 비례한다고 알려져 있으나, 이득을 크게 하면 모델화되지 않은 고주파성분에 이득을 줄 수 있는 단점이 있기 때문에 추적정확성과 모델화되지 않은 고주파 성분에 대한 결실성 사이에는 trade-off이 존재한다[4]. 상수 외부신호에 대해서 0의 정상상태오차를 달성하기 위해서 Khalil등은 전실제어와 SMC설계의 2단계로 궤적이 평형점 근처에 있도록 안정화를 이루었으며[5-6], Young등은 제어기에 적분기를 도입했다[7].

본 논문에서는 Chua가 개발하여 비선형시스템의 제어 대상으로 많이 사용되고 있는 비선형소자인 Chua 다이오드가 포함된 Chua회로[3,8,9]를 대상으로 하여 최소위상시스템의 전실 출력귀환제어를 다룬다. Chua회로는 최소위상시스템이다. Chua회로는 비선형소자인 Chua다이오드를 포함하고 있다. Chua다이오드 양단전압이 상수 또는 정현파추종을 하도록 exosystem을 선택한다. 출력신호의 미분식을 통해서 제어신호가 포함되는 최소 차수의 오차신호 동적방정식을 구한다. 또 이 오차신호를 이용하여 수정된 슬라이딩면을 설계한다. 실제로는 오차신호의 동적방정식을 귀환신호만으로는 얻을 수 없기 때문에, 고이득관측기를 사용하여 오차신호의 추정값을 얻는다. 또 제어기로는 크기가 제한이 되어야 하기 때문에, 가능한 제어기를 채터링이 없는 안정화제어기가 되도록 선택한다. 상업용 소프트웨어를 사용하여 시뮬레이션을 통해서 알고리즘의 유용성을 검증하기로 한다.

II. 문제 설정

본 논문에서는 제어대상으로 비선형시스템인 그림 1과 같은 Chua회로를 사용한다. Chua회로는 Chua가 비선형시스템해석을 위해 제안한 회로로서 Chua 다이오드는 비선형성을 갖는 가상의 소자이다[8]. 이에 대한 회로 방정식은 다음과 같다. u 는 인가전압으로서 Chua다이오드 양단전압이 원하는 값을 갖도록 조정하기 위한 제어입력의 역할을 한다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_{c_1} &= C_1^{-1} [R^{-1}(V_{c_2} - V_{c_1}) - I_R] \\ \dot{V}_{c_2} &= C_2^{-1} [-R^{-1}(V_{c_2} - V_{c_1}) + I_L] \\ \dot{I}_L &= L^{-1} [-V_{c_2} - R_0 I_L + u] \end{aligned} \quad (1)$$

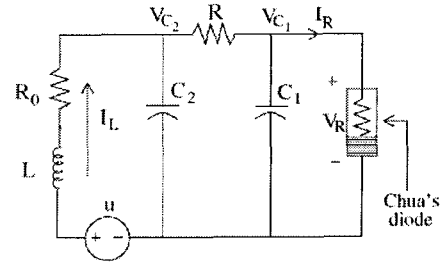


그림 1. Chua 회로
Fig. 1. Chua's circuit

한편 Chua 다이오드 전류는

$$I_R = a_0 + a_1 V_{c_1} + a_2 V_{c_1}^2 + a_3 V_{c_1}^3 \quad (2)$$

와 같이 인가전압에 대해서 비선형성을 가지고 있다. 또 위 식에 대해서 $x = (V_{c_1}, V_{c_2}, I_L)^T$ 로 상태로 정의하여 상태방정식으로 표시하고, 출력을 Chua다이오드 양단전압으로 정의하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(w)x + B(w)u + E \cdot f_1(x_1, w) \\ y &= x_1 = V_{c_1} \equiv H_1 x, H_1 = [1, 0, 0] \\ A(w) &= \begin{pmatrix} -C_1^{-1}(R^{-1} + l_1) & C_1^{-1}R^{-1} & 0 \\ C_2^{-1}R^{-1} & -C_2^{-1}R^{-1} & C_2^{-1} \\ 0 & -L^{-1} & -R_0L^{-1} \end{pmatrix} \\ &\equiv \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \\ B(w) &= (0, 0, L^{-1})^T \\ E &= (1, 0, 0)^T, f_1(x_1, w) = -C_1^{-1}(l_2 x_1^2 + l_3 x_1^3) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서 w 는 미지의 파라미터 벡터로 다음과 같이 정의한다.

$$w = [a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{32}, a_{33}, l_0^{-1}, -C_1^{-1}l_2, -C_1^{-1}l_3]^T$$

로 정의한다. 또 출력신호의 정현파 및 상수 기준입력 추종제어를 실현하기 위해서 다음과 같은 각주파수 ω 의 정현파 및 상수의 기준입력발생기를 정의하는데, 이를 exosystem이라고 한다[2].

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0 \\ 0 & \omega_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (4)$$

여기서 $v_1 = const, v_2 = A \sin \omega_0 t, v_3 = -A \cos \omega_0 t$ 에 해당된다. 한편 오차신호 e_1 을 다음과 같이 정의한다.

$$e_1 = y - y_r, y_r = v_1 + v_2 = y_{r,0} + A \sin \omega_0 t$$

또 출력신호 y 에 대해서는

$$\begin{aligned} y &= V_{c_1} = Cx, C = [1, 0, 0] \\ \dot{y} &= C\dot{x} = C(Ax + Bu + Ef_1) = C(Ax + Ef_1) \\ \ddot{y} &= CA(Ax + Ef_1) + C \frac{\partial f_1}{\partial x} (Cx + Ef_1) \\ y^{(3)} &= CA^3x + CA^2Bu + CA^2f_1 + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

와 같은 미분방정식을 얻는다. 위 식에서 Chua회로의 특성상 출력에 대한 미분을 취할 때, $y^{(3)}$ 에 처음 u 항이 나타나기 때문에, 오차신호의 정의식을 고려하면 다음과 같이 오차신호에 대한 동적방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= e_3 \\ e_3 &= y^{(3)} - y_r^{(3)} \end{aligned} \quad (6)$$

III. 제어기 설계

1 서보보상기

일반적인 슬라이딩제어에 사용되는 슬라이딩면(sliding surface)에 다음과 같이 $K_1\sigma$ 항을 추가하면

$$s = K_1\sigma + (k_1 k_2) \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} + e_3 \quad (7)$$

와 같은 수정된 슬라이딩면을 얻을 수가 있다. 여기서 K_1 은 서보보상기식

$$\dot{\sigma} = (S - JK_1)\sigma + \mu J \cdot \text{sat} \left(\frac{s}{\mu} \right) \quad (8)$$

에서 얻는다[4]. 다만 K_1 은 행렬 $(S - JK_1)$ 이 Hurwitz가 되도록 선택하며, μ 는 작은 양의 값으로 선택한다. 식 (8)의 sat함수는 체터링을 방지하기 위해서 도입되었는데, $|s| > \mu$ 이면 크기 $\text{sgn}(s/\mu)$ 를 갖는다.

한편 비선형시스템의 내부모델 표현은 exosystem의 주파수 정보를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다[2].

$$\lambda(\lambda^2 + \omega_0^2)(\lambda^2 + 4\omega_0^2)(\lambda^2 + 9\omega_0^2) = a_1 + a_2\lambda + \dots + \lambda^7 = 0 \quad (9)$$

또 식(9)를 특성방정식으로 보고, 이에 해당되는 시스템 행렬은 최소실현으로 구하면

$$S = \Phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 & -a_6 & -a_7 \end{pmatrix} \quad (10)$$

가 된다.

한편 식 (7)에서 상수 k_1, k_2 는 다음 다항식

$$k_1 + k_2\lambda + \lambda^2 = 0 \quad (11)$$

가 Hurwitz가 되도록 정한다. 이렇게 정할 경우 식 (7)에서

$$\ddot{e}_1 + k_2\dot{e}_1 + k_1e_1 = 0 \quad (12)$$

가 된다. 순수한 슬라이딩면은 $s=0$ 로 하면, 시간이 지남에 따라 점근적으로 $e_1 \rightarrow 0$ 가 됨을 알 수 있다. 식 (8)에서 행렬 J 는 다음과 같이 선정한다.

$$J = [0, 0, \dots, 0, 1]^T \in R^7 \quad (13)$$

2 고이득(high gain) 관측기

한편 식 (6)의 오차신호 e_1, e_2, e_3 중에서 특히 e_3 은 시스템 파라미터들이 미지로 가정을 했기 때문에, 귀환신호에서 바로 얻을 수 없다. 따라서 다음과 같이 고이득 관측기를 사용해서 추정값형태로 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 + \frac{g_1}{\epsilon} (e_1 - \hat{e}_1) \\ \dot{\hat{e}}_2 &= \hat{e}_3 + \frac{g_2}{\epsilon^2} (e_1 - \hat{e}_1) \\ \dot{\hat{e}}_3 &= g_3 \frac{e_1 - \hat{e}_1}{\epsilon^3} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3$ 는 각각 e_1, e_2, e_3 의 추정값이고, ϵ 은 양의 작은 값으로 선택하는 설계파라미터이며, 역시 양의 상수 g_i 는 다음 다항식이 Hurwitz가 되도록 선택한다.

$$\lambda^3 + g_1\lambda^2 + g_2\lambda + g_3 = 0 \quad (14)$$

일반적으로 고이득관측기는 식 (8)에서 μ 가 0에 수렴하면 식 (7)의 조건부 슬라이딩면은 이상적인 슬라이딩제어가 되고, μ 가 고정된 상수값을 가지는 경우는 ϵ 이 0에 수렴하면 출력귀환을 사용한 조건부슬라이딩제어는 상태귀환을 사용한 슬라이딩제어의 응답수준에 근접한다고 알려져

있다[4-6]. 따라서 시뮬레이션 시에는 이 2개 값을 적은 양의 값으로 선택한다.

3 안정화 제어기

따라서 앞절에서 구한 추정된 오차값을 사용하여 추정된 슬라이딩면은

$$\hat{s} = K_1\sigma + k_1\hat{e}_1 + k_2\hat{e}_2 + \hat{e}_3 \quad (16)$$

이다. 여기서 \hat{s} 는 s 의 추정값이다. 이 때 제어기로는 위의 식들이 제어신호 크기가 제한되어야 하기 때문에 간단한 형태로 다음으로 선택한다.

$$u = -k \cdot \text{sgn}(CA^2b) \cdot \text{sat}\left(\frac{\hat{s}}{\mu}\right) \quad (17)$$

본 논문에서 사용한 Chua회로 모델의 경우는 공칭모델을 이용하면 $\text{sgn}(CA^2b) = 1$ 이다. 여기서 k 는 설계할 파라미터인데, 액추에이터 제약조건 등을 고려하여 제어신호 u 의 상한값(upper bound)으로 선택한다.

IV . 시뮬레이션 및 고찰

본 시뮬레이션에서 사용한 파라미터는 다음과 같다. Chua 다이오드가 들어간 회로의 시뮬레이션을 위한 파라미터는 $C_1 = 0.1F, C_2 = 1.0F, R_1 = 1\Omega, R_0 = 0, L = 0.07H$ 로 한다. Chua 다이오드의 파라미터는 기존의 참고문헌 [3] 및 [9]와 같은 값을 사용하였는데, $(a_0, a_1, a_2, a_3) = (-0.01, -8/7, -0.01, 2/7)$ 로 두었다. 초기조건은 $V_{C_1}(0) = 0.442006, V_{C_2}(0) = -0.213984, I_L(0) = -0.90913$ 으로 한다. 추종해야할 신호는

$$y_r = 1 + \sin(0.1t) \quad (18)$$

이다. 사용한 설계파라미터값들은 $g_1 = 6, g_2 = 11, g_3 = 6, k_2 = 5, \epsilon = 0.0001, \mu = 0.1, k = 2$ 이다. 서보보상기에 관련되어 극배치에 사용되는 요구되는 극을 임의로 안정한 극들 중에서 $(-0.5, -1, -1.5, -2, -5, -6, -7)$ 로 선택하고, 극배치법을 사용하여 구한 행렬은 $K_1 = [315, 1473, 2533.2, 2100.2, 908.7, 205.6]$ 이다. 그림 2는 각각 노드전압 V_{C_1}, V_{C_2} 및 인덕터 전류 I_L 를 보여주고 있고, 그림 3은 인가해야할 제어전압 u 를 제시하고 있다. 여기서 기준신호는 식 (18)로 된 DC성분이 동시에 포함된 정현파를 사용하였으나, 상수 및 정현파 단독이 있는 경우에도 잘 추종하였다. 특

히 노드전압 V_{C_1} 은 식 (18)의 기준신호를 3초이후에서 잘 추종하고 있음을 알 수 있다. 그림 4는 총 7개의 서보보상기 신호 σ 를 나타내고, 그림 5는 오차신호를 보여주고 있다. 오차신호는 $y - y_r = V_{C_1} - y_r$ 로 구하였다. 서보보상기신호는 레벨은 낮지만 수렴하고 있지는 않다.

오차신호는 역시 3초에서 0에 수렴함으로써 기준신호가 잘 추종되고 있음을 보여주고 있다. 그림 6은 상태신호인 V_{C_1}, V_{C_2}, I_L 를 3차원적으로 보여주고 있다.

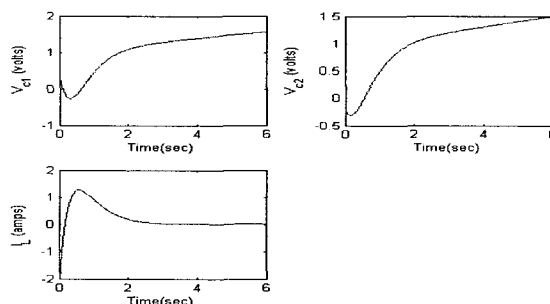


그림 2. 노드 전압 V_{C_1}, V_{C_2} , 전류 I_L
Fig. 2. Node voltages V_{C_1}, V_{C_2} , current I_L

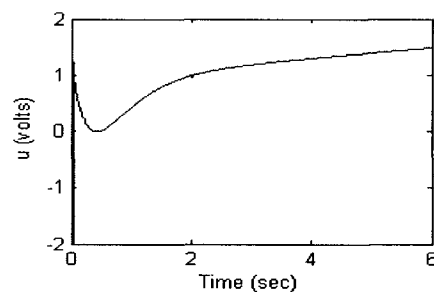
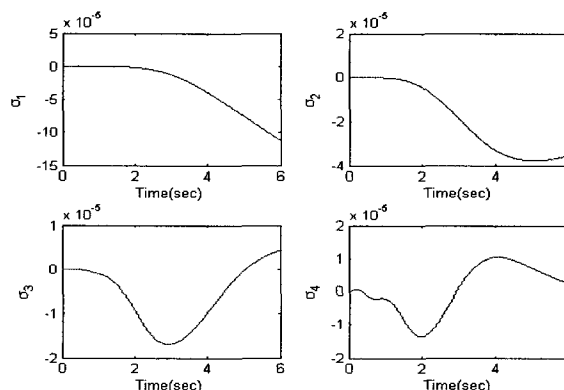


그림 3. 입력전압 u
Fig. 3 input voltage u



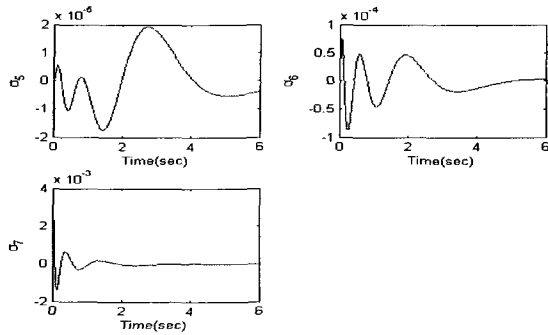


그림 4. 보조신호 σ
Fig. 4. Ausiliary signal

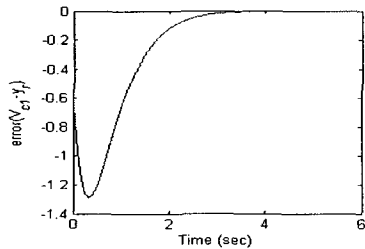


그림 5. 오차신호
Fig. 5. error signal

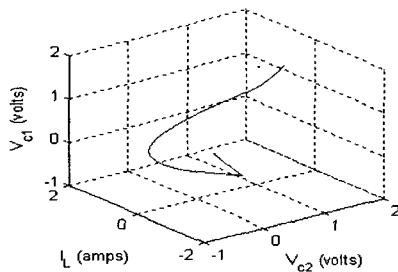


그림 6. 상태변수
Fig. 6. States

V. 결 론

본 논문에서는 다항식형태의 비선형성을 갖는 Chua 다이오드가 포함된 Chua회로의 비선형제어를 실현하였다. 출력귀환만을 사용하여 점근적으로 오차가 0에 수렴하도록 하기위해서 수정된 슬라이딩면을 정의하고, 슬라이딩면이 0이 될 수 있는 조건들을 구하였다. 특히 수정된 슬라이딩면을 구하기 위해서 서보모상기를 사용였고, 채터링방지를 위한 안정화제어기를 구하였다. 시물레이션에 따르면 Chua다이오드 양단전압이 상수 및 정현파 기준신호를 3초만에 잘 추종하였다. 제어입력인 인가전압에 채터링이 나타나지 않으며 회로의 불확실성에도 불구하고 Chaos특성이 나타나지 않음을 알 수 있다.

VI.참고 문헌

[1] Huang, J., *Nonlinear output regulation theory and application*, Philadelphia, SIAM, 2004.
 [2] Isidori, A., *Nonlinear control systems*, Springer-Verlag, 1989.
 [3] Keum W. Lee and Sahjendra N. Singh, " Robust control of chaos in Chua's circuit based on internal model principle," *Chaos, Soliton & Fractals*, Vol. 31, No. 5, pp1095-1107, Mar. 2007 (to be appeared).
 [4] Sridhar Seshagiri and Hassan K. Khalil, " Robust output feedback regulation of minimum-phase nonlinearity systems using conditional integrators, " *Automatica*, Vol. 41, pp. 43-54, 2005.
 [5] Sridhar Seshagiri and Hassan K. Khalil, " Robust output regulation of minimum phase nonlinearity systems using conditional integrators, " *Int. J. Robust Nonlinear Control*, Vol. 15, pp. 83-102, 2005.
 [6] Abhyundai Singh and Hassan K. Khalil, " Regulation of nonlinear systems using conditional integrators," *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 15, No. 15, pp339-362, 2005.
 [7] K. D. Young, V. I. Utkin and U. Ozguner, " A control engineers guide to sliding mode control, " *IEEE Tr-CST*, Vol. 7, No. 3, pp. 328-342, 1999.
 [8] T. Matsumoto, "A Chaotic attractor from Chua's circuit," *IEEE Tr-CAS*, Vol. 31, No. 12, pp. 1055-1058, 1984.
 [9] 임소영 외, " Chua 다이오드의 비선형 제어," 정보및제어학술대회(CICS'06), pp. 285-287, 2006.



이 호 진(Ho-Jin Lee)

2004년 관동대학교 전자공학과 졸업

2006년 관동대학교 전자공학과 졸업

(공학석사)

2006년 3월 ~ 현재 관동대학교 대학원

전자공학과 박사과정 재학

관심분야 : 유한정정제어 및 비선형제어.



이 금 원(Keum-Won Lee)

1982년 한양대학교 전자공학과 졸업

1984년 한양대학교 전자공학과 졸업

(공학석사)

1992년 한양대학교 전자공학과 졸업

(공학박사)

1992년 3월 ~ 현재 관동대학교 전자정보통신공학부 교수

관심분야 : H_∞ 이론, 유한정정제어, 의용전자 및 비선형제어.