

비원형 궤도에서의 검출에 의한 SPECT 영상 왜곡 보정

Correction for SPECT image distortion by non-circular detection orbits

이남용*

Nam-Yong Lee*

요약

평행 빔 SPECT는 조준기와 광자 검출기를 결합하여 프로젝션 데이터를 얻는다. 그러나, 프로젝션 데이터는 광자가 검출되어 지는 방향의 범위를 제한하는데 사용하는 조준기의 점광원 반응 함수에 의해 흐트러지게 된다. 단위 면적당 많은 수의 평행 구멍을 대응시키는 방법으로 이러한 흐트러짐 현상을 어느 정도 줄일 수 있다. 그러나, 이 방법도 대상체로부터 조준기까지의 거리가 먼 경우에는 흐트러짐이 역시 문제가 된다. 이 논문에서는 하나의 검출기 셀에 여러 개의 평행 구멍을 대응시키는 평행 빔 SPECT가 비원형 회전할 때 야기하는 인위적 오류의 제거방법에 대해 다루고자 한다. 그러기 위해, 재구성하고자 하는 영상과 관측된 프로젝션 데이터와의 관계를 선형 시스템으로 모델화하고, 반복법을 이용하여 왜곡보정을 포함한 영상재구성을 제안한다. 특히, 반복법에 필요한 투사기와 역투사기를 하나의 함수를 이용하여 해석적으로 계산 가능한 거리 의존적 점광원 대응 함수들의 컨볼루션의 합으로 계산하였다. 그렇게 함으로써, 투사기와 역투사기를 표현하는데 필요한 계산 시간 및 메모리를 획기적으로 줄였다. 제안된 방법의 성능을 기존의 푸리에 방법과 비교하기 위해 여러 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과는 제안된 방법이 기존의 푸리에 방법에 비해 더 우수한 결과를 제공함을 보여준다.

Abstract

The parallel beam SPECT system acquires projection data by using collimators in conjunction with photon detectors. The projection data of the parallel beam SPECT system is, however, blurred by the point response function of the collimator that is used to define the range of directions where photons can be detected. By increasing the number of parallel holes per unit area in collimator, one can reduce such blurring effect. This approach also, however, has the blurring problem if the distance between the object and the collimator becomes large. In this paper we consider correction methods for artifacts caused by non-circular orbit of parallel beam SPECT with many parallel holes per detector cell. To do so, we model the relationship between the object and its projection data as a linear system, and propose an iterative reconstruction method including artifacts correction. We compute the projector and the backprojector, which are required in iterative method, as a sum of convolutions with distance-dependent point response functions instead of matrix form, where those functions are analytically computed from a single function. By doing so, we dramatically reduce the computation time and memory required for the generation of the projector and the backprojector. We conducted several simulation studies to compare the performance of the proposed method with that of conventional Fourier method. The result shows that the proposed method outperforms Fourier methods objectively and subjectively.

Keywords : Point response function, collimator, Fourier correction, ML-EM, convolution, projector, backprojector

I. 서론

핵의학 영상재구성에서 널리 이용되고 있는 SPECT(Single Photon Emission Computerized Tomography: 단일광자방출 전산화단층촬영장치)는 인체 내부로 주사된 동위원소를 표지한 방사약품에서 방출되는 감마선이 어느 방향에서 방출되었는지를 이용하여, 주사된 방사약품의 인체 내 분포를

영상의 형태로 제공한다. 이 때, 검출기에서 검출된 감마선이 어떤 방향에서 방출되었는지를 알아보는 방법으로 검출하고자 하는 방향을 고정하는 물리적 장치로 조준기(Collimator)를 사용하고 있다. 방사선 분포에 대한 영상은 조준기를 검출기와 결합하여 대상체를 중심으로 회전시켜 가며 얻은 데이터를 영상재구성 알고리즘에 적용하여 얻는다. 예를 들어, 평행구멍 조준기(Parallel Hole Collimator)는 구경의 크기가 작고 길이가 상대적으로 긴 파이프 모양의 구멍이 많이 뚫린 조준기를 이용하여 조준기에 의해 관측되는 영역이 평행 빔(parallel beam)모양에 가깝게 되도록 한다. 평행구멍조준기를 이용한 SPECT(이를 간략히 평행 빔 SPECT라 하자)에서 가장 많이 쓰이는 영상재구성 방법은 FBP(Filtered

*인제대학교 수리과학연구소 컴퓨터응용과학부
 논문 번호 : 2007-2-4 접수 일자 : 2007. 4. 19
 심사 완료 : 2007. 7. 24
 *이 논문은 2005학년도 인제대학교 석사후 연수과정지원에 의해 수행되었음.

Backprojection)인데, 이는 평행 구멍 조준기에 의해 관측되는 영역이 가는 직선 모양의 평행 빔이라는 가정에 기반하고 있다. 그러나 일반적으로 조준기에 의해 관측되는 영역은 부채살 모양 또는 그것의 부분적인 모양이 된다. 이러한 현상은 SPECT 영상이 위치에 의존하여 흐트러짐(Blurring)지게 하며, 결국 영상의 해상도를 떨어트리는 원인이 된다. 이러한 문제를 해결하기 위한 방안을 구경 보정(Aperture Correction)이라 한다[1].

평행 빔 SPECT의 구경 보정을 위해 여러 방법들이 제안되었다[2],[3],[4],[5],[6],[7]. 직접적인 구경 보정 방법 [2],[4]은 영상재구성 알고리즘 중 가장 널리 사용되고 있는 FBP(Filtered Backprojection) 과정 중에 조준기의 구경에 의한 흐트러짐을 푸리에 변환영역에서 보정하는 방법이다. 이러한 직접법은 그 처리속도가 빠른 장점이 있으나, 푸리에 변환영역에서의 보정을 모든 주파수 대역에서 고려한 것이 아니라 가장 영향이 큰 주파수 하나만을 살펴봄으로써 다른 주파수 대역에서의 영향을 무시하고, 보정과정 자체가 잡음에 매우 취약한 역필터링(Inverse Filtering)이라는 문제가 있다. 그러한 이유로 직접적인 구경보정[2],[4]은 일부 저주파 대역에 정보가 집중되어 있는 영상(예, 저해상도 영상) 또는 허용각도가 아주 적은 경우에만 그 효과가 있는 단점이 있다.

한편, 반복적 구경 보정방법 [3],[6]은 조준기의 기하적 특성을 갖는 투사기(Projector)와 역투사기(Backprojector)를 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 생성하고, 이를 반복법에 적용하여 방법이다. 일반적으로, 투사기와 역투사기의 생성에 있어서 보다 정확히 조준기의 특성을 고려하면 할수록 생성하는데 많은 시간은 소요되지만, 구경 보정과 영상재구성의 효과는 더 좋아진다. 그러나 반복적 구경 보정방법은 투사기와 역투사기를 생성하는데 너무 오랜 계산 시간을 필요로 하기 때문에, 관측환경이 수시로 변하는 환경(예: 관측되는 데이터의 정확도를 높이기 위해 환자의 몸에 SPECT를 최대한 밀착하기 위해 비원형 궤도에서 관측해야 하는 상황)에는 사용하기 곤란하다.

현재 널리 이용되고 있는 SPECT는 구경보정 방법으로 앞에서 거론한 특화된 영상재구성 알고리즘을 사용하는 방법 대신에, 하나의 검출기 셀(검출기에 의해 분별 가능한 단위영역)에 다수의 평행구멍이 대응하게 하는 조준기를 사용하고, 보통의 알고리즘(예: FBP)을 이용하여 영상재구성을 하고 있다(예: Phillips사의 Forte). 즉, 관측되는 감마선의 수를 어느 정도 유지하면서 조준기의 허용각도(Acceptance Angle)를 작게 하는 효과를 얻기 위해 단위면적당 다수의 평행구멍을 사용하는 방법이다. 하지만, 이 경우에도 조준기가 대상체에서 적당히 떨어진 경우, 조준기에 의해 관측되는 영역이 직선 모양의 평행 빔에 가깝게 되지만, 대상체와 조준기사이의 거리가 멀어질수록 그 굵기가 굵은 평행 빔 모양이 되어 여전히 구경 보정이 필요하다.

이 논문은 하나의 검출기 셀에 다수의 평행구멍이 대응되

는 평행 빔 SPECT를 비원형 궤도에서 회전시켜 얻은 프로젝션 데이터를 이용한 영상재구성에 관한 것이다. 평행 빔 SPECT의 비원형 궤도에서의 관측은 조준기에 의한 흐트러짐이 위치에 의존한다. 이 논문의 목적은 위치에 의존하는 흐트러짐에 의한 왜곡을 제거하는 방법을 제시하는 것이다. 이를 위해 이 논문에서는 조준기의 기하적 특성을 고려한 투사기(Projector)와 역투사기(Backprojector)를 이용한 ML-EM(Maximum Likelihood - Expectation Maximization)[8] 반복법을 제안한다. 투사(Projectio)와 역투사(Backprojection)의 신속한 계산을 위해 투사기와 역투사기를 행렬형태가 아닌 콘볼루션의 합으로 표현하는 방법 [9]을 이용한다.

이 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. II장에서는 평행 빔 SPECT에 관한 기본적 내용에 대해 다룬다. III장에서는 평행 빔 SPECT를 비원형 회전시켜 관측하는 경우에 발생하는 왜곡에 대해 설명하고 이를 해결하는 방안을 제안하고, IV장에서는 제안된 방법의 시뮬레이션 결과와 그에 대한 고찰을 다룬다. V장에서 이 논문의 결론을 맺는다.

II. SPECT 영상재구성

평행 빔 SPECT는 그림 1에서와 같이 검출기와 관측영역을 고정하는 조준기로 구성되어 있다. 여기서, 좌표 (s, t) 는 직각좌표 (x, y) 가 θ 가 회전한 결과이다. 즉,

$$x = s \cos \theta - t \sin \theta, \quad y = s \sin \theta + t \cos \theta \tag{1}$$

이 성립한다.

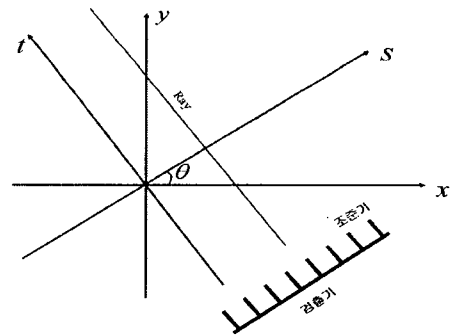


그림 1. 감마선을 이용한 프로젝션 측정
Fig. 1. Measurement of projection by gamma-ray

평행구멍조준기의 허용각도 α 는 그림 2에서 보는 바와 같이 그 구경 D 가 작고 길이 L 이 길수록 0° 에 가깝게 되고, 조준기에 관측되는 영역도 직선 l 에 근접하게 된다. 이러한 경우, 조준기 뒤에 위치하여 조준기를 통과한 감마선의 세기를 측정하는 검출기에서 얻은 값은 $\int_l f(x, y) ds$ 와 같이 직선 l 에서의 선적분으로 근사할 수 있다. 이를 재구성하고자 하는 방사선 물질의 분포영상 $f(x, y)$ 의 이상적인 프로젝션(ideal projection) 데이터라 한다.

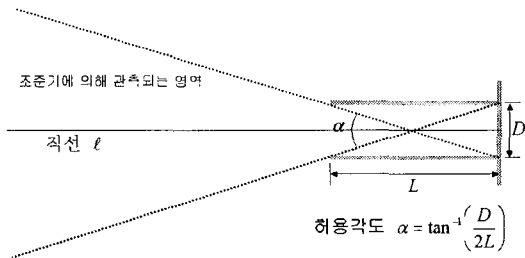


그림 2. 조준기의 허용각도
Fig. 2. Acceptance angle of collimator

이상적인 프로젝션 데이터를 여러 각도 θ 와 위치 u 에서 얻을 수 있다면,

$$Y(\theta, u) = \int_t \int_s f(x, y) \delta(u - s) ds dt,$$

와 같은 프로젝션 데이터로 이루어진 새로운 함수 $Y(\theta, u)$ 을 얻을 수 있다. 여기서, 식 (1)에서와 같이 x, y 는 s, t 의 함수라는 사실을 주목하자.

평행 빔 SPECT의 영상재구성에서 가장 널리 쓰이는 방법은 FBP(Filtered Backprojection)로 이상적인 프로젝션 데이터에 대한 푸리에 변환의 해석에 기초하고 있다[1]:

$$Y(\theta, \cdot)^{\wedge}(w) = \hat{f}(w \cos \theta, w \sin \theta) \quad (2)$$

위의 식에서 기호 \wedge 는 푸리에 변환을 의미한다. 즉, \hat{f} 는 f 에 대한 푸리에 변환을 의미한다. 여기서 주의할 것은 식 (2)의 좌측에 나오는 푸리에 변환은 각도 θ 를 고정한 상태에서 변수 u 에 대한 1차원 푸리에 변환을 의미하고 우측은 변수 x, y 에 대한 2차원 푸리에 변환을 의미한다. 푸리에 역변환(Inverse Transform)을 식 (2)에 적용하여 프로젝션 $Y(\theta, u)$ 로부터 $f(x, y)$ 를 구할 수 있다. 그 중에서 가장 대표적인 방법으로 역투사방법(Backprojection)이 있다:

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} F(\theta, x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta \quad (3)$$

$$F(\theta, w) = |w| Y(\theta, \cdot)^{\wedge}(w)$$

그러나 식 (3)에 의한 방법은 잡음에 민감하다는 단점이 있다. 이를 해결하기 위해 FBP는 식 (3)에서 $F(\theta, w)$ 에 대체로 고주파 정보를 무시하는 윈도우함수를 곱함으로써 잡음에 의한 영향을 줄이는 절차를 갖는다. 그러나 이는 잡음을 줄이는 효과가 있지만 동시에 해상도를 저하시키는 문제도 있다.

현실적으로 허용각도가 0° 인 조준기는 존재할 수 없다. 또한, 허용각도가 작으면 작을수록 민감도는 낮아지는 문제가 있으므로, 어느 정도의 허용각도는 허용해야 한다. 그러한 환경에서 얻는 프로젝션 데이터 $Z(\theta, u)$ 는 다음과 같이 조준기와 의 거리에 의존하는 흐트러짐의 영향을 받는다:

$$Z(\theta, u) = \int_t \int_s f(x, y) h(u - s, t + R_\theta) ds dt \quad (4)$$

여기서 R_θ 는 조준기와 원점사이의 거리(그림 1 참조, SPECT가 비원형 회전인 경우에는 조준기와 원점사이의 거리는 관측각도 θ 에 의존한다)이고, h 는 조준기에 의한 흐트러짐을 표현하는 함수이다. 조준기에 의한 흐트러짐은 감마선이 발생한 위치와 조준기에 의한 평면과의 거리(그림 1에서 보면 이는 $t + R_\theta$ 이다)에만 의존하므로 식 (4)와 같이 콘블루션에 의해 표현할 수 있다.

식 (4)에서 보는 바와 같이 조준기에 의한 흐트러짐은 거리 의존적이고, 그것을 쉽게 풀어내는 방법, 즉, 관측된 프로젝션 데이터 $Z(\theta, u)$ 에서 이상적인 프로젝션 데이터 $Y(\theta, u)$ 를 쉽게 계산할 수 있는 방법이 h 가 아주 특수한 경우를 제외하고는 존재하지 않는다[4].

지금까지 구경 보정에 대한 여러 연구가 있었다. 푸리에 변환을 이용한 구경 보정 방법[2],[4]은 직접법으로 처리속도는 빠르지만, 흐트러짐의 영향을 모든 주파수 대역에서 고려한 것이 아니라 가장 영향이 큰 주파수 하나만을 살펴봄으로써 다른 주파수 대역에서의 영향을 무시했다는 문제와 함께 구경 보정과정 자체가 매우 취약한 역필터링(Inverse Filtering)의 형태라는 문제가 있다. 한편, 조준기의 기하적 특성을 투사기(Projector)와 역투사기(Backprojector)를 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 생성하고, 이를 반복법에 적용하여 방법이 제시되었다[3],[10]. 일반적으로, 투사기와 역투사기의 생성에 있어서 보다 정확히 조준기의 특성을 고려하면 할수록 생성하는데 많은 시간은 소요되지만, 구경 보정과 영상재구성의 효과는 더 좋아진다.

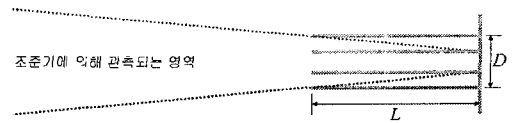


그림 3. 여러 개의 평행구멍이 하나의 검출기 셀에 대응됨
Fig. 3. Several parallel holes per detector cell

한편, 아주 작은 구경의 평행구멍을 많이 사용하는 조준기를 이용하여 구경에 의한 왜곡을 해결하는 방법이 있다. 검출기의 크기는 제한되어 있으므로, 평행구멍을 많이 사용한다는 것은 하나의 검출기가 여러 개의 평행구멍에 대응한다는 것을 의미한다. 이러한 방법은 검출기 셀 당 하나의 평행구멍을 사용하는 경우에 비해 민감도를 크게 감소시키지 않으면서 허용각도를 줄이는 효과를 가질 수 있다. 그림 3은 검출기 셀 하나에 3개의 평행구멍이 대응되는 경우를 나타낸다. 그림 2의 경우, 하나의 검출기 셀에 하나의 평행구멍이 대응되는 경우에 비해, 그림 3은 더 작은 허용 각도를 가지고 조준기에 의해 관측되는 영역도 직선 빔 모양에 근접하게 됨을 알 수 있다. 이는 영상재구성에서도 더 좋은 결과를 제공한다.

하나의 검출기 셀에 다수의 평행구멍을 대응시켜 조준기에 의해 관측되는 영역을 직선 빔의 모양으로 하는 효과는 대상체와 조준기의 거리에 의존한다. 그림 4와 5는 하나의

검출기 셀에 3개의 평행구멍이 대응하는 경우에 해당 검출기 셀에 의해 관측되는 영역(그림 4-a와 5-a)과 그 영역 내에서의 관측될 확률의 상대적 차이(그림 4-b와 5-b)를 나타낸다. 이 때, 구경은 0.5mm, 길이는 40mm, 원점으로부터의 조준기까지의 거리는 그림 4의 경우 250mm, 그림 5의 경우 500mm라고 가정하였다. 또한, 그림 4와 5에서의 재구성되어야 할 영상은 원점으로부터 반경 200mm 내에 존재하는 것으로 가정하였다.



그림 4. 조준기와 대상체가 가까운 경우,
a) 관측되는 영역, b) 관측될 상대적 확률분포
Fig. 4. Case of the collimator is close to object,
a) region to be detected,
b) relative probability distribution to be detected



그림 5. 조준기와 대상체가 먼 경우,
a) 관측되는 영역, b) 관측될 상대적 확률분포
Fig. 5. Case of the collimator is far from object,
a) region to be detected,
b) relative probability distribution to be detected

그림 4와 5의 비교에서 알 수 있듯이 검출기 셀 당 다수의 평행구멍을 사용하는 조준기에 의한 관측영역은 직선 빔 모양에 접근하지만 대상체와 조준기와의 거리가 멀어질수록 그 굵기는 굵어진다.

III. 비원형 회전에 의한 왜곡과 제거 방법

평행 빔 SPECT를 이용한 관측에서 관측되는 데이터의 정확도를 높이려면 민감도를 높여야 하므로 관측 장비(예: 조준기와 검출기)를 가능한 대상체에 가깝게 위치하도록 하는 것이 바람직하다. 그림 6은 이러한 상황을 도식적으로 표현하고 있다. 이러한 상황은 인체의 일부장기만을 관측해야 하는 경우에 많이 발생한다. 그러나 비원형 궤도에서의 관측은 조준기에 의한 흐트러짐이 위치에 의존하여 발생하게 한다. 이러한 위치 의존적 흐트러짐은

영상재구성 과정에서 위치에 따라 재구성의 성과가 달라지는 왜곡을 초래한다.

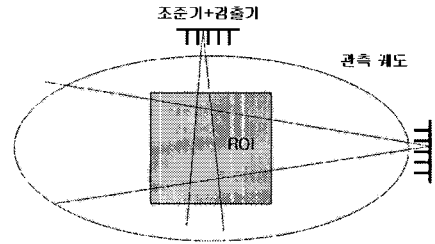


그림 6. 비원형 궤도, ROI(관측대상이 위치한 영역)
Fig. 6. Non-circular orbit, ROI(Region Of Interest)

이 논문에서는 조준기의 위치 의존적 흐트러짐 현상을 고려한 투사기(Projector)와 역투사기(Backprojector)를 이용한 반복법을 영상재구성에 적용하고자 한다. 특히, SPECT 영상재구성에 가장 많이 이용되고 있는 ML-EM 반복법[8]과 그것의 가속화 방법인 OSEM[11]을 고려하였다. ML-EM은 관측된 프로젝션 데이터와 재구성하고자 하는 영상간의 관계를 연립선형방정식으로 모델화하고 해당 문제를 반복법을 이용하여 해결하는 방법이다. 보다 구체적으로, 관측된 프로젝션 데이터 $Z(\theta, u)$ 를 연속변수가 (θ, u) 가 아닌 관측각도와 검출기 셀에 의해 결정되는 이산변수 b (이를 프로젝션 궤(bin)라 한다)를 이용하여 벡터형으로 Z_b 로, 그리고 재구성하고자 하는 영상 $f(x, y)$ 를 화소를 의미하는 이산변수 v 를 이용하여 벡터 f_v 로 표현하는 경우, 두 벡터간의 관계가 행렬 P 에 의해 결정되는 연립선형방정식

$$Z_b = \sum_v P_{b,v} f_v$$

으로 표현할 수 있다는 의미이다. 여기서, $P_{b,v}$ 는 프로젝션 궤 b 에서 관측된 감마선이 화소 v 에서 발생했을 조건부 확률을 의미하는 것으로 검출기와 조준기의 특성을 이용하여 수치적 계산 또는 실험적 방법에 의해 측정 가능하다. 보다 자세한 설명은 [6]에서 찾을 수 있다. 위의 식에서 행렬 P 를 투사기, 그리고 P 의 전치행렬 P^t 를 역투사기라 명명하자.

ML-EM은 관측된 프로젝션 데이터가 Poisson 분포를 따른다는 통계적 가정 하에, 현재의 관측 결과의 가능성을 최대로 하는 f_v 가 무엇인가를 $f_v \geq 0$ 이라는 제한조건을 적용하여 유도한 방법으로, 다음과 같이 현재의 반복 결과 영상 f_v^{old} 에서 다음 단계의 영상 f_v^{new} 을

$$f_v^{new} = f_v^{old} \frac{\sum_b P_{b,v} Z_b}{\sum_b P_{b,v}}, \quad \mu_b = \sum_v P_{b,v} f_v^{old}$$

와 같이 갱신한다. 즉, 현재의 반복 결과영상 f_v^{old} 의 투사 결과 μ_b 와 실제로 관측된 프로젝션 데이터 Z_b 를 비교한 결과를 다시 역투사하여 새로운 반복 결과영상 f_v^{new} 를 얻는다.

투사기와 역투사기를 행렬형태로 계산하여 사용하는 것은 많은 계산량과 대용량의 메모리를 필요로 한다. 이러한 문제를 해결하기 위해 투사기가 조준기까지의 거리 $t + R_\theta$ 에는 의존하고 관측각도에는 독립적인 함수 $h(s, t + R_\theta)$ 와 의 콘볼루션에 의해 구할 수 있다는 사실(식 (4) 참조)을 이용하여, 행렬로는

$$\sum_v P_{b,v} f_v \text{로 표현되는 영상 } (f_v) \text{에 대한 투사를}$$

$$\sum_{(\theta, u) \in b} \iint Q_\theta f(s, t) h(u - s, t + R_\theta) ds dt \quad (5)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 $Q_\theta f$ 는 영상 f 를 각도 θ 만큼 회전시킨 것이다. 즉, 투사는 각 관측각도 θ 에 대해 영상 f 을 θ 만큼 회전시켜 각도 θ 에 위치한 조준기를 정면에서 바로 보게 한 후에, 조준기로부터 같은 거리 $t + R_\theta$ 에 있는 단층면의 화소값과 $h(s, t + R_\theta)$ 을 콘볼루션하고 그 결과를 각각의 프로젝션 궤에 대해 합(이는 조준기로부터 같은 거리에 있는 단층면의 직각방향으로 있는 화소들의 콘볼루션 값을 더하여 구함)하여 구할 수 있다. 식 (5)에 의해, 투사기를 거리에 의존적인 함수 $h(s, t + R_\theta)$ 의 계산과 저장으로 대체할 수 있다(여기서, 함수 h 는 거리 $t + R_\theta$ 에 의존하는 것이지 θ 에 직접적으로 영향 받지 않음을 유의하자). 이러한 방법은 투사기를 행렬의 형태로 계산하고 저장하기 것 보다 훨씬 적은 계산과 메모리를 요구한다. 자세한 설명은 [6],[10]에서 찾을 수 있다.

한편, 역투사기도 콘볼루션을 기반으로 한 변환의 역투사기도 역시 콘볼루션이라는 잘 알려진 사실을 이용하여 쉽게 구할 수 있다. 구체적으로, 행렬로는 $\sum_b P_{b,v} Z_b$ 로 표현되는 프로젝션

(Z_b)에 대한 역투사는

$$\sum_{(x, y) \in v} \int Q_{-\theta} \left(\int Z(\theta, u) h(s - u, t + R_\theta) du \right) d\theta$$

로 계산할 수 있다. 여기서, $\int Z(\theta, u) h(s - u, t + R_\theta) du$ 는 (x, y) 좌표계가 θ 만큼 회전한 좌표계 (s, t) 에서 기술된 것이므로 이를 $-\theta$ 만큼 회전시키는 $Q_{-\theta}$ 에 의해 다시 (x, y) 좌표계로 회귀하였음을 유의하자. 즉, 역투사는 각도 θ 에서 관측한 프로젝션 데이터 $Z(\theta, u)$ 와 $h(s, t + R_\theta)$ 를 콘볼루션하여 그

결과를 조준기로부터 $t + R_\theta$ 만큼 떨어져 있는 단층면의 화소값으로 한다. 이를 모든 위치에 대해 적용하여 하나의 영상을 얻은 후, 그것을 $-\theta$ 만큼 회전시킨다. 이러한 계산을 모든 각도에 대해 수행하고 그 결과를 모두 더하여 역투사된 영상을 얻는다.

끝으로 콘볼루션 계산에 필요한 함수 h 를 화소구동법(Voxel Driven Method)을 이용하여 계산하면 투사기와 역투사기를 계산을 신속히 계산할 수 있다[10].

IV. 실험결과 및 고찰

제안된 영상재구성 방법의 우수성을 보이기 위해 가장 널리 사용되고 있는 FBP와의 비교 시뮬레이션을 수행하였다. 이 시뮬레이션에서 사용한 변수들은 다음과 같다.

시뮬레이션에 사용한 변수:

대상체의 지름	40cm
영상의 픽셀크기	128 × 128
검출기의 궤도	$\frac{x^2}{50^2} + \frac{y^2}{25^2} = 1$
검출기 셀의 개수	128 per row
평행구멍의 개수	384 per row
평행구멍의 크기	0.05cm
평행구멍의 길이	4.0cm
관측각도의 개수	64
관측각도의 영역	$[0^\circ, 360^\circ]$

시뮬레이션에 핵의학 영상기기의 성능을 평가하는데 많이 사용되고 있는 'hot rods'(그림 7-a), 'cold rods'(그림 7-b), 'monkey brain'(그림 7-c)와 'MCAT(Mathematical Cardiac Torso)'(그림 7-d)을 이용하였다. 실제 상황과 유사한 프로젝션 데이터를 모사하기 위해 Monte Carlo 방법을 이용하여 잡음이 상당히 포함되게 하였다[6]. 영상재구성의 결과를 비교하기 위해 RMS(Root-Mean-Square) 오차를 사용하였다. 여기서 RMS는 다음과 같이 정의된다.

$$RMS = \frac{\sum_v |f_v - \tilde{f}_v|^2}{\sum_v |f_v|^2}$$

f_v : 원영상, \tilde{f}_v : 재구성된 영상

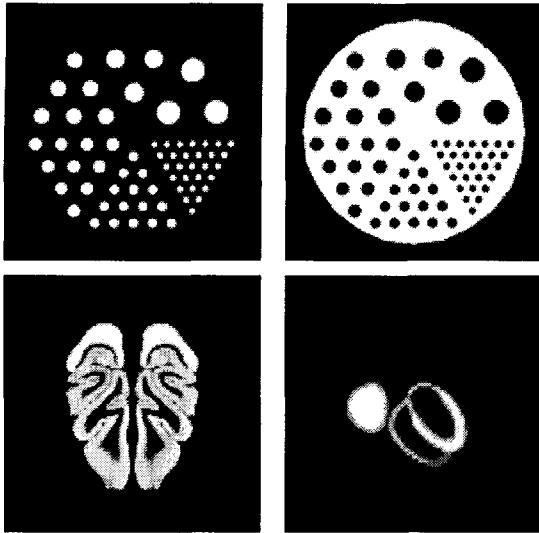


그림 7. 원영상, a-'hot rods'(왼쪽 위), b-'cold rods'(오른쪽 위), c-'monkey brain'(왼쪽 아래), d-'MCAT'(오른쪽 아래)
 Fig. 7. Original images, a-'hot rods'(Top Left), b-'cold rods'(Top Right), c-'monkey brain'(Bottom Left), d-'MCAT'(Bottom Right)

그림 8은 FBP에 의한 시뮬레이션 결과이다. 비록, Hann 필터를 하위 50% 주파수 대역에만 적용하여 얻은 결과이지만 여전히 잡음에 의한 손상이 큼을 알 수 있다. 그림 8의 결과는 물결 모양의 인위적 오류가 많이 발생함을 알 수 있는데 그 위치가 90°와 270° 근처에서 심하다는 것을 알 수 있다. 그 이유는 그 부분을 0°와 180° 부분에서 바라볼 때는 검출기가 대상체에서 멀리 떨어져 있기 때문에 그 부분에서의 호트리짐이 큰데, 그러한 사실을 FBP를 이용한 영상재구성이 전혀 고려하고 있지 않기 때문이다.

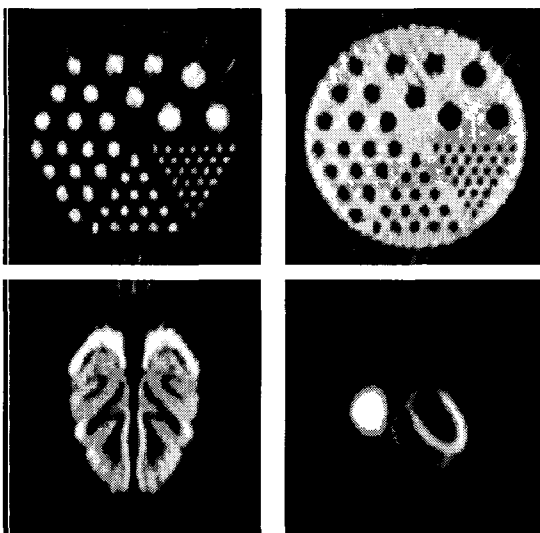


그림 8. FBP에 의해 재구성된 영상
 Fig. 8. Reconstructed images by FBP

제안된 방법에서 필요한 콘볼루션의 함수 h 는 각 위치 $t + R_\theta$ 에 점선원이 있다고 가정하고 그 점선원에서 일정한 각도간격(이 각도간격은 아주 작게 해야 시뮬레이션의 정확성이 높아진다)으로 감마선이 방출시키고 각각의 프로젝션 궤에서 검출되는 광자의 수를 계산하는 상황을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 모사하여 구할 수 있다[10]. 그러나 이는 모든 위치에 대해 h 를 구해야 하기 때문에 상당한 시간이 소요되고, 또한 미리 예측하여 계산하여 저장한 것을 사용하기도 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위해, 이 논문에서는 각각의 $t + R_\theta$ 에서의 반응함수 $h(s, t + R_\theta)$

가 하나의 함수가 전체 적분값 $\int_s h(s, t + R_\theta) ds$ 은 $t + R_\theta$ 에 상관없이 일정하면서 그 모양이 어떤 함수 φ 가 늘어나거나 줄어들어서 만들어진 모양, 즉,

$$h(s, t + R_\theta) = \frac{1}{(t + R_\theta)^d} \varphi\left(\frac{s}{t + R_\theta}\right)$$

이라고 가정하였다. 여기서, d 는 s 의 차원으로 3차원 영상 재구성의 경우 프로젝션 데이터는 2차원이므로, $d = 2$ 이고, 2차원 단층 영상재구성의 경우 $d = 1$ 이 된다. 이러한 가정은 단위 면적당 평행구멍의 수가 증가할수록 실제의 경우와 더 가깝게 된다. 이러한 이유를 근거로 이 논문에서는 단 하나의 위치 t_0 에서 $h(s, t_0)$ 를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 계산하고 다른 위치 $t + R_\theta$ 에서의 $h(s, t + R_\theta)$ 는

$$h(s, t + R_\theta) = \frac{t_0^d}{(t + R_\theta)^d} h\left(\frac{t_0}{t + R_\theta} s, t_0\right)$$

을 이용하여 계산함으로써 투사기와 역투사기를 생성하는데 필요한 시간을 획기적으로 줄일 수 있었다. 여기서, $h\left(\frac{t_0}{t + R_\theta} s, t_0\right)$ 는 미리 계산하여 저장해 둔 $h(s, t_0)$ 에 보간법을 이용하여 신속하게 생성할 수 있다.

그림 9는 이 논문에서 제안한 방법에 의한 결과이다. 그림 9의 결과는 시각적인 비교에서 FBP 결과에 비해 우수하다는 것을 알 수 있다. 또한, FBP에 의한 그림 8의 RMS(19.6%-'hot rods', 5.8%-'cold rods', 7.4%-'monkey brain', 6.1%-'MCAT')와 이 논문에서 제안한 방법에 의한 그림 9의 RMS(9.1%-'hot rods', 5.6%-'cold rods', 4.4%-'monkey brain', 1.5%-'MCAT')를 비교해 볼 때 객관적인 관점에서도 FBP 보다 더 나은 결과를 제공함을 알 수 있다.

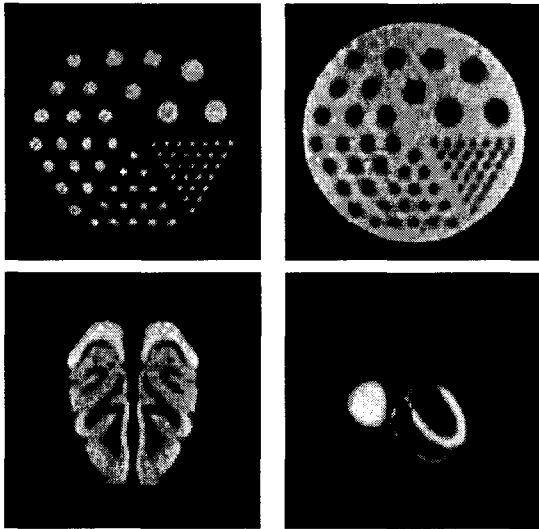


그림 9. 제안된 방법에 의해 재구성된 영상

Fig. 9. Reconstructed images by the proposed method

V. 결론

이 논문에서는 하나의 검출기 셀에 다수의 평행구멍이 대응되는 평행 빔 SPECT를 비원형 궤도에서 회전시켜 얻은 프로젝션 데이터를 이용한 영상재구성을 다루었다. 평행 빔 SPECT의 비원형 궤도에서의 관측에 의한 위치 의존적 흐트러짐을 제거하기 위해 조준기의 기하적 특성을 고려한 투사기와 역투사기를 이용한 ML-EM 반복법을 이용하였다. 반복과정에서 필요한 투사와 역투사를 콘볼루션의 합으로 표현하여 계산을 신속하게 수행하는 방법을 제안하였다. 제안한 방법은 기존의 영상재구성 방법 FBP에 비해 왜곡제거와 잡음제거에서 우수하다는 사실을 시뮬레이션을 통해 확인 할 수 있었다.

이 논문에서는 감마선 방출의 감쇄와 관련된 오류에 대해서는 다루지 않았다. 이러한 오류는 대상체 중앙 부분이 일반적으로 어둡게 관측되게 하는 원인이 된다. 이러한 오류를 효과적으로 제거할 수 있는 영상재구성 방법에 대한 연구를 제안한다.

참고문헌

[1] Natterer F. and Wubbeling F., "Mathematical methods in image reconstruction", SIAM, Philadelphia, 2001.
 [2] K. Ogawa, S. K. Paek, M. Nakajima, S. Yuta, A. Kubo, and S. Hashimoto, "Correction of collimator aperture using shift-variant deconvolution filter in gamma camera CT," SPIE Proc. Med. Imag. II: Image Processing, Vol. 914, pp. 699-706, 1988.
 [3] G. L. Zeng, G. T. Gullberg, B. M. W. Tsui, and J. A. Terry, "Three-dimensional iterative reconstruction algorithms with attenuation and geometric point respons

correction," IEEE Trans. Nuclear Science, Vol. 38(2), pp. 693-702, 1991.

[4] W. Xia, R. M. Lewitt, and P. R. Edholm, "Fourier correction for spatially variant collimator blurring in SPECT," IEEE Trans. Medical Imaging, Vol 14(1), pp. 100-115, 1995.

[5] K. Ogawa and H. Katsu, "Iterative correction method for shift-variant blurring caused by collimator aperture in SPECT," Ann. Nucl. Med., Vol. 10(1), pp. 33-40, 1996.

[6] I. Laurette, G. L. Zeng, A. Welch, P. E. Christian, and G. T. Gullberg, "A three-dimensional ray-driven attenuation, scatter and geometric response correction technique for SPECT in inhomogeneous media," Phys. Med. Biol., Vol. 45, pp. 3459-3480, 2000.

[7] Yabushita, A.; Ogawa, K. "Image reconstruction with a hexagonal grid", Nuclear Science Symposium Conf. 3(10-16), pp. 1500 - 1503, 2002.

[8] L.A. Shepp and Y. Vardi, "Maximum likelihood reconstruction for emission tomography," IEEE Trans. Medical Imaging, Vol. 1, pp. 113-122, 1982.

[9] Zeng, G. L., Hsieh, Y.-L., and Gullberg G. T., "A rotating and warping projector /backprojector for fan-beam and cone-beam iterative algorithm," IEEE Trans. Nuclear Science, Vol. 41(6), pp. 2807-2811, 1994.

[10] Byung Jun Min, Yong Choi, Jinhun Joung, Nam-Yong Lee, Tae Yong Song, Jin Ho Jung, Key Jo Hong, "A simulation study for SPECT multi-pinhole detector optimization," Nuclear Science Symposium Conf. 2005 IEEE, 4, pp. 2228-2231, 2005.

[11] Hudson H. M. and Larkin R. S., "Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data," IEEE Trans. Medical Imaging, 13(4), pp. 601-609, 1994.



이 남 용(Nam-Yong Lee)

1990년 2월: 서울대 수학과 졸업 (학사)
 1997년 12월: Purdue University (Ph.D.)
 2002년 9월 - 현재 인제대학교 컴퓨터
 응용과학부 조교수