

SIMP를 이용한 구조물의 재료 위상 최적설계

Part II :부분적인 솔리드 위상을 가지는 초기 설계영역

Material Topology Optimization Design of Structures using SIMP Approach

Part II :Initial Design Domain with Topology of Partial Solids

이 동 규† 신 수 미* 박 성 수**
Lee, Dong-Kyu Shin, Soo-Mi Park, Sung-Soo
(논문접수일 : 2006년 3월 3일 ; 심사종료일 : 2007년 1월 22일)

요 지

이산화 된 구조물의 위상최적화 과정은 균일하게 분포된 재료 밀도의 위상으로 표현되는 초기 설계영역을 시발점으로 한다. 최적화 과정 동안 구조물의 위상은 고정된 설계영역 내에 주어진 최적화 문제를 만족시키는 방향으로 변화하면서, 최종적으로 최적 위상의 재료 밀도 분포를 생산한다. Eschenauer *et al.*에 의해 제안되었던 설계영역 안에 구멍을 도입하는 개념은 원래 경계면의 최적화 문제에 대해 설계변수의 유한적인 변화를 촉진시켜 최적화의 수렴성 개선을 도모하기 위함이었으나, 위상최적화의 관점에서는 초기 위상의 정의에 따라 다양한 최적 위상이 생산되는 것을 의미한다. 본 연구에서는 초기 설계영역 안에 국소적인 솔리드 상을 도입해 초기 위상에 변화를 주었을 때, 한정된 재료 하에 구조물에 배치 가능한 다양한 최적 위상을 산출할 수 있음을 검증하였다. 수치 예제로서 초기 설계영역 내에 다양한 치수를 가지는 국부적인 원형 솔리드의 고정된 개수를 투입하여 간단한 MBB-보의 위상최적 설계를 수행하였다.

핵심용어 : 위상최적화, 재료 밀도 분포, 위상, 초기 설계영역, 국부적 원형 솔리드 상

Abstract

Discrete topology optimization processes of structures start from an initial design domain which is described by the topology of constant material densities. During optimization procedures, the structural topology changes in order to satisfy optimization problems in the fixed design domain, and finally, the optimization produces material density distributions with optimal topology. An introduction of initial holes in a design domain presented by Eschenauer et al. has been utilized in order to improve the optimization convergence of boundary-based shape optimization methods by generating finite changes of design variables. This means that an optimal topology depends on an initial topology with respect to topology optimization problems. In this study, it is investigated that various optimal topologies can be yielded under constraints of usable material, when partial solid phases are deposited in an initial design domain and thus initial topology is finitely changed. As a numerical application, structural topology optimization of a simple MBB-Beam is carried out, applying partial circular solid phases with varying sizes to an initial design domain.

Keywords : topology optimization, material density distribution, topology, initial design domain, partial circular solid phases

1. 서 론

연속체 구조물의 위상최적화는 다양한 산업과 공학에 관련된 문제들에 적용되어 이제 성숙의 단계에 접어들었다. 위상 최적화 분야는 부재의 치수와 단면에 대한 국부적인 치수최

적화나 경계면의 형상에 기초한 형상최적화와 비교하여 구조물의 광역적인 최적 위상을 생산하기 때문에, 상대적으로 더 큰 재료 절감을 요구하는 구조역학 분야에서 그 이용이 빠르게 확장되고 있다. 구조 위상최적화 연구 분야에서 선구적인 작업은 Michell에 의해 제시된 Michell 구조물(Michell,

† 책임저자, 독일 슈투트가르트대학교 토목공학과 구조역학연구소 박사과정
Tel: 051-510-3996 ; Fax: 051-514-2230
E-mail: ssm82@dreamwiz.com

* 교신저자, 부산대학교 건축공학과 BK21 박사후 연구원 공학박사

** 부산대학교 건축공학과 교수

* 이 논문에 대한 토론을 2007년 4월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2007년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1904)이라고 불리는 이산화 된 트러스 구조물의 최적 위상에 대한 해석적 연구에서 시작한다. 이러한 연구는 Rozvany (Rozvany, 1972)에 의해 보 시스템의 연구로 확장이 되었고, Dorn *et al.*(Dorn 등, 1969)과 Dobbs *et al.*(Dobbs 등, 1964)에 의해 트러스 위상최적화 방법들이 연구되었다. 이산화 된 위상최적화는 설계영역을 매쉬하여 각 요소 안에 균일하게 분포된 밀도로서 재료적인 특성과 설계변수를 결정한다. 따라서 위상최적화의 설계변수는 각 요소에 일대일로 대응되며, 시각적으로 분명한 재료 경계면과 정확해와 유사한 근사 응답해석을 얻기 위해서 이산화 된 설계영역에 분포된 설계 변수의 개수는 충분히 많아야 한다. 위상최적화 문제는 요소 밀도의 물질 무(0)와 물질 유(1)에 의한 재료 분포 문제로서 간주되기 때문에, 수치적인 특이성이나 불안정성으로 인한 ill-posedness는 위상최적화에서 해결하기 어려운 문제점 중에 하나이다(임오강 등, 1998). 이를 해결하는 방법으로서 Bendsøe와 Kikuchi에 의해 제안된 균질화법(Bendsøe 등, 1988, 이상진, 2000)은 설계영역 내에 근사성과 주기성을 가진 복합 재료를 모델화하여 최적의 다공성 구조물을 생산한다. 하지만 그 안에 무수한 다공의 존재로 인해 제조적인 면에서 어려움이 발생할 소지가 있다. 공학적인 관점에서 영계수와 요소 밀도의 별칭관계 재료 모델을 사용하는 밀도분포법(Bendsøe, 1989; Mlejnek, 1992)은 비록 별칭 관계에 대한 물리적인 개념이 부족하지만, 균질법의 제조적인 문제를 해결할 수 있기 때문에 위상최적화의 범주에서 최근에 그 적용의 범위가 확장되고 있다.

일반적으로 위상최적화의 초기 설계영역은 각 요소 위에 균일하게 분포되는 재료들로서 정의되며, 형상최적화와 달리 최적 위상은 초기 위상에 의존하지 않는 일정한 위상을 생산하기 때문에 초기 설계영역 안에 재료가 존재하지 않거나 완전한 재료 영역의 정의가 필요 없다. 하지만 초기 설계영역에 이러한 국소적인 영역의 정의는 최적화 방법의 수렴성 개선을 위해 유용할 수 있다(Eschenauer 등, 1994). 특히 형상최적화와 같은 경계면에 기초한 최적화에서는 초기 위상은 최적 위상을 결정하기 때문에 이의 적절한 선정은 매우 중요하다.

이와 관련된 선행 연구(Part I : 이동규 등, 2007)에서는 초기 설계영역 내에 재료가 존재하지 않는 구멍을 배치하여 위상최적화를 수행하였으며, 이러한 부분적인 보이드는 최적화의 수렴성 개선에 효과적임을 입증하였다.

이와 달리, 본 연구에서 제시되는 위상최적화 방법에서는 초기 설계영역 내에서 국소적인 완전한 재료 부분들 즉, 부분적인 솔리드를 배치하였다. 부분적인 보이드의 경우처럼, 이러한 초기위상은 고정되는 것이 아니라 최적화 과정에서

갱신되는 설계변수의 변화에 따라 국부적인 재료 경계면이 합쳐지거나 쪼개어지면서 최적해를 향해 자동적으로 이동한다. 따라서 설계영역 내 설계변수들의 최적 배치는 국부적인 재료 부분들의 기하학적 치수나 물성치에 의존한다. 그러므로 초기 설계영역이 균일한 재료들로 충전된 전통적인 위상최적화와 달리, 재료의 동일한 제약조건 하에서 초기 위상에 따라 다양한 수렴된 위상 결과들을 생산할 수 있으며, 이들의 비교를 통해 수렴성이 가장 우수한 최적 위상을 도출할 수 있다.

본 연구의 위상최적화 방법은 위상과 형상의 변화를 동시에 추구하고 초기 위상에 따라 다양한 최적 해를 생산할 수 있기 때문에, 최적해가 최적화의 사전 단계에서 미리 정의된 위상에 의존하고 최적화 과정 동안 불변하는 최적 위상 하에 형상의 변화만 수행하는 형상최적화(Rozvany 등, 1992)와 근본적으로 다르다.

본 연구의 최적화 방법을 검증하기 위한 수치 예제로서 밀도분포법에 의해 MBB-보 탄성 구조물의 위상최적화 문제를 다루었다. 그리고 정의된 부피제약조건과 다양한 기하학적 치수를 가지는 국부적인 원형 솔리드 부분들의 초기 설계영역을 통해 생산되는 최적 위상을 기존의 전통적인 위상최적 결과와 비교 분석하였으며, 추가적으로 이 방법에 의한 다양한 위상 결과들 중에 최적 위상의 추출은 목적함수의 수렴성 평가를 통해 가능함을 제시하였다.

2. 위상최적화 문제

2.1 초기 설계영역의 정의

일반적으로 재료 위상최적화 문제를 수행하기 위한 초기 설계영역은 Fig. 1(c)와 같이 전체 영역 안에서 회색으로 표시되는 균일한 재료로서 분포된다. 설계영역 내 재료 물성치의 크기는 정의된 부피나 질량제약조건에 의해 결정된다.

본 연구에서 수행되는 국소적인 초기 솔리드 상에 기초한

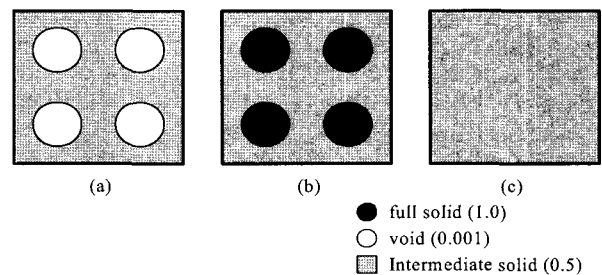


Fig.1 Initial design domain with different material (a) with initial holes, (b) with initial solids, (c) with only intermediate densities

위상최적화에서는 Eschenauer의 버블 방법과 달리 최적화 과정 동안 초기 위상의 이동과 변화가 자동적으로 반복된다. 초기 설계영역 내에 배치되는 국소적인 초기 솔리드 상은 Fig. 1(b)이며, 검은색은 완전한 솔리드(1)를 가리킨다. Fig. 1(a)는 버블 방법과 선행 연구(Part I)에서 사용되었던 부분적인 초기 구멍들에 의한 초기 위상을 나타낸다. 여기서 초기 설계영역 안에 인위적인 초기 위상의 투입으로 인해 최적화의 초기 단계에서 부피제약조건의 오차가 클지도 모른다. 하지만 최적화가 계속해서 진행되면 오차는 점점 줄어들어 정의된 제약조건을 만족하게 된다. 예를 들어, 같은 초기 솔리드 위상의 치수에 대해 부피제약조건이 작을수록 오차는 더 커지게 되어 안정적인 제약조건을 만족하기 위한 최적화 과정이 더 필요하다. 그리고 같은 부피제약조건 하에서 초기 솔리드 위상의 치수가 커질수록 제약조건의 오차가 커지며, 더 많은 최적화 과정을 통해 제약조건이 만족된다. 하지만 초기 구멍 위상의 경우는 이와 정 반대이다.

2.2 최적화 문제의 정의

선형 탄성 구조물을 지배하는 설계영역 $\Omega_x \subseteq R^n$ 에서 밀도 함수 $0 \leq \phi \leq 1$ 을 가지는 재료 위상 최적화 문제는 다음 식으로 정의한다.

$$\text{Min}_{\phi} \left\{ \frac{1}{2} \int_{\Omega} \epsilon^T(u) C \epsilon(u) d\Omega \right\}$$

Subject to:

$$\int_{\Omega} \epsilon^T(u) C \epsilon(\delta u) d\Omega = \int_{\Omega} b^T \delta u d\Omega + \int_{\Gamma_t} t^T \delta u d\Gamma_t$$

$$\int_{\Omega} d\Omega \leq V_0 \quad (1)$$

여기서, C 는 재료텐서, ϵ 은 변형률, V_0 는 공칭 부피를 나타낸다. 목적함수는 최소 변형률 에너지 또는 최대 강성이며, 밀도값 및 부피제약조건이 사용된다.

2.3 밀도분포법의 개념

위상 최적화에서 최적 설계변수는 연속체 구조물의 설계영역 내에서 연속적인 스칼라 함수로서 정의된다. 그리고 연속체의 이산화를 통하여 최적 설계변수는 유한 요소들의 고유한 재료값인 요소 밀도로 치환된다. 이것은 유한 요소 단위의 영계수와 밀도의 별칭 관계로 표현된다. 이것은 위상최적화의 설계영역 개념에 기초한 SIMP(Solid Isotropic Microstructure with Penalization) 또는 밀도분포법이라고 부른다. 요소들

의 영계수는 설계변수인 요소밀도에 의존하여 요소 강성에 영향을 미치며, 이러한 점은 최적화 단계에서 유한요소 해석과 같은 요소단위의 구조해석을 위해 적합하다.

설계영역의 요소 감차를 통한 요소 영계수 E_i 와 밀도 ϕ_i 와의 별칭 관계는 다음과 같다.

$$E_i(\phi_i) = E_0 \left(\frac{\phi_i}{\phi_0} \right)^k ; 0 \leq \phi_i, \phi_0 \leq 1, i = \text{요소번호} \quad (2)$$

여기서, E_0 와 ϕ_0 은 공칭 영계수와 공칭 요소밀도이며, $k \geq 1$ 은 별칭 매개변수이다.

등방성 재료를 가지는 평면응력 상태를 가정하면 요소의 재료텐서 C_i 는 식 (2)항을 포함하는 다음 식으로 나타낼 수 있다. 여기서, ν_0 는 공칭 프와송 비를 나타낸다.

$$C_i = \frac{E_i(\phi_i)}{(1-\nu_0^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_0 & 0 \\ \nu_0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_0}{2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.4 민감도 해석

일반적으로 위상 최적화 알고리즘에서는 민감도 해석을 위해 정해와 오차가 큰 수치적인 방법(numerical method)보다 해석적인 방법(analytical method)을 사용한다. 해석적인 방법에 의한 민감도 검증은 수치적 방법을 통해 이루어질 수 있다. Fig. 2에서 일반적인 위상최적화 알고리즘 안에서 작용하는 민감도 해석의 방법들을 분류하여 도시하였다.

해석적 방법은 이산화법(discrete method)과 변분법(variational method)으로 분류할 수 있다. 이산화법은 이

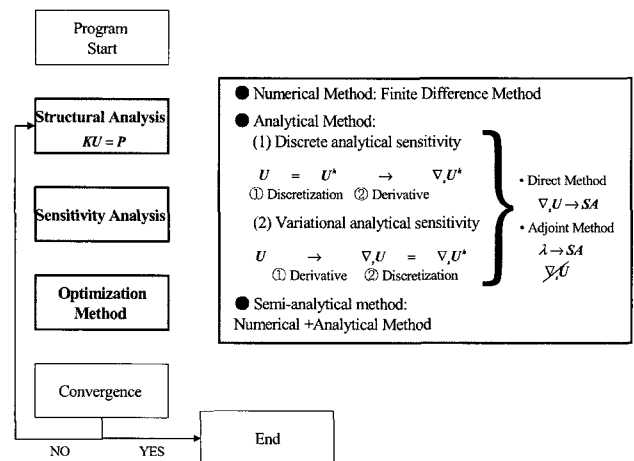


Fig.2 Methods of sensitivity analyses in optimization procedures

미 감차된 역학적 문제의 미분을 수행하나, 변분법에서는 처음에 연속적인 문제가 미분된 후에 감차된다. 이러한 방법들은 동일한 민감도해석의 결과를 생산하며, 확정된 최적 설계 조건들과 설계변수를 가지는 경우에 변분법이 수치적인 효율성 면에서 이산화법보다 우수하다. 이산화법과 변분법은 모두 직접법(direct method)과 수반법(adjoint method)을 이용할 수 있다. 직접법은 설계변수에 대한 변위장의 민감도 $\nabla_s u$ 를 직접 계산하지만, 수반법은 라그랑지 계수를 이용하기 때문에 계산 비용이 큰 변위장의 민감도 계산이 필요 없다는 장점이 있다. 연속적인 변위 장은 최적 설계변수 s 에 의존하기 때문에 Eq.(1)의 목적함수 f 의 민감도는 다음과 같은 편미분의 식으로 정의한다(Haug 등, 1986).

$$\nabla_s f = \nabla_s^{\text{ex}} f + \overline{\nabla_u f}^T \nabla_s u \quad (4)$$

여기서, $\nabla_s^{\text{ex}} f$ 는 명시적(explicit) 민감도 항을 가리키며, $\overline{\nabla_u f}^T \nabla_s u$ 는 암시적(implicit) 민감도 항을 나타낸다.

Eq.(4)와 이산화 과정을 이용했을 때, 물체력 b , 외력 t , 미분 텐서 L , 자코비 매트릭스는 설계변수 s 에 의존하지 않는다고 가정한다면 목적함수의 최종적인 민감도는 간단히 다음 식과 같다.

$$\nabla_s f = -\frac{1}{2} \sum_{e=1}^{요소수} \tilde{u}_e^T \int_{\Omega_e} B_e^T \nabla_s C_e(\Phi) B_e d\Omega_e \tilde{u}_e \quad (5)$$

여기서, \tilde{u}_e 는 절점 변위벡터, B_e 는 요소 연산 매트릭스, C_e 는 요소의 재료텐서를 나타낸다.

3. 초기 설계영역 내 국부적인 솔리드 위상을 가지는 위상최적화 알고리즘

연속체 구조물의 설계영역 내에 배치되는 국부적인 솔리드는 중간 재료영역과 불연속성을 가지는 완전한 재료영역으로서 연속적인 면으로 표현된다. 그러나 이 면은 이산화과정을 통하여 유한 요소의 형상에 의존하는 불연속면으로 표시된다. 본 연구에서는 4절점 정사각형 유한요소가 이산화 요소로 사용되며, 다양한 반경을 가지는 원형의 솔리드를 다룬다. 이것은 Fig. 3과 같이 정의된다.

여기서, L 과 H 는 대상 구조물의 길이와 높이이다. r_0 는 정의된 공칭 원 반경을 가리키며, r_c 는 설계영역 내 임의의 요소위치 (x, y) 에서 원 중심 (x_c, y_c) 까지 거리이다. 일반

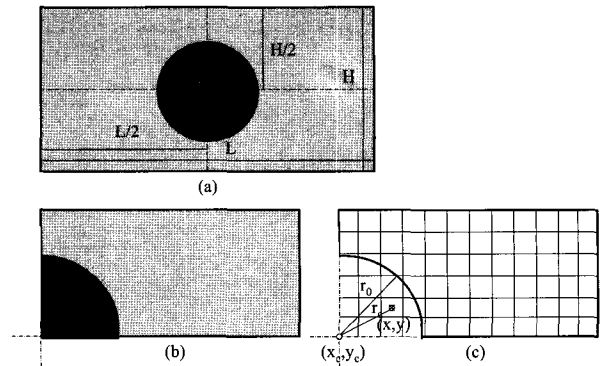


Fig.3 A example of an initial design domain with circular solids: (a) continuous global domain, (b) continuous 1/4 domain, (c) discrete 1/4 domain

적으로 r_c 가 공칭 구멍치수 r_0 보다 작을 때 그 부분에서 완전한 재료영역이 정의된다.

설계영역 내 원형의 솔리드 배치 식은 다음과 같다.

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 < r_0^2 \quad (6)$$

초기 설계영역 안에 국소적으로 완전한 재료 부분들을 가지는 위상최적화의 알고리즘은 Fig. 4로 도시되며, 다음의 수치적인 계산 순서에 따른다.

① 이산화 된 초기 설계영역을 정의하고 경계와 하중조건을 입력한다. 위상최적화의 초기 설계변수로서 원형의 국소적인 물질 유를 가지는 부분은 1을 입력하고, 그 외 영역은 부과약 값에 따라 공칭 요소밀도 값을 입력한다.

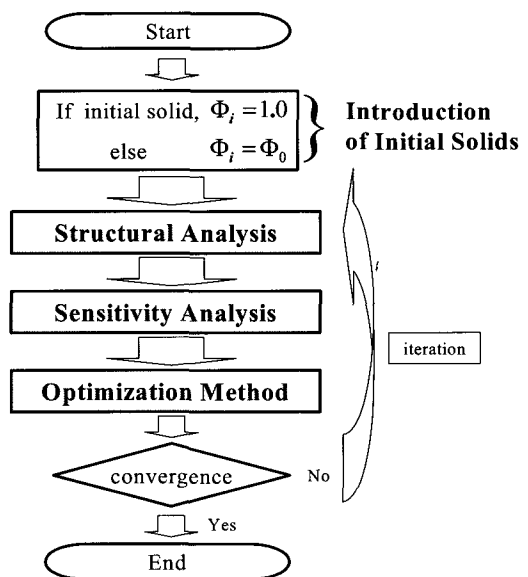


Fig.4 Algorithm of material topology optimization by an initial design domain with the introduction of partial circular solids

- ② 유한요소법 등을 이용하여 구조해석을 수행한다.
- ③ 설계변수에 대한 목적함수의 민감도 해석을 수행한다.
- ④ 재료 밀도 분포의 체크보드 현상과 같은 수치적인 특이성을 제거하기 위해 필터링 방법(Sigmund, 2001)에 의한 민감도를 구한다.
- ⑤ OC(optimality criteria)나 MMA(method of moving asymptotes)와 같은 경사도 최적화 방법에 의해 최적 설계변수 값을 갱신한다.
- ⑥ 갱신된 최적 설계변수 값을 가지고, 목적함수 값이 주어진 수렴조건에 의해 수렴할 때까지 ②~⑤의 과정이 순차적으로 반복된다.

4. 수치 예제

4.1 MBB-보 구조물의 위상최적화

본 연구에서 적용되는 수치 예제는 Fig. 5와 같은 선형 탄성 문제의 MBB-보 탄성 구조물의 위상최적화이다. 길이 L 과 높이 H의 비는 6:1로서 가정하며, 양쪽 단수지지 하에 상판의 중앙부에 집중하중을 받는 설계 조건을 가지며, 실제 계산에서는 MBB-보가 대칭성을 가지므로 계산 비용의 절감을 위해서 MBB-보의 절반만 수행한다.

이산화 과정을 통해 설계영역(6m×2m)은 60×20의 유한 요소로 나누어진다. 설계영역 안에 배치되는 솔리드의 형상은 이산화 된 형태로서 3장에서 언급한 원형을 사용하며, 치수반경 r_0 (cm) 20, 30, 40, 50, 60을 가지는 6×2개의 초기 솔리드들이 적용된다.

언급한 솔리드 위상 모델에 의한 초기 설계영역의 재료 밀도 분포와 3차원 밀도 함수는 Fig. 6에 도시되어 있다.

목적함수는 최소 변형을 에너지(N·m)이며, 부피는 수행 문제에 따라 전체 구조물 부피의 20~80%로 제약된다. 재

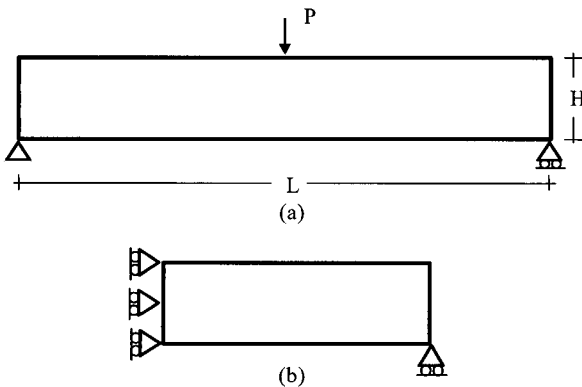


Fig.5 Analysis model: Half MBB-Beam

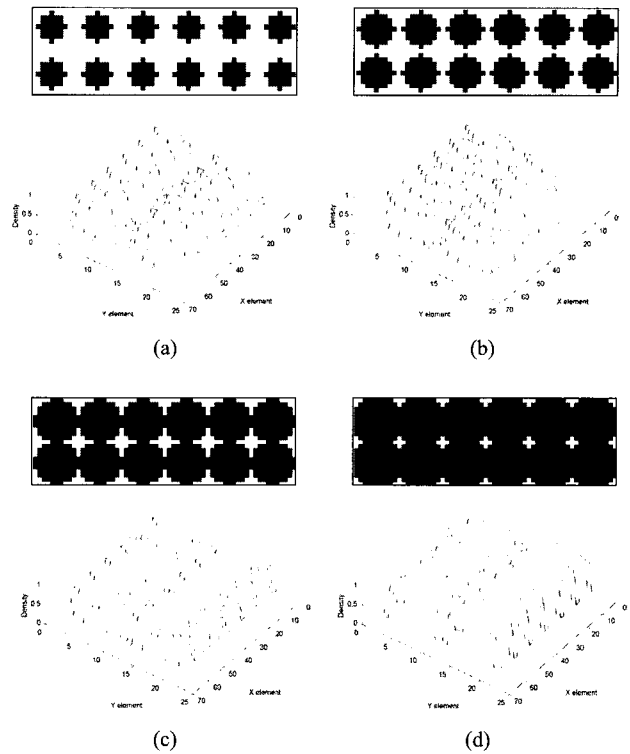


Fig.6 Material density distributions and 3D density functions of an initial design domain with 6×2 circular solid phases: (a) $r_0=30\text{cm}$, (b) $r_0=40\text{cm}$, (c) $r_0=50\text{cm}$, (d) $r_0=60\text{cm}$

료 물성치는 영계수 $E=2.1E+06\text{kg/cm}^2$, 포아송 비 $\nu=0.3$ 로 주어지고, 대상 구조물에 $P=360\text{N}$ 의 집중하중이 작용한다. 재료 위상최적화의 한 방법으로서 벌칙 계수 $k=3.0$ 을 가지는 밀도분포법을 사용하였다.

Fig. 7은 위상최적화의 부피제약조건이 30%일 때 초기 솔리드가 적용된 것과 아닌 경우의 목적함수 수렴 이력곡선을 나타낸다.

Fig. 6(c)의 초기 설계영역이 적용된 SIMP는 최적화 첫 단계에서 매우 큰 구조적 강성으로 시작하여, 5회 반복된 최적화 단계까지 점점 강성이 줄어들다가 그 이후 반대로 강성이 커지는 수렴 추이를 나타낸다. 이러한 특이한 수렴 거동은 최적화의 초기 단계에 인위적인 초기 위상의 투입으로 인해서 주어진 부피 한계량보다 재료가 지나치게 많이 사용되어 최적화 과정동안 구조물의 재료량이 부피 제약조건을 만족하게 정상대로 회복하려는 경향을 보이기 때문이다. 이러한 수렴 추이는 원래의 SIMP 방법보다 큰 수렴값을 생산한다.

Fig.8은 부피제약조건 60%에서 초기 솔리드가 적용된 것과 아닌 경우의 목적함수 수렴 이력곡선을 나타낸다. Fig. 7의 결과와 비교했을 때 초기 솔리드가 적용된 SIMP에서 수렴 거동의 특이성이 줄어들음을 알 수 있다. 이것은 동일한 치

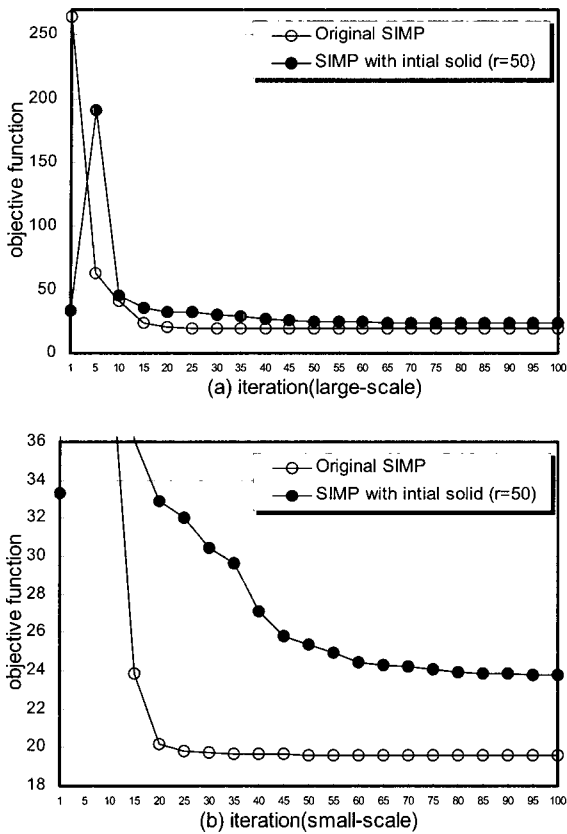


Fig.7 History of convergences of objective function in volume=30%: SIMP without initial solids, SIMP with initial solids of $r_0=50\text{cm}$

수 하에 초기 솔리드에서 부피제약조건이 클수록, 주어진 한계량에 맞추기 위해 회복해야 할 재료의 이동이 적어지기 때문이다.

Fig. 9는 부피제약조건 30%에서 치수반경이 각각 20, 30, 40, 50, 60인 6×2 개의 초기 솔리드 모델을 가진 SIMP의 목적함수 수렴 추이를 나타낸다. 증가하다가 감소하는 목적함수의 수렴곡선 추이의 특이성은 기존의 SIMP 결과처럼 $r_0=20$ 과 30에서는 발생하지 않는다. 또한, 다른 솔리드 모델들의 경우와 비교했을 때 $r_0=30$ 에서 최적 수렴성이 가장 나쁨을 알 수 있다. $r_0=20$ 의 수렴성은 Fig. 7에서 도시된 기존의 SIMP 결과와 거의 일치하며 솔리드 모델 중에서 가장 우수하다. 최적 수렴성은 $r_0=20 > r_0=60 > r_0=50 > r_0=40 > r_0=30$ 순으로 좋기 때문에 치수가 클수록 수렴하는 목적함수 값이 반드시 커서 수렴성이 항상 나빠게 되는 것은 아님을 알 수 있다.

Fig. 10은 부피제약조건 60%일 때 Fig. 9와 같은 초기 솔리드 조건들에서 목적함수의 수렴 거동을 나타낸다. $r_0=50 > r_0=30 > r_0=60 > r_0=20 > r_0=40$ 의 순으로 최적 수렴성이 우수함을 알 수 있다. Fig. 11은 $r_0=20, r_0=40,$

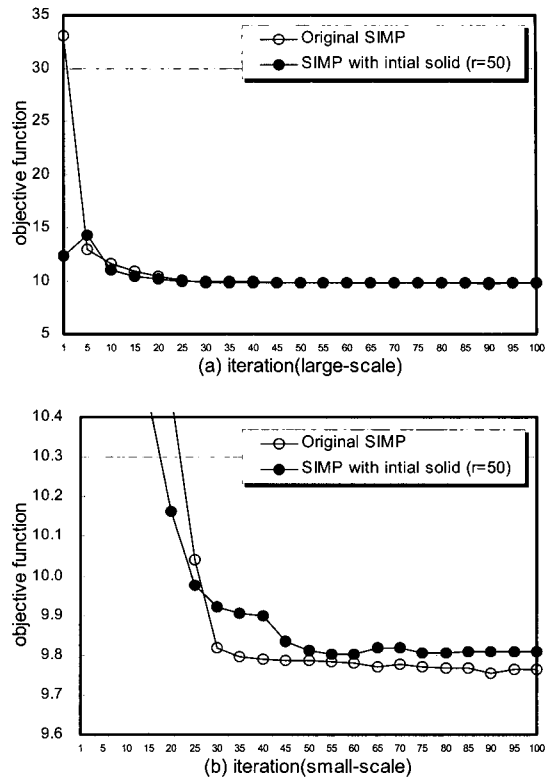


Fig.8 History of convergences of objective function in volume=60%: SIMP without initial solids, SIMP with initial solids of $r_0=50\text{cm}$

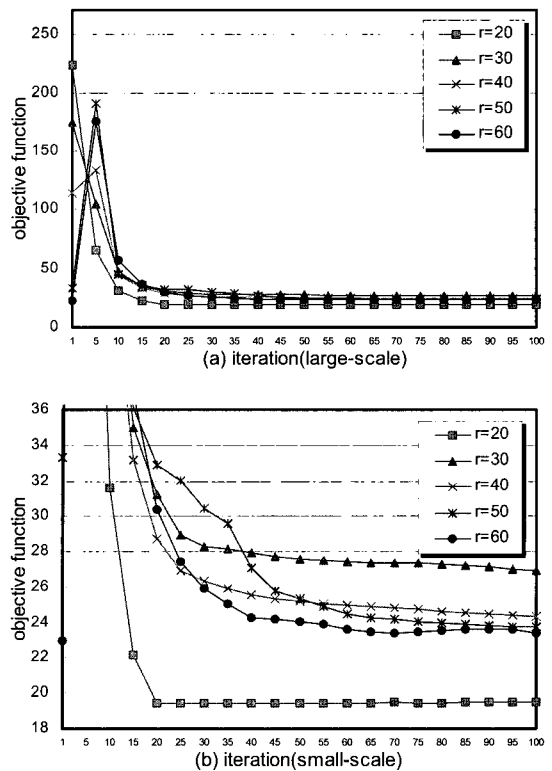


Fig.9 History of convergences of objective function in volume=30%: SIMP with solids of $r_0=20\sim 60\text{cm}$

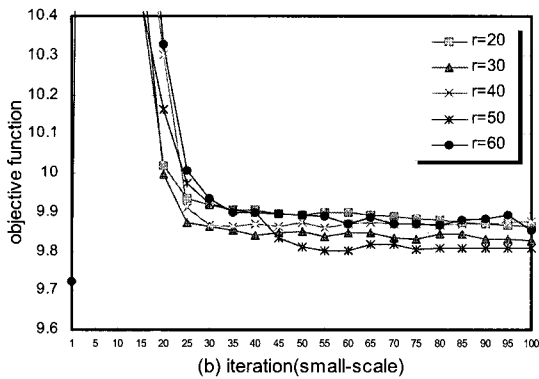
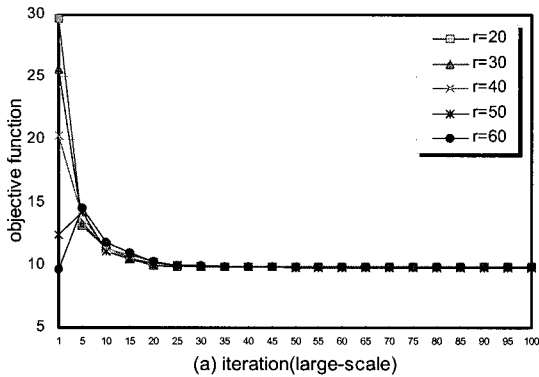


Fig.10 History of convergences of objective function in volume=60%: SIMP with initial solids of $r_0=20\sim60\text{cm}$

$r_0=60$ 의 솔리드 모델을 가지는 것과 솔리드를 사용하지 않는 경우의 SIMP에서 다양한 부피제약조건에 따른 상용로그의 목적함수 수렴 추이를 방사형으로 나타낸 것이다. 전체적인 방사형의 분포를 보았을 때, 수렴 값은 기존의 SIMP에서 가장 적게 산출됨을 알 수 있다. $r_0=20$ 의 수렴 추이는 부분적인 초기 솔리드 모델을 사용하지 않은 기존의 SIMP와 유사하며, $r_0=60$ 은 $r_0=40$ 보다 나은 목적함수의 수렴 값을 나타낸다. 부피제약조건이 커질수록 기존의 SIMP와 초기 솔리드에 의한 SIMP 수렴 값 사이의 차이는 점점 줄어들며, 이것은 Fig. 12에서 분명히 알 수 있다.

Fig. 13은 부분적인 초기 솔리드 모델을 가지는 위상최적화에서 목적함수와 부피 제약조건 수렴 특이성의 예를 보여준다. 최적화의 초기 단계인 반복수 1, 2, 3에서 부피 제약조건을 만족하지 않지만 그 이후에서는 50%를 만족함을 알 수 있다. 그리고 목적함수도 부피 변화의 양상처럼 점차적으로 수렴하게 된다.

Fig. 14는 부피제약조건 50%에서 기존의 SIMP와 Fig. 6에서 정의한 치수변경 30, 40, 50, 60의 초기 솔리드 위상 모델들에 의한 SIMP의 최적화 과정 동안 최적해를 향해 변화되는 재료 밀도 분포를 나타낸다. 이때 수렴 값은 $r_0=30$ 에서 11.6352, $r_0=40$ 은 12.0190, $r_0=50$ 에서 11.9073,

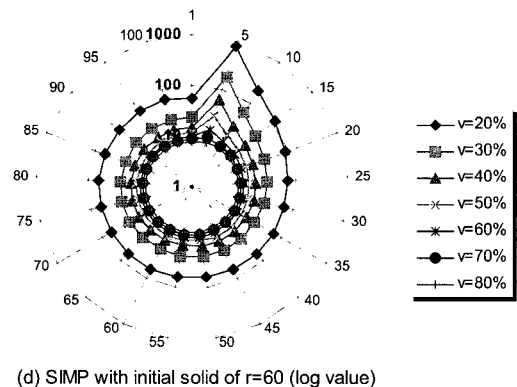
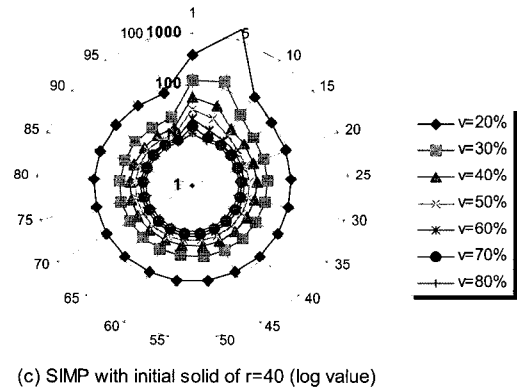
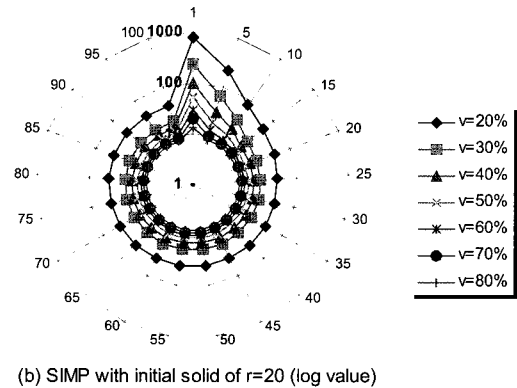
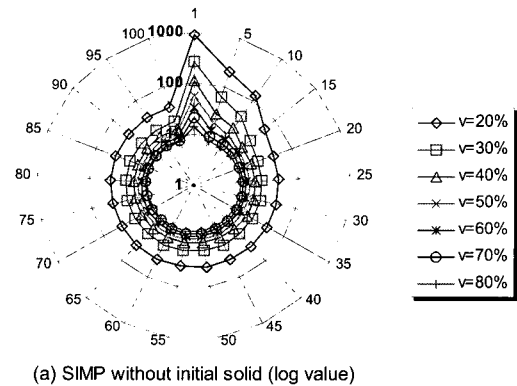


Fig.11 History of convergences of objective function in volume=20~80%: SIMP without initial solids, SIMP with initial solids of $r_0=20, 40,$ and 60cm
 $r_0=60$ 은 11.5697이기 때문에, $r_0=60$ 의 최적 위상이 가장 우수한 위상결과임을 알 수 있다.

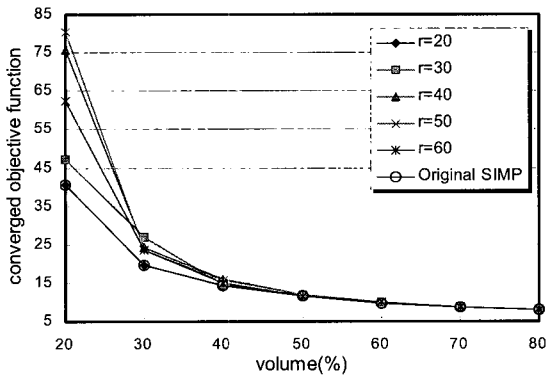


Fig.12 Converged objective function values in volume=20~80%: SIMP without initial solids, SIMP with initial solids of $r_0=20\sim60\text{cm}$

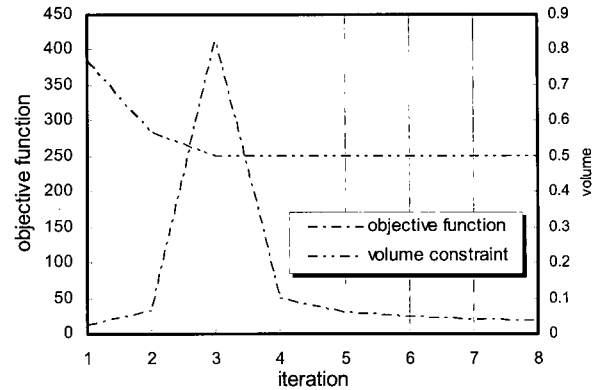


Fig.13 History of convergences of objective function and volume constraint (50%) in SIMP with initial solids of $r_0=60\text{cm}$

Fig. 15는 Fig. 14의 위상을 3차원 밀도 함수를 사용하여 나타낸 것이다. 솔리드 모델들의 밀도 함수들은 최적화 초기 단계에서 재료영역 곡면의 경사도가 가파르며, 이것은

물질 유와 물질 무의 경계 위치에 해당하는 밀도 값의 변화가 큼을 의미한다.

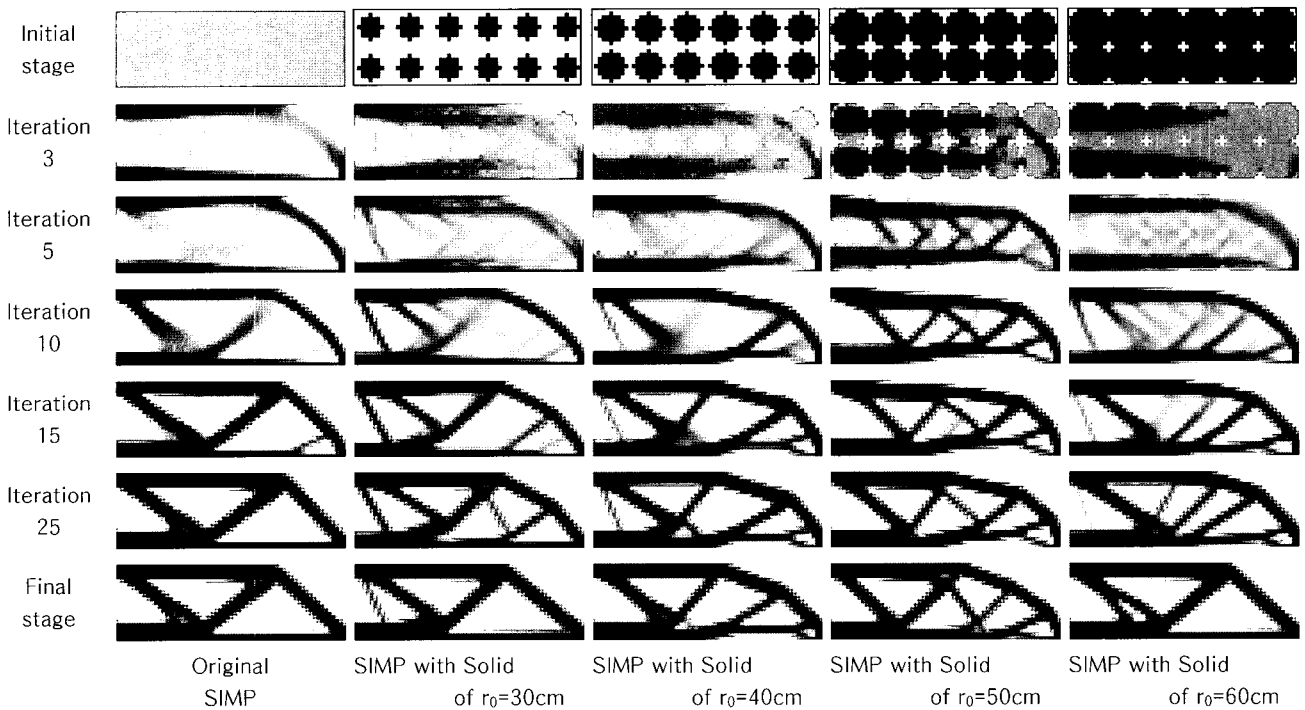
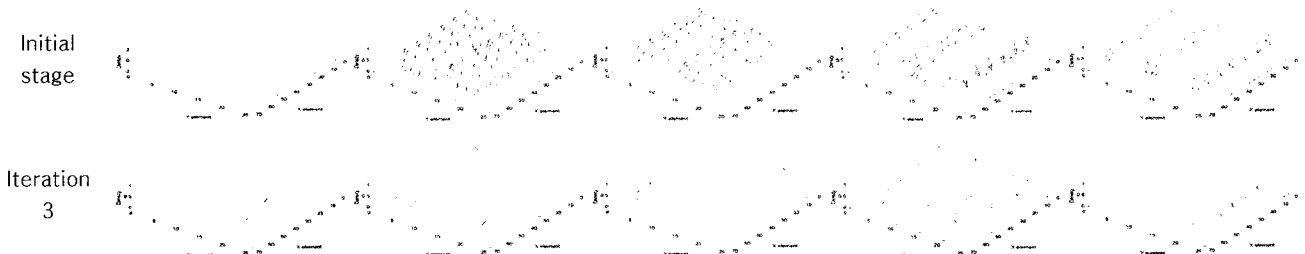


Fig.14 Topologies at each optimization iteration in volume=50%



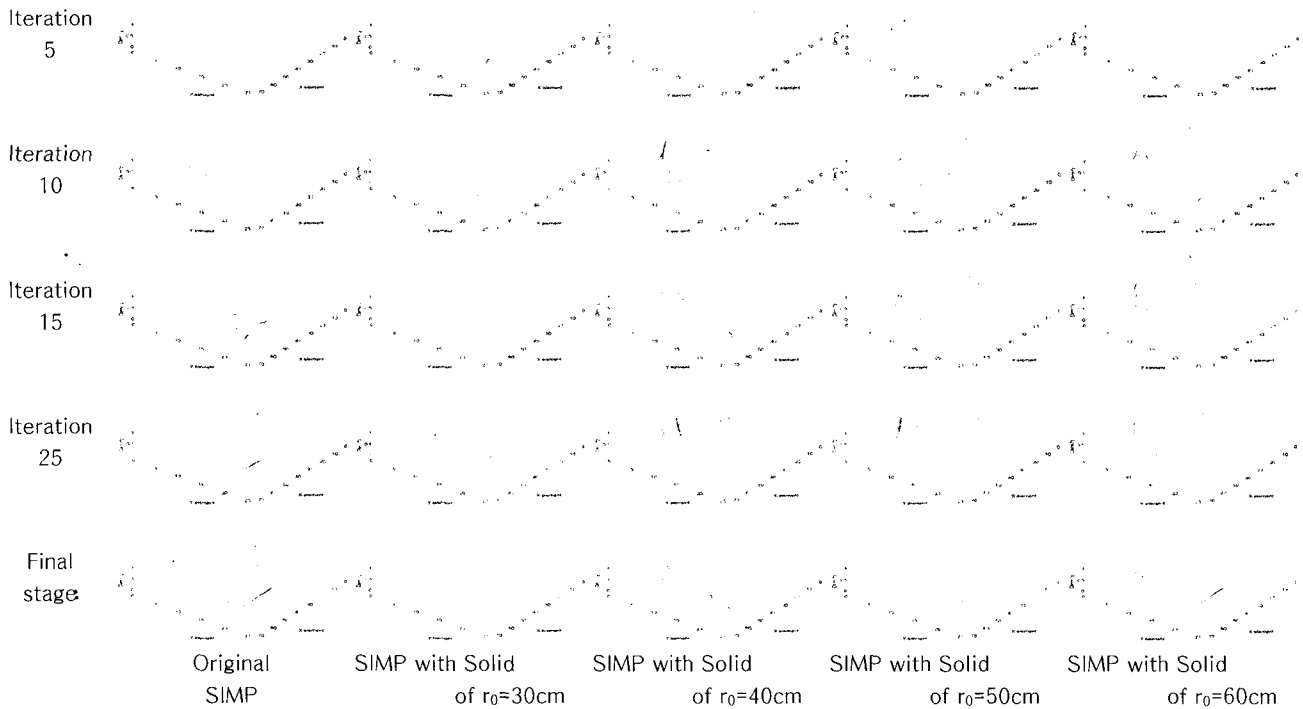


Fig.15 3D density functions at each optimization iteration in volume=50%

5. 결 론

본 연구는 초기 설계영역 안에 국소적으로 배치되는 솔리드 모델들에 의한 재료 위상최적화 방법을 검증하였다. 본 연구에서 제시된 방법은 초기 설계조건에 기하학적 특성에 따라 다양한 최적 위상 도출이 가능하기 때문에, 초기 위상 조건에 의존하는 위상최적화의 전산결과를 보여준다. 이것은 알맞은 초기 위상이 주어져야 정확한 최적 형상을 얻을 수 있는 형상최적화의 초기 위상 의존성과 유사하다. 전통적으로 균질한 초기 설계영역을 가지고 위상최적 설계가 수행된 점을 감안한다면, 본 방법은 위상최적화에 관한 새로운 구조 설계의 한 방법으로 제시될 수 있다. 수치 예제로서 간단한 MBB-보 탄성 구조물에 대한 위상최적화의 밀도분포법을 수행하였다.

본 연구를 통하여 추가적인 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 원형의 솔리드 위상 모델은 설계영역 내에 인위적으로 재료를 투입한 것이기 때문에, 위상최적화 과정에서 수렴의 특이성과, 부피제약조건을 불충족성을 가진다. 하지만 이러한 점들은 최적화의 초기 단계를 벗어나 어느 정도 진행된 최적화 과정 후에 기존의 SIMP와 유사한 특성을 회복하게 된다.
- (2) 부피제약조건이 커질수록, 원형의 솔리드 위상 모델을

이용하는 위상최적화의 수렴 값은 기존의 SIMP의 결과에 점점 더 가까이 접근한다.

- (3) 부피제약조건 30%를 적용했을 때 원형 솔리드의 다양한 치수의 관점에서 최적 수렴성은 $r_0=20 > r_0=60 > r_0=50 > r_0=40 > r_0=30$ 의 순으로 우수하기 때문에, 치수가 크다고 해서 반드시 수렴성이 나쁘게 되는 것은 아니다. 이 점은 최적화 수행을 통하여 판단 할 수 있으나, 그 외에 이것에 대한 실질적인 예측은 불가능하다.
- (4) 최적 구조물의 위상과 수렴성의 질은 완전한 재료를 가진 솔리드와 같은 초기 위상의 기하학적 치수에 절대적으로 의존함을 알 수 있다. 추가적으로 형상이나 개수도 영향을 미칠 것으로 사료된다. 이러한 초기 솔리드 모델을 적용한 SIMP는 수렴성이나 최적구조물의 강성 측면에서 전통적인 SIMP방법에 의한 것보다 더 우수한 결과가 산출 될 소지가 있다. 정의된 솔리드 모델들에 의해 산출되는 다양한 위상 결과들로부터 최적 수렴 값 비교를 통해 최적 위상의 도출이 가능하다.
- (5) 본 연구에서는 균질한 재료로 채워진 초기 설계영역을 이용하는 일반적인 위상최적화와 비교하여, 비균질한 초기 설계영역에 의해 다양한 위상을 가지는 최적해를 보여주고자 하였다. 비균질한 초기 설계영역은 보이드

와 솔리드의 두가지 경우로 정의가 가능하다. 선행 연구(Part I: 이동규 등, 2007)에서는 보이드를 가지는 초기 설계영역에 의한 위상 최적 해를 제시하였다. 이 경우에는 기존의 위상해보다 더욱 큰 최대 강성을 가지는 구조물이 산출되었으며, 수렴속도가 빠른 장점을 가지고 있었다. 본 연구에서는 부분적인 솔리드 모델을 사용하였고, 최대강성 면이나 수렴속도 면에서 기존의 SIMP결과나 보이드 모델보다 전체적으로 나아지지 않았다. 일부 솔리드 모델($r_0=60$, 부피제약조건 50%)에서만 기존의 SIMP결과와 유사하게 산출되었다.

참 고 문 헌

- 이동규, 신수미**(2007) SIMP를 이용한 재료 위상 최적설계, Part I: 부분적인 구멍의 위상을 가지는 초기 설계영역, *한국전산구조공학회 논문집*, 20(1), pp.9~19.
- 이상진** (2000) 위상최적화에 대한 개론, *한국전산구조공학회 논문집*, 13(3), pp.25~33.
- 임오강, 이진석(1998) 균질재료와 벌칙인자를 이용한 위상 최적설계, *한국전산구조공학회 가을학술발표대회 논문집*, pp.3~10.
- Bendsøe, M.P., Kikuchi, N.**(1988) Generating Optimal Topologies in Optimal Design using a Homogenization Method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71, pp.197~224.
- Bendsøe, M.P.**(1989) Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem, *Structural Optimization*, 1, pp.193~202.
- Dobbs, W., Felton, L.P.**(1969) Optimization of Truss Geometry, *Processing ASCE*, 95(ST10), pp.2105~2118.
- Dorn, W., Gom, R., Greenbergm, H.** (1964) Automoryatic Design of Optimal Structures, *Journal of Mechanics*, 3, pp.25~52.
- Eschenauer, H.A., Kobelev, V.V., Schmacher, A.** (1994) Bubble Method for Topology and Shape Optimization of Structures, *Structural Optimization*, 8, pp.42~51.
- Haug, E.J., Choi, K.K., Komkov, V.** (1986) Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Academic Press, Orlando, New York.
- Michell, A.G.M.** (1904) The Limits of Economy of Material in Frame Structures, *Philosophical Magazine*, 8, pp.589~597.
- Mlejnek, H.P.** (1992) Some Aspects of the Genesis of Structures, *Structural Optimization*, 5, pp.64~69.
- Rozvany, G.I.N.** (1972) Optimal Load Transmission by Flexure, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1, pp.253~263.
- Rozvany, G.I.N., Zhou, M., Birker, T.** (1992) Generalized Shape Optimization without Homogenization, *Structural Optimization*, 4, pp.250~252.
- Sigmund, O.** (2001) A 99 line topology optimization code written in Matlab, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 21, pp.120~127.