

논문 2007-44SP-4-9

주파수 영역에서 최대평탄과 하프대역 특성을 갖는 폐쇄형 QMF 필터들의 설계

(Design of Closed-Form QMF Filters with Maximally Flat and
Half-Band Characteristics in the Frequency Domain)

전 준 현*

(Joon Hyeon Jeon)

요 약

JPEG2000 국제표준에서는 QMF 왜곡을 갖지 않는 2가지 필터 쌍(pare)을 제시하였다. 그러나 사용된 QMF 필터들은 완전한 롤오프율을 갖을 뿐만 아니라 통과대역에서 리플(ripple)이 존재하고 비동등대역분할 구조를 갖는 치명적인 단점이 있다. 따라서 본 논문에서는 최대평탄 및 가파른 롤오프율(roll-off rate) 응답특성을 갖는 일반회판 폐쇄형 공식을 이용하여 하프대역 이득의 최대평탄 QMF 필터들을 제시하였다. 기존의 JPEG2000의 QMF 필터들과 제안된 최대평탄 QMF 필터들의 주파수 응답을 비교한 결과 제안된 QMF 필터들은 통과대역에서 리플이 없고, 개선된 롤오프율(roll-off rate) 및 중첩대역폭을 갖는 것을 확인하였다. 더욱이 제안된 최대 평탄 QMF 필터들은 저지대역 감쇠가 최대 200dB를 초과하는 응답 특성을 나타내었다.

Abstract

Two kinds of QMF(Quadrature Mirror Filter) pairs are used in JPEG2000 standard, which don't have QMF distortions. However, the QMF pairs have the main disadvantages such that there are gentle roll-off rate, ripples in the passband and unequal band decomposition. In this paper, Maxflat(maximally flat) QMF pairs with a half-band gain are proposed for overcoming these problems. Maxflat QMF pairs are realized due to generalized closed-form formulas, and the filters have maximally flat response in the passband/stopband as well as sharp roll-off rate in the transition band. Comparing proposed filters and JPEG2000's filters in frequency domain, it is found that proposed filters have better performance JPEG2000's filters. Moreover, Maxflat QMF pairs show stopband-attenuation exceeding 200 dB almost everywhere.

Keywords : QMF, nonrecursive filter, QMF filter, Closed-form design, maxflat filter

I. 서 론

최근 JPEG(Joint Photographic Experts Group) 국제 표준화 그룹에서는 고화질 영상 압축을 위해 2 채널 QMF(Quadrature Mirror Filter) बैंक 시스템을 이용한 파형변환을 채택한 JPEG2000을 발표하여 의료 영상 및 많은 응용 분야에서 널리 사용하고 있다^[1-3]. 2 채널

QMF बैंक 시스템은 트리 구조(tree structure)를 이용하여 입력영상 신호를 연속적인 여러 개의 주파수 대역으로 분리하며, 비이상적인(non-ideal) 필터들을 사용하므로 써 나타나는 인접대역 간의 중첩대역(aliasing band)에 대해 'alias-free'하고 사용된 QMF 필터들이 선형 위상(linear phase)을 갖고 시스템 함수의 주파수 응답 특성이 "1"을 만족하면 완전재생이 가능하다^[4-6]. 그러나 대역 분리와 합성 시 비이상적인 필터들로 인한 왜곡(distortion)을 발생시키는데, 양자화와 관계없이 QMF 필터 성능으로 인한 필터왜곡(filter distortion)과 양자화로 인한 중첩대역(aliasing band)에서 발생하는 중첩상쇠오차(aliasing cancelation error)들로 나뉜다. 중첩상쇠오차의 경우 QMF 필터들의 천이대역

* 정회원, 동국대학교 정보산업대학 정보통신학과
(Dept. of Information and Communication
Engineering, Dongguk University)

※ 본 연구는 동국대학교 논문게재장려금 지원으로 이루어졌음.

접수일자: 2007년5월2일, 수정완료일: 2007년6월11일

(transition bandwidth)이 클수록 증가하며, 작은 양자화 오차에도 심각한 'alias effect'로 인한 재생영상의 화질 감소가 발생한다^[6]. 예를 들면, JPEG2000에서는 QMF 완전재생 응답조건을 만족하는 2가지 FIR(Finite Impulse Response) 필터 쌍(pair)을 QMF 필터들로서 제시하였다^[7~8]. 그러나 JPEG2000의 QMF 필터들은 천이대역이 넓을 뿐만 아니라 통과대역에서 오버슈트(overshoot)등의 리플(ripple)이 존재하고 비등대역분할(unequal band decomposition) 구조를 갖는 단점이 있다. 최근에 선형위상의 저역통과 MAXflat (MAXimally flat) FIR 필터들의 설계를 위하여 폐쇄형 전달함수를 이용한 방법들이 연구되었다^[9~10]. 그들은 MAXflat '진폭' 응답을 얻기 위하여 체비셰프 놈과 레메즈 교환법(Remez exchange)을 이용한 '진폭' 추정 방식을 사용하였다. 그러나 위 방식들은 하프대역 폐쇄형 주파수 함수(half-band closed form frequency function)로 인한 하프주파수대역(half frequency band) 미만에서 이득 응답만을 갖는 단점 외에도 이퀴리플(equiripple)에 의한 근사 추정으로 인한 부정확한 주파수 응답 오차, 천이대역에서 완전한 저지대역 감쇠(stopband attenuation), 저지대역에서의 리플(ripple)이 존재하여 QMF 필터로서 적합하지 않다^[9~11]. 예를 들면, 또한 Aikawa등은 하프대역(half-band) 폐쇄형 전달함수를 바탕으로 Remez 추정 알고리즘에 의한 선형 위상의 저역통과 MAXflat FIR 필터 설계 방식을 성공적으로 제안하였다. 그러나 구현된 필터는 하프대역 응답 필터로서 80dB 이하의 완전한 저지대역 감쇠를 갖는 단점들이 나타났다^[12].

본 논문에서는 MAXflat FIR 필터 설계 방식을 이용하여 QMF 완전재생 응답조건을 만족할 뿐만 아니라 기존의 JPEG2000에서 사용된 QMF 필터의 문제점들을 극복할 수 있고 동등대역(equal band) 분할이 가능한 Halfband(half band) MAXflat QMF 필터들을 제시하고자 한다. 제안된 방식에서는 광대역 폐쇄형전달함수를 이용한 필터 설계 방식^[13]을 바탕으로 QMF 완전재생 응답조건을 적용하여 새로운 Halfband MAXflat QMF 필터들을 설계하였다. 최종적으로 설계된 Halfband MAXflat QMF 필터들의 주파수 응답 특성을 분석한 결과, 통과대역(passband)에서 리플이 전혀 없었으며 저지대역감쇠(stopband attenuation)가 최대 200dB를 초과하는 성능을 나타내었으며, JPEG2000에서 사용된 QMF 필터의 문제점들을 극복한 사실을 확인하였다.

먼저 제II장에서는 JPEG2000에서 사용한 바 있는 2 채널 QMF बैं크 시스템의 QMF 완전재생 응답조건 대해 소개하였으며, 제III장에서는 Halfband MAXflat QMF 필터들의 설계와 타당성을 입증하기 위한 Halfband MAXflat QMF 필터들을 제안하였다. 제IV장에서는 JPEG2000의 QMF 필터들과 제안한 Halfband MAXflat QMF 필터들의 주파수 특성을 분석하여 성능을 비교하였다. 끝으로 제V장에서는 결론을 맺었다.

II. 2 채널 분리/합성 QMF 시스템 전달함수

본 장에서는 2채널 분리(analysis)/합성(synthesis) QMF 필터뱅크시스템 함수와 Halfband MAXflat QMF 전달함수들을 정의하고, Halfband MAXflat QMF 필터들을 설계하기위한 제한 조건들에 대하여 서술 하였다.

1. 2 채널 분리/합성 QMF 시스템 함수

그림 1은 2채널 분리/합성 QMF 필터뱅크 시스템을 나타낸 것이다. 그림에서 나타낸 바와 같이 입력신호 $x(n)$ 은 2개의 대역으로 나눠 후 2:1로 간축(decimation)된다. 합성 बैं크에서 대역신호 $y_L(n)$ 와 $y_U(n)$ 는 연속된 샘플 사이에 제로를 삽입하므로 써 보간(interpolation)되고 $x(n)$ 을 재생하기 위한 필터링과 덧셈을 하게 된다. 재생 신호는 다음과 같다.

$$\hat{X}(z) = \frac{1}{2} [H_L(z)G_L(z) + H_U(z)G_U(z)]X(z) + \frac{1}{2} [H_L(-z)G_L(z) + H_U(-z)G_U(z)]X(-z) \quad (1)$$

식 (1)에서 둘째 항이 중첩성분으로서 양자화로 인한 중첩상소오차의 원인이 된다^[5].

만약 합성 बैं크의 QMF 필터들이 아래와 같은 조건을 만족한 다면 식 (1)의 중첩성분은 제거 된다.

$$G_L(z) = H_U(-z) \quad (2a)$$

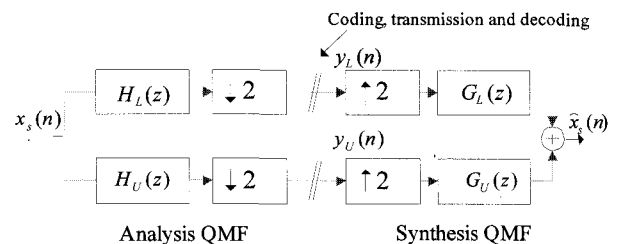


그림 1. 2채널 분리 / 합성 QMF बैं크 시스템
Fig. 1. Two channel analysis / synthesis bank system.

$$G_U(z) = -H_L(-z) \quad (2b)$$

합성 필터들이 식(2)을 만족할 때, 식(1)로부터 2채널 QMF बैं크 시스템의 전달함수는 아래와 같다.

$$\Delta(z) = T(z) - T(-z) \quad (3)$$

여기서 $T(z)$ 는

$$T(z) = H_L(z)H_U(-z) \quad (4)$$

이며, 2 개의 저역통과 필터 전달함수의 곱(product)으로 표현되는 P -halfband(product-half band) 필터 전달함수로서 하프 대역(half bandwidth) 이득응답을 갖는다. 식(3)에서 만일 분리 및 합성 QMF 필터들이 선형 위상을 갖는 FIR 필터들이라고 가정할 때, QMF बैं크의 완전재생 조건은 아래와 같이 표현되어진다.

$$\Delta(z) = 2z^{-d} \quad (5)$$

여기서 d 는 분리 및 합성 필터링 과정에서 발생하는 그룹지연(group delay) 또는 위상지연(phase delay)이며, 제로위상(zero phase)을 갖는 짝수 차수의 FIR 필터를 QMF 필터로 사용할 경우 $d=0$ 이 된다. 따라서 본 논문에서는 식(4)에서 사용되는 QMF 필터들인 $H_L(z)$ 와 $H_U(z)$ 은 모두 짝수 차수 N_1 과 N_2 를 갖는다는 것을 가정하여 Halfband MAXflat FIR 필터들을 설계하였다.

2. 폐쇄형 전달함수를 이용한 QMF 필터 설계조건

본 절에서는 통과 대역과 저지대역에서 최대 평탄하고 하프 대역의 천이대역에서 날카로운 차단경사를 갖는 MAXflat 분리/합성 FIR 필터들을 설계하기 위해 MAXflat 조건을 만족하는 폐쇄형 전달함수를 정의하였으며, 이를 바탕으로 P -halfband 필터 전달함수 $T(z)$ 의 주파수 특성을 분석하였다.

앞에서 정의한 전달함수 $T(z)$ 은 식(4)에서 나타낸 바와 같이 두 개의 분리와 합성 FIR 저역통과필터 전달함수들인 $H_L(z)$ 와 $H_U(-z)$ 의 곱으로 표현되며, 모두 짝수 차수를 갖는 저역통과 FIR 필터들로서 각 필터의 전달함수는 실수 계수와 대칭 임펄스 응답을 가지므로 주파수 응답은 제로 위상과 실수형의 대칭인 진폭응답을 갖는다. 따라서 그림 1의 분리 QMF बैं크에서 짝수 차수 N_1 을 갖는 저역통과 FIR 필터의 전달함수 $H_L(z)$ 는 다음과 같이 표현 될 수가 있다.

$$H_L(z) = h_{N_1/2} + \sum_{n=1}^{N_1/2} h_{N_1/2-n} (z^n + z^{-n}) \quad (6)$$

여기서 필터 계수 h_n 은 실수이다. 식 (6)과 같이 표현되는 저역통과 QMF 필터들이 통과대역 과 저지대역에서 MAXflat하고 하프대역 이득 응답을 갖기 위해서는 $H_L(w)$ 와 $H_U(w+\pi)$ 가 다음과 같은 주파수 응답 조건들을 만족해야 한다.

$$H_L(w)|_{w=0} = H_U(w+\pi)|_{w=0} = 1 \quad (7a)$$

$$\frac{\partial^{n_i} H_L(w)}{\partial w^{n_i}} \Big|_{w=0} = \frac{\partial^{n_i} H_U(w+\pi)}{\partial w^{n_i}} \Big|_{w=0} = 0$$

$$n = 1, 2, \dots, N_i - M_i - 1, \quad i = 1, 2 \quad (7b)$$

$$\frac{\partial^{n_i} H_L(w)}{\partial w^{n_i}} \Big|_{w=\pm\pi} = \frac{\partial^{n_i} H_U(w+\pi)}{\partial w^{n_i}} \Big|_{w=\pm\pi} = 0$$

$$n_i = 0, 1, 2, \dots, M_i - 1, \quad i = 1, 2 \quad (7c)$$

$$H_L(w) \Big|_{w=\pi/2} = H_U(w+\pi) \Big|_{w=\pi/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (7d)$$

여기서 파라메타 M 은 임의의 양의 상수이다. 위 식에서 $N_i - M_i$ 과 M_i 는 $H_L(w)$ 과 $H_U(w+\pi)$ 가 $w=0$ 과 $w=\pm\pi$ 에서 MAXflat을 만족하는 최대 차수(maximum degree) 이다. 따라서 본 논문의 MAXflat FIR 필터 특성을 갖는 QMF 필터의 최적 설계에서는 제로 위상의 광대역 저역통과 응답특성 외에도 $w=0$ 과 $w=\pm\pi$ 에서 MAXflat와 하프대역 주파수에서 날카로운 차단주파수 감쇠를 만족하는 N_i 와 M_i 의 값을 구하는 것이 매우 중요하다. 식(7)의 MAXflat 조건을 만족하는 $H_L(w)$ 과 $H_U(w+\pi)$ 을 사용하였을 때, 전달함수 $T(z)$ 의 주파수 응답 $T(w)$ 는 아래와 같이 MAXflat 조건을 만족함을 알 수가 있다.

$$T(w) \Big|_{w=0} = 1 \quad (8a)$$

$$\frac{\partial^n T(w)}{\partial w^n} \Big|_{w=0} = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N_T - M_T - 1 \quad (8b)$$

$$\frac{\partial^n T(w)}{\partial w^n} \Big|_{w=\pm\pi} = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, M_T - 1 \quad (8c)$$

$$T(w) \Big|_{w=\pi/2} = 1/2 \quad (8d)$$

여기서 $N_T = N_1 + N_2$ 로서 P -halfband 필터의 차수이며,

$M_T = M_1 + M_2$ 로서 $T(w)$ 가 $w = 0$ 과 $w = \pm \pi$ 에서 MAXflat을 만족하는 최대 차수이다. 따라서 $T(z)$ 을 구성하고 있는 $H_L(z)$ 와 $H_U(-z)$ 을 MAXflat 광대역폐쇄형 전달함수로 표현하면 다음 식과 같다^[13].

$$H_L(z) = 1 - Q_1(z) \cdot R_1(z) \quad (9a)$$

$$H_U(-z) = 1 - Q_2(-z) \cdot R_2(-z) \quad (9b)$$

여기서 $i = 1, 2$ 에 대한 $Q_i(z)$ 와 $R_i(z)$ 는 각각

$$Q_i(z) = (-1)^{M_i/2} \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^{M_i} (z^{\frac{1}{2}} - z^{-\frac{1}{2}})^{M_i} \right\} \\ M_i = 2, 4, 6, \dots \quad (10a)$$

$$R_i(z) = \alpha_{i,L_i} + \sum_{n=1}^{L_i} \alpha_{i,L_i-n} (z^n + z^{-n}) \quad (10b)$$

와 같다. 여기서 필터계수 α_n 은 실수이며, $H_L(z)$ 와 $H_U(-z)$ 는 각각 $N_1 = M_1 + 2L_1$ 와 $N_2 = M_2 + 2L_2$ 로 정의된 짝수 차수를 갖는다. 식(9)로부터 각 필터의 주파수 응답은 다음과 같이 표현된다.

$$H_L(w) = 1 - Q_1(w)R_1(w) \quad (11a)$$

$$H_U(w + \pi) = 1 - Q_2(w + \pi)R_2(w + \pi) \quad (11b)$$

여기서 $i = 1, 2$ 에 대한 $Q_i(w)$ 와 $R_i(w)$ 는 각각

$$Q_i(w) = \left(\sin \frac{w}{2} \right)^{M_i} \quad (12a)$$

$$R_i(w) = \alpha_{i,L_i} + \sum_{n=1}^{L_i} (2\alpha_{i,L_i-n}) \cos nw \quad (12b)$$

과 같다. 식(11)로 표현되는 $H_L(w)$ 와 $H_U(w + \pi)$ 는 $w=0$ 일 때의 MAXflat 조건을 만족함을 알 수가 있다. 또한 QMF 필터들이 모두 실수의 대칭 주파수 응답을 가지므로 제로위상 필터가 됨을 알 수가 있다. 위 식에서 차수 $N_1 = M_1 + 2L_1$ 의 $H_L(w)$ 는 미지계수 $\{\alpha_{1,n} | n = 0, 1, 2, \dots, L_1\}$ 를 갖고 있으며, 차수 $N_2 = M_2 + 2L_2$ 의 $H_U(w + \pi)$ 는 $\{\alpha_{2,n} | n = 0, 1, 2, \dots, L_2\}$ 의 미지계수들을 갖고 있음을 알 수가 있다.

III. 제로위상과 광대역 저역통과 응답특성을 갖는 MAXFlat QMF 필터들의 설계

본 장에서는 앞서 설명한 폐쇄형 전달함수를 이용한

저역통과 FIR 필터 설계 방식을 이용하여 하프대역 저역통과 이득을 갖는 MAXflat QMF 필터들을 설계하고 구현하여 설계의 타당성을 입증하였다.

1. MAXflat QMF 필터들의 설계

식(11)에서 나타낸와 같이 QMF 필터들을 MAXflat FIR 필터들로 사용하였을 때, MAXflat 조건식들을 바탕으로 최대 차수인 M_1, M_2 을 구하기 위하여 식(12)의 미지 계수들인 $\{\alpha_{i,n} | n = 0, 1, 2, \dots, L_i, i = 1, 2\}$ 을 주어진 L_i 에 대해 M_1, M_2 로 표현되는 일반화된 계수 해들로 나타낸다면 다음과 같다^[13]. $L_i = 1$ 일때 일반해는

$$\alpha_{i,n} = \begin{cases} 1 + 2\alpha_{i,0} & n = 1 \\ \frac{1}{2} \left(\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^M - 1 \right) & n = 0 \end{cases} \quad (13a)$$

이며, $L_i \geq 2$ 때 일반화된 계수 해는 아래와 같다.

$$\alpha_{i,n} = \begin{cases} \frac{1}{2\lambda_{L_i}} \left(\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{M_i} + 2 \sum_{n=1}^{L_i-1} f_{M_i}(L_i - n) [(-1)^{L_i+n} - \cos\{\frac{\pi}{2}(L_i - n)\}] - 1 \right) & n = 0 \\ 2L_i \cdot \alpha_{i,0} + f_{M_i}(L_i - 1), & n = 1 \\ (n-1) \cdot L_i(2L_i - 1) \cdot \alpha_{i,0} + f_{M_i}(L_i - n), & n = 2, 3, \dots, L_i - 1 \\ 1 + 2(-1)^{L_i} (2L_i - 1) \{ 1 + L_i \sum_{n=2}^{L_i-1} (-1)^{n-1} (n-1) \cdot \alpha_{i,0} - 2 \sum_{n=1}^{L_i-1} (-1)^{L_i+n} f_{M_i}(L_i - n) \}, & n = L_i \end{cases} \quad (13b)$$

여기서 $f_M(n)$ 와 λ_L 는 MAXflat 상수들로 각각

$$f_{M_i}(k) = \sum_{l=k}^{L_i-1} \frac{1}{2^{2l}} \binom{M_i/2 - 1 + l}{l} \binom{2l}{l-k} \quad (14a)$$

$$\lambda_{L_i} = (-1)^{L_i+1} + \cos\{\frac{\pi}{2}L_i\} + 2L_i[\cos\{\frac{\pi}{2}(L_i - 1)\} + (-1)^{L_i}] \\ + L_i(2L_i - 1) \sum_{n=2}^{L_i-1} [(-1)^{L_i-n+1} + \cos\{\frac{\pi}{2}(L_i - n)\}](n-1) \quad (14b)$$

와 같이 표현된다. 위 식(13)에서 일반화된 계수 해들 가운데 $\{\alpha_{i,n} | n = 1, 2, \dots, L_i, i = 1, 2\}$ 들은 주어진 L_i 에 대해 M_i 와 $\alpha_{i,0}$ 의 함수로 표현되었고, $\alpha_{i,0}$ 는 다시 M_i 만의 함수로 나타내어진 것을 알 수가 있다. 따라서 최적의 M_1, M_2 을 구하면 $H_L(w)$ 와 $H_U(w + \pi)$ 의 미지계수 $\{\alpha_{i,n} | n = 0, 1, 2, \dots, L_i, i = 1, 2\}$ 을 얻을 수가 있다. 최적의 M_1, M_2 을 구하기 위하여 $\alpha_{i,0}$ 의 다이내믹 범위(dynamic range)의 최대한계치는 다음과 같이 정의

$$\hat{\alpha}_{i,0} = \frac{1}{2^{2L_i}} \binom{M_i/2 + L_i - 1}{L_i} \quad (15)$$

되며^[13], $\{0 < \alpha_{i,0} \leq \hat{\alpha}_{i,0} | i=0,1\}$ 을 만족한다. 만일 $\alpha_{i,0}$ 의 최적 값을 $\alpha_{i,0|opt}$ 이라 하고, 이때 $\alpha_{i,0|opt}$ 값 속의 M_i 를 최적 차수를 $M_{i|opt}$ 라고 하자. 이때 $\alpha_{i,0|opt}$ 는 아래 식(16)이

$$\varepsilon_i = \hat{\alpha}_{i,0} - \alpha_{i,0} \geq 0 \quad (16)$$

최소의 값을 만족 때 얻어지며, $M_{i|opt}$ 는 구해진 $\alpha_{i,0|opt}$ 로부터 얻어진다. 즉, 주어진 L_1 과 L_2 에 대해 $M_{1|opt}$ 과 $M_{2|opt}$ 에 의한 $\hat{\alpha}_{1,0}$ 와 $\alpha_{1,0|opt}$ 그리고 $\hat{\alpha}_{2,0}$ 와 $\alpha_{2,0|opt}$ 의 관계식들은 각각 다음 식들을 만족한다.

$$\varepsilon_{1|min} = \hat{\alpha}_{1,0} - \alpha_{1,0|opt} \quad (17a)$$

$$\varepsilon_{2|min} = \hat{\alpha}_{2,0} - \alpha_{2,0|opt} \quad (17b)$$

이때 QMF 필터들의 최대차수는 각각 $N_1 = M_{1|opt} + 2L_1$, $N_2 = M_{2|opt} + 2L_2$ 이 된다. 결론적으로 본 논문에서는 광대역 폐쇄형 전달함수를 바탕으로 얻은 식(17)으로부터 $\alpha_{i,0|opt}$ 와 $M_{i|opt}$ 을 구하고 식(13)에서 최적필터 계수들을 구함으로써, MAXflat 조건과 하프대역분리를 만족하는 QMF 필터들을 설계할 수가 있음이 증명된다.

2. MAXflat QMF 필터들의 구현

차단 주파수가 $w_c = \pi/2$ 인 하프대역 이득을 가지고 있는 MAXflat 저역통과 QMF 필터들인 $H_L(z)$ 와 $H_U(-z)$ 을 설계하기 위해서는 앞서 식(10b)에서 설명된 바와 같이 $R_1(z)$ 과 $R_2(z)$ 의 미지계수들을 구하기 위하여 L_1 과 L_2 가 필요하다. 예를 들어 하프대역 저역통과 특성을 갖는 MAXflat QMF 필터 $H_L(z)$ 의 설계 규격이 $L_1=2$ 로 주어질 때, 사용한 QMF 필터 설계 방식에 따르면, 식(12b)로부터 차수 4를 갖는 $R_1(w)$ 는

$$R_1(w) = \alpha_{1,2} + 2(\alpha_{1,1}\cos w + \alpha_{1,0}\cos 2w) \quad (18)$$

가 되며, 주어진 $L_1=2$ 에 대하여 일반화된 계수를 식(13b)로부터 구하면 다음과 같다.

$$\alpha_{1,0} = \frac{1}{4} \left\{ \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{M_1} - (1 + 0.25M_1) \right\} \quad (19a)$$

$$\alpha_{1,1} = 4\alpha_{1,0} + \frac{M_1}{8} \quad (19b)$$

$$\alpha_{1,2} = 1 + 6\alpha_{1,0} + \frac{M_1}{4} \quad (19c)$$

또한 $\alpha_{1,0|opt}$ 을 구하기 위한 $\alpha_{1,0}$ 의 최대 한계 값 $\hat{\alpha}_{1,0}$ 는 식(15)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{\alpha}_{1,0} = \frac{1}{2^7} \cdot M_1(M_1 + 2) \quad (20)$$

식(20)과 식(19a)의 $\alpha_{1,0}$ 와 $\hat{\alpha}_{1,0}$ 을 식(16)에 대입하여 식(17a)을 만족하는 값을 구하면, $M_{1|opt} = 8$, $N_1 = 12$ 와 $\alpha_{1,0|opt} = 0.421572875$ 가 얻어진다. 이때 설계 결과 필터 $H_L(z)$ 의 주파수 응답 해는 아래와 같이 구해진다.

$$H_L(w) = 1 - \left(\sin \frac{w}{2}\right)^8 \cdot (5.5294 + 5.3726 \cos w + 0.8431 \cos 2w) \quad \text{for } L_1 = 2 \quad (21)$$

그림2는 $\alpha_{1,0}$ 에 따른 주파수 응답 $H_L(w)$ 을 도식적으로 나타낸 것으로 최적 $\alpha_{1,0|opt} = 0.421572875$ 값에 따른 주파수 응답은 실선에 해당된다. 이 그림에서 점선들은 $\alpha_{1,0}$ 의 값이 다이내믹 범위 $\{0 < \alpha_{1,0} \leq \hat{\alpha}_{1,0}\}$ 를 벗어날 때로서 이것은 필터의 통과대역에서의 오버슈트(overshoot) 또는 저지대역에서의 리플(ripple)이 발생하는 중요한 원인됨을 보여준 것이다. 이제까지 설명된 설계 방식은 $H_U(w+\pi)$ 의 구현에도 똑같이 적용된다. 이것은 $H_U(w+\pi) = H_L(w)$ 의 특성을 갖기 때문이다.

그림 3은 $L_i=1, 2, 3$ 일 때 하프대역이득 QMF 필터들, $H_L(w)$ 또는 $H_U(w+\pi)$, 설계에 필요한 각각의 $M_{i|opt}$ 와 $\alpha_{i,0|opt}$ 을 도식적으로 나타낸 것으로서, 식(13)

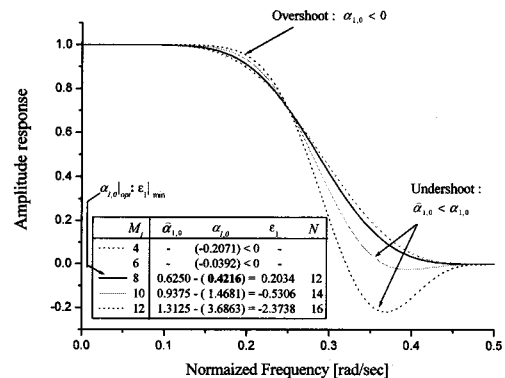


그림 2. $L_1=2$ 일 때 $H_L(z)$ 의 진폭응답
Fig. 2. The amplitude response of $H_L(z)$ when $L_1=2$.

과 식(15)에서 나타낸 바와 같이 M_i 에 따른 $\alpha_{i,0}$ 과 $\hat{\alpha}_{i,0}$ 의 자취를 그래프로 나타낸 것이다. 표 1은 식(17)로부

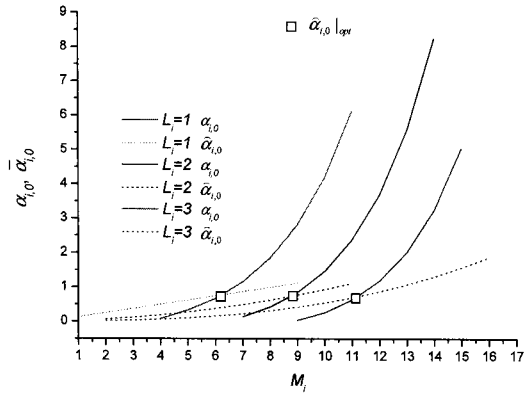


그림 3. $L_i=1, 2, 3$ 일 때 M_i 에 따른 $\alpha_{i,0}$ 과 $\hat{\alpha}_{i,0}$
 Fig. 3. $\alpha_{i,0}$ and $\hat{\alpha}_{i,0}$ due to M_i when $L_i=1, 2, 3$

표 1. $L_i = 1, 2, 3$ 따른 결과 QMF 필터들의 최적 파라미터 값
 Table 1. Optimized parameters of resulted QMF filters due to $L_i = 1, 2, 3$

Specifications	L_i		
	1	2	3
Maximum degree N	8	12	16
Optimal degree $M_{i opt}$	6	8	10
Maximum limit $\hat{\alpha}_{i,0}$	0.7500	0.6250	0.5469
Key parameter $\alpha_{i,0 opt}$	0.6716	0.4216	0.2653
Filter coeff. $\alpha_{i,1 opt}$	2.3431	2.6863	1.9988
Filter coeff. $\alpha_{i,2 opt}$	-	5.5294	8.9798
Filter coeff. $\alpha_{i,3 opt}$	-	-	14.4315

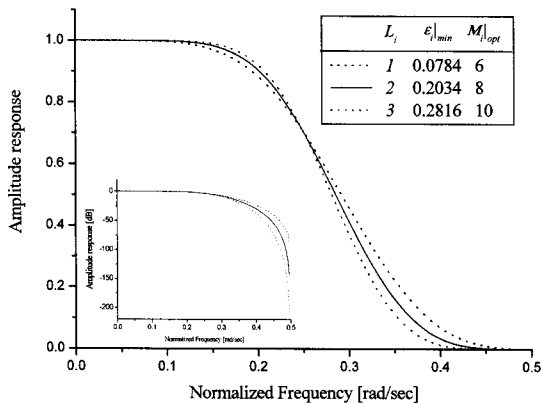


그림 4. $L_i = 1, 2, 3$ 일 때 $H_L(z)$ 의 진폭응답
 Fig. 4. The amplitude response of $H_L(z)$ when $L_i = 1, 2, 3$

터 얻은 $M_{i|opt}$ 와 $\alpha_{i,0|opt}$ 에 의해 설계된 하프대역분리 MAXflat 저역통과 QMF 필터들의 최적 파라미터들이며, 그림4는 설계된 필터들의 주파수 응답을 나타낸 것으로 L_i 가 증가 할수록 필터 성능이 향상됨을 알 수가 있다.

IV. 성능평가 및 결과

본 장에서는 구현된 하프대역 저역통과 이득을 갖는 MAXflat QMF 필터들과 기존의 JPEG2000의 과형분할에서 채택한 QMF 필터들과의 성능을 비교 검토하였다.

1. QMF 필터들의 성능 비교 및 평가

본 절에서는 앞서 설계한 $L_i = 1, 2, 3$ 일때의 QMF 필터들과 기존의 JPEG2000에서 채택한 Jpeg5/3^[8] 및 Jpeg9/7^[7] QMF 필터들에 대한 주파수 특성을 비교 분석하였다.

표 2는 각 QMF 필터들의 주파수 응답특성을 비교한 것을 나타낸 것이다. 표2에서 나타난 바와 같이 제안된 QMF 필터들이 기존의 Jpeg5/3 및 Jpeg9/7 QMF 필터들에 비하여 매우 우수한 주파수 응답 특성을 갖는다는 것을 알 수가 있다. 예를 들어 동등 분할을 위한 통과대역폭을 나타내는 w_{-3} 지점이 제안된 QMF 필터들은 정확하게 하프대역 이득 응답을 갖는 반면 기존의 필터들은 그러하지 못하고, 천이 대역폭과 롤오프율:(작을수록 급경사)도 제안된 QMF 필터들이 우

표 2. QMF 필터들의 주파수 응답 특성 비교

Table 2. The frequency-response comparison of QMF filters

	Frequency points			Slop	Gain(dB)	Ripple		
	w_{-3}	w_{-6}	w_{-40}	BW_{tr}	$\beta_{rolloff}$	$G_{\pi/2}$	$A_s _{Max}$	δ_p
Jpeg3	0.182	0.25	0.468	0.286	0.873	-6.02	76.43	0
Jpeg5	0.318	0.356	0.482	0.164	0.457	0	66.89	0.125
Jpeg7	0.234	0.273	0.427	0.193	0.875	-4.221	133.85	0.047
Jpeg9	0.273	0.309	0.441	0.168	0.811	-1.799	141.00	-0.049
$L_i=1$	0.25	0.292	0.450	0.200	0.651	-3.01	86.48	0
$L_i=2$	0.25	0.286	0.426	0.176	0.571	-3.01	142.62	0
$L_i=3$	0.25	0.281	0.406	0.156	0.408	-3.01	204.19	0

w_{-3} : -3-dB half-width $\beta_{rolloff} = 2 * BW_{0.99-0.01}$
 w_{-6} : -6-dB half-width $G_{\pi/2}$: Peak gain of half band
 w_{-40} : -40-dB half-width $A_s|_{Max}$: Max. Stopband attenuation
 $BW_{tr} = w_{-40} - w_{-3}$ Transition
 Bandwidth δ_p : Peak-ripple gain of passband

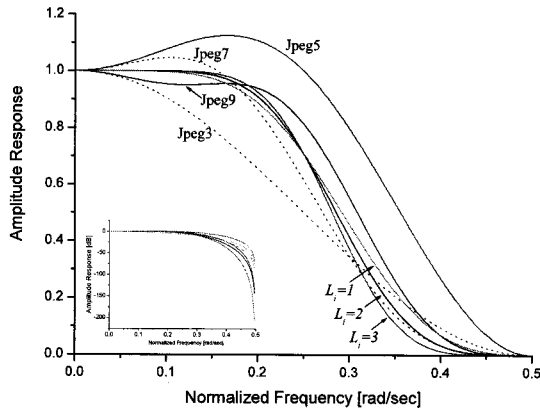


그림 5. QMF 필터들의 진폭응답 비교

Fig. 5. Comparison of amplitude responses for QMF filters.

수한 것으로 나타났다. 더욱이 Jpeg5 및 Jpeg9/7의 통과대역에서 오버슈트 리플이 존재하는 것을 알 수가 있는데, 이것은 압축 및 부호화 효율을 떨어뜨리는 요인이 된다. 그림 5는 표 1의 주파수 응답을 그래프로 나타낸 것이다.

결론적으로 제안된 MAXflat 저역통과 QMF 필터들의 주파수 응답특성이 기존의 JPEG2000에서 채택한 Jpeg5/3 및 Jpeg9/7 QMF 필터들 보다 우수한 것을 알 수가 있으며, 또한 하드웨어 복잡도를 비교하였을 때 식(10)의 $Q_i(z)$ 는 쉬프트(shift)에 의 연산만을 하게 되어 실제 $R_i(z)$ 계수만의 곱셈을 하게 되므로 Jpeg9/7 필터보다 계산 량이 적다^[14].

2. QMF 주파수 응답 특성의 성능 비교 및 평가

본 절에서는 그림 1의 2채널 분리/합성 QMF बैं크 시스템에서 JPEG2000의 Jpeg5/3, Jpeg9/7 그리고 제안된 MAXflat 저역통과 QMF 필터 쌍을 사용하였을 때, 채널의 중첩대역폭 및 식(5)의 $\Delta(z)$ 전달함수의 주파수 응답 특성을 비교하였다. 객관적인 성능평가를 위하여 $L_1=1$ 과 $L_2=2$ 일 때 설계된 식(21a)와 (21b)의 MAXflat 저역통과 QMF 필터들을 QMF 필터 쌍 Max13/9로 정의하여 $H_L(z)$ 는 필터길이 13($L_1=2$), $H_U(-z)$ 는 필터길이 9($L_2=1$)로 각각 적용하였다.

그림 1의 2채널 분리/합성 QMF बैं크 시스템에서 대역을 분리할 때 식(1)에서 설명된 바와 같이 각 채널에서 발생하는 중첩대역신호(aliasing band signal)는 다음과 같다.

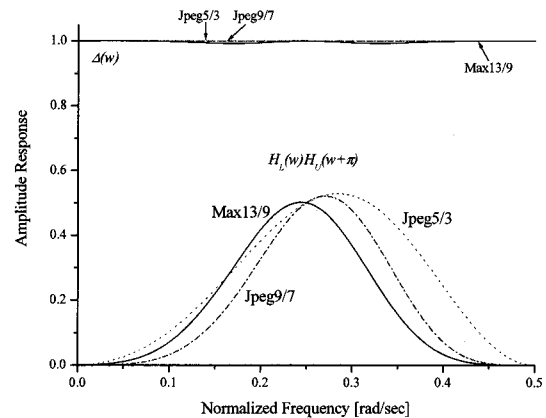


그림 6. 2채널 QMF 시스템 응답 및 중첩대역폭 비교

Fig. 6. Comparison of amplitude responses for two channel QMF system.

$$A_{ias}(z) = H_L(z)H_U(-z)X(-z) \quad (22a)$$

또는

$$A_{ias}(z) = H_L(-z)H_U(z)X(-z) \quad (22b)$$

위 식에서 $H_L(-z)H_U(z)$ 는 대역통과(bandpass) 필터의 주파수 응답을 갖으며, Jpeg5/3, Jpeg9/7, Max13/9를 각각 적용하였을 때 진폭응답 특성은 그림6과 같다. 그림 6에서 나타낸 바와 같이 Max13/9의 감쇠특성과 중첩대역폭이 기존의 Jpeg5/3, Jpeg9/7 보다 우수한 것으로 나타났다. 또한 하프대역 점인 $w = \pi/2$ 에서 대칭 구조를 갖는 것을 알 수가 있다. 또한 그림6에서는 완전재생을 위한 2 채널 분리/합성 QMF 시스템 전달함수인 식(5)의 $\Delta(z)$ 주파수 응답 $\Delta(w)$ 을 비교하였으며, 기존의 Jpeg5/3와 Jpeg9/7은 최소 -0.00001 의 리플을 갖는 반면 제안된 Max13/9는 -0.0072 의 리플이 나타나 근소한 차이를 보였으나 완전 재생에는 문제가 없었다.

V. 결 론

2 채널 QMF बैं크 시스템을 사용하는 기존의 JPEG2000 국제표준에서는 2채널 QMF बैं크에서 QMF 필터 왜곡을 갖지 않는 2가지 필터 쌍(pare)을 제시하였다. 그러나 사용된 QMF 필터들은 천이대역이 넓은 뿐만 아니라 통과대역에서 오버슈트(overshoot)등의 리플(ripple)이 존재하고 비동등대역분할(unequal band decomposition) 구조를 갖는 단점이 있다. 따라서 양자화에 따른 부호화시 압축 효율 감소뿐만 아니라 심각한

중첩상쇠오차가 발생한다. 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 본 논문에서는 폐쇄형전달함수를 이용한 Halfband MAXflat QMF 필터들을 제시하였다.

본 논문에서는 동등대역분할의 QMF 완전재생 및 MAXflat 조건을 만족하는 MAXflat QMF 필터들을 구현하여 그 타당성을 입증하였다. 또한 기존의 JPEG2000 QMF 필터들과 제안된 MAXflat QMF 필터들의 주파수 응답 특성들을 비교한 결과 제안된 MAXflat QMF 필터들은 통과대역에서 리플이 없고, 개선된 롤오프율 및 중첩대역폭을 갖는 것을 확인하였다.

Acknowledgement

본 연구는 동국대학교 논문게재장려금 지원으로 이루어졌음

참 고 문 헌

[1] ISO/IEC 15444-1: Information technology-JPEG 2000 image coding system - Part 1: Core coding system, 2000.

[2] ISO/IEC 15444-2: Information technology-JPEG 2000 image coding system-Part 2: Extensions, 2002.

[3] M. Rabbani and R. Joshi, "An overview of the JPEG2000 still image compression standard," Signal Processing: Image Communication, vol. 17, no.1, pp. 3-48, Jan. 2002.

[4] J. W. Woods and S. D. O'Neil, "Sub-banded coding of image," IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. ASSP-34, no.5, pp.1278-1288, Oct. 1986

[5] Joonhyeon Jeon and Jaekyoon Kim, "New linear phase QMF filter design for sub-band coding," Electronics letters, Vol.27, No.4, pp.319-320, 1991.

[6] 전준현, "2차원 영상 필터링 효율 향상을 위한 기술 연구," 대한전자공학회 논문지, 제42권 SP편, 제6호, 99-110쪽, 2005년 11월

[7] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, and I. Daubechies, "Image coding using wavelet transform," IEEE Trans. on Image Processing, vol. 1, no. 2, pp. 205-220, Apr. 1992.

[8] D. Le Gall and A. Tabatabai, "Sub-band coding of digital images using symmetric short kernel filters and arithmetic coding techniques," in Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, New York, NY, USA, Vol. 2, pp. 761-764, 1988.

[9] I. W. Selesnick and C. Sidney Bums, "Maximally flat low-pass FIR filters with reduced delay," IEEE Trans. Circuits and Systems II 45, pp.53-68, 1998.

[10] S. Samadi, A. Nishihara and H. Iwakura. "Universal maximally flat low-pass FIR systems," IEEE Trans. Signal Processing 21, pp.1956-1964, 2000.

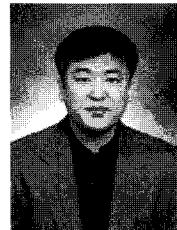
[11] S. Samadi, A. Nishihara and H. Iwakura, "Generalized half-band maximally flat filters", ISCA'99 3, pp.III-279-82, 1999.

[12] N. Aikawa and M. Sato. "A design method of low delay lowpass FIR digital filters with maximally flat characteristics in the passband and the transition zero in the stopband," ISCAS'02, 1, pp.I-405 -08, 2002.

[13] Joonhyeon Jeon "A efficient technique for the design of maximally flat zero-phase digital filters with wideband response," ITC-CSCC2007, accepted, July 2007.

[14] P. P. Vaidyanathan, "Efficient and multiplierless design of FIR filters with very sharp cutoff via maximally flat building blocks," IEEE Trans. Circuits and Syst., CAS-32, pp.236 - 244, 1985.

저 자 소 개



전 준 현(정회원)

1984년 2월 동국대학교
전자공학과 학사

1986년 2월 한국과학기술원 전기
및 전자공학과 석사

1991년 8월 한국과학기술원 전기
및 전자공학과 박사

1991년 9월~1999년 12월 한국통신

1999년 12월~2000년 6월 한누리살로만 투자증권

2000년 6월~2001년 2월 (주)드림라인

2001년 9월~현재 동국대학교정보통신공학과
조교수

<주관심분야 : 영상 압축 및 통신, 디지털 필터
등>