

# 기관 및 개인투자자의 거래행태와 가격변화

조규성\*

## 〈요 약〉

이 논문은 시장에 두 종류의 투자자가 존재하고 이들의 정보 분석 능력과 정보 획득 시점이 서로 다르다면 시장에서 가격이 어떻게 형성되고 변화하는가를 연구하려고 한다. 시장에는 대규모 자금을 관리하면서 전문적으로 정보를 분석하고 투자하는 기관투자자와 소규모 자금을 투자하는 개인투자자가 있다. 기관투자자들이 개인투자자에 비하여 정보 분석 능력이 뛰어나고 정보 획득 시점도 빠르다고 가정한다. 위 가정으로부터 이 논문은 시장에서 주식 가격이 단기에서는 가격지속현상을 보이고 장기에서는 가격역전현상을 보이는 것을 설명할 수 있다. 단기에서 가격지속 현상이 나타나는 것은 개인투자자에 비하여 정보를 먼저 획득한 기관투자자들이 주식을 거래하여 이미 가격이 변화하였는데 뒤늦게 정보를 획득한 개인투자자들이 계속하여 거래함으로써 가격이 단기적으로 같은 방향으로 움직이게 된다. 장기적인 가격역전 현상은 기업의 가치에 대하여 정확한 정보를 가지고 있지 못한 개인투자자들이 새로운 정보에 대하여 지나치게 민감하게 반응하여 주가가 기업의 내재가치 이상으로 변화하게 되고 시간이 지남에 따라 주가가 기업의 내재가치로 회귀하기 때문에 나타난다. 단기적인 가격지속과 장기적인 가격역전 현상이 나타나는 주된 원인이 새로운 정보에 대한 개인투자자의 지연반응과 정보부족에 있기 때문에 이 논문은 개인투자자의 비율은 높은 주식일수록 이러한 현상이 더 크게 나타남을 보였다. 기관투자자들이 주식을 매입하면 다음 시점의 가격은 상승하고 이들이 주식을 매도하면 다음 시점의 가격은 하락한다. 반대로 개인투자자들이 주식을 매입하면 다음 시점의 가격은 하락하고 이들이 주식을 매도하면 다음 시점의 가격은 상승하게 된다.

주제어 : 정보, 기관투자자, 개인투자자, 제한된 합리성, 투자성과

논문접수일 : 2007년 10월 26일    논문게재확정일 : 2007년 11월 14일

\* 한림대학교 재무금융학과 교수

\*\* 논문에 대하여 유익한 조언을 해주신 서울대학교의 조재호 교수님과 두 분의 익명의 심사위원께 감사드립니다.

## I. 서 론

### 1. 연구의 동기

주식시장에는 다양한 투자자들이 존재하고 이들은 나름대로 정보를 획득하고 이를 분석하여 투자한다. 이 논문은 시장에 두 종류의 투자자가 존재하고 이들의 정보 분석 능력과 정보 획득 시점이 서로 다르다면 시장에서 가격이 어떻게 형성되고 변화하는가를 연구하려고 한다. 주식 시장에 존재하는 투자자는 크게 두 종류로 분류할 수 있다. 대규모 자금을 관리하면서 전문적으로 정보를 분석하고 투자하는 기관투자자와 소규모 자금을 비전문적으로 투자하는 개인투자자로 구분할 수 있다. 우리나라에서는 외국인, 뮤추얼펀드, 증권사, 투자신탁회사 등이 기관투자자 집단에 속하며 개인투자자는 일반적으로 소규모 자금을 투자하는 개인들이다.

이 논문은 세 가지의 기본적인 가정으로부터 출발한다. 첫째는, 다양한 정보원과 정보처리시스템을 가지고 직업적으로 주식을 거래하는 기관투자자들이 기존의 주식 가치에 대하여 개인투자자들에 비하여 보다 정확한 정보를 가지고 있다고 가정한다. 둘째는, 기업에 대한 새로운 정보가 발생하게 되면 기관투자자들이 개인투자자들에 비하여 그 정보를 먼저 획득한다고 가정한다. 셋째는, 시장 구조를 잘 알고 있는 기관투자자는 합리적 투자자라고 가정하고 시장 구조에 대한 정보가 부족한 개인투자자는 제한된 합리적 투자자(bounded rational investor)라고 가정하였다.<sup>1)</sup>

이 논문은 위의 세 가지 가정으로부터 시장에서 주식 가격이 단기에서는 가격지속 현상을 보이고 장기에서는 가격역전 현상을 보이는 것을 설명할 수 있다. 단기에서 가격지속 현상이 나타나는 것은 개인투자자에 비하여 정보를 먼저 획득한 기관투자자들이 주식을 거래하여 이미 가격이 변화하였는데 뒤늦게 정보를 획득한 개인투자자들이 계속하여 거래함으로써 가격이 단기적으로 같은 방향으로 움직이게 된다. 장기적인 가격역전 현상은 기업의 가치에 대하여 정확한 정보를 가지고 있지 못한 개인투자자들이 새로운 정보에 대하여 지나치게 민감하게 반응하여 주식가격이 기업의 내재가치 이상

1) 사람들이 완전한 합리성을 가지고 투자결정을 한다는 가정은 경제학에서 오랜 전통이었다. 그러나 실제로 사람들의 의사결정이 완전한 합리성을 바탕으로 이루어진다는 증거는 없었다. 1950년대 처음으로 Simon이 이 가정에 도전하는 제한된 합리성을 주장한 이후로 Kahneman과 Tversky를 비롯하여 많은 학자들이 완전한 합리성에 도전하는 연구를 발표하였다.

으로 큰 폭으로 변화하게 되고 시간이 지남에 따라 주식 가격이 기업의 내재가치로 회귀하기 때문에 나타난다. 한편, 단기적인 가격지속과 장기적인 가격역전 현상이 나타나 는 주된 원인이 새로운 정보에 대한 개인투자자의 과잉반응에 있기 때문에 이 논문에서 는 개인투자자의 비율은 높은 주식일수록 이러한 현상이 더 크게 나타남을 보일 수 있다.

이 논문은 기관투자자들의 거래와 다음 시점의 가격변화는 양의 상관관계가 존재함을 보여 준다. 기관투자자들이 주식을 매입하면 다음 시점의 가격은 상승하고 이들이 주식을 매도하면 다음 시점의 가격은 하락한다. 이러한 현상이 나타나는 것은 기관투 자자들이 주식을 매입한 후 정보를 늦게 받게 되는 개인투자자들이 계속해서 주식을 매입하면서 가격이 상승하게 되고 개인투자자들이 매입하는 시점에서 기관투자자들은 자신이 매입한 주식을 개인투자자들에게 매도하게 되고 그 후 개인투자자의 과잉반응 으로 내재가치 이상으로 상승했던 주식 가격이 하락하면서 내재가치로 회귀하기 때문 이다. 같은 이유로 개인투자자들이 주식을 매입하면 다음 시점의 가격은 하락하고 이 들이 주식을 매도하면 다음 시점의 가격은 상승하게 된다.

모든 투자자가 완전히 합리적이라고 가정하는 합리적 기대모형에서는 가격지속이나 가격역전 현상을 설명하기가 어려웠다. 따라서 이런 현상을 설명하기 위한 모형들은 투자자의 합리성에 약간의 제약을 가하는 형태로 진행되었는데 크게 두 종류로 나눌 수 있다. 첫 번째는 투자자의 심리적인 요인으로 인하여 이러한 현상이 나타나는 것을 설명하려는 행동 재무학(behavioral finance) 모형이고, 두 번째는 투자자의 제한된 합리 성으로 인하여 이러한 현상이 나타남을 설명하려는 제한된 합리성(bounded rationality) 모형이다.

첫 번째 유형에 속하는 연구로는 다음 논문들이 있다. Daniel, Hirshleifer and Subrahmanyam(1998)은 투자자들이 자신이 가지고 있는 정보의 정확도를 과신(overconfidence) 하고 투자로부터의 성공은 자신의 능력에 의한 것이고 실패는 외부 환경 때문이라는 편향된 자기귀속(biased self-attribution)하는 경우에 이러한 현상이 나타날 수 있음을 보였다. Barberis, Shleifer and Vishny(1998)는 실제로 주식 가격은 임의적으로 움직이 는데 투자자가 주식 가격이 추세형성 상태와 평균회귀 상태사이를 왔다 갔다 한다고 믿고 보수주의적인 의사결정을 한다면 이런 현상이 나타남을 보였다. 조규성(2004b)은 모든 투자자들이 자신이 획득한 정보에 대하여 과신을 하는데 개인투자자가 기관투자 자보다 정보에 대한 과신의 정도가 크고 기관투자자가 정보를 먼저 획득한다면 일정한 조건하에서 단기에는 가격지속현상이 나타나고 장기에서는 가격역전현상이 나타날 수

있음을 보였다.

두 번째 유형의 연구로는 다음과 같은 논문들이 있다. Hong and Stein (1999)은 두 종류의 제한된 합리성을 가진 투자자를 가정하여 가격이 단기에서는 가격지속 현상을 보이고 장기에서는 가격역전 현상이 나타나는 모형을 개발하였다. 정보 분석가는 항상 정보만을 분석하고 반면에 기술적 분석을 하는 투자자는 단순히 과거의 가격변화만을 관찰하고 투자한다. 만약에 정보가 투자자 사이에 점진적으로 퍼져나간다면 가격은 초기에 정보에 대하여 천천히 반응하면서 단기적으로 가격지속 현상을 보이지만 장기적으로는 추세추종 거래자로 인하여 가격은 내재가치이상으로 변화하게 되고 결국에는 내재가치로 회귀하는 가격역전 현상이 나타나게 된다. 조규성(2004a)은 가격추종거래자와 합리적 투자자가 존재하는 경우에 가격지속현상과 가격역전현상이 나타남을 보였다. 가격추종 거래자가 시장에 일정 수준이상으로 존재하는 경우 합리적 투자자가 이들의 수요를 미리 예측하고 투기적 거래를 함으로써 가격이 자산의 내재가치보다 큰 폭으로 변화할 수 있음을 보였다. Alti, Kaniel and Yoeli(2006)는 투자자들이 자신이 가지고 있는 정보의 분산에 대한 불확실성이 존재한다면 거래를 하기 이전에 자신의 정보를 확인해 줄 수 있는 정보가 나타나기를 기다리게 된다. 새로운 정보가 나타나서 주식가격에 영향을 미치고 동시에 자신의 정보에 대한 불확실성이 감소하게 된다. 따라서 불확실성이 높은 정보를 가지고 있는 투자자는 자신의 정보를 확인할 수 있는 정보가 나타나서 주식가격이 움직인 이후에 거래를 하게 된다. 이것이 투자자들이 모멘텀 거래를 하게 되는 이유다.<sup>2)</sup>

이 논문은 Hong and Stein(1999)의 연구와 비슷하다. 두 논문 모두 시장에 정보가 투자자들에게 동시에 전달되는 것이 아니라 순차적으로 전달된다고 가정하였다. 반면에 Hong and Stein(1999)에서는 모든 투자자가 제한된 합리성을 갖는다고 가정하였으나 이 논문에서는 정보가 부족하고 주식 시장에 대한 경험이 부족한 개인투자자만 제한된 합리성을 가진다고 가정하고 기관투자자는 합리적인 투자자로 가정하였다. 이 논문에서 제한된 합리성이란 개인투자자가 1시점에서 가격을 관찰하고도 그 가격으로부터 기관투자자가 가지고 있는 정보를 유추하지 못한다는 것이다. 따라서 개인투자자는 1, 2시점에서 자신이 가지고 있는 정보만을 이용하여 자신의 수요함수를 결정하는 단

2) He and Li(2005)는 기업의 내재가치만을 분석하여 투자하는 가치투자자와 과거의 주가변화의 시계열분석을 통하여 거래하는 추세분석가가 존재하는 시장에서 주가의 변화를 연구하였다. 그러나 이들 논문의 초점은 주가의 과잉변동성, 꼬리부분이 두터운 분포, 가격변화의 집중현상 등 주로 주가 자료의 시계열 특성을 분석하는 것이다.

순한 투자를 하게 된다. 반면에 기관투자자는 1시점에서 정보를 획득할 뿐만 아니라 2시점에서 개인투자자들이 같은 정보를 뒤늦게 얻게 된다는 사실도 이미 알고 1시점에서 투자결정을 하는 합리적인 투자자로 가정하였다. 조규성(2004a)에서는 가격이 상승하면 자산을 매입하고 가격이 하락하면 자산을 매도하는 가격추종거래자가 존재하고 이들의 거래를 미리 예상한 합리적 투자자가 투기적 거래를 함으로써 자산 가격이 내재가치이상으로 변할 수 있음을 보였다. 반면에 본 논문에서 자산의 가격이 내재가치 이상으로 변하는 주된 이유는 사전적 정보가 부족한 개인투자자의 정보에 대한 과잉반응 때문이다. 조규성(2004b)에서 투자자 집단을 기관투자자와 개인투자자로 구분하였고 기관투자자의 정보획득 시점이 개인투자자보다 빠르다고 가정한 점이 이 논문과 비슷하다. 조규성(2004b)에서는 가격지속현상과 가격역전현상이 나타나는 것은 모든 투자자들이 자신이 획득한 정보에 대한 과신과 다른 거래자가 가진 정보를 과소평가하는 심리적 요인 때문이다. 반면에 이 논문에서는 어떤 투자자도 심리적 편이를 가지고 있지 않으며 다만 개인투자자가 정보를 분석하고 가격으로부터 정보를 유추해내는 능력이 부족하다는 제한된 합리성 때문에 이러한 현상들이 나타난다.

이 논문의 추후 구성은 다음과 같다. 제 II장에서는 기관투자자와 개인투자자의 최적 수요함수를 계산한 후 시장 청산 조건을 이용하여 균형가격을 계산한다. 균형가격을 이용하여 시장에서 균형가격이 어떤 형태를 띠면서 변화하는 지를 검토한다. 특히 시장에서 개인투자자의 비중이 증가함에 따라 또 기관투자자와 개인투자자의 정보의 차이가 커짐에 따라 시장 가격이 어떻게 변화하는 지를 살펴보겠다. 그리고 기관투자자와 개인투자자의 투자성과를 예측하고 기존의 실증연구 결과들과 비교한 후 새로운 실증 연구가설을 제시한다. 제 III장에서는 연구결과를 요약하고 연구의 시사점과 향후 연구과제 등에 대하여 논의한다.

## II. 시장균형

### 1. 기본모형의 설정

시장에는 무위험자산과 위험자산 두 종류의 자산이 존재하며 각각 1시점과 2시점에서 거래된다. 무위험자산의 가치는 매 기간 항상 1로 일정하며 위험자산의 가치는 현재 시점에서 확실히 알 수 없고 3시점에서 실현되며 그 값은  $v$ 로 표현되는 확률변수로 불

확실한 값을 갖는다.<sup>3)</sup>

시장에 참가하는 투자자에는 기관투자자와 개인투자자의 두 종류의 투자자가 존재한다. 기관투자자와 개인투자자는 각각 위험자산의 3시점 가치  $v$ 에 대한 사전적 확률분포를 가지고 있다. 두 투자자가 가지고 있는  $v$ 에 대한 확률분포의 평균은  $P_0$ 로 같으나 분산에 대하여는 서로 다르게 생각한다. 기관투자자는  $v$ 의 분산을  $\sigma_s^2$ 이라고 생각하고 개인투자자는  $\sigma_d^2$ 이라고 생각하는데  $\sigma_s^2$ 이  $\sigma_d^2$ 보다 작다고 가정하자. 이 가정은 기관투자자가 개인투자자에 비하여  $v$ 의 값에 대하여 보다 정확한 정보를 가지고 있음을 의미한다. 시장에 계속하여 참가하면서 많은 경험을 가지고 있고 기업에 대한 정보를 계속해서 수집하고 분석하는 기관투자자가 그렇지 못한 개인투자자에 비하여 기업에 대하여 보다 정확한 정보를 가지고 있을 것으로 생각된다.<sup>4)</sup> 투자자의 사전적 정보(prior beliefs)는 다음과 같다.

$$\text{기관투자자 : } v \sim N(P_0, \sigma_s^2) \quad (1)$$

$$\text{개인투자자 : } v \sim N(P_0, \sigma_d^2) \quad (2)$$

이제 위험자산의 가치  $v$ 에 대한 새로운 정보가 생성되고 투자자에게 전달되는데 기관투자자는 1시점에서 정보를 얻게 되고 개인투자자는 2시점에서 정보를 얻게 된다고 가정하자. 이 가정은 기관투자자가 기업에 대한 새로운 정보가 발생하면 개인투자자보다 먼저 획득한다는 것을 의미한다. 다양한 정보원천과 거래원을 확보하고 있는 기관투자자가 그렇지 못한 개인투자자에 비하여 기업에 대한 새로운 정보가 발생하면 먼저 그 정보를 획득할 수 있을 것으로 생각된다. 기관투자자와 개인투자자가 받게 되는 정보는 서로 같으며 다음과 같이 나타내자.

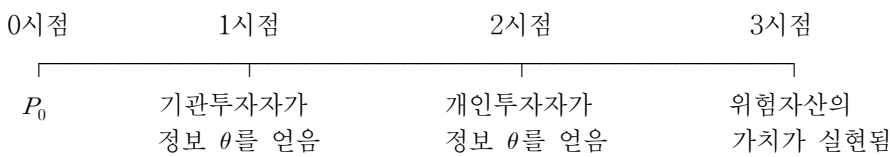
3) 무위험자산의 가치를  $1+r_f$ 라고 가정 하여도 모형의 수식만 복잡해질 뿐 모형의 기본적인 결과에는 변화가 없다.

4) 투자자들은 과거의 자료와 경험에 의하여 자신의 정보를 축적하고 있다. 투자자들이 과거 기업에 대한 투자 자료를 기반으로 하여 기업의 가치를 통계적 추론(inference)을 통하여 분석한다면 자료의 역사가 길수록, 자료의 종류가 많을수록 더 정확한 정보를 가지게 된다. 기관투자자들은 자신이 정보를 직접 분석할 뿐만 아니라 기관에 소속되어 있는 증권분석가나 외부 증권분석가의 분석정보를 비용을 지불하고 얻을 수 있다. 따라서 이러한 정보 분석과 획득에 있어서 유리한 입장에 있는 기관투자자가 개인투자자에 비하여 보다 정확한 사전적 정보를 가지고 있다고 가정하는 것은 큰 무리는 없다고 생각한다. 단, 기업가치에 대한 구조적인 상태 변화가 일어난다면 긴 시계열 자료가 반드시 정확한 정보를 제공하지는 못한다. 그러나 이 경우에도 기관투자자가 개인투자자에 비하여 다양한 정보제공자로부터 정보를 획득할 수 있다면 기관투자자의 사전적 정보가 개인보다 정확할 수 있을 것으로 생각된다.

$$\theta = v + \epsilon \quad \text{여기서, } \epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (3)$$

투자자가 얻게 되는 정보  $\theta$ 를 구성하는  $v$ 와  $\epsilon$ 는 서로 독립인 확률변수이다. 이것은 투자자가 얻게 되는 정보는 완벽한 것은 아니고 일정한 크기의 오차를 가지고 있는데 이 오차의 크기를 나타내는 것이  $\sigma_\epsilon^2$ 이다.

시장에서 투자자들이 정보를 받는 시점을 다음과 같이 나타낼 수 있다. 기관투자자는 1시점에서 정보를 얻고 개인투자자는 2시점에서 정보를 얻게 되며 3시점에서는 위험자산의 진정한 가치가 실현되면서 거래가 종료된다.<sup>5)</sup>



시장에 참여하고 있는 모든 투자자는 0시점에서 무위험자산을  $W_0$ 만큼 보유하고 있다고 가정한다. 모든 투자자는 음지수함수를 효용함수로 가진다고 가정한다. 즉 투자자의 효용함수는  $U(W) = -\exp(-aW)$ 로 나타내고 투자자의 위험회피계수인  $a$ 는 모든 투자자가 같다고 가정하자. 모든 투자자는 가격수용자(price taker)라고 가정하고 기관투자자의 숫자는  $N_s$ 라고 하고 개인투자자의 숫자는  $N_d$ 라고 하자. 기관투자자는 자신이 가지고 있는 정보와 시장 가격을 관찰한 후 3시점에서 기대효용을 극대화하는 합리적 투자자로 가정하였다. 반면에 개인투자자는 시장 가격을 관찰할 수는 있지만 시장 가격으로부터 정보를 유추할 수 없고 자신이 가지고 있는 정보만을 이용하여 투자하는 제한된 합리적 투자자(bounded rational investor)로 가정하였다.<sup>6)</sup>

5) 김동순과 전영순(2004)는 외국인, 국내기관, 개인투자자간의 정보우위를 실증 분석하였다. 이들의 실증분석결과에 따르면 외국인과 국내기관은 이익공시 시점에서 주가가 상승할 종목을 분별할 수 있는 능력이 있어 이익공시전에 이들 종목을 미리 순매수함으로써 이익공시기간에 초과수익률을 올렸다고 보고하였다. Hong and Shin(2007)도 우리나라 주식시장에서 외국인, 기관투자자, 개인투자자의 정보획득 능력에 대한 연구를 하였다. 이들은 증권분석가의 이익예측, 주식의 수익률, 그리고 투자자 유형에 따른 거래내역을 분석하였다. 이들의 연구결과에 따르면 증권분석가의 이익 예측 변경이 주가와 유의한 양의 상관관계가 있으며 외국인들은 증권분석가가 이익이 증가할 것이라는 예측치를 발표이전에 이미 주식을 매입하고 개인투자자는 주식을 매도하고 있음을 보고하였다. 우리나라 기관투자자는 외국인과 개인투자자의 중간정도의 능력을 보여 주었다. 외국인은 대부분 기관투자자임으로 이들의 연구는 기관투자자가 개인투자자에 비하여 정보를 먼저 획득한다는 가정을 지지하는 실증연구결과로 생각된다.

6) 개인투자자가 가격을 보고도 정보를 유추할 수 없다는 가정은 전통적인 합리적 기대모형과는 크게 다르다. 전통적 합리적 기대모형에서는 모든 투자자가 가격을 보고 정보를 유추해 낼 수 있다고 가정한다. 가

가격  $P_1$ 과  $P_2$ 가 주어진 경우, 기관투자자의 1시점과 2시점에서의 수요량을 각각  $x_1$ 가  $x_2$ 라고 하자. 개인투자자의 수요량은 각각  $y_1$ 과  $y_2$ 라고 하자. 그러면 1시점과 2시점에서 위험자산에 대한 시장의 총수요와 총공급을 일치시켜주는 시장청산조건(market clearing condition)은 각각 다음과 같다.<sup>7)</sup>

$$N_s \cdot x_1 + N_d \cdot y_1 = 0 \tag{4}$$

$$N_s \cdot x_2 + N_d \cdot y_2 + N_d \cdot z = 0 \tag{5}$$

위 식에서  $z$ 는 1시점과 2시점에서 발생하는 공급측면에서의 교란요인(supply shock)을 나타내며 이것은 정보와 관계없이 투자하는 개인투자자들의 수요함수이다.  $z$ 앞에  $N_d$ 를 곱한 것은 2시점에서의 교란요인은 개인투자자의 숫자가 많아질수록 커진다는 것을 의미한다. 이 교란요인은 평균은 0이고 분산은  $\sigma_z^2$ 이라고 가정하자. 즉 교란요인은 다음과 같은 확률변수로 나타낼 수 있다.

$$z \sim N(0, \sigma_z^2) \tag{6}$$

$z$ 는 위험자산의 가치  $v$ 와 정보  $\theta$ 와 서로 독립인 확률변수이다.

이제 투자자의 수요함수가 결정되면 위의 시장청산조건으로부터 1, 2시점에서의 균형가격  $P_1$ 과  $P_2$ 를 계산할 수 있다.

## 2. 최적 수요량 및 균형가격

### 1) 최적 수요량

1시점과 2시점에서의 가격  $P_1$ 과  $P_2$ 가 주어지 있다면, 기관투자자와 개인투자자의 3시점에서의 자산의 가치는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.  $W_0$ 는 각 투자자들이 가지고 있는 초기 시점에서의 부를 나타낸다.

---

격을 보고 정보를 유추해 내기 위해서는 충분한 경험과 자료가 있어야만 가능하다. 본 논문에서는 경험과 자료가 부족한 개인투자자가 가격을 보고 정보를 유추해내는 것이 어렵다고 가정하였다. Hong and Stein(1999)과 Odean(1998)도 투자자가 가격으로부터 정보를 유추하지 못한다는 제한된 합리성을 가정하였다.

7) 1시점에서 주식의 총공급량이 0이라고 가정하였다. 주식의 총공급량을  $K$ 와 같은 상수라고 하여도 계산식이 복잡해질 뿐 모형의 결과에는 영향이 없다. 2시점에서는 공급량에 변화는 정보와 관계없이 거래하는 잡음 거래자(noise traders)의 거래량이라고 생각할 수도 있다.



$$W^s = W_0 + (P_2 - P_1)x_1 + (v - P_2)x_2 \quad (7)$$

$$W^d = W_0 + (P_2 - P_1)y_1 + (v - P_2)y_2 \quad (8)$$

3시점의 자산의 가치가 2시점에서의 정보집합에 대하여 조건부 정규분포를 한다는 사실과 음지수 함수의 성질을 이용하면 Grossman의 모형을 이용한 평균-분산모형으로부터 2시점에서의 기관투자자와 개인투자자의 위험자산에 대한 최적수요량을 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x_2(P_2, \theta) = \frac{E_s(v | \theta) - P_2}{a \text{Var}_s(v | \theta)} \quad (9)$$

$$y_2(P_2, \theta) = \frac{E_d(v | \theta) - P_2}{a \text{Var}_d(v | \theta)} \quad (10)$$

위 식에서  $E_s(v | \theta)$ 와  $\text{Var}_s(v | \theta)$ 는 각각 기관투자자가 자신의 정보를 이용하여 계산한 위험자산의 미래가치에 대한 평균과 분산을 나타내고  $E_d(v | \theta)$ 와  $\text{Var}_d(v | \theta)$ 는 각각 개인투자자의 위험자산의 미래가치에 대한 평균과 분산을 나타낸다. 2시점에서는 기관투자자와 개인투자자가 기업에 대하여 가지고 있는 정보 집합이 동일하지만 두 투자자가 가진 사전적 정보가 서로 다르기 때문에 두 투자자가 보유하는 위험자산의 수요량은 서로 다르다. 1시점에서의 기관투자자의 최적수요량은 1시점에서의 정보를 이용하여 기대효용을 최대화하는 수요량을 계산하면 되는데 2시점에서의 수요량 계산 보다 다소 복잡하다. 1시점에서의 기관투자자의 최적수요량은 다음과 같이 나타낼 수 있다. 아래 식의 계산과정은 부록에 자세히 설명되어 있다.

$$x_1 = \frac{E_s(P_2 | \theta) - P_1}{a \text{Var}_s(P_2 | \theta)} + \frac{E_s(v | \theta) - P_1}{a \text{Var}_s(v | \theta)} \quad (11)$$

장기적인 기대효용을 최대화하는 합리적 투자자로 가정한 기관투자자는 1시점에서의 수요량을 결정하는데 있어 1시점과 2시점사이의 가격변화뿐만 아니라 1시점과 3시점사이의 가격변화도 미리 고려하여 투자결정을 함을 알 수 있다. 제한된 합리적 투자자로 가정한 개인투자자의 1시점에서의 최적수요량은 위에서와 같은 방법으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$y_1 = \frac{E_d(v) - P_1}{a \text{Var}_d(v)} \quad (12)$$

개인투자자는 1시점에서 아직 위험자산의 미래가치에 대한 정보를 가지고 있지 못하기 때문에 기존에 가지고 있는 사전적 정보를 이용하여 최적수량을 계산하게 된다.

## 2) 균형가격

이 모형을 구성하고 있는 확률변수들이 정규분포를 따른다고 가정하였고 투자자의 효용함수를 음지수 함수라고 가정하였기 때문에 균형 상태에서의 수요함수와 가격이 각각 이들 확률변수의 선형결합으로 표현될 수 있다. 그러므로 먼저 1, 2시점에서의 균형가격  $P_1$ 과  $P_2$ 가 각각 다음과 같이 투자자의 사전적 정보인  $P_0$ 와 투자자가 얻게 되는 정보  $\theta$  그리고 2시점에서의 공급측면의 교란요인(supply shock)  $z$ 의 선형함수라고 추정해 보자.

$$P_1 = \alpha_1 P_0 + \beta_1 \theta \quad (13)$$

$$P_2 = \alpha_2 P_0 + \beta_2 \theta + \gamma z \quad (14)$$

그러면 투자자의 수요함수가 모두  $P_1$ 과  $P_2$ 의 선형으로 표현되고 이 수요함수로 구성된 시장청산조건으로부터 계산되는  $P_1$ 과  $P_2$ 는 다시  $P_0$ ,  $\theta$ 와  $z$ 의 선형함수 형태로 표현된다. 균형가격을 계산하기 위해서는 시장청산조건으로부터 가격함수의 계수들인  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ 와  $\gamma$ 를 구하면 된다.

명제 1 : 가격 함수의 계수들이 다음과 같은 관계식을 만족시키는 유일한 선형 균형이 존재한다.

$$P_1 = \alpha_1 P_0 + \beta_1 \theta \quad (13)$$

$$P_2 = \alpha_2 P_0 + \beta_2 \theta + \gamma z \quad (14)$$

여기서, 
$$\alpha_1 = \frac{N_s \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_d^2 \sigma_e^2 + N_s \sigma_s^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 \alpha_2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2}{N_s (\gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + \sigma_s^2 \sigma_e^2) \sigma_d^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} \quad (15)$$

$$\beta_1 = \frac{N_s \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_d^2 \sigma_s^2 + N_s \sigma_s^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 \beta_2}{N_s (\gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + \sigma_s^2 \sigma_e^2) \sigma_d^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} \quad (16)$$

$$\alpha_2 = \frac{N_s \sigma_d^2 \sigma_e^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2}{N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)} \quad (17)$$

$$\beta_2 = \frac{N_s \sigma_d^2 \sigma_s^2 + N_d \sigma_d^2 \sigma_s^2}{N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)} \quad (18)$$

$$\gamma = \frac{N_d \alpha \sigma_s^2 \sigma_d^2 \sigma_e^2}{N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)} \quad (19)$$

(증명) 부록 참조.8)

Q.E.D.

3시점에서의 가격  $P_3$ 는 투자자의 수요함수와 시장청산 조건으로부터 계산하지 않고 3시점에서 기업의 가치  $v$ 가 실현되면서 결정된다고 가정하였다. 이때 기관투자자가 가지고 있는 사전적 확률분포  $v \sim N(P_0, \sigma_s^2)$ 가 기업의 가치에 대한 정확한 확률분포이고 새로운 정보  $\theta$ 에 대한 조건부 확률 분포로부터  $P_3$ 의 값이 실현된다고 가정하자. 따라서 3시점에서의 가격  $P_3$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_3 = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} P_0 + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} \theta + \eta \quad (20)$$

여기서,  $\eta \sim N(0, \frac{\sigma_s^2 \sigma_e^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2})$

위 식에서  $\theta$ 와  $\eta$ 는 서로 독립인 확률변수이다.

따름명제 1 : 균형 상태에서  $P_2$ 의 정보  $\theta$ 에 대한 반응 계수인  $\beta_2$ 의 값이  $P_1$ 의 정보  $\theta$ 에 대한 반응 계수인  $\beta_1$ 의 값보다 항상 크다.

$$\beta_2 - \beta_1 > 0 \quad (21)$$

따름명제 1이 의미하는 바는 개인투자자의 사전적 정보가 기관투자자의 사전적 정보에 비하여 부정확하기 때문에( $\sigma_d^2 > \sigma_s^2$ ) 개인투자자가 새로운 정보에 대하여 반응하

8) 이하 모든 명제의 증명은 부록을 참고하기 바람.

는 정도가 크고 그 결과 개인투자자가 정보를 가지고 투자하는 2시점에서의 가격  $P_2$ 에 반영되는 정보의 크기가 1시점 가격  $P_1$ 에 반영되는 정보의 크기보다 항상 크다는 것이다.

따름명제 2 : 3시점에서의 가격  $P_3$ 에 반영되는 정보  $\theta$ 에 대한 반응계수인  $\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_c^2}$ 가 2시점 가격  $P_2$ 에 반영되는 정보  $\theta$ 에 대한 반응계수인  $\beta_2$ 의 값보다 항상 작다.

$$\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_c^2} - \beta_2 < 0 \quad (22)$$

따름명제 2가 의미하는 바는 새로운 정보에 대하여 과잉반응을 하는 개인투자자에 의하여 2시점 가격  $P_2$ 가 자신의 내재가치보다 더 크게 변화하였다가 3시점에서 모든 정보가 공개되고 위험자산의 가치가 실현되면서 비로소 가격은 정보를 정확하게 반영하여 내재가치로 돌아오게 된다.

따름명제 3 : 2시점가격  $P_2$ 의 정보  $\theta$ 에 대한 반응계수  $\beta_2$ 와 교란요인  $z$ 에 대한 반응계수인  $\gamma$ 는 개인투자자의 비중  $w_d = \frac{N_d}{N_s + N_d}$ 이 증가할수록 커진다.

$$\frac{\partial \beta_2}{\partial w_d} > 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial w_d} > 0 \quad (24)$$

따름명제 3이 의미하는 바는 개인투자자의 비중이 증가할수록 가격결정에 이들이 미치는 영향력이 증대되어 2시점 가격이 정보  $\theta$ 에 대하여 더 크게 반응하고 교란요인의 비중도 증가하기 때문에 2시점 가격이 교란요인에 대한 반응도 함께 증가하게 된다. 개인투자자의 비중이 증가함에 따라 2시점 가격도 기업의 내재가치보다 더 큰 폭으로 변화하게 되고 교란요인이 차지하는 비중도 증가되어 기관투자자가 2시점 가격을 예상하기가 점점 더 어려워진다.

### 3. 균형의 특성

명제 2 : 1시점에서의 가격변화와 2시점에서의 가격변화는 서로 양의 상관관계를 가지고 1~2시점에서의 가격변화와 3시점에서의 가격변화는 서로 음의 상관관계를 가진다.

$$\text{cov}(P_1 - P_0, P_2 - P_1) > 0 \tag{25}$$

$$\text{cov}(P_2 - P_0, P_3 - P_2) < 0 \tag{26}$$

명제 2가 의미하는 바는 주식 가격이 단기에서는 양의 상관관계를 가지고 장기에서는 음의 상관관계를 가진다는 것이다. 이 논문에서는 기관투자자가 개인투자자에 비하여 정보를 먼저 획득한다는 가정과 개인투자자의 위험 자산에 대한 사전적 정보가 기관투자자의 사전적 정보에 대하여 비하여 부정확하다는 가정을 이용하여 가격이 단기에서는 같은 방향으로 지속적으로 움직이려는 성향이 존재하고 장기적으로는 다시 자산의 내재가치로 회귀하는 현상을 보일 수 있었다.

명제 3 : 1, 2시점간의 평균적인 가격차이와 2, 3시점간의 평균적인 가격차이는 개인 투자자의 비중이 증가할수록 커진다.

$$\frac{\partial(\beta_2 - \beta_1)}{\partial w_d} > 0 \tag{27}$$

$$\frac{\partial\left(\beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)}\right)}{\partial w_d} > 0 \tag{28}$$

명제 3이 의미하는 바는 단기에서는 가격이 같은 방향으로 움직이는 현상이 존재하는데 이러한 현상이 개인투자자의 비중이 높은 주식에서 더욱더 크게 나타난다는 것이다. 또 장기적으로는 가격이 정보에 대하여 과잉반응을 보였다가 다시 내재가치로 회귀하는 현상이 존재하는데 이러한 현상도 개인투자자의 비중이 높은 주식에서 더 크게 나타난다는 것이다. 일반적으로 기관투자자는 규모가 큰 기업에 투자하는 비중이 높다는 기존의 연구 결과로부터 유추해 보면 단기적인 가격지속 현상이나 장기적인 가격

역전현상이 대규모 기업에서보다는 소규모 기업에서 크게 나타날 것으로 생각된다. Hong, Lim and Stein(2000)의 실증연구 결과에 의하면 실제로 대기업보다는 중소기업에서 단기적인 가격지속현상이 더 크게 나타났다는 연구결과를 보고하였다. 이들은 이러한 현상이 나타나는 이유가 대기업보다는 중소기업에 대한 정보가 시장에 천천히 전달되고 전파되기 때문이라고 설명하였다. 그러나 명제 3에 의하면 개인투자자의 비율이 높은 기업일수록 가격지속현상과 가격역전현상이 크게 나타날 것이라고 예측하고 있으며 이것은 새로운 실증연구가 필요하다.

명제 4 : 1, 2시점간의 평균적인 가격차이와 2, 3시점간의 평균적인 가격차이는 개인 투자자의 기업가치에 대한 사전적 확률분포의 분산  $\sigma_d^2$ 이 커질수록 증가한다.

$$\frac{\partial(\beta_2 - \beta_1)}{\partial \sigma_d^2} > 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial \left( \beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)} \right)}{\partial \sigma_d^2} > 0 \quad (30)$$

명제 4가 의미하는 바는 단기에서의 모멘텀 현상과 장기에서의 가격역전 현상이 개인투자자의 기업의 가치에 대한 사전적 확률분포의 분산  $\sigma_d^2$ 이 커질수록 증가한다는 것이다. 이 논문에서는 단기에서의 모멘텀 현상과 장기에서의 가격역전 현상이 사전 정보가 부족한 개인투자자가 새로운 정보에 대하여 과잉반응을 하기 때문에 나타나는 현상인데  $\sigma_d^2$ 이 클수록 개인투자자의 사전 정보가 부족하다는 것을 의미하고 그 결과 개인투자자의 과잉반응이 커지므로 이러한 현상이 더욱더 크게 나타나게 된다. Hong, Lim and Stein(1999)은 기업의 규모를 통제한 후에 정보 분석가의 숫자와 모멘텀의 크기를 분석하였다. 이들은 정보 분석가의 숫자가 많은 주식일수록 모멘텀의 크기가 작게 나타난다는 실증연구 결과를 보고하였다. 이들은 이러한 연구결과가 나타난 이유가 정보 분석가의 숫자가 많은 주식일수록 투자자들 사이에 그 기업에 대한 정보가 신속하게 전달되기 때문이라고 설명하였다. 그러나 정보 분석가의 숫자가 많은 주식일수록 기관투자자와 개인투자자간의 정보의 차이가 작아진다면 이러한 주식에 대한 모멘텀의 크기와 가격역전 현상의 크기가 작아짐을 명제 4를 이용하여 설명할 수 있다.

명제 5 : 1시점과 2시점에서의 가격변화는 정보  $\theta$ 와 양의 상관관계를 갖으나 3시점에서의 가격변화는 정보  $\theta$ 와 음의 상관관계를 갖는다.

$$\text{cov}(P_1 - P_0, \theta) > 0 \quad (31)$$

$$\text{cov}(P_2 - P_1, \theta) > 0 \quad (32)$$

$$\text{cov}(P_3 - P_2, \theta) < 0 \quad (33)$$

명제 5가 의미하는 바는 평균적으로 볼 때 1시점과 2시점에서의 가격변화는 계속해서 투자자가 가지고 있는 정보  $\theta$ 와 같은 방향으로 움직인다는 것이다. 반면에 3시점에서의 가격변화는 평균적으로 정보  $\theta$ 와 반대방향으로 움직인다. 개인투자자의 과잉반응으로 인하여 정보가 2시점 가격에 위험자산의 내재가치이상으로 반영되었다가 모든 정보가 공개되고 자산의 가치가 내재가치로 회귀하면서 3시점의 가격변화는 정보와 반대방향으로 움직이게 된다. 2시점 가격이 평균적으로 정보와 같은 방향으로 움직임으로써 기관투자자는 1시점에서 위험자산을 매매했다가 2시점에서 반대거래를 통하여 이익을 볼 수 있는 기회가 생긴다.

명제 6 : 기관투자자의 순거래량과 다음 시점의 가격 변화는 양의 상관관계를 가진다.

$$\text{cov}(x_1, P_2 - P_1) > 0 \quad (34)$$

$$\text{cov}(x_2 - x_1, P_3 - P_2) > 0 \quad (35)$$

명제 6이 의미하는 바는 기관투자자의 거래와 다음 시점에서의 가격 변화 서로 같은 방향으로 움직인다는 것이다. 기관투자자가 많이 매입한 주식은 다음 시점에서 가격이 상승하고 기관투자자가 많이 매도한 주식은 다음 시점에서 가격이 하락한다는 것이다. Nofsinger and Sias(1999)는 실증연구를 통하여 위와 같은 현상이 실제로 일어남을 보였다. 이들은 1977년에서 1996년까지 20년간의 미국 자료를 이용하여 실증연구를 하는데 기관투자자가 매입한 주식이 이들이 매도한 주식에 비하여 높은 수익률을 가져다 주는 현상을 발견하였다. 이들의 연구결과는 기관투자자의 성과를 분석한 Daniel, Grinblatt, Titman and Wermers(1997)의 연구와도 일치한다. 또한 이들은 이러한 현상이 Jegadeesh and Timan(1993)의 모멘텀 전략으로 인한 수익률로도 완전히 설명할 수 없다는 연구 결과를 보고 하였다. 모멘텀 전략을 통제하고도 기관투자자의 거래가 미

래의 가격 변화에 통계적으로 유의한 영향을 미친다는 사실을 발견하였다. Grinblatt and Keloharju(2000)는 핀란드 자료를 이용하여 위와 비슷한 연구 결과를 발표하였다. 고광수, 김근수(2004)는 한국 증권시장의 투자 주체별 포트폴리오의 수익률 분석에서 개인 포트폴리오의 수익률이 가장 낮고, 외국인 포트폴리오의 수익률이 가장 높음을 보고 하였다. 김동순, 전영순(2004)도 외국인 및 국내 기관투자자는 이익공시 시점에서 주가가 상승할 종목을 분별할 수 있어 이들 종목을 미리 순매수함으로써 이익공시기간에 초과수익률을 올리는 반면에 국내 개인투자자들이 순매수하는 종목은 수익률이 하락하였음을 보였다.

명제 7 : 기관투자자의 순거래량과 동시점에서의 가격변화는 1시점에서는 양의 상관관계를 2시점에서는 음의 상관관계를 가진다.

$$\text{cov}(x_1, P_1 - P_0) > 0 \quad (36)$$

$$\text{cov}(x_2 - x_1, P_2 - P_1) < 0 \quad (37)$$

명제 7이 의미하는 바는 1시점에서는 기관투자자의 거래와 가격변화가 같은 방향으로 움직이고 2시점에서는 기관투자자의 거래방향과 가격변화가 반대 방향으로 움직인다는 것이다. Nofsinger and Sias(1999)는 미국 연간 수익률 자료를 이용하여 기관투자자의 순거래량과 동 시점에서의 가격변화에는 양의 상관관계가 존재함을 보였다. 그러나 Lakonishock, Shleifer and Vishny(1992)는 분기별 자료를 이용하여 기관투자자의 순거래량과 동 시점에서의 가격변화를 살펴보았는데 특별한 관계를 발견하지 못하였다. 이 논문에 의하면 기관투자자와 동 시점에서의 가격변화는 양의 상관관계를 가질 수도 있고 음의 상관관계를 가질 수도 있다.

명제 8 : 과거의 가격변화와 기관투자자의 현재의 순거래량 사이에는 음의 상관관계가 존재한다.

$$\text{cov}(P_1 - P_0, x_2 - x_1) < 0 \quad (38)$$

명제 8이 의미하는 바는 기관투자자는 과거의 가격변화는 반대로 거래하는 가격반대 거래자라는 것이다. 즉 과거의 가격이 상승하면 매도하고 과거의 가격이 하락하면



매입하는 거래행태를 보인다는 것을 의미한다. Choe, Kho and Stulz(1999)는 한국 증권 시장의 일간 자료를 이용하여 외국인 투자자들이 전일 가격이 상승한 종목을 사고 전일 가격이 하락한 종목을 파는 가격추종거래(positive feedback trade)를 함을 보였다. 또 이들은 회귀분석을 통하여 전일의 가격변화와 외국인의 거래량 사이에 양의 상관관계가 존재함을 보였다. Grinblatt and Keloharju(1999)는 핀란드 증권 시장의 월간 자료를 이용하여 투자자 집단을 외국인, 기관투자자, 개인투자자로 구분하여 이들의 투자 행태를 연구하였다. 이들의 연구 결과에 의하면 외국인과 기관투자자는 과거 3(또는 6)개월간 가격이 상승한 종목을 매입하고 가격이 하락한 종목을 파는 모멘텀 거래를 하는 현상을 발견하였다. 이러한 현상은 이 논문에서 기관투자자가 가격반대 거래를 한다는 예측과 반대의 결과를 보여 주는 것으로 생각된다. 그러나 Gompers and Metrick(2001)는 연간 수익률 자료를 이용하여 기관투자자는 과거 1년간 가격이 상승한 종목보다는 가격이 하락한 종목을 선호한다는 사실을 발견하였다. 이들의 연구결과는 기관투자자가 가격반대 거래를 한다는 이 논문의 예측과 같다. 기관투자자들이 가격추종 거래자인지 아니면 가격반대 거래자인지 과거 수익률을 측정하는 기간에 따라 달라지는 것으로 보인다. 실증 연구 결과에 의하면 단기(6개월 이내)에서는 기관투자자가 가격추종 거래를 하고 장기(1년 이상)에서는 가격반대 거래를 하는 것으로 나타났다. 정보가 기관투자자와 개인투자자에게 전파되는 기간이 얼마나 걸리는가에 따라 위와 같이 상반되는 연구 결과를 이 논문에서 모두 설명할 수 있을 것으로 생각된다. 정보가 기관투자자들에게 전파되는 시점에서는 기관투자자들이 가격추종 거래를 하고 개인투자자들에게까지 전파되는 시점에서는 기관투자자들이 가격반대 거래를 하게 되는 것으로 생각할 수 있다.

명제 9 : 개인투자자의 순거래량과 다음 시점의 가격변화는 음의 상관관계를 가진다.

$$\text{cov}(y_1, P_2 - P_1) < 0 \tag{39}$$

$$\text{cov}(y_2 + z - y_1, P_3 - P_2) < 0 \tag{40}$$

명제 9가 의미하는 바는 개인투자자의 거래와 다음 기의 주식 가격은 서로 반대 방향으로 움직인다는 것이다. Odean(1999)은 증권회사로부터 실제 개인계좌를 구해서 투자성적을 분석한 결과 개인투자자들이 매입한 주식은 이들이 매도한 주식보다 높은 수익률을 제공하는 지를 분석하였다. 그는 개인투자자들이 주식의 순환과정에서 주식 가

격이 가장 많이 오른 시점에서 매입한다면 위에서와 같은 현상이 나타날 수 있다고 생각했다. 개인투자자의 뒤늦게 얻은 정보에 대하여 과잉반응을 한다면 그의 이러한 연구 결과는 놀라운 일이 아니며 이 논문이 예측하는 것과 일치하는 현상이다. 박경인, 배기홍, 조진완(2006)은 우리나라 주식시장에서 외국인, 투자전문기관, 비투자전문기관, 개인투자자로 구분하여 성과를 측정하였다. 이들의 연구에 의하면 개인투자자의 투자 성과가 외국인과 투자전문기관에 비하여 좋은 것으로 나타나 본 논문의 내용과 반대되는 결과를 얻었다. 이들 연구의 특징의 거래비용까지 고려하여 투자성과를 평가하였다는 점이다. 이들의 연구결과는 우리나라 주식시장에서 외국인의 거래비용이 높다는 Choe, Kho, and Stulz(2005)의 연구결과와도 일치한다. 그러나 이들도 외환위기 이후에는 1년 이상의 장기투자에서는 외국인이 개인투자자보다 투자성과가 좋다는 서로 상반되는 결과를 얻어 추후에 보다 많은 자료를 이용한 연구를 통해서만 보다 확실한 결과에 도달할 수 있다고 하였다.

명제 10 : 개인투자자의 순거래량과 동시점의 가격 변화는 1시점에서는 음의 상관관계를 2시점에서는 양의 상관관계를 가진다.

$$\text{cov}(y_1, P_1 - P_0) < 0 \quad (41)$$

$$\text{cov}(y_2 + z - y_1, P_2 - P_1) > 0 \quad (42)$$

명제 10이 의미하는 바는 1시점에서는 개인투자자의 거래와 가격변화가 반대 방향으로 움직이고 2시점에서는 개인투자자의 거래방향과 가격변화가 같은 방향으로 움직인다는 것이다. 1시점에서는 기관투자자만 기업에 가치에 대한 새로운 정보를 소유하고 있고 개인투자자는 정보를 가지고 있지 않기 때문에 기관투자자가 자신의 정보를 이용하여 투자를 하고 개인투자자는 기관투자자의 투자를 받아주는 입장에 있다. 따라서 1시점에서는 기관투자자가 가격변화를 주도하게 되고 그 결과 개인투자자는 가격 변화와는 반대 방향으로 거래하게 되어 이와 같은 결과가 나타나게 된다. 한편 2시점에서는 정보를 얻게 되는 개인투자자들은 이 정보를 획득하게 주식을 매입하게 되고 그 결과 개인투자자들이 2시점 가격 변화를 주도하게 되어 이들의 순거래량과 가격변화는 같은 방향으로 움직이게 된다. 명제 8에서와 같이 과거의 가격변화를 이용하여 개인투자자의 순거래량과 동시점에서의 가격변화와의 관계를 보다 분명하게 규명할 수 있을 것이다. 즉 주식 가격 변화를 기관투자자가 선도하는 지 아니면 개인투자자가 선도하는

지에 대한 보다 체계적인 실증연구 결과가 필요하다.

### Ⅲ. 결 론

이 논문에서는 기관투자자들이 기존의 주식 가치에 대하여 개인투자자들에 비하여 보다 정확한 정보를 가지고 있고 기업에 대한 새로운 정보가 발생하면 개인투자자들에 비하여 그 정보를 먼저 획득한다고 가정하는 경우에 시장에서 자산의 가격은 어떻게 변화하고 투자자별 투자 성과는 어떤 가를 이론적으로 분석하였다.

이 논문에서는 시장에서 자산 가격이 단기에서는 가격지속현상을 보이고 장기에서는 가격역전현상이 나타나는 것을 보일 수 있었다. 단기에서 가격지속현상이 나타나는 것은 개인투자자에 비하여 정보를 먼저 획득한 기관투자자들이 주식을 거래하여 이미 가격이 변화하였는데 뒤늦게 정보를 획득한 개인투자자들이 계속하여 거래함으로써 가격이 단기적으로 같은 방향으로 움직이게 된다. 장기적인 가격역전 현상은 기업의 가치에 대하여 정확한 정보를 가지고 있지 못한 개인투자자들이 새로운 정보에 대하여 지나치게 민감하게 반응하여 주가가 기업의 내재가치 이상으로 큰 폭으로 변화하게 되고 시간이 지남에 따라 주가가 기업의 내재가치로 회귀하기 때문에 나타난다. 한편, 단기적인 가격지속과 장기적인 가격역전 현상이 나타나는 주된 원인이 개인투자자의 과잉반응에 있기 때문에 이 논문에서는 개인투자자의 비율은 높은 주식일수록 또 기관투자자와 개인투자자의 정보의 차이가 클수록 이러한 현상이 더 크게 나타난다는 새로운 실증연구 가설을 제시하였다.

이 논문에서는 기관투자자들의 거래와 다음 시점의 가격변화사이에는 양의 상관관계가 존재하고 개인투자자의 거래와 다음 시점의 가격변화사이에는 음의 상관관계가 존재함을 보여 주었다. 이러한 현상이 나타나는 것은 정보를 먼저 획득한 기관투자자가 주식을 매입한 후에 정보를 늦게 받는 개인투자자들이 계속해서 주식을 매입하면서 가격이 상승하고 개인투자자들이 매입하는 시점에서 기관투자자들은 자신이 매입한 주식을 개인투자자들에게 매도하게 되고 그 후 개인투자자의 과잉반응으로 내재가치이상으로 상승했던 주가가 하락하면서 내재가치로 회귀하기 때문이다.

이 논문으로부터 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있다. 첫째, 시장에 기관투자자의 비중이 증가할수록 주가가격의 변동성이 작아지면서 기업에 대한 내재가치가 보다 정확하게 반영될 것이다. 최근에 우리나라의 주식 시장에서 뮤추얼펀드의 판매가 크게 증가하면서 기관투자자가 주식 시장에서 차지하는 비중이 증가하고 있다. 그 결과 시

장 전체의 변동성이 상당히 감소하였다는 보고가 있고 앞으로도 지속적으로 증권시장의 기관화과정이 진행될 것으로 생각되며 우리나라 증권시장의 위험도 장기적으로 감소할 것으로 생각된다. 둘째, 기관투자자에 비하여 정보 수집 능력과 분석 능력이 떨어지는 개인투자자들은 주식 시장에 직접 투자하는 것보다는 기관투자자를 통한 간접 투자를 하는 것이 유리하다고 생각된다. 이 논문의 예상과 같이 많은 실증연구 결과들이 개인투자자의 성과가 기관투자자의 성과에 비하여 상당히 낮다는 사실을 보여주고 있어 적립식 펀드를 통한 간접투자자의 확대는 금융산업의 발전과 개인투자자를 위해서도 바람직한 현상이라고 생각된다. 다만 적정한 수수료 책정과 개인투자자 보호에 대한 문제가 앞으로 중요한 문제가 될 것으로 생각된다.

이 논문으로부터 다음과 같은 새로운 실증연구 과제를 생각해 볼 수 있다.

가설 1 : 개인투자자들의 비율이 높은 주식일수록 가격지속과 가격역전 현상이 크게 나타난다.

가설 2 : 기관투자자와 개인투자자의 정보의 차이가 큰 주식일수록 가격지속과 가격역전 현상이 크게 나타난다.

가설 3 : 개인(기관)투자자는 가격이 고점부근에 있을 때 주로 매입(매도)하고 기관(개인)투자자는 가격이 저점부근에 있을 때 주로 매입(매도)할 것이다.

가설 1에 대한 실증연구는 우리가 개별주식에 대한 투자자별 보유비율을 구할 수 있다면 쉽게 실증분석을 할 수 있다. 가설 2의 연구를 위해서는 보다 세심한 주의가 필요할 것으로 생각된다. 정보를 분석하기 어려운 고기술 산업에서 투자자의 분석 능력의 차이로 인하여 정보차이 많이 날 것으로 생각되기도 하지만 고기술 산업은 산업 자체의 불확실성도 크기 때문에 기관투자자가 직면하는 위험 자체도 클 것으로 생각된다. 기관투자자의 정보 분석이 용이한 역사가 긴 기업에서 정보차이가 많이 크게 나타날 수 있을 것으로 생각된다. 가설 3은 우리가 투자자 사이에 정보가 전파되는 속도를 정확하게 알 수 없기 때문에 실제 주식가격 또는 주가지수의 변화를 보고 가격변동의 고점과 저점에서 투자자의 투자행태를 분석할 수 있을 것으로 생각된다.

## 참 고 문 헌

- 고광수, 김근수, “투자 주체별 포트폴리오 특성과 성과 분석 : 개인, 기관, 외국인”, 증권학회지, 제33집 제4호, 2004, 35-62.
- 김동순, 전영순, “외국인투자자 대 국내투자자의 정보우위”, 증권학회지, 제33집 제2호, 2004, 1-44.
- 박경인, 배기홍, 조진완, “한국 증권시장의 투자자 유형에 따른 성과분석”, 증권학회지, 제35권 제3호, 2006, 41-76.
- 조규성(a), “가격추종 거래와 자산 가격변화”, 재무연구, 제17권 제1호, 2004, 73-104.
- 조규성(b), “가격지속 현상과 가격역전 현상: 투자자별 정보 획득시점과 평가의 차이를 중심으로”, 증권학회지, 제33집 제3호, 2004, 157-188.
- Alti, A., R. Kaniel, and U. Yoeli, “Why Do Institutional Investors Chase Return Trends?” 2006, Working Paper, Duke University.
- Barber, B., and T. Odean, “Trading Is Hazardous to Your Wealth : The Common Stock Investment Performance of Individual Investors,” *Journal of Finance*, 55, 2000, 773-806.
- Barberis, N., A. Shleifer, and R. Vishny, “A Model of Investor Sentiment,” *Journal of Financial Economics*, 49, 1998, 307-343.
- Choe, H., B. Kho, and R. Stulz, “Do Foreign Investors Destabilize Stock Markets? the Korean Experience in 1997,” *Journal of Financial Economics*, 54, 1999, 227-264.
- Choe, H., B. Kho, and R. Stulz, “Do Domestic Investors Have an Edge? The Trading Experience of Foreign Investors in Korea,” *Review of Financial Studies*, 18, 2005, 795-829.
- Daniel, K., M. Grinblatt, S. Titman, and R. Wermers, “Measuring Mutual Fund Performance with Characteristic-based Benchmarks,” *Journal of Finance*, 52, 1997, 1035-1058.
- Daniel, K., D. Hirshleifer, and A. Subrahmanyam, “Investor Psychology and Securities Market Under- and Over-reactions,” *Journal of Finance*, 53, 1998, 1839-1885.

- Falkenstein, G., "Preferences for Stock Characteristics as Revealed by Mutual Fund Portfolio Holdings," *Journal of Finance*, 51, 1996, 111-135.
- Gompers, P., A. Metrick, "Institutional Investors and Equity Prices," *Quarterly Journal of Economics*, 116, 2001, 229-259.
- Grinblatt, M. and M. Keloharju, "The Investment Behavior and Performance of Various Investor-type : a Study of Finland's Unique Data Set," *Journal of Financial Economics*, 55, 2000, 43-67.
- He, X. and Y. Li, "Long Memory, Heterogeneity and Trend Chasing," 2005, Working Paper, University of Technology.
- Hong, H. and J. C. Stein, "A Unified Theory of Underreaction, Momentum Trading and Overreaction in Asset Markets," *Journal of Finance*, 54, 1999, 2143-2184.
- Hong, H., T. Lim, and J. Stein, "Bad News Travels Slowly : Size, Analyst Coverage, and the Profitability of Momentum Strategies," *Journal of Finance*, 55, 2000, 265-295.
- Hong, K. and I. Shin, "Analysts' Earnings Forecasts and Trading Flows by Various Investor Types in the Korea Stock Exchange," *Asia-Pacific Journal of Financial Studies*, 36(3), 2007, 321-349.
- Jegadeesh, N., S. Titman, "Return to Buying Winners and Selling Losers : Implication for Stock Market Efficiency," *Journal of Finance*, 48, 1993, 65-91.
- Keim, D. "The Cost of Trend Chasing and the Illusion of Momentum Profits," Working Paper, 2003, The Wharton School, University of Pennsylvania.
- Lakonishock, J., A. Shleifer, and R. Vishny, "The Impact of Institutional Trading on Stock Prices," *Journal of Financial Economics*, 32, 1992, 23-43.
- Nofsinger, J. and R. Sias, "Herding and Feedback Trading by Institutional and Individual Investors," *Journal of Finance*, 54, 1999, 2263-2295.
- Odean, T., "Volume, Volatility, and Profit When All Traders Are Above Average," *Journal of Finance*, 53, 1998, 1887-1934.
- Odean, T., "Do Investors Trade too Much?" *American Economic Review*, 89, 1999, 1279-1298.
- Simon, H., *Economics, Bounded Rationality and the Cognitive Revolution*. Hampshire, UK, Edward Elgar Publishing, 1992.

## <부 록>

### 기관투자자와 개인투자자의 1, 2시점에서의 수요함수 계산

2시점에서의 수요함수

$W$  가 정규분포를 따르고 투자자의 효용함수가 음지수 함수이면 투자자의 기대효용은 다음과 같이 계산된다.

$$E[-\exp(-aW)] = -\exp\left[-a\left(E(W) - \frac{a}{2} \text{Var}(W)\right)\right] \quad (\text{A1})$$

기관투자자의 3시점에서의 자산의 가치는 다음과 같다.

$$W^s = W_0 + (P_2 - P_1)x_1 + (v - P_2)x_2 \quad (\text{A2})$$

위 식을 이용하여 기관투자자의 2시점에서의 기대효용을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & E[-\exp(-aW^s) \mid I_2^s] \\ &= -\exp\left[-a\left(W_0 + (P_2 - P_1)x_1 + (E_s(v \mid \theta) - P_2)x_2 - \frac{a}{2}x_2^2 \text{Var}_s(v \mid \theta)\right)\right] \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

위 식을 최대화하는 2시점에서의 기관투자자의 최적수요량  $x_2$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$x_2 = \frac{E_s(v \mid \theta) - P_2}{a \text{Var}_s(v \mid \theta)} \quad (\text{A4})$$

같은 방법으로 개인투자자의 최적수요량  $y_2$ 도 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$y_2 = \frac{E_d(v \mid \theta) - P_2}{a \text{Var}_d(v \mid \theta)} \quad (\text{A5})$$

1시점에서의 수요함수

위에서 구한  $x_2$ 를  $W^s$ 에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$W^s = W_0 + (P_2 - P_1)x_1 + (v - P_2)\left(\frac{E_s(v \mid \theta) - P_2}{a \text{Var}_s(v \mid \theta)}\right) \quad (\text{A6})$$

2시점에서 기관투자자가 가진 정보를 기준으로 기관투자자의 기대효용을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & E[-\exp(-aW^s) | I_2^s] \\ &= -\exp\left[-a\left(W_0 + (P_2 - P_1)x_1 + \frac{(E_s(v|\theta) - P_2)^2}{2a \text{Var}_s(v|\theta)}\right)\right] \end{aligned} \quad (A7)$$

1시점에서 기관투자자는 1시점 정보를 가지고 다음과 같은 기대효용을 최대화하려고 한다.

$$E\left[-\exp\left\{-a\left(W_0 + (P_2 - P_1)x_1 + \frac{(E_s(v|\theta) - P_2)^2}{2a \text{Var}_s(v|\theta)}\right)\right\} \middle| I_1^s\right] \quad (A8)$$

기관투자자의 1시점 정보를 가지고 볼 때 위 식에서 유일한 확률변수는  $P_2$ 이며 평균과 분산을 각각  $E_s(P_2|\theta)$ 과  $\text{Var}(P_2|\theta)$ 라고 하고 기관투자자의 기대효용을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & E\left[-\exp\left\{-a\left(W_0 + (P_2 - P_1)x_1 + \frac{(E_s(v|\theta) - P_2)^2}{2a \text{Var}_s(v|\theta)}\right)\right\} \middle| I_1^s\right] \\ &= \frac{-1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\text{Var}_s(P_2|\theta)}} \cdot \end{aligned} \quad (A9)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-a\left(W_0 + (P_2 - P_1)x_1 + \frac{(E_s(v|\theta) - P_2)^2}{2a \text{Var}_s(v|\theta)} - \frac{(P_2 - E_s(P_2|\theta))^2}{2 \text{Var}_s(P_2|\theta)}\right)\right\} dP_2$$

위 식을 확률변수  $P_2$ 에 대한 완전제곱식으로 바꾸고 전체집합에 대한 확률이 1이라는 사실을 이용하면 1시점에서 초기정보 투자자의 기대효용을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & E[-\exp(-aW^c) | I_1^c] \\ &= -\frac{\sqrt{\text{Var}_s(P_2|\theta) + \text{Var}_s(v|\theta)}}{\sqrt{\text{Var}_s(v|\theta)} \cdot \sqrt{\text{Var}_s(P_2|\theta)}} \exp\left\{-\left(aW_0 + \frac{(E_s(v|\theta) - P_2)^2}{2(\text{Var}_s(v|\theta) + \text{Var}_s(P_2|\theta))}\right)\right\} \cdot \\ & \exp\left\{-\left(\frac{2a(E_s(P_2|\theta) \text{Var}_s(v|\theta) + E_s(v|\theta) \text{Var}_s(P_2|\theta) - P_1(\text{Var}_s(v|\theta) + \text{Var}_s(P_2|\theta)))x_1}{2(\text{Var}_s(v|\theta) + \text{Var}_s(P_2|\theta))}\right.\right. \\ & \left.\left. - \frac{a^2(\text{Var}_s(v|\theta) + \text{Var}_s(P_2|\theta))x_1^2}{2(\text{Var}_s(v|\theta) + \text{Var}_s(P_2|\theta))}\right)\right\} \end{aligned} \quad (A10)$$



위 식을 최대화하는 1시점에서의 수요량  $x_1$ 을 계산하면 다음과 같다.

$$x_1 = \frac{E_s(P_2 | \theta) - P_1}{a \text{Var}_s(P_2 | \theta)} + \frac{E_s(v | \theta) - P_1}{a \text{Var}_s(v | \theta)} \quad (\text{A11})$$

아직 새로운 정보가 발생했는지를 모르는 개인투자자는 1시점에서 다음 시점의 자산의 가치를 다음과 같이  $W^d$ 라고 생각한다.

$$W_2^d = W_0 + (v - P_1)x_1 \quad (\text{A12})$$

1시점에서 개인투자자가 가지고 있는 정보  $I_1^d$ 를 이용하여 기대효용을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & E[-\exp(-aW^d) | I_1^d] \quad (\text{A13}) \\ &= E[-\exp(-a(W_0 + (v - P_1)y_1)) | I_1^d] \\ &= -\exp\left[-a\left(W_0 + (E_d(v | I_1^d) - P_1)y_1 - \frac{a}{2} \text{Var}_d(v | I_1^d)y_1^2\right)\right] \end{aligned}$$

위 식에서 기대효용을 최대화하는  $y_1$ 을 계산하면 다음과 같다.

$$y_1 = \frac{E(v | I_1^d) - P_1}{a \text{Var}(v | I_1^d)} \quad (\text{A14})$$

### 명제 1의 증명

위에서 구한  $x_2$ 와  $y_2$ 를 2시점에서의 시장청산조건에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$N_s \cdot \frac{E_s(v | \theta) - P_2}{a \text{Var}_s(v | \theta)} + N_d \cdot \frac{E_d(v | \theta) - P_2}{a \text{Var}_d(v | \theta)} + N_d \cdot z = 0 \quad (\text{A15})$$

위 식을  $P_2$ 에 대한 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$P_2 = \frac{N_s \text{Var}_d(v | \theta) E_s(v | \theta) + N_d \text{Var}_s(v | \theta) E_d(v | \theta) + N_d a \text{Var}_s(v | \theta) \text{Var}_d(v | \theta) z}{N_s \text{Var}_d(v | \theta) + N_d \text{Var}_s(v | \theta)} \quad (\text{A16})$$

2변수 정규분포의 성질을 이용하여  $E_s(v | \theta)$ ,  $E_d(v | \theta)$ ,  $\text{Var}_s(v | \theta)$ 와  $\text{Var}_d(v | \theta)$ 를 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E_s(v | \theta) = E_s(v) + \frac{\text{Cov}_s(v, \theta)}{\text{Var}_s(\theta)} (\theta - E_s(\theta)) \quad (\text{A17})$$

$$= P_0 + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} (\theta - P_0) = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} P_0 + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} \theta$$

$$E_d(P_3 | \theta) = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_d^2 + \sigma_e^2} P_0 + \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 + \sigma_e^2} \theta \quad (\text{A18})$$

$$\text{Var}_s(v | \theta) = \text{Var}_s(v) - \frac{\text{Cov}_s(v, \theta)^2}{\text{Var}_s(\theta)} \quad (\text{A19})$$

$$= \sigma_s^2 - \frac{\sigma_s^4}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} = \frac{\sigma_s^2 \sigma_e^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2}$$

$$\text{Var}_d(v | \theta) = \frac{\sigma_d^2 \sigma_e^2}{\sigma_d^2 + \sigma_e^2} \quad (\text{A20})$$

위에서 구한 식을 각각 대입하여  $P_2$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$P_2 = \frac{(N_s \sigma_d^2 \sigma_e^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2) \cdot P_0 + (N_s \sigma_d^2 \sigma_s^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_d^2) \cdot \theta + N_d a \sigma_s^2 \sigma_d^2 \sigma_e^2 \cdot z}{N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)} \quad (\text{A21})$$

따라서  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ 와  $\gamma$ 는 각각 다음과 같다.

$$\alpha_2 = \frac{N_s \sigma_d^2 \sigma_e^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2}{N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)} \quad (\text{A22})$$

$$\beta_2 = \frac{N_s \sigma_d^2 \sigma_s^2 + N_d \sigma_d^2 \sigma_s^2}{N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)} \quad (\text{A23})$$

$$\gamma = \frac{N_d a \sigma_s^2 \sigma_d^2 \sigma_e^2}{N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)} \quad (\text{A24})$$

앞에서 구한  $x_1$ 과  $y_1$ 을 1시점의 시장청산조건에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$N_s \cdot \left( \frac{E_s(v | \theta) - P_1}{a \text{Var}_s(v | \theta)} + \frac{E_s(P_2 | \theta) - P_1}{a \text{Var}_s(P_2 | \theta)} \right) + N_d \cdot \frac{E_d(v | I_1^d) - P_1}{a \text{Var}_d(v | I_1^d)} = 0 \quad (\text{A25})$$

위 식을  $P_1$ 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$P_1 = \frac{N_s \text{Var}_s(P_2 | \theta) \text{Var}_d(v | I_1^d) E_s(v | \theta) + N_s \text{Var}_s(P_2 | \theta) \text{Var}_d(v | I_1^d) E_s(P_2 | \theta) + N_d \text{Var}_s(v | \theta) \text{Var}_s(P_2 | \theta) E_d(v | I_1^d)}{N_s (\text{Var}_s(P_2 | \theta) + \text{Var}_s(v | \theta)) \text{Var}_d(v | I_1^d) + N_d \text{Var}_s(v | \theta) \text{Var}_s(P_2 | \theta)} \quad (\text{A26})$$

위 식에서  $E_s(P_2 | \theta)$ ,  $E_d(P_3 | I_1^d)$ ,  $\text{Var}_d(v | I_1^d)$ 와  $\text{Var}_s(P_2 | \theta)$ 는 각각 다음과 같다.

$$E_s(P_2 | \theta) = \alpha_2 P_0 + \beta_2 \theta \quad (\text{A27})$$

$$E_d(P_3 | I_1^d) = P_0 \quad (\text{A28})$$

$$\text{Var}_d(v | I_1^d) = \sigma_d^2 \quad (\text{A29})$$

$$\text{Var}_s(P_2 | \theta) = \gamma^2 \sigma_z^2 \quad (\text{A30})$$

위 식들을 대입하여  $P_1$ 을 계산하면 다음과 같다.

$$P_1 = \frac{(N_s \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_d^2 \sigma_e^2 + N_s \sigma_s^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 \alpha_2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2) P_0 + (N_s \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_d^2 \sigma_s^2 + N_s \sigma_s^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 \beta_2) \theta}{N_s (\gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + \sigma_s^2 \sigma_e^2) \sigma_d^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} \quad (\text{A31})$$

따라서  $\alpha_1$ 과  $\beta_1$ 은 각각 다음과 같다.

$$\alpha_1 = \frac{N_s \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_d^2 \sigma_e^2 + N_s \sigma_s^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 \alpha_2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2}{N_s (\gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + \sigma_s^2 \sigma_e^2) \sigma_d^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} \quad (\text{A32})$$

$$\beta_1 = \frac{N_s \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_d^2 \sigma_s^2 + N_s \sigma_s^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 \beta_2}{N_s (\gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + \sigma_s^2 \sigma_e^2) \sigma_d^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} \quad (\text{A33})$$

Q.E.D.

**따름명제 1의 증명**

균형가격에서 구한  $\beta_1$ 을 직접 대입하여  $\beta_2 - \beta_1$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \beta_2 - \beta_1 &= \beta_2 - \frac{N_s \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_d^2 \sigma_s^2 + N_s \sigma_s^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 \beta_2}{N_s (\gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + \sigma_s^2 \sigma_e^2) \sigma_d^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} \\ &= \frac{N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2 \beta_2 + N_s \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_d^2 \left( \frac{N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2)}{N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)} \right)}{N_s (\gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + \sigma_s^2 \sigma_e^2) \sigma_d^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} > 0 \end{aligned} \quad (A34)$$

위 식에서  $\beta_2$ 값은 항상 0보다 크며 가정에 의하여  $\sigma_d^2$ 이  $\sigma_s^2$ 보다 항상 크기 때문에 위 식은 0보다 크다. Q.E.D.

**따름명제 2의 증명**

균형가격에서 구한  $\beta_2$ 를 위 식에 대입하여 그 값을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \beta_2 &= \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \frac{N_s \sigma_d^2 \sigma_s^2 + N_d \sigma_d^2 \sigma_s^2}{N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)} \\ &= \frac{-N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2)}{(N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)) (\sigma_s^2 + \sigma_e^2)} < 0 \end{aligned} \quad (A35)$$

위 식은  $\sigma_d^2$ 이  $\sigma_s^2$ 보다 항상 크기 때문에 위 식은 0보다 작다. Q.E.D.

**따름명제 3의 증명**

균형가격에서 계산한  $\beta_2$ 와  $\gamma$ 를  $w_d$ 으로 편미분 하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \beta_2}{\partial w_d} = \frac{\sigma_d^2 \sigma_s^2 \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2)}{(\sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) - w_n \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2))^2} > 0 \quad (A36)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial w_d} = \frac{a \sigma_s^2 \sigma_d^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2)}{(\sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) - w_n \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2))^2} > 0 \quad (A37)$$

위 식에서  $\sigma_d^2$ 이  $\sigma_s^2$ 보다 항상 크므로 첫 번째 식은 항상 0보다 크고 두 번째 식에서는 모든 값이 양수이므로 항상 0보다 크다. Q.E.D.

**명제 2의 증명**

① 1시점과 2시점에서의 가격변화는 각각 다음과 같다.

$$P_1 - P_0 = (\alpha_1 - 1)P_0 + \beta_1\theta \tag{A38}$$

$$P_2 - P_1 = (\alpha_2 - \alpha_1)P_0 + (\beta_2 - \beta_1)\theta + \gamma z \tag{A39}$$

위의 두 식을 이용하여 공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$cov(P_1 - P_0, P_2 - P_1) = \beta_1(\beta_2 - \beta_1)(\sigma_s^2 + \sigma_e^2) > 0 \tag{A40}$$

② 1~2시점에서의 가격변화와 3시점에서의 가격변화를 계산하면 다음과 같다.

$$P_2 - P_0 = (\alpha_2 - 1)P_0 + \beta_2\theta + \gamma z \tag{A41}$$

$$P_3 - P_2 = \left(\frac{\sigma_e^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \alpha_2\right)P_0 + \left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \beta_2\right)\theta - \gamma z \tag{A42}$$

위의 두 식을 이용하여 공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$cov(P_2 - P_0, P_3 - P_2) = \beta_2\left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \beta_2\right)(\sigma_s^2 + \sigma_e^2) - \gamma^2\sigma_z^2 < 0 \tag{A43}$$

보조명제 2를 이용하면 위 식이 0보다 작음을 쉽게 알 수 있다. Q.E.D.

**명제 3의 증명**

①  $\beta_2 - \beta_1$ 을  $w_d$ 으로 편미분하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\beta_2 - \beta_1)}{\partial w_d} &= \beta_2' - \beta_1' \\ &= \beta_2' - \frac{(-\sigma_s^2\sigma_d^2((\gamma^2\sigma_z^2 + \sigma_e^2)\beta_2) + (1 - w_n)(2\gamma\gamma'\sigma_z^2 + \sigma_e^2\beta_2'))(\sigma_s^2\sigma_d^2(1 - w_n)(\gamma^2\sigma_z^2 + \sigma_e^2) + \gamma^2\sigma_z^2\sigma_e^2(\sigma_d^2 - w_n(\sigma_d^2 - \sigma_s^2)))}{(\sigma_s^2\sigma_d^2(1 - w_n)(\gamma^2\sigma_z^2 + \sigma_e^2) + \gamma^2\sigma_z^2\sigma_d^2 - w_n\gamma^2\sigma_z^2\sigma_e^2(\sigma_d^2 - \sigma_s^2))^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\sigma_s^2 \sigma_d^2 (1-w_n) (\gamma^2 \sigma_z^2 + \sigma_e^2 \beta_2) (-\sigma_s^2 \sigma_d^2 (\gamma^2 \sigma_z^2 + \sigma_e^2) - \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2) + 2\gamma \gamma' \sigma_z^2 (\sigma_s^2 \sigma_d^2 (1-w_n) + \sigma_e^2 \sigma_d^2 - w_n \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2)))}{(\sigma_s^2 \sigma_d^2 (1-w_n) (\gamma^2 \sigma_z^2 + \sigma_e^2) + \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 - w_n \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2))^2} \\
 & = \frac{\sigma_s^2 \sigma_d^2 \left( (\gamma^2 \sigma_z^2 + \sigma_e^2 \beta_2) \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_e^2 \sigma_s^2 + (1-w_n) \sigma_e^2 \beta_2 w_n 2\gamma \gamma' \sigma_z^2 \sigma_e^2 \sigma_s^2 + (1-w_n)^2 2\gamma \gamma' \sigma_z^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) (\beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2}) \right)}{(\sigma_s^2 \sigma_d^2 (1-w_n) (\gamma^2 \sigma_z^2 + \sigma_e^2) + \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 - w_n \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2))^2} \\
 & + \frac{(1-w_n) \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_s^2 \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + w_n \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2}{\sigma_s^2 \sigma_d^2 (1-w_n) (\gamma^2 \sigma_z^2 + \sigma_e^2) + \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_e^2 \sigma_d^2 - w_n \gamma^2 \sigma_z^2 \sigma_e^2 (\sigma_d^2 - \sigma_s^2)} \cdot \beta_2' > 0 \tag{A44}
 \end{aligned}$$

위 식에서 첫 번째 항은 항상 0보다 크고 보조명제 3에 의하여  $\beta_2'$ 도 0보다 크기 때문에 위 식은 항상 0보다 크다. Q.E.D.

②

$\beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)}$ 를  $w_d$ 으로 편미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \left( \beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)} \right)}{\partial w_d} = \beta_2' > 0 \tag{A45}$$

보조명제 3에 의하여  $\beta_2'$ 은 항상 0보다 크다. Q.E.D.

**명제 4의 증명**

①  $\beta_2$ 와  $\gamma$ 를  $\sigma_d^2$ 로 편미분하면 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial \beta_2}{\partial \sigma_u^2} = \frac{N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 (N_s \sigma_s^2 + N_d \sigma_s^2)}{(N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2))^2} > 0 \tag{A46}$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \sigma_u^2} = \frac{N_d^2 a \sigma_s^4 \sigma_e^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2)}{(N_s \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + N_d \sigma_s^2 (\sigma_d^2 + \sigma_e^2))^2} > 0 \tag{A47}$$

이제  $\beta_2 - \beta_1$ 을  $\sigma_d^2$ 으로 편미분하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial (\beta_2 - \beta_1)}{\partial w_d} = \beta_2' - \beta_1' \tag{A48}$$

$$= \frac{(N_s \gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \sigma_d^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2) \beta_2'}{N_s (\gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) + \sigma_s^2 \sigma_e^2) \sigma_d^2 + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2}$$

$$+ \frac{N_s \sigma_s^2 \sigma_d^2 2 \gamma \gamma' \sigma_z^2 \left( N_s \sigma_e^2 \sigma_d^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) (\beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2}) + N_d \sigma_s^2 \sigma_e^2 \sigma_e^2 \beta_2 \right)}{(N_s (\gamma^2 \sigma_z^2 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2$$

위 식에서  $\beta_2'$ 가 0보다 크기 때문에 첫 번째 항은 0보다 크고  $\gamma'$ 도 0보다 크기 때문에 두 번째 항도 0보다 크며 따라서 위 식은 항상 0보다 크다. Q.E.D.

②

$\beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)}$ 를  $\sigma_d^2$ 으로 편미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \left( \beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)} \right)}{\partial \sigma_d^2} = \beta_2' > 0 \tag{A49}$$

따라서 위 식  $\beta_2'$ 은 항상 0보다 크다. Q.E.D.

**명제 5의 증명**

균형가격  $P_1, P_2, P_3$ 을 대입한 후 공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} cov(P_1 - P_0, \theta) &= cov(\alpha_1 P_0 + \beta_1 \theta, \theta) \tag{A50} \\ &= \beta_1 cov(\theta, \theta) = \beta_1 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} cov(P_2 - P_1, \theta) &= cov((\alpha_2 - \alpha_1) P_0 + (\beta_2 - \beta_1) \theta, \theta) \tag{A51} \\ &= (\beta_2 - \beta_1) cov(\theta, \theta) = (\beta_2 - \beta_1) (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} cov(P_3 - P_2, \theta) &= cov\left( \left( \frac{\sigma_e^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \alpha_2 \right) P_0 + \left( \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \beta_2 \right) \theta - \gamma z, \theta \right) \tag{A52} \\ &= \left( \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \beta_2 \right) (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) < 0 \end{aligned}$$

위 식에서  $\beta_1$ 의 값은 항상 0보다 크며 보조명제 1, 2에 의하여  $\beta_2 - \beta_1$ 의 값은 0보다 크고  $\frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \beta_2$ 의 값은 0보다 작기 때문에 위에서와 같은 부호를 얻을 수 있다.

Q.E.D.

## 명제 6의 증명

① 기관투자자의 1시점에서의 수요함수  $x_1$ 와 2시점에서의 가격변화  $P_2 - P_1$ 를 계산하면 각각 다음과 같다.

$$x_1 = \frac{(\sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2 - \alpha_1 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \gamma^2 \sigma_z^2) + (\alpha_2 - \alpha_1) \sigma_s^2 \sigma_e^2}{a \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} P_0 \quad (\text{A53})$$

$$+ \frac{(\sigma_s^2 \gamma^2 \sigma_z^2 - \beta_1 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \gamma^2 \sigma_z^2) + (\beta_2 - \beta_1) \sigma_s^2 \sigma_e^2}{a \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} \theta$$

$$P_2 - P_1 = (\alpha_2 - \alpha_1) P_0 + (\beta_2 - \beta_1) \theta + \gamma z \quad (\text{A54})$$

위의 두 식을 이용하여 1시점에서 기관투자자의 순거래량과 2시점의 가격변화사이의 공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$\text{Cov}(x_1, P_2 - P_1) = \frac{\sigma_s^2 \gamma^2 \sigma_z^2 - \beta_1 (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \gamma^2 \sigma_z^2 + (\beta_2 - \beta_1) \sigma_s^2 \sigma_e^2}{a \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} (\beta_2 - \beta_1) (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) > 0 \quad (\text{A55})$$

위 식에서 분자는 간단한 계산을 통하여 0보다 큼을 보일 수 있고 보조명제 1에 의하여  $\beta_2 - \beta_1$ 은 0보다 크므로 위 식은 항상 0보다 크다. Q.E.D.

② 2시점에서의 순거래량  $x_2 - x_1$ 과 3시점에서의 가격변화  $P_3 - P_2$ 를 계산하면 각각 다음과 같다.

$$x_2 - x_1 = \frac{((\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \gamma^2 \sigma_z^2) ((\alpha_1 - \alpha_2) P_0 + (\beta_1 - \beta_2) \theta) - (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \gamma^2 \sigma_z^2 \gamma z}{a \sigma_s^2 \sigma_e^2 \gamma^2 \sigma_z^2} \quad (\text{A56})$$

$$P_3 - P_2 = \left( \frac{\sigma_e^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \alpha_2 \right) P_0 + \left( \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \beta_2 \right) \theta - \gamma z \quad (\text{A57})$$

위의 두 식을 이용하여 2시점에서 기관투자자의 순거래량과 3시점에서의 가격변화의 공분산을 계산하면 다음과 같다.



$$\begin{aligned}
 & Cov(x_2 - x_1, P_3 - P_2) \tag{A58} \\
 &= \frac{((\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^2\sigma_z^2 + \sigma_s^2\sigma_e^2)(\beta_2 - \beta_1)}{a\sigma_s^2\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2} \left(\beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2}\right) (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \\
 &\quad + \frac{(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^4\sigma_z^4}{a\sigma_s^2\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2} > 0
 \end{aligned}$$

위 식에서  $\beta_2 - \beta_1$ 은 0보다 크고  $\beta_2 - \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2}$ 도 0보다 크기 때문에 위 식은 항상 0보다 크다. Q.E.D.

**명제 7의 증명**

① 1시점에서의 순거래량과 가격변화는 각각 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{(\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2 - \alpha_1(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^2\sigma_z^2) + (\alpha_2 - \alpha_1)\sigma_s^2\sigma_e^2}{a\sigma_s^2\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2} P_0 \tag{A59} \\
 &\quad + \frac{(\sigma_s^2\gamma^2\sigma_z^2 - \beta_1(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^2\sigma_z^2) + (\beta_2 - \beta_1)\sigma_s^2\sigma_e^2}{a\sigma_s^2\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2} \theta
 \end{aligned}$$

$$P_1 - P_0 = (\alpha_1 - 1)P_0 + \beta_1\theta \tag{A60}$$

위의 두 식을 이용하여 1시점에서의 순거래량과 가격변화의 공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & cov(x_1, P_1 - P_0) \tag{A61} \\
 &= \frac{(\sigma_s^2\gamma^2\sigma_z^2 - \beta_1(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^2\sigma_z^2) + (\beta_2 - \beta_1)\sigma_s^2\sigma_e^2}{a\sigma_s^2\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2} \beta_1(\sigma_s^2 + \sigma_e^2) > 0
 \end{aligned}$$

위 식에서 괄호 안의 값은 간단한 계산을 통하여 0보다 큰 것을 보일 수 있다. 따라서 공분산 값은 항상 0보다 크다.

② 2시점에서의 순거래량과 가격변화를 계산하면 다음과 같다.

$$x_2 - x_1 = \frac{((\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^2\sigma_z^2)((\alpha_1 - \alpha_2)P_0 + (\beta_1 - \beta_2)\theta) - (\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^2\sigma_z^2\gamma z}{a\sigma_s^2\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2} \tag{A62}$$

$$P_2 - P_1 = (\alpha_2 - \alpha_1)P_0 + (\beta_2 - \beta_1)\theta + \gamma z \tag{A63}$$

위의 두 식을 이용하여 2시점에서의 순거래량과 가격변화의 공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} cov(x_2 - x_1, P_2 - P_1) &= \frac{-((\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^2\sigma_z^2 + \sigma_a^2\sigma_e^2)(\beta_2 - \beta_1)^2(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)}{a\sigma_s^2\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2} \\ &\quad + \frac{-(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^2\sigma_z^2\gamma^2\sigma_z^2}{a\sigma_s^2\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2} < 0 \end{aligned} \tag{A64}$$

위 식에서 분자의 모든 항은 0보다 큰 데 앞에 (-)가 붙어 있기 때문에 공분산의 값은 항상 0보다 작다. Q.E.D.

**명제 8의 증명**

앞에서 구한  $P_1 - P_0$ 와  $x_2 - x_1$ 을 이용하여 과거의 가격변화와 현재의 순거래량 사이의 공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} cov(P_1 - P_0, x_2 - x_1) &= \beta_1 \frac{-((\sigma_s^2 + \sigma_e^2)\gamma^2\sigma_z^2 + \sigma_a^2\sigma_e^2)(\beta_2 - \beta_1)(\sigma_s^2 + \sigma_e^2)}{a\sigma_s^2\sigma_e^2\gamma^2\sigma_z^2} < 0 \end{aligned} \tag{A65}$$

보조명제 1에 의하여  $\beta_2 - \beta_1$ 의 값이 0보다 크기 때문에 위 식은 0보다 작다. Q.E.D.

**명제 9의 증명**

① 1시점에서 개인투자자의 순거래량은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$y_1 = \frac{P_0 - P_1}{a\sigma_d^2} = \frac{(1 - \alpha_1)P_0 - \beta_1\theta}{a\sigma_d^2} \quad (\text{A66})$$

$$P_2 - P_1 = (\alpha_2 - \alpha_1)P_0 + (\beta_2 - \beta_1)\theta + \gamma z \quad (\text{A67})$$

위의 두 식을 이용하여 1시점에서 개인투자자의 순거래량과 2시점에서의 가격변화사이의 공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$\text{cov}(y_1, P_2 - P_1) = \frac{-\beta_1}{a\sigma_d^2}(\beta_2 - \beta_1)(\sigma_s^2 + \sigma_e^2) < 0 \quad (\text{A68})$$

② 2시점에서 개인투자자의 순거래량은 각각 다음과 같다.

$$y_2 + z - y_1 \quad (\text{A69})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(\sigma_e^2 - \alpha_2(\sigma_d^2 + \sigma_e^2) - (1 - \alpha_1)\sigma_e^2)P_0 + (\sigma_d^2 - \beta_2(\sigma_d^2 - \sigma_e^2) + \beta_1\sigma_e^2)\theta}{a\sigma_d^2\sigma_e^2} \\ &+ \frac{(-\gamma(\sigma_d^2 + \sigma_e^2) + a\sigma_d^2\sigma_e^2)z}{a\sigma_d^2\sigma_e^2} \\ P_3 - P_2 &= \left( \frac{\sigma_e^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \alpha_2 \right) P_0 + \left( \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \beta_2 \right) \theta - \gamma z \quad (\text{A70}) \end{aligned}$$

위의 두 식을 이용하여 2시점에서 개인투자자의 순거래량과 3시점에서의 가격변화사이의 공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{cov}(y_2 + z - y_1, P_3 - P_2) \quad (\text{A71}) \\ &= \frac{(\sigma_d^2 - \beta_2(\sigma_d^2 - \sigma_e^2) + \beta_1\sigma_e^2)}{a\sigma_d^2\sigma_e^2} \left( \frac{\sigma_d^2}{\sigma_s^2 + \sigma_e^2} - \beta_2 \right) (\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \\ &+ \frac{(-\gamma(\sigma_d^2 + \sigma_e^2) + a\sigma_d^2\sigma_e^2)}{a\sigma_d^2\sigma_e^2} (-\gamma)\sigma_z^2 < 0 \end{aligned}$$

위 식에서 간단한 계산을 통하여  $(\sigma_d^2 - \beta_2(\sigma_d^2 - \sigma_e^2) + \beta_1\sigma_e^2)$ 와  $(-\gamma(\sigma_d^2 + \sigma_e^2) + a\sigma_d^2\sigma_e^2)$ 의 값이 0보다 크음을 보일 수 있고 그 결과 공분산의 값은 0보다 작다. Q.E.D.

### 명제 10의 증명

명제 9에서의 같은 방법의 공분산을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\text{cov}(y_1, P_1 - P_0) = \frac{-\beta_1^2}{a\sigma_d^2}(\sigma_s^2 + \sigma_e^2) < 0 \quad (\text{A72})$$

$$\begin{aligned} & \text{cov}(y_2 + z - y_1, P_3 - P_2) \quad (\text{A73}) \\ &= \frac{(\sigma_d^2 - \beta_2(\sigma_d^2 - \sigma_e^2) + \beta_1\sigma_e^2)}{a\sigma_d^2\sigma_e^2}(\beta_2 - \beta_1)(\sigma_s^2 + \sigma_e^2) \\ & \quad + \frac{(-\gamma(\sigma_d^2 + \sigma_e^2) + a\sigma_d^2\sigma_e^2)}{a\sigma_d^2\sigma_e^2}\gamma\sigma_z^2 > 0 \end{aligned}$$

위 식의 부호는 명제 9의 결과를 이용하여 위에서와 같음을 보일 수 있다. Q.E.D.

# Institutional and Individual Investors' Trading Patterns and Price Changes

Kyoo-Sung Jo\*

〈abstract〉

This paper studies the stock market in which there are two types of investor, institutional and individual, whose information gathering and processing abilities are different. The institutional investor manages large funds and has powerful information sources. Whereas, the individual investor trades with a small amount of money and an information disadvantage. The model assumes that the institutional investor is more experienced and able to acquire relevant information earlier than the individual investor. On these assumptions, this paper shows a price continuation in the short run and a price reversal in the long run. The price continuation, or momentum, in the short run can be explained as follows. The early-informed institutional investor trades a stock, and as a result the stock price changes. Then the late-informed individual investor trades the same stock, and the stock price continues to move in the same direction in the short run. The reason for the price reversal in the long run is that since the individual investor has inferior information on the fundamental value of the stock, he tends to overreact to new information. So the stock price changes over its fundamental value initially and then regresses toward its fundamental value. In sum, both the price continuation and the price reversal are caused by the overreaction of the individual investor. The essay illustrates how these phenomena are stronger in the case where the proportion of the individual investor is higher. It also shows how the stock price goes up when the institutional investor buys a stock, while it goes down when the individual investor buys one.

Keywords : Information, Institutional Investor, Individual Investors, Bounded Rationality  
Investment Performance

---

\* Professor, Dept. of Finance, Hallym University