

주식가격변화의 장기기억속성 존재 및 영향요인에 대한 실증연구

엄철준* · 오갑진** · 김승환** · 김태혁***

〈요 약〉

본 연구는 금융시계열자료의 특징적 속성을 관찰하고자 하는 연구시도의 일환으로, 실제자료 뿐만 아니라 이론자료를 이용하여 장기기억속성의 존재와 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인을 수익률 및 변동성차원에서 체계적으로 검증하는 것이 목적이다. 검증결과와 견고함을 위하여, 이론자료 뿐만 아니라 24개국 주식시장의 지수자료, KOSPI 시장지수를 구성하는 430개 개별주식자료를 함께 사용하였다. 관찰된 검증결과를 요약·정리하면 다음과 같다. 첫째, 이론자료와 실제자료를 이용하여 장기기억속성의 존재여부를 체계적으로 검증한 결과에 의하면, 분석자료에 관계없이 수익률차원에서는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 있는 긍정적인 증거를 발견하지 못하였으나, 변동성차원에서는 강한 장기기억속성의 증거를 지지하는 증거를 발견할 수 있었다. 둘째, 관찰된 변동성의 장기기억속성 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인으로 는, 분석자료에 관계없이, 금융시계열자료에서 일반적으로 관찰되는 변동성 군집효과의 속성이 가능한 것으로 확인되었다.

주제어 : 장기기억속성, DFA(detrended fluctuation analysis)방법, fBm(fractional brownian motion) 방법, 장기기억속성의 영향요인

I. 서 론

최근까지 재무분야에서는 단변량(univariate) 뿐만 아니라 다변량(multivariate) 금융시계열자료에 포함되어 있을 다양한 속성을 검증하고자 하는 연구들이 지속적으로 이루어지고 있다. 이러한 연구주제는 기존 재무이론의 보완과 새로운 모형의 개발 필요

논문접수일 : 2006년 09월 08일 논문게재확정일 : 2007년 06월 10일

* 부산대학교 경영학부, E-mail : shunter@pusan.ac.kr

** 포항공과대학교 물리학과

*** 교신저자, 부산대학교 경영학부, E-mail : tahykim@pusan.ac.kr

**** 이 논문은 2005년도 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2005-042-B00075).

성 등을 제기할 수 있고, 더욱이 이를 통하여 보다 의미 있는 수익률과 변동성을 생성 및 활용할 수 있기 때문에 중요한 연구과제이다. 금융시계열자료에서 관찰된 속성들 중에서 재무분야에 많은 관심을 끄는 것에는 장기기억속성(the properties of long-term memory)에 대한 연구들이 있다. 금융시계열자료에 장기기억속성이 존재한다는 것은 금융시장에 유입되는 정보들에 대하여 시장메커니즘이 즉각적으로 충분하게 반응을 하지 못하고 서서히 반응한다는 것이다. 이는 과거정보가 미래가격변화에 가치 있는 정보가 될 수 있다는 것으로, 재무분야의 많은 이론에 지대한 영향을 미친 Fama (1970)의 효율적 시장가설(efficient market hypothesis)에 대한 부정적 증거일 뿐만 아니라 기존 재무이론에 새로운 시각을 제공할 수 있는 연구결과가 된다.

장기기억속성은 Mandelbrot et al.(1968)의 연구에서 소개되었고, 이후 재무분야 뿐만 아니라 인접학문분야에서 금융시계열자료의 장기기억속성에 대한 다양한 측면의 연구들이 진행되었다. 장기기억속성의 존재 여부를 확인하고자 시도된 연구들에 의하여 사용된 방법은 2가지로 구분할 수 있다. 첫째, Hurst(1951)에 의하여 제안된 Hurst지수(hurst exponent) 측정치를 이용한 연구(Jacobsen, 1996; 김규영, 1996; 류성희 외 1인, 1997, 백용기, 1997; Hiemstra et al., 1997; Willinger et al., 1999; Grau-Carles, 2000; 장경천 외 1인, 2002; Cajuerio et al., 2004; 김승환 외 2인, 2004; Matteo et al., 2005; Oh et al., 2006 등), 둘째, 장기기억속성을 반영하여 개발된 모형으로부터 추정된 계수를 이용한 연구(Granger et al., 1996; Baillie, 1996; 홍정훈, 1998; Grau-Carles, 2000; Barkoulas et al., 2000; 이지현 외 2인, 2002; Tolvi, 2003; Kilic, 2004 등)이다. Hurst지수를 측정하는 방법들로는 Hurst(1951)에 의하여 제안된 전통적 R/S방법(classic rescaled range analysis), Lo(1991)에 의하여 제안된 수정된 R/S방법(modified R/S analysis), Geweke et al.(1983)에 의하여 제안된 GPH방법, Peng et al.(1994)에 의하여 제안된 DFA(detrended fluctuation analysis)방법, Matteo et al.(2005)에 의하여 제안된 일반화된 Hurst지수(generalized hurst exponent)방법 등이 있다. 그리고, 장기기억속성을 직접적으로 반영하여 개발된 모형으로는 Granger et al.(1980)에 의하여 제안된 ARFIMA(autoregressive fractional integration moving average)모형, Baillie et al (1996)에 의하여 제안된 FIGARCH(fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroscedasticity)모형이 있다. 이와 같이 다양한 검증방법에 의하여 금융시계열자료에서의 장기기억속성 존재여부에 대한 연구결과, 추정치인 Hurst지수를 이용하거나 혹은 장기기억속성을 반영한 모형으로부터 추정된 계수를 이용하거나에 관계없이, 수익률(R) 차원에서는 장기기억속성의 존재에 대한 부정적 증거($H \approx 0.5$)를 제

시하는데 반하여, 변동성(제곱값 R^2 , 절대값 $|R|$) 차원에서는 강한 장기기억속성의 존재를 지지하는 증거($H \geq 0.6$)를 제시하고 있다.

이상의 기존연구들에 근거하여, 본 연구는 금융시계열의 실제자료 뿐만 아니라 이론자료를 이용하여 장기기억속성의 존재여부를 수익률차원 및 변동성차원에서 체계적으로 검증한다. 그리고, 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 영향요인들을 통제된 자료를 이용하여 재검증함으로써, 의미 있는 영향요인의 존재를 실증적으로 확인한다. 즉, 우리는 금융시계열자료에 포함되어 있는 장기기억속성에 대한 단계적인 2가지 연구목적을 갖는다. 설정된 각 연구목적을 구분·정리하면 다음과 같다.

첫 번째 연구목적은 이론자료와 실제자료를 이용하여 장기기억속성의 존재여부를 체계적으로 검증하는 것이다. 즉, 다양한 장기기억속성의 정도($0.0 \leq H \leq 1.0$)를 갖는 이론적 자료를 fBm (fractional brownian motion)방법에 의하여 생성한 후에, 각각의 수익률과 변동성에 대하여 DFA방법으로 Hurst지수를 측정한다. 또한, 24개국의 주식시장지수, KOSPI를 구성하는 개별주식자료 등의 실제자료를 이용하여 수익률 및 변동성 차원에서 장기기억속성의 존재여부를 관찰한다. 이를 통하여, 실제자료와 이론자료간의 검증결과 비교는 물론이고, 다양한 금융시계열자료로부터 관찰된 장기기억속성의 존재에 대한 견고한 검증결과를 도출할 수 있다. 본 연구에서 장기기억속성을 측정하기 위하여 Peng et al.(1994)에 의하여 제안된 DFA방법을 이용하였으며, 그 이유는 다음과 같다. 먼저, 장기기억속성의 존재를 측정하는 다양한 방법들 중에서 DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수가 가장 안정적이라는 Weron(2002)의 연구결과에 근거를 두기 때문이다. 물론, 우리는 이러한 근거에 대하여, 이론적으로 무작위 과정을 따르는 자료($H \approx 0.5$)를 생성 및 이용하여 전통적 R/S방법, 수정된 R/S방법, DFA방법 각각으로부터 측정된 Hurst지수를 직접 비교함으로써 측정방법의 선택에 대한 타당성을 실증적으로 확인한다. 다른 이유로는 장기기억속성의 존재를 검증하기 위하여 실시하는 다양한 시뮬레이션은 물론이고, 이후 언급될 두 번째 연구목적에서 다양한 속성을 통제된 모형으로부터 장기기억속성의 가능한 영향요인들을 체계적으로 시뮬레이션 하는데, 장기기억속성이 반영된 모형으로부터 추정되는 계수를 이용하는 것은 많은 어려움이 있기 때문이다. 즉, 다양한 연구목적의 검증설계에 Hurst지수가 용이하기 때문이다. 물론, 기존연구의 결과에 근거할 때, 다른 Hurst지수 측정방법 이용 혹은 속성을 반영한 모형을 이용하는 것에 관계없이, 본 연구에서 관찰된 결과와 상이하지 않을 것으로 생각된다.

이와 같은 연구목적을 통하여, 비록 국내 관련연구에서 장기기억속성의 존재에 대한 연구결과가 제시되었다 할지라도, DFA방법에 의한 Hurst지수의 체계적 소개는 없었

고, 더욱이 이론자료의 생성 및 이용을 통한 새로운 검증과정의 제안 등에서 본 논문의 가치를 찾을 수 있을 것이다. 첫 번째 연구목적에 대한 검증결과를 요약·정리하면 다음과 같다. 첫째 이론적으로 무작위 과정을 따르는 자료($H \approx 0.5$)를 이용하여 전통적 R/S방법, 수정된 R/S방법, DFA방법 각각으로부터 측정된 Hurst지수를 비교하였을 때, 측정된 Hurst가 $H \approx 0.5$ 에 가장 안정적으로 근접하는 것은 DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수였다. 둘째, fBm 방법에 의하여 다양한 장기기억속성($0.0 \leq H \leq 1.0$)을 갖는 이론자료들을 생성한 후, 이를 이용하여 수익률 및 변동성 차원에서 DFA방법으로 Hurst지수를 측정하였을 때, 수익률에 대한 Hurst지수는 장기기억속성의 반영정도(최소 $H=0.1$ 에서 최대 $H=0.9$ 로 증가)에 비례적으로 증가하는 반면에, 변동성은 장기기억속성의 반영정도가 $H \geq 0.6$ 이후로 증가하는 추이를 나타내었다. 셋째, 24개국 주식 시장지수의 실제자료를 이용한 경우에, 수익률에 대해서는 평균적으로 $H \approx 0.51$ 수준이고 변동성에 대해서는 평균적으로 $H \approx 0.75$ 수준이다. KOSPI를 구성하는 개별주식자료를 이용한 경우에는 수익률과 변동성에 있어서 각각 $H \approx 0.50$ 과 $H \approx 0.72$ 수준이다. 즉, 기존연구에서와 같이, 수익률에서는 장기기억속성의 존재를 지지할 수 있는 긍정적인 증거를 관찰할 수 없는 반면에, 변동성에서는 강한 장기기억속성의 존재를 확인할 수 있었다.

두 번째 연구목적은 관찰된 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인들을 실증적으로 확인하는 것이다. 장기기억속성에 대한 영향요인을 직접적으로 검증하지 않았지만, 관찰된 검증결과에 근거하여 극단치(outliers, Tolvi, 2003), 효율성 정도(degree of efficiency, Cajueiro et al., 2005), 변동성 군집효과(volatility clustering, Yamasaki et al., 2005) 등이 가능한 영향요인일 수 있다는 것을 언급한 연구들이 있다. 또한, 금융시계열자료에서는 일반적으로 지적되는 대표적인 속성(stylized facts, Bollerslev et al., 1994)으로 1차 자기상관, 변동성 군집효과, 분포의 두꺼운 꼬리 등이 있다. Box와 Jenkins(1976)의 ARIMA모형은 수익률 차원에서 단기속성을 반영한 대표적인 형태이고, Bollerslev(1986)의 GARCH모형은 변동성 차원에서 시간가변속성(properties of time-varying)과 변동성 군집효과 속성을 반영한 대표적인 형태이다. 그리고, 금융시계열 분포의 두터운 꼬리가 극단치에 의하여 발생하고, 이들의 영향을 규명하고자 하는 극단치이론(extreme value theory)이 있다(Coles, 2001). 우리는 이들 각 모형 및 방법을 통제모형(filtering models)으로 설정한 후에, 각각으로부터 필터된 자료(filtered data)를 이용하여 첫 번째 연구목적의 검증과정과 동일한 검증을 실시한다. 만약, 이러한 검증과정을 통하여, 원래 시계열자료(raw data)로부터 관찰된 검증결과와 의미 있는

차이가 관찰된다는 것(특히 관찰된 장기기억속성을 더 이상 관찰할 수 없을 때)은, 사용된 통제모형에 반영된 특징적 속성이 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인일 수 있다는 실증적 증거가 된다. 비록, 사용된 통제모형으로부터 필터된 자료에 특정 속성만을 제외한 시계열자료가 아니라 할지라도, 사용된 모형은 개발과정에서 특정 속성이 충분히 반영되도록 개발되었기 때문에, 통제모형으로부터 필터된 자료에는 특정 속성이 포함되지 않았다고 가정할 수 있다. 이러한 이유로 필터된 자료로부터 뚜렷한 차이를 갖는 결과를 도출한다는 것은 모형에 반영된 특정 속성이 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 요인으로 추론할 수 있다고 생각된다.

이와 같은 연구목적을 통하여, 비록 통제모형으로부터 생성된 자료에 대한 한계점을 갖는다 할지라도, 국내외적으로 시도되지 않은 차별적 검증과정으로 금융시계열자료에서 관찰되는 장기기억속성의 정도에 대한 가능한 영향요인들을 실증적으로 관찰한다는 점에서 본 논문의 가치를 찾을 수 있다. 두 번째 연구목적에 대한 검증결과를 요약·정리하면 다음과 같다. 통제모형으로 GARCH(1,1)모형을 이용하였을 때, 모형으로부터 필터된 자료의 변동성에서는, 원래 시계열자료에서 관찰된 강한 장기기억속성의 증거를 더 이상 관찰할 수 없었다. 이는 GARCH모형이 일반적으로 알려졌듯이 변동성 군집효과의 속성을 반영하는 모형이라면, 장기기억속성의 정도에 의미 있는 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인으로 변동성 군집 효과를 생각할 수 있다. 그러나, 기존연구의 연구결과를 근거로 보았을 때, 변동성 군집효과가 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 유일한 요인으로는 생각되지 않는다.

본 연구의 구성은 서론에 이어 다음 장에서는 연구목적에 적합한 자료 및 검증과정을 구체적으로 설명한다. 제 III장에서는 설정된 연구목적 및 검증과정에 따라 관찰된 검증결과를 단계적으로 제시한다. 그리고, 마지막 장에서는 결론 및 시사점을 언급한다.

II. 자료 및 검증과정

1. 자료 및 기간

본 연구는 장기기억속성의 존재 및 가능한 영향요인을 체계적으로 검증하기 위하여 실제자료와 이론자료를 모두 이용한다. 먼저, 실제자료는 <표 1>에 제시되었듯이, 24개국 주식시장의 지수자료와 한국주식시장의 KOSPI를 구성하는 430개 개별주식자료이다. 분석에 이용된 각 자료기간은, 첫째, 24개국 각 주식시장의 지수자료는 2005년 11

월 30일까지의 일별 자료(Yahoo Finance website)를, 둘째, KOSPI를 구성하는 개별주식자료는 1993년 5월부터 2003년 5월까지의 일별 자료(한국증권거래소)를 이용하였다. 이와 같이 다양한 금융시계열자료를 이용하여 연구목적에 검증함으로써 보다 신뢰할 수 있는 검증결과를 확인할 수 있을 것이다.

<표 1> 분석에 이용된 시장지수 및 개별주식 자료들

Americas		Pacific and Asia		Europe	
01	Argentina /MerVal 1996. 10. 08 ~	07	Australia /All Ordinaries 1995. 01. 03 ~	16	Austria /ATX 1995. 01. 02 ~
02	Canada /TSX 2000. 01. 03 ~	08	Hongkong /Han Seng 1995. 01. 03 ~	17	Belgium /BEL20 1995. 01. 03 ~
03	Mexico /MXX 1995. 01. 03 ~	09	India /BSE30 1997. 07. 01 ~	18	France /CAC40 1995. 01. 03 ~
04	USA /Dow 1995. 01. 03 ~	10	Indonesia /Jakarta Composite 1997. 07. 01 ~	19	Germany /DAX 1995. 01. 02 ~
05	USA /NASDAQ 1995. 01. 03 ~	11	Malaysia /KLSE Composite 1995. 01. 03 ~	20	Norway /OSE All Share 2001. 02. 07 ~
06	USA /S&P500 1995. 01. 03 ~	12	Japan /Nikkei225 1995. 01. 04 ~	21	Italy /MIBTel 2000. 01. 03 ~
		13	Singapore /Straits Times 1995. 01. 03 ~	22	Sweden /Stockholm General 2001. 01. 08 ~
		14	Korea /KOSPI 1995. 01. 03 ~	23	Switzerland /Swiss Market 1995. 01. 03 ~
		15	Taiwan /Taiwan Weighted 1997. 07. 02 ~	24	UK /FTSE100 1995. 01. 03 ~
KOSPI 구성주식		430개 개별주식자료[1993. 05 ~ 2003. 05]			

다음으로, 이론자료는 Mandelbrot et al.(1968)에 의하여 제안된 fBm 방법을 활용하여 생성된 것이다. 이론자료를 검증과정에 포함한 이유는 2가지 목적을 갖는다. 첫째, 장기기억속성의 계량적 측정치인 Hurst지수를 측정하는 방법을 비교하기 위함이고, 둘째, 이론자료에서 관찰된 장기기억속성의 결과와 실제자료에서 관찰된 결과간의 비교를 위해서이다. 이를 통하여, 기존 재무분야로의 새로운 검증과정을 제공할 수 있을 것이다. 본 연구는 fBm 방법에 의하여 이론자료를 생성 및 이용하고, 해당 방법은 다음과 같이 정의된다.

$$B_H(t) = \frac{1}{\Gamma(H+1/2)} \int_0^t (t-t')^{H-1/2} dB(t') \quad (1)$$

여기서, Γ : 감마함수(gamma function)
 H : Hurst지수 $0 < H < 1$
 fBm의 평균 : $\langle B_H(t) - B_H(0) \rangle = 0$
 fBm의 분산 : $\langle [B_H(t) - B_H(t_0)]^2 \rangle \sim |T - T_0|^{2H}$
 fBm의 상관성 : $C(t) = [\langle B_H(-t)B_H(t) \rangle] / \langle B_H(t)^2 \rangle = 2^{2H-1} - 1$

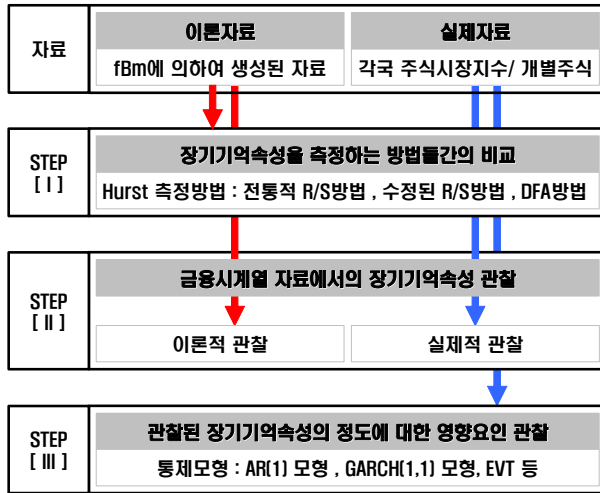
상기의 식에서 모수(parameter)인 Hurst지수 (H)에 특정한 값을 대입하여, 다양한 장기기억속성의 정도를 갖는 이론적 시계열자료를 생성하는 것이다. 여기서 Hurst지수는 $0.0 \leq H \leq 1.0$ 의 범위에 존재한다. 즉, $H \approx 0.5$ 인 경우는 검증자료가 무작위 과정을 따르며 기억속성이 없는 것으로 평가하고, $0.0 \leq H < 0.5$ 의 범위에 속하는 경우는 단기기억속성(short memory)을 갖는 것으로, $0.5 < H \leq 1.0$ 의 범위에 속하는 경우는 장기기억속성(long memory)을 갖는 것으로 평가한다.

이제, 설정된 연구목적에 따라, 수익률 및 변동성차원에서의 장기기억속성의 존재 및 영향요인을 실증적으로 확인하기 위해서는 수익률과 변동성의 측정방법에 대한 정의가 필요하다. 먼저, 수익률은 재무분야에서 일반적으로 널리 이용되듯 로그-차분(log difference, $R_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$)방식에 의하여 산출한다. 다음으로, 변동성은 수익률의 절대값($|R_t|$)과 제곱값(R_t^2)을 대응변수(proxy)로 활용한다. 이러한 측정치를 변동성의 대응변수로 활용하는 것은 먼저, 기존연구들 중에서 변동성에 대한 장기기억속성 검증과정을 포함한 연구들(Grau-Carles, 2000; Weron, 2002; Kilic, 2004 등)에서 수익률의 절대값과 제곱값을 변동성의 대응변수로 활용하고 있다. 또한 다른 관점으로 주식가격변화는 크기시계열(magnitude series, $|R_{j,t}|$)과 방향시계열(directional series, $Sign_{j,t}$)로 분해가 가능하다 [$R_{j,t} = |R_{j,t}| \times Sign_{j,t}$]. 즉, 수익률은 변화의 크기와 방향으로 구성되며, 변화의 크기를 변동성으로 해석할 수 있다. 따라서, 우리는 수익률의 절대값($|R|$)과 제곱값(R^2) 측정치를 변동성으로 사용한다.

2. 검증과정

설정된 연구목적을 적절히 수행하기 위하여 [그림 1]에서와 같이 3가지 주요 검증단계로 구분된다.

첫 번째 검증과정은 무작위 과정을 따르는 시계열자료 ($H \approx 0.5$)를 이론적으로 생성한 후에, 기존연구에서 대표적으로 사용된 Hurst지수 측정방법들을 직접적으로 비교하



[그림 1] 장기기억속성의 존재 및 영향요인의 검증하기 위한 개념적 흐름도

는 것이다. 이를 통하여, 이후 검증단계에서 이용될 Hurst지수 측정방법을 선택한다. 두 번째 검증과정은 금융시계열자료에서 장기기억속성의 존재여부를 실증적으로 확인하는 것이다. 또한, 다양한 장기기억속성을 갖는 이론적 시계열자료를 생성하여 동일한 검증을 실시함으로써, 실제자료의 검증결과와 비교되는 차별점을 확인한다. 세 번째 검증과정은 관찰된 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인을 실증적으로 탐색하는 과정이다. 즉, 가능한 영향요인의 속성을 반영한 모형을 통제모형으로 설정한 후에, 통제모형으로부터 필터된 자료를 앞의 두 번째 검증과정과 동일하게 적용한다. 만약, 통제 전 검증결과와 통제후 검증결과간에 의미 있는 차이를 관찰할 수 있다면, 통제모형에 반영된 속성이 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인이 될 수 있다는 실증적 증거가 된다.

Ⅲ. 실증결과

본 장에서는 앞의 제Ⅱ장에서 설계된 검증과정에 따라 관찰된 검증결과를 단계적으로 제시한다. 첫째, Hurst지수를 산출하는 측정방법간의 비교 결과, 둘째, 이론자료와 실제자료를 각각 이용하여 장기기억속성의 존재에 대한 검증결과, 셋째, 관찰된 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인들을 실증적으로 확인한 결과를 제시한다. 각각을 구체적으로 살펴보자.

1. Hurst지수의 측정방법간의 비교 결과

기존연구에서 장기기억속성의 정도를 계량화한 측정치로 Hurst지수를 이용하며, 이 측정치는 다양한 방법에 의하여 소개되었다. 특히, 대표적 방법으로는 전통적 R/S방법(Jacobsen, 1996; Willinger et al., 1999; Grau-Carles, 2000; Cajueiro et al., 2004 등), 수정된 R/S방법(Jacobsen, 1996; Willinger et al., 1999; Grau-Carles, 2000; Cajueiro et al., 2004 등), DFA방법(Grau-Carles, 2000; Oh et al., 2005, 2006 등)이 있다. 본 절에서는 무작위과정($H \approx 0.5$)을 따르는 이론적 자료를 fBm 방법을 이용하여 생성한 후에, 이를 3가지 방법에 각각 적용하여 Hurst지수를 측정 및 비교·관찰한다. 평가기준은 어느 방법으로부터 측정된 Hurst지수가 보다 안정적으로 $0.5(\approx H)$ 의 값에 근접하는가에 있다. 언급된 3가지 Hurst지수의 측정방법을 간단히 살펴보면 다음과 같다.

먼저, Hurst(1951)에 의하여 소개된 전통적 R/S방법의 Hurst지수 산출과정을 살펴보면 다음과 같다. 시계열자료를 특정길이(window size, n)의 하위구간(m)으로 구분한다. 각 하위구간($m = 1, 2, \dots, d$)에 대하여 평균(E_m)과 표준편차(S_m)를 산출하고, 산출된 평균을 원래자료에서 차감하여 평균조정자료를 생성한다. 그리고, 평균조정자료를 누적한 시계열($Y_{i,m} = \sum_{j=1}^i X_{j,m}$, $i = 1, 2, \dots, n$)을 이용하여, 범위(range, $R_m = \max[Y_{1,m}, \dots, Y_{n,m}] - \min[Y_{1,m}, \dots, Y_{n,m}]$)를 찾고, 계산된 표준편차(S_m)로 재구성범위(rescaled range, R_m/S_m)을 산출한다.

$$(R/S)_n = \frac{1}{d} \sum_{m=1}^d \frac{R_m}{S_m} \quad (3a)$$

$$(R/S)_n \approx cn^H \quad (3b)$$

$$\text{Log}(R/S)_n = \text{Log}(c) + H \cdot \text{Log}(n) \quad (3c)$$

상기의 식에서, 특정길이를 갖는 모든 하위구간에 대하여 식 (3a)와 같이 재구성범위의 평균값을 계산한다. 그리고, 식 (3b)의 R/S통계량을 단순선형회귀식인 식 (3c)에 의하여 Hurst지수 (H)를 산출하는 것이다.

그러나, 전통적 R/S방법으로 산출된 Hurst지수는 시계열자료가 갖는 단기기억속성을 왜곡할 수 있다는 지적에 따라 이를 개선하기 위하여 Lo(1991)에 의하여 수정된 R/S방법이 제안되었다. 수정된 R/S방법의 전체적 산출과정은 전통적 R/S방법과 유사

하며, 차이점은 범위(R_m)를 재구성하기 위하여 사용되는 표준편차(S_n)의 산출방식에 있다.

$$\begin{aligned}\widehat{S}_n^2 &\equiv \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \left[\sum_{i=j+1}^n (X_i - \bar{X}_n)(X_{i-j} - \bar{X}_n) \right] \\ &= \widehat{S}_x^2 + 2 \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \widehat{\gamma}_j\end{aligned}\quad (4)$$

여기서, $\widehat{\gamma}_j$: X 의 자기공분산 추정치(autocovariance estimator)

$\omega_j(q)$: 가중치(weight), $\omega_j(q) \equiv 1 - [j/(q+1)]$, $q < n$

그리고, Peng et al.(1994)에 의하여 제안된 DFA방법에 의하여 Hurst지수를 측정하는 것이다. DFA방법에 의한 Hurst지수 산출식은 다음과 같다.

$$F(Y, \tau) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{t \in \tau} [Y(t) - Z(t)]^2} \quad (5a)$$

$$F(\tau) = c \tau^H \quad (5b)$$

여기서, τ = 일정한 자료를 포함하고 있는 겹치지 않는 window크기

$Y(t)$ = 수익률을 평균에 의하여 조종한 후 누적한 자료(integrated time series),

$$[Y(t) = \sum_{j=1}^t [R(j) - \bar{R}]]$$

$Z(t)$ = 전체기간에 있어서, τ 크기의 window내에서 관찰되는 국지적 추세(local

trend)를 통제한 자료의 집합 [$R(\tau)^* = R(\tau) - \widehat{R}(\tau)$]

$R(\tau)$: τ 크기의 window내 수익률

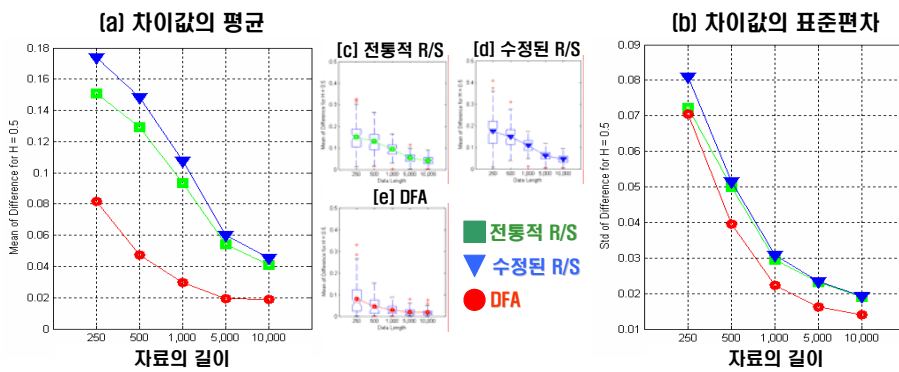
$\widehat{R}(\tau)$: τ 크기의 window내 수익률에 의하여 추정된 추세선상의 추정수익률

[추세기울기는 2차식(polynomial method)에 의한 추정]

이상에서 언급된 3가지 측정방법에 따라 각각 산출된 Hurst지수를 근거로 어느 방법이 보다 안정적인지를 실증적으로 확인하였다. 비교방법은 이론적으로 무작위과정($H \approx 0.5$)을 따르는 자료를 생성한 후에, 생성된 자료를 각 방법에 적용하여 Hurst지수를 측정한다. 그리고, 어떤 방법에 의하여 산출된 Hurst지수가 $0.5 (\approx H)$ 에 보다 안정적

으로 근접하는지를 조사한다. 물론, 무작위과정을 따르는 이론자료는 앞의 제 II장에서 언급된 식 (1)의 fBm 방법을 이용하였다. 생성된 이론자료($H \approx 0.5$)의 길이는 250개, 500개, 1,000개, 5,000개, 10,000개의 5가지 경우로 구분하여 생성하였고, 각각의 길이를 갖는 자료를 분석에 이용하는 것에 대한 신뢰성을 높이기 위하여, 각 자료길이별로 100번씩의 자료 생성과정을 반복하였다. 검증결과는 [그림 2]에 제시하였다.

그림의 횡축은 생성된 자료의 길이(250개, 500개, 1,000개, 5,000개, 10,000개)에 따라 구분하였다. 각 자료길이별로 무작위속성을 갖는 자료를 100번씩 생성하여 매번 3가지 측정방법에 따라 산출된 Hurst지수를 그래프로 제시한 것이 [그림 (c)], [그림 (d)], [그림 (e)]이다. 그리고, fBm 방법에 의하여 생성된 자료는 무작위과정을 따르는 자료 ($H \approx 0.5$)이기 때문에, 각 방법별로 측정된 Hurst지수는 0.5에 근접해야 한다. 따라서, 각 방법별로 산출된 Hurst지수에 $H=0.5$ 를 차감한 값의 절대값 [$H_{\text{측정방법}} - 0.5$]을 계산하였으며, 차이값의 평균을 [그림 (a)]에, 차이값의 표준편차를 [그림 (b)]에 제시하였다. 그리고, 전통적 R/S방법으로 산출된 Hurst지수는 박스(□)모양으로, 수정된 R/S방법은 삼각형(▽)모양으로, DFA방법은 원(○)모양으로 표시하였다. 검증결과에 의하면, Peng et al(1994)에 의하여 제안된 DFA방법이 보다 안정적으로 Hurst지수를 산출한다는 것을 실증적으로 확인할 수 있다. 즉, 다양한 길이를 갖는 자료들에 관계없이, DFA 방법으로부터 측정된 Hurst지수에 대한 차이값의 평균이 가장 작고, 또한 차이값의 변동크기(표준편차)도 가장 작다. 이와 같은 결과는 전통적 R/S방법, 수정된 R/S방법, GPH방법, DFA방법 간의 비교에서 DFA방법이 가장 안정적인 Hurst지수 측정 방법이라는 Weron(2002)의 연구결과와 일치한다. 우리는 이후 검증과정에서 DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수를 사용한다.

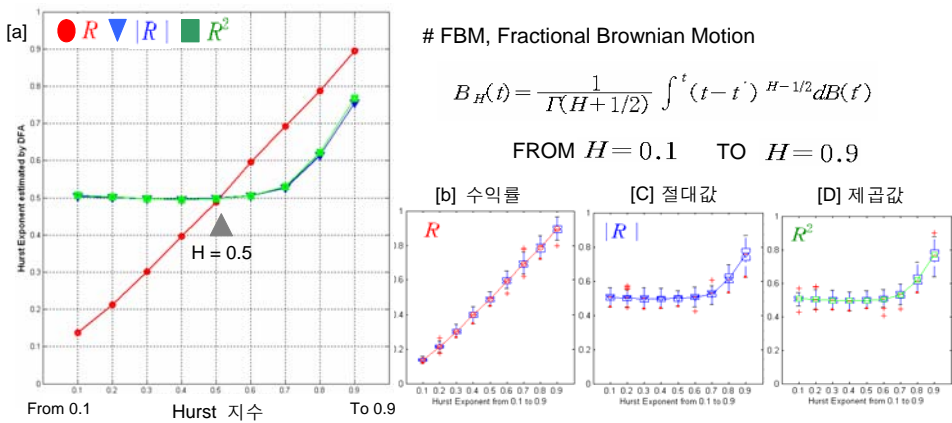


[그림 2] Hurst지수 측정 방법간 비교 검증결과

2. 이론자료를 이용한 장기기억속성 존재에 대한 검증결과

본 절에서는 실제 금융시계열자료를 이용하여 장기기억속성의 존재를 검증하기 전에, 다양한 장기기억속성($0.0 \leq H \leq 1.0$)을 갖는 시계열자료를 fBm 방법으로 생성하고, 이들 자료의 수익률 및 변동성에서 장기기억속성이 어떻게 나타나는지를 확인하는 것이다. 즉, 무작위과정을 따르는 시계열자료에 대하여 단지 장기기억속성의 정도를 차별적으로 반영하였을 때, 수익률과 변동성에 대하여 DFA 방법으로 측정된 Hurst지수가 어떻게 나타나는지를 관찰하는 것이다. 이론자료는 [그림 2]에서 가장 안정적인 결과를 나타낸 10,000개의 자료길이를 갖는 것이고, 자료에 각기 상이한 장기기억속성의 정도를 갖도록 fBm 방법에서 최소 $H=0.1$ 에서 최대 $H=0.9$ 까지 0.1씩 증가시킨 총 9가지이다. 물론, 각 장기기억속성의 정도별 자료에서 관찰되는 결과의 신뢰성 제고를 위하여 매번 100번씩의 동일한 속성을 갖는 자료를 생성하여 반복적 검증과정을 실시하였다. 이를 통하여 관찰된 검증결과는 다음단계에서 실제자료를 이용하여 검증된 결과와 비교될 수 있으며, 의미 있는 차이가 관찰된다면, 이는 이론자료에 포함되지 않는 다른 속성들이 실제자료에 포함되어 있다는 것이고, 이들로 인하여 장기기억속성의 정도에 차이가 발생할 수 있다.

검증결과는 [그림 3]에 제시하였다. 그림의 횡축은 fBm 방법에서 최소 $H=0.1$ 에서 최대 $H=0.9$ 까지 0.1간격으로 총 9가지를 표시한 것이다. 9가지 각각의 장기기억속성의 정도를 차별적으로 갖는 이론적 시계열자료(길이: 10,000개)를, 앞에서 언급하였듯이, 각각 100번씩 반복 생성 및 DFA방법에 의한 분석결과를 [그림 (b)], [그림 (c)], [그

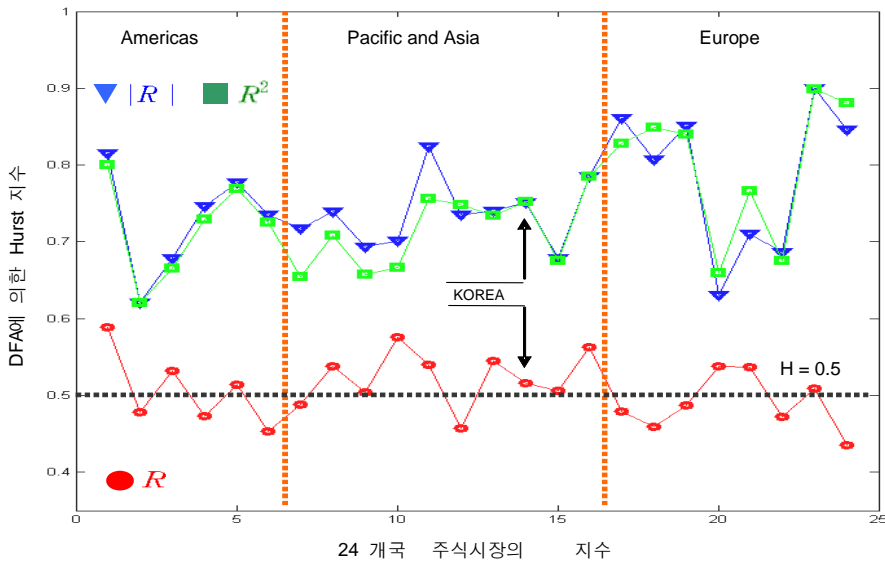


[그림 3] 이론자료를 이용한 장기기억속성 검증결과

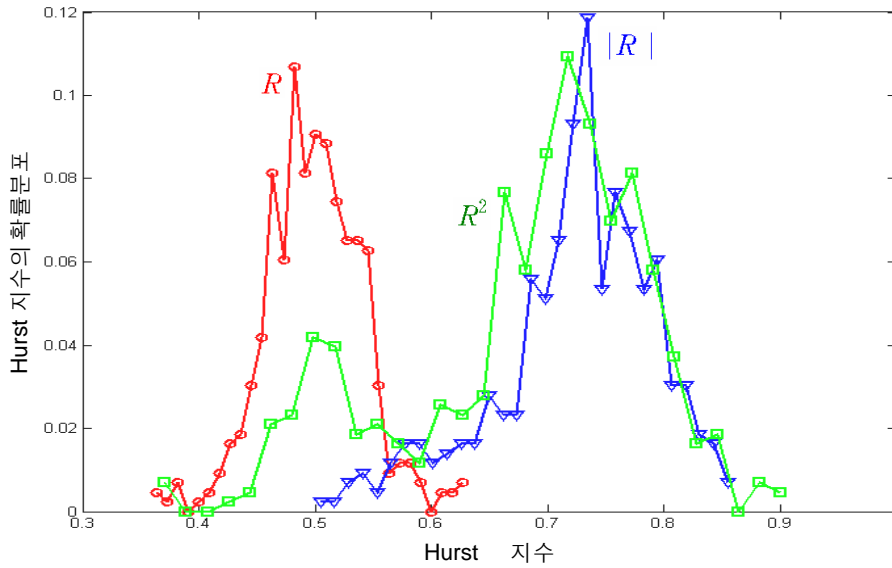
림 (d)]의 그래프로 제시하였고, 각 결과의 평균값을 [그림 (a)]에 함께 표시하였다. 그림에서, 원(○)모양은 수익률(R)에 대한 Hurst지수를 나타내고, 수익률의 절대값($|R|$)은 삼각형(∇), 제곱값(R^2)은 박스(\square) 모양으로 표시하였다. 검증결과에 의하면, 수익률(R)은 fBm 방법에 의하여 장기기억속성의 정도를 증가시키는 것에 비례적으로 증가하는 추이를 나타내지만, 변동성($|R|$, R^2)은 이론적 시계열자료가 갖는 장기기억속성의 정도가 $H=0.5$ 수준 이상에서 증가하는 추이를 나타낸다. 또한, 수익률에 대하여 측정된 Hurst지수에 비하여 변동성에 대하여 측정된 Hurst지수가 작은 값을 갖는다. 이러한 결과는 무작위과정을 따르는 시계열자료에 장기기억속성만을 포함시켰을 때 관찰될 수 있는 수익률과 변동성에 대한 장기기억속성의 변화추이다. 그리고, 실제자료로부터 관찰된 결과와의 의미 있는 차이가 있다는 것은 실제자료에는 장기기억속성 뿐만 아니라 다른 속성이 포함되어 있다는 것을 추론할 수 있다.

3. 실제자료를 이용한 장기기억속성 존재에 대한 검증결과

본 절에서 24개국 주식시장의 지수, KOSPI 시장지수를 구성하는 430개 개별주식의 실제자료를 이용하여, 각 자료에 대한 수익률 및 변동성 차원에서 DFA방법으로 Hurst 지수를 측정하여 장기기억속성의 존재여부를 확인한 결과를 제시한다. 검증결과는 24



[그림 4] 24개국 주식시장의 지수를 이용한 장기기억속성의 검증결과



[그림 5] KOSPI 시장지수를 구성하는 개별주식에 대한 장기기억속성의 검증결과

개국 주식시장의 지수를 이용한 [그림 4]와 KOSPI를 구성하는 430개 개별주식을 이용한 [그림 5]로 구분하였다.

먼저, 24개국 주식시장 지수자료의 수익률(R)과 변동성($|R|$, R^2)을 이용하여, DFA 방법에 따라 측정된 Hurst지수를 근거로 장기기억속성의 존재여부를 확인한 [그림 4]의 검증결과를 살펴보자. 그림에서, 횡축은 <표 1>에 제시된 24개국 주식시장을 순서적으로 표시한 것이다. 그리고, 수익률(R)에 대한 Hurst지수는 원(\circ) 모양으로, 절대값($|R|$)은 삼각형(∇)모양으로, 제곱값(R^2)은 박스(\square) 모양으로 표시하였다. 검증결과에 의하면, 수익률(R)의 Hurst지수는 평균적으로 $H=0.51$ 로, 장기기억속성의 존재에 대한 긍정적인 증거를 제시하지 못하고 있다. 그러나, 수익률의 절대값($|R|$)과 제곱값(R^2)은 평균적으로 각각 $H=0.75$ 와 $H=0.74$ 의 높은 값을 나타냄에 따라 강한 장기기억속성의 존재를 확인할 수 있다. 또한 이러한 관찰결과는 이동기간 검증방법에 따라 다양한 하위기간에 대하여 동일하게 반복적으로 실시한 <부록:[그림 1]>의 검증결과에서도 동일한 결과를 도출함에 따라, 관찰결과의 견고함을 확인할 수 있다. 즉, 수익률 차원에서는 장기기억속성의 존재에 대한 긍정적인 증거를 확인할 수 없었으나, 변동성 차원에서는 강한 장기기억속성의 존재를 확인하였다.

다음으로, 한국주식시장의 KOSPI 시장지수를 1993년 5월부터 2003년 5월까지의 기간 동안에 연속적인 일별 주가가격정보를 갖는 430개 개별주식자료의 수익률(R)과 변

동성($|R|$, R^2)을 각각 이용하여, DFA방법에 따라 측정된 Hurst지수를 근거로 장기기억속성의 존재여부를 확인한 [그림 5]의 검증결과를 살펴보자. 우리는 430개 개별주식 자료의 수익률과 변동성 각각에 대하여 DFA방법으로 측정된 Hurst지수를 적절히 나타내기 위하여, 측정된 Hurst지수의 값에 대한 빈도의 확률분포를 사용하였다. 그림에서 횡축은 DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수를 나타낸다. 그리고, 개별주식자료의 수익률(R)에 대하여 측정된 Hurst지수는 원(\circ) 모양으로, 절대값($|R|$)은 삼각형(∇) 모양으로, 제곱값(R^2)은 박스(\square) 모양으로 표시하였다. 검증결과에 의하면, 앞의 24개국 주식시장의 지수를 이용한 검증결과와 마찬가지로, 개별주식자료를 이용한 경우에도 평균적으로 수익률에서는 장기기억속성의 존재에 대한 긍정적인 증거를 확인할 수 없지만, 변동성에서는 강한 장기기억속성의 증거를 관찰할 수 있다. 즉, 430개 개별주식의 수익률(R)에 대하여 각각 측정된 Hurst지수는 평균적으로 $H=0.5$ 의 값을 갖는 반면에, 절대값($|R|$)과 제곱값(R^2)으로 측정된 Hurst지수는 평균적으로 각각 $H=0.72$ 와 $H=0.68$ 를 갖는다.

이상의 검증결과에 의하면, 분석자료에 관계없이, 수익률차원에서는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 있는 긍정적인 증거를 발견하지 못하였으나, 변동성차원에서는 강한 장기기억속성의 증거를 발견할 수 있었다. 이러한 관찰결과는, 비록 본 연구에서 사용된 검증설계가 기존연구와 차별성을 갖는다 할지라도, 기존연구에서 검증방법에 관계없이 일반적으로 확인된 것과 다르지 않다. 한편, 이론자료를 이용한 [그림 3]의 검증결과와 실제자료를 이용한 [그림 4]와 [그림 5]의 검증결과를 비교·관찰하면 흥미로운 점을 확인할 수 있다. 이론자료를 이용한 검증결과에 의하면, 수익률에서 장기기억속성의 정도가 $H \approx 0.5$ 수준 근처에서는 변동성의 장기기억속성의 정도가 $H \approx 0.5$ 혹은 수익률보다 낮은 값을 가졌다. 그런데, 실제자료의 수익률에서 장기기억속성의 정도가 평균적으로 $H \approx 0.51$ 수준임에도 불구하고, 변동성의 장기기억속성의 정도는 평균적으로 $H \approx 0.70$ 수준 이상으로 높은 차이를 나타낸다. 이는 이론자료에는 포함되지 않은 속성이 실제자료에는 포함되어 있을 수 있다는 것을 추론케 하고, 이러한 추론은 본 연구의 두 번째 연구목적인 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인들의 탐색 필요성을 나타낸다.

4. 장기기억속성의 정도에 대한 영향요인 검증결과

본 절에서는 앞에서 관찰된 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요

인을 실증적으로 확인하는 것이다. 우리는 기존연구들에서 언급된 대표적 속성들인 1차 자기상관, 변동성군집효과, 극단치의 존재 등을 가능한 영향요인으로 설정하고, 이들 속성을 특징적으로 반영하고 있는 모형을 통제모형으로 이용한다. 즉, 재무분야에서는 금융시계열자료로부터 관찰된 다양한 특징적 속성을 반영한 정교한 모형을 개발 및 적용하여 왔다. 금융시계열자료에 있어서 알려진 대표적 속성으로는 1차 자기상관, 변동성군집효과, 분포의 두꺼운 꼬리(극단치의 존재) 등이 있고, 이들 속성을 반영한 것으로 알려진 모형으로 ARIMA모형, GARCH모형, 극단치이론 등이 있다. 우리는 이들 모형을 통제모형으로 설정하고, 각 모형으로부터 생성된 잔차를 각 속성(가능한 영향요인)들이 필터된 자료로 본다. 그리고, 필터된 자료를 이용하여 앞의 검증과정과 동일하게 DFA방법에 따라 Hurst지수를 측정한다. 만약, 검증결과가 앞의 [그림 4]와 [그림 5]의 결과와 의미 있는 차이를 갖는다면, 이는 사용된 통제모형에 반영된 특징적 속성이 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인이 될 수 있다는 실증적 증거로 본다. 그리고, 이러한 결과는 기존연구에서 장기기억속성의 관찰에 관련이 있는 것으로 추론되는 극단치의 존재(Tolvi, 2003), 효율성 정도(Cajueiro et al., 2005), 변동성군집효과(Yamasaki et al., 2005) 등에 대한 가능한 실증적 증거가 될 수 있을 뿐만 아니라 향후 보다 심층적인 연구과정의 필요성을 제기할 수 있다는 점에서 가치를 찾을 수 있다.

본 연구에서 고려하는 영향요인은 극단치의 존재, 자기상관성, 변동성군집효과이다. 극단치를 통제하기 위하여 극단치이론의 POT(peak-of-threshold)방법을 이용하였고, 자기상관성을 통제하기 위하여 AR(1)모형을 이용하였으며, 변동성군집효과를 통제하기 위하여 GARCH(1,1)모형을 이용하였다. 각 모형을 통제모형으로 설정하고 모형에 반영된 속성을 필터하는 방법을 간단히 정리하면 다음과 같다.

첫째, 극단치의 존재가 장기기억속성의 정도에 의미 있는 영향을 미칠 수 있는 요인인지를 확인하기 위하여 극단치이론에서 사용되는 POT방법을 적용하였다. 즉, 금융시계열자료의 수익률을 절대값으로 변환한 후에, 가장 큰 값을 갖는 상위 일정비율(0.5%)을 제거하고, 제거된 시점의 자료들은 보간법(interpolation)에 의하여 조정된 자료를 생성하며, 이와 같이 생성된 자료는 극단치가 존재하지 않는 필터된 자료로 본다. 그리고, 필터된 자료의 수익률(R^*)과 변동성($|R^*|$, R^{*2})을 앞의 검증과정과 동일하게 적용한다.

둘째, 1차 자기상관이 장기기억속성의 정도에 의미 있는 영향을 미칠 수 있는 요인인지를 확인하기 위하여 AR(1)모형을 통제모형으로 사용한다. 즉, 금융시계열자료의 수익률을 설정된 AR(1)모형에 적용하여 잔차수익률($\epsilon_{k,t}^*$)을 생성하고, 생성된 자료에는

1차 자기상관의 속성이 존재하지 않는 필터된 자료로 본다. 그리고, 필터된 자료($\epsilon_{k,t}^*$)의 수익률(R^*)과 변동성($|R^*|, R^{*2}$)을 앞의 검증과정과 동일하게 적용한다. 사용된 AR(1) 모형은 다음과 같다.

$$R_{k,t} = c + \alpha_k R_{k,t-1} + \epsilon_{k,t} \quad (6)$$

여기서, $R_{k,t}, R_{k,t-1}$: 수익률

k : 실제 금융시계열자료로, 국제시장 지수와 개별주식을 모두 포함

$\epsilon_{k,t}^* = \epsilon_{k,t}$: Innovation

셋째, 변동성 군집효과가 장기기억속성의 정도에 의미 있는 영향을 미칠 수 있는 요인인지를 확인하기 위하여 GARCH(1, 1)모형을 통계모형으로 사용한다. 즉, 금융시계열 자료의 수익률을 설정된 GARCH(1, 1)모형에 적용하여, 조건부 분산($\sigma_{k,t}^2$), 오차항의 제곱(ϵ_{i-1}^2), 조건부분산(σ_{k-1}^2)에 의하여 잔차수익률($\epsilon_{k,t}^*$)을 생성하고, 생성된 자료에는 변동성 군집효과의 속성이 존재하지 않는 필터된 자료로 본다. 그리고, 필터된 자료($\epsilon_{k,t}^*$)의 수익률(R^*)과 변동성($|R^*|, R^{*2}$)을 앞의 검증과정과 동일하게 적용한다. 사용된 모형의 차수는 GARCH(1, 1)이 가장 적합하다는 Bollerslev et al.(1992)의 연구에 근거한 것이고, 사용된 모형은 다음과 같다.

$$R_{k,t} = c + \epsilon_{k,t} \quad (7a)$$

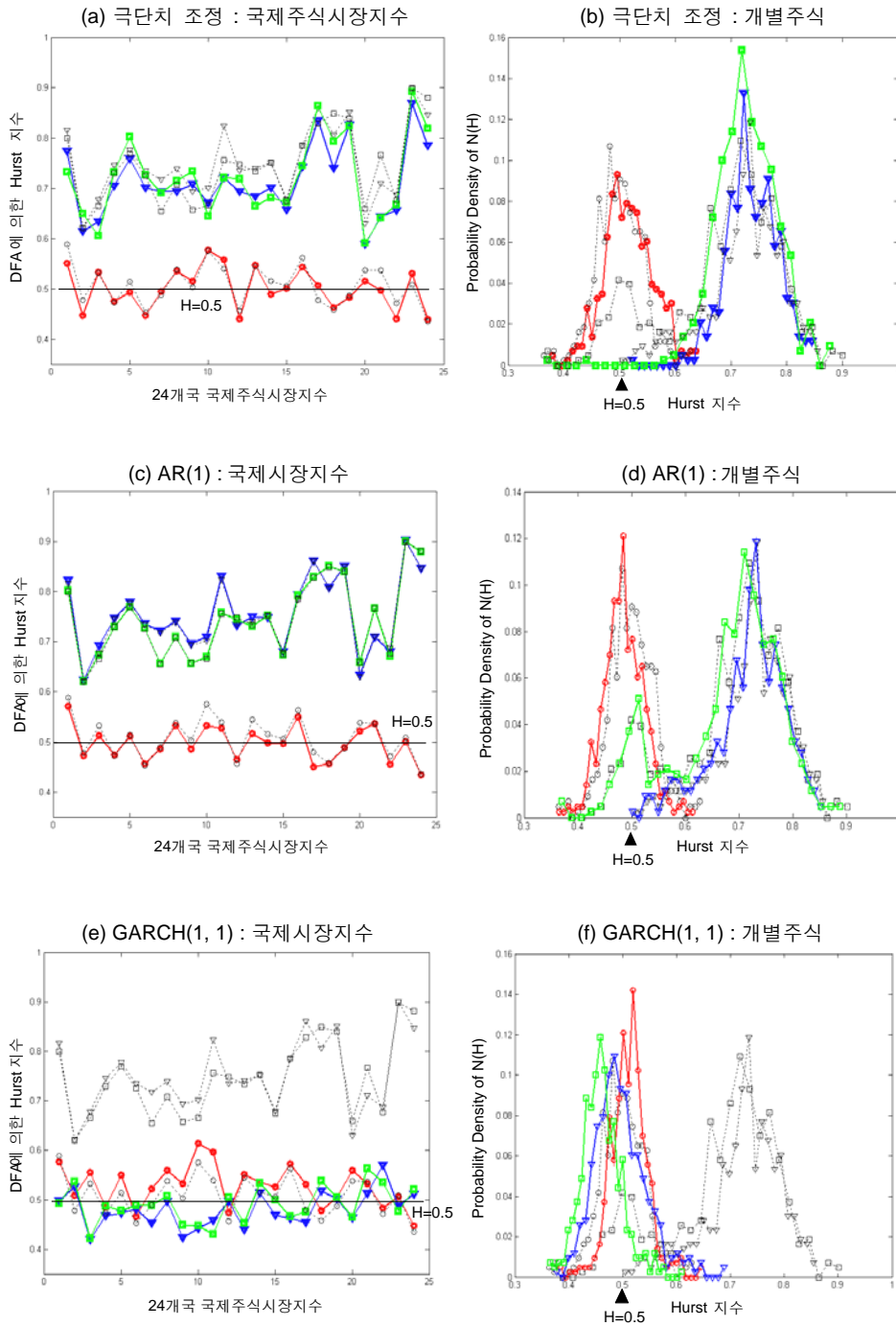
$$\sigma_{k,t}^2 = d + \beta_k \sigma_{k,t-1}^2 + \gamma_k \epsilon_{k,t-1}^2 \quad (7b)$$

여기서, $d > 0$; $\beta_k \geq 0$; $\gamma_k \geq 0$; $\beta_k + \gamma_k < 1.0$

k : 실제 금융시계열자료로, 국제시장지수와 개별주식을 모두 포함

$\epsilon_{k,t}^* = \epsilon_{k,t} / \sigma_{k,t}^*$: Innovation [$\sigma_{k,t}^*$: 표준화된 표준편차]

이상과 같이 설정된 각 통계모형으로부터 필터된 자료의 수익률(R^*)과 변동성($|R^*|, R^{*2}$)을 이용하여 DFA방법에 따라 측정된 Hurst지수의 검증결과는 [그림 6]에 제시하였다. 검증자료는 앞의 [그림 4]와 [그림 5]에서 각각 이용된 시장지수 및 개별주식자료



[그림 6] 통제모형에 의하여 필터된 자료를 이용한 장기기억속성 검증결과

를 동일하게 사용하였고, 시장지수자료에 대한 결과는 그림(a), 그림(c), 그림(e)에, 개별주식자료에 대한 결과는 그림(b), 그림(d), 그림(f)에 나타내었다. 그리고, 극단치의 존재를 필터한 자료를 이용한 결과는 그림(a)와 그림(b)에, 1차 자기상관 속성을 필터한 자료를 이용한 결과는 그림(c)와 그림(d)에, 변동성 군집속성을 필터한 자료를 이용한 결과는 그림(e)와 그림(f)에 제시하였다. 또한, 앞의 [그림 4]와 [그림 5]의 검증결과와 의미 있는 차이가 존재하는지 여부를 확인하기 위하여, 이전 검증결과는 점선(dot-line)으로 표시하였으며, 필터된 자료를 이용한 검증결과는 실선(solid-line)으로 구분 표시하였다. 수익률(R^*)에 대하여 측정된 Hurst지수는 원(O) 모양으로, 절대값($|R^*|$)은 삼각형(∇)모양으로, 제곱값(R^{*2})은 박스(\square) 모양이다.

검증결과에 의하면, GARCH(1, 1) 통제모형으로부터 필터된 자료의 변동성을 이용한 경우에, 이전 [그림 4]와 [그림 5]에서 관찰된 장기기억속성의 존재에 대한 증거와는 현저히 다른 결과를 도출하였다. 즉, GARCH(1, 1)모형으로부터 필터된 자료의 변동성을 이용하여 측정된 Hurst지수로부터 장기기억속성의 존재를 더 이상 관찰할 수 없다. 구체적인 검증결과를 살펴보자. 첫째, 금융시계열자료로부터 극단치를 POT방법으로 필터한 자료를 이용한 그림(a)와 그림(b)의 검증결과에 의하면, 이용된 자료에 관계없이, 수익률 차원에서는 여전히 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없는 반면에, 변동성차원에서는 여전히 강한 장기기억속성의 증거가 확인된다. 즉, 시장지수(개별주식) 자료를 이용하여, 필터된 자료의 수익률(R^*)에 대하여 Hurst지수 평균값은 0.50(0.51)이고, 수익률의 절대값($|R^*|$)에 대한 Hurst지수 평균값은 0.71(0.74)이며, 수익률의 제곱값(R^{*2})에 대한 Hurst지수의 평균값은 0.72(0.73)이다. 따라서, 금융시계열자료에 포함된 극단치의 존재가 변동성에서 관찰된 장기기억속성의 정도에 의미 있는 영향을 미칠 수 있는 요인으로 보기 어렵다. 둘째, 금융시계열자료에서 일반적으로 관찰되는 1차 자기상관 속성을 식 (6)에 의하여 필터한 자료($\epsilon_{k,t}^*$)를 이용한 그림(c)와 그림(d)의 검증결과에 의하면, 이용된 자료에 관계없이, 수익률 차원에서는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없는 반면에, 변동성차원에서는 여전히 강한 장기기억속성의 증거가 확인된다. 즉, 시장지수(개별주식) 자료를 이용하여, 필터된 자료의 수익률(R^*)에 대하여 Hurst지수 평균값은 0.50(0.49)이고, 수익률의 절대값($|R^*|$)에 대한 Hurst지수 평균값은 0.75(0.72)이며, 수익률의 제곱값(R^{*2})에 대한 Hurst지수의 평균값은 0.74(0.68)이다. 따라서, 금융시계열자료에 일반적으로 관찰되는 1차 자기상관 속성은 변동성에서 관찰된 장기기억속성의 정도에 의미 있는 영향을 미칠 수 있는 요인으로 보기 어렵다. 셋째, 금융시계열

자료에서 일반적으로 관찰되는 변동성 군집효과 속성을 식 (7)에 의하여 필터한 자료 ($\epsilon_{k,t}^*$)를 이용한 그림(e)와 그림(f)의 검증결과에 의하면, 이용된 자료에 관계없이, 수익률 및 변동성 차원에서 모두 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없다. 즉, 시장지수(개별주식) 자료를 이용하여, 필터된 자료의 수익률(R^*)에 대하여 Hurst지수 평균값은 0.53(0.51)이고, 수익률의 절대값($|R^*|$)에 대한 Hurst지수 평균값은 0.48(0.50)이며, 수익률의 제곱값(R^{*2})에 대한 Hurst지수의 평균값은 0.49(0.46)이다. 따라서, 금융시계열자료에 일반적으로 관찰되는 변동성 군집효과 속성은 변동성에서 관찰된 장기기억속성의 정도에 의미 있는 영향을 미칠 수 있는 요인임을 알 수 있다.

이상의 검증결과에 의하면, 실증적으로 확인된 변동성에 있어서 강한 장기기억속성의 존재는 금융시계열자료에서 일반적으로 관찰되는 변동성 군집효과로부터 의미 있는 영향을 받을 수 있다는 것이 확인되었다. 물론, 본 연구는 변동성 군집효과의 속성을 직접적으로 측정할 수 있는 방법을 통제모형으로 이용한 것이 아니라 GARCH(1,1)모형에 반영된 특징적인 속성이 변동성 군집효과이고, 이 모형을 통하여 필터된 자료에는 변동성 군집효과의 속성이 제거되었다는 가정에 근거한다. 그러나, 기존 재무분야에서 변동성 군집효과의 정도를 계량적 수치로 직접 측정할 수 있는 측정치가 없기 때문에, 본 연구의 검증설계 및 시도에 대한 보완은 향후 연구과제에서 수행되어야 할 과제로 본다. 또한, 관찰된 변동성 군집효과가 장기기억속성에 영향을 미칠 수 있는 유일한 영향요인으로는 생각되지 않는다. 왜냐하면, 기존연구에서 극단치 존재(Tolvi, 2003), 주식시장의 효율성 정도(Cajueiro et al., 2005), 변동성 군집효과(Yamasaki et al., 2005) 등이 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있다는 연구결과들도 있기 때문이다.

IV. 결론 및 시사점

최근까지 재무분야에서는 금융시계열자료에 포함되어 있을 다양한 속성을 지속적으로 탐색하고 있으며, 이러한 시도들 중에서 많은 관심을 끄는 것으로 장기기억속성에 대한 연구들이 있다. 이는 재무분야의 많은 이론에 지대한 영향을 미친 효율적 시장가설에 대한 부정적 증거일 뿐만 아니라 기존 재무이론의 보완과 새로운 모형의 개발 필요성 등을 제기할 수 있는 근거가 되기 때문이다. 본 연구도 금융시계열자료에서 관찰되는 장기기억속성의 심층적 연구시도의 일환으로, 실제자료 뿐만 아니라 이론자료를 이용하여 장기기억속성의 존재와 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한

요인을 수익률 및 변동성차원에서 체계적으로 검증하는 것을 목적으로 하였다. 설정된 연구목적에 따라 관찰된 검증결과를 구분·정리하면 다음과 같다.

첫 번째 연구목적은 이론자료와 실제자료를 이용하여 장기기억속성의 존재여부를 체계적으로 검증하는 것으로 관찰된 결과에 의하면, 분석자료에 관계없이 수익률차원에서는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 있는 긍정적인 증거를 발견하지 못하였으나, 변동성차원에서는 강한 장기기억속성의 증거를 지지하는 증거를 발견할 수 있었다. 구체적으로 살펴보면, 첫째 이론적으로 무작위 과정을 따르는 자료($H \approx 0.5$)를 이용하여 전통적 R/S방법, 수정된 R/S방법, DFA방법 각각으로부터 측정된 Hurst지수를 비교하였을 때, 가장 안정적인 것은 DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수였다. 둘째, 무작위 과정을 따르는 시계열자료에 다양한 장기기억속성($0.0 \leq H \leq 1.0$)을 반영한 이론자료들을 생성한 후, 수익률 및 변동성 차원에서 DFA방법으로 Hurst지수를 측정하였을 때, 수익률에 대한 Hurst지수는 장기기억속성의 반영정도(최소 $H=0.1$ 에서 최대 $H=0.9$ 로 증가)에 비례적으로 증가하는 반면에, 변동성은 장기기억속성의 반영정도가 $H \geq 0.6$ 이후로 증가하는 추이를 나타내었다. 셋째, 주식시장지수와 개별주식의 실제자료를 이용하였을 때, 자료에 관계없이, 수익률에 대하여 측정된 Hurst지수는 평균적으로 $H \approx 0.50$ 수준의 값을 갖는 반면에, 변동성에 대하여 측정된 Hurst지수는 평균적으로 $H \approx 0.70$ 수준의 값을 가졌다.

두 번째 연구목적은 장기기억속성의 정도에 영향을 미칠 수 있는 가능한 요인들을 실증적으로 확인하는 것으로 관찰된 결과에 의하면, 분석자료에 관계없이, 변동성에 있어서 확인된 강한 장기기억속성은 금융시계열자료에서 일반적으로 관찰되는 변동성 군집효과로부터 의미 있는 영향을 받을 수 있다는 것을 알 수 있었다. 즉, 변동성 군집효과와 속성이 특징적으로 반영된 GARCH(1,1)모형으로부터 필터된 자료를 이용한 변동성에서 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없다. 반면에, 극단치의 존재, 자기상관 속성 등은 각각의 속성을 반영한 통제모형으로부터 필터된 자료를 사용한다 할지라도, 여전히 변동성에서는 강한 장기기억속성의 증거가 확인된다.

이상의 검증결과에 따라, 금융시계열의 수익률차원에서는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없지만, 변동성차원에서는 강한 장기기억속성이 존재한다는 것은 확인할 수 있다. 그리고, 관찰된 변동성의 강한 장기기억속성은 금융시계열자료에서 일반적으로 관찰되는 변동성 군집효과와 속성으로부터 의미 있는 영향을 받을 수 있다는 것이 확인하였다. 그러나, 기존 재무분야에서 변동성 군집효과와 정도를 계량적 수치로 직접 측정할 수 있는 측정치가 없기 때문에, 본 연구는 변동성 군집효과를 직접적으로 측정

할 수 있는 방법을 통제모형으로 이용한 것이 아니라 변동성 군집효과의 속성을 특징적으로 반영한 것으로 알려진 GARCH(1, 1)모형을 통제모형으로 이용하였다. 따라서, 본 연구의 검증설계 및 시도에 대한 보완은 향후 연구과제에서 수행되어야 할 과제라고 생각된다.

참 고 문 헌

- 김규영, “주식가격의 장기적 종속성에 관한 연구: 한국 주식시장에서의 실증분석”, 재무관리연구, 제13권 제1호, 1996, 101-114.
- 김승환, 엄철준, 오갑진, “한국주식시장의 장기기억상관성: DFA방법을 중심으로”, 금융공학연구, 3(2), 2004, 135-145.
- 류성희, 김양락, “한국주가지수 수익률의 변동특성에 관한 연구: R/S분석을 중심으로”, 재무관리연구, 제14권 제3호, 1997, 183-201.
- 백용기, “업종별 주가지수의 카오스 검증 및 비선형예측”, 재무관리연구 제14권 제1호, 1997, 171-205.
- 장경천, 김현석, “주식수익률의 카오스적 특성에 관한 실증연구”, 증권학회지 30, 2002, 99-130.
- 홍정훈, “우리나라 주식수익률에 있어서의 장기적 기억에 관한 연구”, 금융연구 제12권 제2호, 1998, 57-76.
- Baillie, R. T., “Long memory processes and fractional integration in econometrics,” *Journal of Econometrics*, (1996), 5-59.
- Barkoulas, J. T., C. R. Baum, and N. Travlos, “Long memory in the Greek stock market,” *Applied Financial Economics*, 10, (2000), 177-184.
- Baillie, R. T. T., T. Bollerslev, and H. O. Mikkelsen, “Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, (1996), 3-30.
- Bollerslev, T., “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, (1986), 307-327.
- Bollerslev, T., R. Chou, and K. Kroner, “ARCH modeling in finance: a review of the theory and empirical evidence,” *Journal of Econometrics*, 52, (1992), 5-59.
- Bollerslev, T., Engle, R. F., and Nelson, D. B. (1994), *ARCH Models*, in R. F. Engle and D. L. McFadden (eds.) *Handbook of Econometrics*, 4, Elsevier Science B. V.
- Box, G. E. P and D. M. Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control* revised ed., Holden-Day, San Francisco, 1976.
- Cajueiro, D. O. and B. M. Tabak, “Ranking Efficiency for Emerging Equity Market,”

- Chaos, Solitons and Fractals*, 22, (2004), 349-352.
- Cajueiro, D. O., and B. M. Tabak, "Possible causes of long-range dependence in the Brazilian stock market," *Physica A* 345, (2005), 635-645.
- Coles, S., *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer-Verlag London, 2001.
- Fama, E. F., "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work," *Journal of Finance*, (1970), 383-417.
- Geweke, J., and S. Porter-Hudak, "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models," *Journal of Time Series Analysis*, 4, (1983), 221-238.
- Granger, C. W. J., and R. Joyeux, "An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing," *Journal of Time Series Analysis*, (1980), 15-39.
- Granger, C. W. J., and Z. Ding, "Varieties of long memory models," *Journal of Econometrics*, 73, (1996), 61-77.
- Grau-Carles, P. (2000), "Empirical Evidence of Long-memory Correlation in Stock Return," *Physica A* 287, 396-404.
- Hiemstra, C., and J. D. Jones, "Another look at long memory in common stock returns," *Journal of Empirical Finance*, 4, (1997), 373-401.
- Hurst, H. E., "Long-term Storage Capacity of Reservoirs," *Transactions of the American Society of Civil Engineering*, (1951), 770-799.
- Jacobsen, B., "Long term dependence in stock returns," *Journal of Empirical Finance*, 3, (1996), 393-417.
- Kilic, R., "On the long memory properties of emerging capital markets: evidence from Istanbul stock exchange," *Applied Financial Economics* 14, (2004), 915-922.
- Lo, A. W., "Long-term memory in stock market prices," *Econometrica* 59(5), (1991), 1279-1313.
- Mandelbrot B. B. and J. W. Van Ness, "Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications," *SIAM. Rev.* 10, (1968), 422-437.
- Matteo, T. D., T. Aste and M. M. Dacorogna, "Long-term Memories of Developed and Emerging Markets: using the Scaling Analysis to Characterize their Stage of Development," *Journal of Banking and Finance* 29, (2005), 827-851.
- Oh Gabjin, Seunghwan Kim, and Cheoljun Eom, "Statistical Properties of the

Returns of Stock Prices of International Markets,” *Journal of Korean Physics Society*, 48, (2006), 197-201.

Peng, C. K., S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley, and A. L. Goldberger, “Mosaic organization of DNA nucleotides,” *Physical Review E* 49, (1994), 1685-1694.

Tolvi, J., “Long memory and outliers in stock market returns,” *Applied Financial Economics* 13, (2003), 495-502.

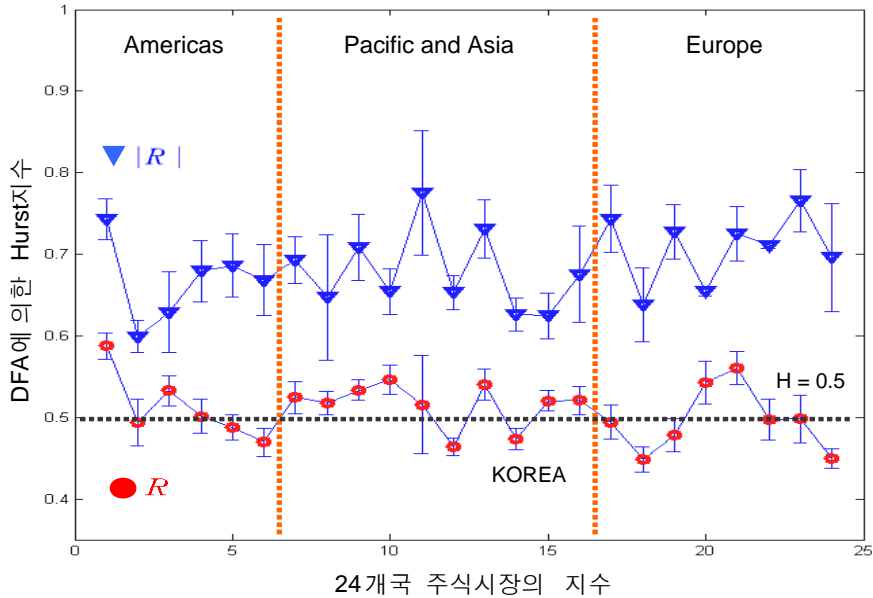
Weron, R., “Estimating Long-range Dependence: Finite Sample Properties Confidence Intervals,” *Physica A* 32, (2002), 285-299.

Willinger, W., M. S. Taqqu, and V. Teverovsky, “Stock market prices and long-range dependence,” *Finance Stochast* 3, (1999), 1-13.

Yamasaki, K., L. Muchnik, S. Havlin, A. Bunde, and H. E. Stanley, “Scaling and memory in volatility return intervals in financial markets,” *PNAS* 102(26), (2005), 9424-9428.

<부 록>

[그림 1] 24개국 주식시장의 지수를 이용한 장기기억속성 검증결과



본 그림은 논문의 본문 [그림 1]에서 제시된 결과의 견고함을 확인하기 위한 보완적으로 수행한 검증결과이다. 즉, 거래일수(자료수)기준으로, 각 시장지수의 전체기간에 대하여 추정기간(estimating period)은 1,200개 자료를, 이동기간은 25개 자료를 이용하여 반복적으로 DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수들을 평균과 표준편차에 의하여 error-bar 그래프로 나타낸 것이다. 그림에서, 횡축은 <표 1>에 제시된 24개국 주식시장을 순서적으로 표시한 것이고, 수익률(R)에 대한 Hurst지수는 원(\circ) 모양으로, 절대값($|R|$)은 삼각형(∇) 모양으로 표시하였다. 검증결과에 의하면, 수익률(R)의 Hurst지수는 평균적으로 $H=0.51$ 로, 장기기억속성의 존재에 대한 긍정적인 증거를 제시하지 못하고 있다. 그러나, 수익률의 절대값($|R|$)에 대한 Hurst지수는 평균적으로 $H=0.69$ [제곱값(R^2)은 평균 $H=0.69$]의 높은 값을 나타냄에 따라 강한 장기기억속성의 존재를 확인할 수 있다.

An Empirical Study for the Existence of Long-term Memory Properties and Influential Factors in Financial Time Series

Cheoljun Eom* · Gabjin Oh** · Seunghwan Kim** · Taehyuk Kim***

〈abstract〉

This study aims at empirically verifying whether long memory properties exist in returns and volatility of the financial time series and then, empirically observing influential factors of long-memory properties. The presence of long memory properties in the financial time series is examined with the Hurst exponent. The Hurst exponent is measured by DFA(detrended fluctuation analysis). The empirical results are summarized as follows. First, the presence of significant long memory properties is not identified in return time series. But, in volatility time series, as the Hurst exponent has the high value on average, a strong presence of long memory properties is observed. Then, according to the results empirically confirming influential factors of long memory properties, as the Hurst exponent measured with volatility of residual returns filtered by GARCH(1,1) model reflecting properties of volatility clustering has the level of $H \approx 0.5$ on average, long memory properties presented in the data before filtering are no longer observed. That is, we positively find out that the observed long memory properties are considerably due to volatility clustering effect.

Keywords : Long-memory Properties, DFA(Detrended Fluctuation Analysis), Fractional Brownian Motion Method, Influential Factors of Long-memory Properties

* Assistant professor, Division of Business Administration, Pusan National University

** Researcher, Dept. of Physics, POSTECH

*** Corresponding Author : Professor, Division of Business Administration, Pusan National University

**** This work was supported by the Korea Research Foundation Grant funded by the Korean Government (MOEHRD)(KRF-2005-042-B00075).