

## 볼트 접합부의 거동 해석을 위한 수치해석 모델 개발\*<sup>1</sup>

김 광 철\*<sup>2†</sup>

### Development of Numerical Analysis Model for the Behavior Analysis of Bolted Connection\*<sup>1</sup>

Gwang-Chul Kim\*<sup>2†</sup>

#### 요 약

다중 볼트 접합부에서는, 해석적인 방법으로는 볼트의 개수가 두 개까지 만으로 제한되고 다양한 여러 형태의 접합부 거동 해석이 불가능하다. 이를 해결하기 위하여 볼트의 개수에 구애받지 않고 거동을 예측할 수 있으며 또한 다양한 형태의 여러 접합부의 거동을 해석할 수 있게 하기 위하여 수치해석적 방법을 개발하고자 하였다. 수치해석법을 이용하여 거동 해석을 실시하기 위한 최적 변수로는  $\gamma=0.35$ ,  $K_x=137.5$ , 그리고  $K_y=257.4$ 가 각각 얻어졌다. 기존의 이론적 방법에 비하여 본 연구에서 개발한 수치해석 모델의 거동 해석 정확도가 더 높음을 알 수 있었다.

#### ABSTRACT

To analyze the behavior of multiple bolted connection with analytical method, there was a major problem in terms of the number of bolt as two. Multiple bolted connection is wrong in other way, that is impossible to analyze the behavior of connection with various types. So the numerical analysis model was developed to analyze the behavior of connection with various types, and to overcome the limitation of number of bolt. The optimum values for analysis the behavior of multiple bolted connection with numerical methods were obtained as,  $\gamma=0.35$ ,  $K_x=137.5$ , and  $K_y=257.4$ . The numerical analysis method was developed in this study showed high efficiency for the existing methods in the behavior analysis of connection.

\*<sup>1</sup> 접수 2007년 1월 26일, 채택 2007년 3월 12일

\*<sup>2</sup> 익산대학, Iksan National College, Iksan 570-752, Korea

† 주저자(corresponding author) : 김광철(e-mail: gckim@iksan.ac.kr)

**Keywords:** Connection behavior, numerical analysis method, multiple bolted connection, analytical method, number of bolt, optimum value

## 1. 서 론

근래에 들어 고부가 가치가 있는 목재 산업에 관한 필요성이 요구되는 시점에서, 목조건축이 적절한 대안으로 각광받고 있다. 특히, 상업성 있는 대형 목구조물의 시공이 일반화되어 있는 외국의 경우와 같이 국내에서도 대형 목구조물에 대한 수요와 공급이 확대되고 있는 시점에서 대단면재, 그리고 긴 시간 거리를 가지는 재료의 사용 필요성은 절실하다. 이 경우, 대형부재들간의 균등한 힘의 전달과 안전한 사용성 확보를 위한 접합부의 경제적이면서도 안전한 설계를 합리적으로 확보해야 한다는 필요성이 생긴다. 특히, 응력의 분기점 역할을 하는 접합부야말로 구조물의 안전에 가장 중요한 고려 사항이기 때문에 정밀하면서도 정확한 해석이 요구된다.

접합부에 가해지는 하중이 비교적 작을 때는 못 등의 직경이 작은 결합철물을 사용하지만 큰 하중이 부하 될 때에는 다른 형태의 직경이 큰 결합철물을 사용하여야 하는 바, 본 연구에서는 이들 결합철물 중 고강도의 접합부에 적합하며, 다른 철물(fastener)에 비해 용도가 다양하고 사용 빈도수가 높은 볼트를 연구대상으로 하였다.

접합철물의 구조 설계는 결합철물의 공칭 설계치를 먼저 계산한 후 보정인자들을 반영하여 허용 설계 응력을 구하고 이를 기초로 구조설계를 실시한다. 이러한 구조설계를 실시하기 위해서는 우선적으로 선행되어야 할 작업이 접합부의 거동 해석 및 예측이다. 실제 접합부를 구성하여 실험을 통해 얻어지는 거동 해석은 안전한 설계를 위해 꼭 필요한 것이지만 경제적인 측면이나 접합부의 성능에 영향하는 매개변수들을 고려하는 방법상의 어려움, 변수들을 고려하기 위한 접합부의 적절한 형태 구성의 어려움 등으로 인해 비능률적이다. 이로 인해 이론상의 접합부 거동 예측에 관한 연구의 필요성이 제기되었다.

일반적으로 접합부의 해석시에는, 실제 상황에 맞지는 않지만 계산의 편리를 위해 아주 단순한 거동을 나타내는 것으로 간주되어 왔다. 대개는, 접합부는 이상적인 핀 결합이나 혹은 완전한 강성 결합으로 고려되어 왔다. 이러한 조건은 철물을 포함하는 목구조에서는 결코 발생하지 않는 상태이며, 프레임 내에서의 응력의 분포가 접합부의 거동에 크게 영향을 받으므로 현실적인 접합부의 모델링이 필요하고 이를 통해 효율적인 재료 사용이 가능해질 것이다 (Kim & Lee, 2000).

현재 전 세계적으로 가장 광범위하게 사용되고 있는 항복 모델을 적용한 경우 거동 예측값이 실험을 통해 얻게 되는 값보다 작게 나타난다는 단점이 계속해서 제기되고 있으며 또한, 모델을 나타내는데 있어 복잡한 방정식을 사용하여야 한다는 점과, 철물의 형식이나 전단면의 개수에 따라 사용되는 방정식 개수가 다름으로 인해 일관성 있는 거동 예측이 어렵다는 것이 단점으로 지적되고 있다 (McLain & Thangjitham, 1983). 이에 대한 필요성으로 이미 여러 형태의 접합부 거동을 해석할 수 있다는 장점을 가지면서도 목구조 접합부에 가장 적절하다고 여겨지고 있는 반강성 접합을 가정하여, 실제 사용되고 있는 모든 형태의 접합부의 거동을 예측할 수 있으면서도 사용되는 방정식이 간편한 해석법이 Kim & Lee (2000)에 의해 개발되었다. 하지만 다중 볼트 접합부에서는, 반강성 모델을 적용할 경우 해석적인 방법으로는 대부분의 다른 해석법과 마찬가지로 볼트의 개수가 두 개까지 만으로 제한된다는 문제점 (Jensen & Larsen, 1998)이 있어 이를 해결하기 위하여 볼트의 개수에 구애받지 않고 거동을 예측할 수 있으며 다양한 형태의 여러 접합부의 거동을 해석할 수 있게 하기 위하여, 또한 기존의 항복모델이나 기타 여러 방법들이 단일 전단 접합부의 거동을 해석한 후 단순히 두 배를 곱하여 결과를 산출하는 단점을 극복하여 단일 전단에서의 오차가 그대로 이중 전단 접합부의 성능 예측에 영향하던 문제점을

해결할 수 있는 수치해석적 방법을 개발하고자 하였다.

1998; 최창근, 1992).

## 2. 재료 및 방법

### 2.1. 다중 볼트 접합부의 거동 해석

#### 2.1.1. 수치 해석 모델

##### 2.1.1.1. 반강성 접합부를 가지는 구조물의 해석을 위한 행렬 정식화

본 연구에서는 거동 해석을 위한 기본 자료인 강성 행렬을 만들어 내기 위해 강성법을 사용하였다 (Segerlind, 1984).

$$[K(u)]\{u\} = \{F\} \dots\dots\dots (1)$$

$$[K(u)] = [K_f] + [K_c(u)] \dots\dots\dots (2)$$

여기서,  $[K(u)]$  = 전체 구조물에 대한 총 강성 행렬,  $[K_f]$  = 프레임 부재에 의해 분담되는 선형부분만을 포함하는 강성행렬,  $[K_c(u)]$  = 벡터  $\{u\}$ 에 의존하는 것으로 접합요소로부터 얻어지는 정보만을 포함하는 비선형 행렬.

$$[K_c(u)] = [C_1] + [C_2(u)] \dots\dots\dots (3)$$

여기서,  $[C_1]$  : 식 (4)에서 나타나는  $[K_f] + [C_1]$ 이 결과적으로 양으로 정의되는 행렬이 될 수 있도록 보충하기 위해서 선택되는 숫자에 의해 형성되는 고정된 접합부 행렬,  $[C_2(u)]$  : 접합부 행렬의 보완 비선형 부분

$$([K_f] + [C_1])\{u\} = \{F\} - ([K_c(u)] - [C_1])\{u\} \dots\dots\dots (4)$$

$$([K_f] + [C_1])\{u\} = \{F\} - ([K_c(u)_p] - [C_1])\{u_p\} \dots\dots\dots (5)$$

수렴에 대한 허용수준은 전단계의 값과 현 단계의 값의 차이가  $10^{-5}$ 로 하였다(김창근, 1998).

#### 2.1.1.2. 접합부의 요소별 강성 행렬

##### (1) 변위함수

변위함수는 하중이 작용하지 않는 보 요소에서는 다음의 미분방정식을 만족하여야 한다(Crandall, etc., 1985; Timoshenko & Young, 1968; 이기복,

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$v(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3 \dots\dots\dots (7)$$

여기서 계수  $a_i$ 는 양단의 절점의 경계조건으로부터 얻어진다.

$$x=0 \text{에서 } v=v_1, \text{ 그리고 } \frac{\partial v}{\partial x}=\theta_1; \quad x=L \text{에서 } v=v_2, \text{ 그리고 } \frac{\partial v}{\partial x}=\theta_2 \dots\dots\dots (8)$$

경계 조건식 (8)을 적용하면 아래의 관계가 얻어진다.

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{L^3} \begin{bmatrix} L^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L^3 & 0 & 0 \\ -3L & -2L^2 & 3L & -L^2 \\ 2 & L & -2 & L \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

$$\{a\} = [T]\{q\} \dots\dots\dots (11)$$

식 (10)과 식 (7)을 이용하면 다음과 같이 된다.

$$v(x) = v_1 + x\theta_1 - \frac{3x^2}{L^2}v_1 - \frac{2x^2}{L}\theta_1 + \frac{3x^2}{L^2}v_2 - \frac{x^2}{L}\theta_2 + \frac{2x^3}{L^3}v_1 + \frac{x^3}{L^2}\theta_1 - \frac{2x^3}{L^3}v_2 + \frac{x^3}{L^2}\theta_2$$

$$v(x) = f_1(x)v_1 + f_2(x)\theta_1 + f_3(x)v_2 + f_4(x)\theta_2 \dots\dots\dots (12)$$

여기서,  $f_i(x)$ 는 형상함수로서 아래와 같다.

$$f_1(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3;$$

$$f_2(x) = x - 2\left(\frac{x^2}{L}\right) + \left(\frac{x^3}{L^2}\right);$$

$$f_3(x) = 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3;$$

$$f_4(x) = -\left(\frac{x^2}{L}\right) + \left(\frac{x^3}{L^2}\right) \dots\dots\dots (13)$$

(2) 강성방정식  
 보요소에 대한 강성방정식은 식 (14)의 카스티리아노의 정리를 사용해서 얻어진다.

$$F_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} \dots\dots\dots (14)$$

등단면의 보요소의 변형 에너지는 아래와 같다.

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)^2 dx \dots\dots\dots (15)$$

식 (15)를 풀기 위해서는 다음 식이 필요하다.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = f_1''(x)v_1 + f_2''(x)\theta_1 + f_3''(x)v_2$$

$$+ f_4''(x)\theta_2 \dots\dots\dots (16)$$

여기서,  $f_1''(x) = -\frac{6}{L^2} + 12\frac{x}{L^3}$ ;  $f_2''(x) = -\frac{4}{L} + 6\frac{x}{L^2}$ ;  $f_3''(x) = \frac{6}{L^2} - 12\frac{x}{L^3}$ ;  $f_4''(x) = -\frac{2}{L} + 6\frac{x}{L^2}$

변위함수의 식 (12)를 변형에너지식 (15)에 대입하여 카스티리아노의 정리식 (14)에 나타낸 것처럼 자유도  $v_1$ 으로 이것을 편미분하면

$$Y_1 = \frac{\partial U}{\partial v_1} = \frac{EI}{2} \int_0^L 2\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right) \frac{\partial}{\partial v_1} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right) dx$$

$$= EI \int_0^L [f_1''(x)v_1 + f_2''(x)\theta_1 + f_3''(x)v_2$$

$$+ f_4''(x)\theta_2] f_1''(x) dx$$

$$= k_{11}v_1 + k_{12}\theta_1 + k_{13}v_2 + k_{14}\theta_2 \dots\dots\dots (17)$$

여기서

$$k_{11} = EI \int_0^L f_1''(x)f_1''(x) dx,$$

$$k_{12} = EI \int_0^L f_1''(x)f_2''(x) dx,$$

$$k_{13} = EI \int_0^L f_1''(x)f_3''(x) dx$$

$$k_{14} = EI \int_0^L f_1''(x)f_4''(x) dx \dots\dots\dots (18)$$

식 (18)은 다음과 같이 일반식으로 표시된다.

$$k_{ij} = EI \int_0^L f_i''(x)f_j''(x) dx \dots\dots\dots (19)$$

식 (19)는 보요소의 강성메트릭스를 나타낸 것으로 다음의 식 (20)과 같다.

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ M_1 \\ Y_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} & -\frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ \frac{6}{L} & 4 & -\frac{6}{L} & 2 \\ -\frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} & \frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} \\ \frac{6}{L} & 2 & -\frac{6}{L} & 4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \dots\dots (20)$$

$$[F] = [k]\{q\} \dots\dots\dots (21)$$

2.1.1.3. 2차원평면에서 임의의 방향에 놓여진 보요소(평면골조요소)

평면골조의 해를 구하기 위해서는 요소는 각 절점마다 x와 y방향의 2개의 변위성분 u와 v, 및 회전각  $\theta$ 의 3자유도를 가지고 있어야 한다. 이 요소는 전체좌표축 x에 대하여 반시계방향으로 임의의 각도  $\Phi$ 로 기울어져 있다. 이 요소의 6 × 6의 강성메트릭스를 유도하기 위해서는 우선 2 × 2의 트러스봉 요소의 강성메트릭스와 4 × 4의 보요소의 강성메트릭스를, 6 × 6의 매트릭스로 정리하고, 다시 6 × 6의 매트릭스를 국소좌표계로부터 전체 좌표계로 변환해야 한다.

(1) 국소좌표에 대한 수평한 축력-굽힘 보요소 트러스봉 요소와 보요소를 결합시키면 Fig. 1의 축력-굽힘 보요소가 얻어진다.

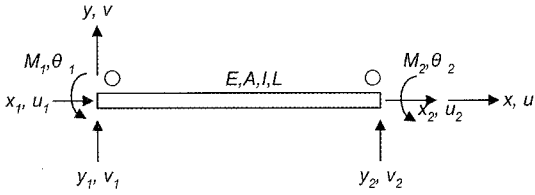


Fig. 1. Axial force-bend beam element along with x axis.

강성방정식은 다음의 행렬식 (22)와 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ Y_1 \\ M_1 \\ Y_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EA/L & EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ 0 & 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

이 요소가 2차원 평면 내에서 x축에 대하여 어떤 각도  $\Phi$ 를 가지고 있을 때 식 (22)의 강성매트릭스는 좌표변환할 필요가 있다. 전체 강성의 조립을 용이하게 위해서는 각 절점의 모든 자유도에 어떤 일정한 순서로 번호를 붙여 식 (22)을 식 (23)과 같이 재병렬시킨다.

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ M_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

일반화시키면 다음과 같다.

$$\{\bar{F}\} = [\bar{k}]\{\bar{q}\} \quad (24)$$

여기에, ( ) 기호는 국소좌표계에 있어서 구해지는 것이라는 것을 나타낸다.

(2) 좌표변환

Fig. 2는 국소좌표  $\bar{x}$  축과 부재축이 일치하는 축력-굽힘 보요소이다.

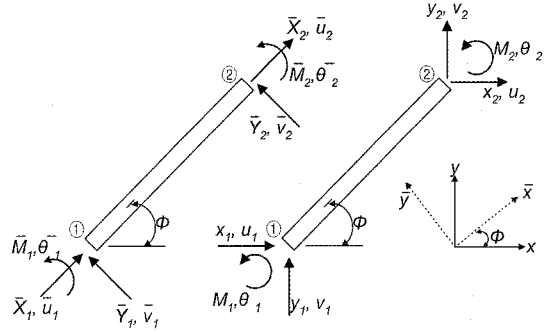


Fig. 2. Transformation from local coordinates,  $(\bar{x}, \bar{y})$  to global coordinates,  $(x, y)$  of axial force-bend beam element.

6개의 절점력 및 굽힘 모멘트는 국소좌표계에서 전체좌표계로 식 (25)와 같이 변환된다.

$$\begin{Bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{Y}_1 \\ \bar{M}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{Y}_2 \\ \bar{M}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ M_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (25)$$

$$\lambda = \cos \Phi, \mu = \sin \Phi \quad (26)$$

식 (25)를 일반화하면 식 (27)과 같다.

$$\{\bar{F}\} = [T]\{F\} \quad (27)$$

이 좌표변환매트릭스 [T]는 직교매트릭스이므로

$$[T]^{-1} = [T]^T \quad (28)$$

식 (27)의 양변을 바꿔 놓으면 다음의 관계가 얻어진다.

$$\{F\} = [T]^{-1}\{\bar{F}\} = [T]^T\{\bar{F}\} \quad (29)$$

한편 6개의 자유도(변위)에 대해서도 마찬가지로 국소좌표계로부터 전체좌표계로 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\{\bar{q}\} = [T]\{q\} \dots\dots\dots (30)$$

여기에, 좌표변환매트릭스 [T]는 절점력 및 모멘트에 대한 변환식 (25)로 사용한 것과 같다.

벡터  $\{\bar{F}\}$ 에 관한 식 (27) 및 벡터  $\{\bar{q}\}$ 에 관한 식 (30)을 국소좌표계에 대한 강성방정식 (24)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$[T]\{F\} = [\bar{k}][T]\{q\} \dots\dots\dots (31)$$

매트릭스 [T]의 직교성을 이용해서 식을 변형하면 다음과 같이 된다.

$$\{F\} = [T]^T [\bar{k}][T]\{q\} \dots\dots\dots (32)$$

식 (23)에 대한 매트릭스  $[\bar{k}]$  및 식 (25)에 대한 매트릭스 [T]를 식 (32)에 대입하면, 최종적으로 전체좌표계에 대한 평면골조요소의 강성매트릭스가 얻어진다.

(3) 강성방정식

x축에 대하여 반시계방향으로 각도  $\phi$ 만큼 기울고 있는 평면골조요소의 강성방정식은 식 (33)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ M_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R\lambda^2 + 12\mu^2/L^2 & & & & & \\ (R-12/L^2)\lambda\mu & R\mu^2 + 12\lambda^2/L^2 & & & & \\ -6\mu/L & 6\lambda/L & 4 & & & \\ -R\lambda^2 - 12\mu^2/L^2 & (-R+12/L^2)\lambda\mu & 6\mu/L & R\lambda^2 + 12\mu^2/L^2 & & \\ (-R+12/L^2)\lambda\mu & -R\mu^2 - 12\lambda^2/L^2 & -6\lambda/L & (R-12/L^2)\lambda\mu & R\mu^2 + 12\lambda^2/L^2 & \\ -6\mu/L & 6\lambda/L & 2 & 6\mu/L & -6\lambda/L & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

여기서, R은 단면적과 단면2차모멘트의 비(A/I)이다.

2.1.1.4. 좌표변환

국지좌표계에서 구한 요소별 강성 행렬을 전체 좌표계로 변환하기 위하여 앞에서 구한 변환 행렬을 이용한다.

2.1.1.5. 국지화 행렬

N개의 자유도를 갖는 전체 구조물의 미지수와 n개의 자유도를 갖는 각 요소의 미지수를 연결해주는

변환 행렬인 국지화 행렬은 다음의 식 (34)와 같이 정의할 수 있다.

$$\{u^i\}_{(n \times 1)} = [L^i]_{(n \times N)} \{U\}_{(N \times 1)} \dots\dots\dots (34)$$

여기서  $\{u^i\}$ 는 전체 구조물에서 i번째 요소의 자유도,  $\{U\}$ 는 전체 구조물의 자유도,  $[L^i]$ 는 i번째 요소를 위한 국지화 행렬을 의미한다. 국지화 행렬  $[L^i]$ 을 구하여 다음과 같이 강성행렬과 하중 벡터를 변환한 다음 행렬의 합을 구하면 전체 구조물에 대한 강성 행렬과 하중 벡터가 얻어진다.

$$[K^i]_{(N \times N)} = [L^i]^T_{(N \times n)} \times [k^i]_{(n \times n)} \times [L^i]_{(n \times N)} \dots\dots (35)$$

$$\{P^i\}_{(N \times 1)} = [L^i]^T_{(N \times n)} \times \{P^i\}_{(n \times 1)} \dots\dots\dots (36)$$

일단, 각 요소별 강성행렬이 통일된 크기의 행렬로 모두 변환되고 하중 벡터도 같은 방법으로 변환되고 나면 전체 구조의 강성행렬과 하중벡터를 조합하는 것은 매우 간단하다. 즉,

$$[K] = \sum_{i=1}^m [K^i] \dots\dots\dots (37)$$

$$\{P\} = \sum_{i=1}^m \{P^i\} \dots\dots\dots (38)$$

두 가지 모두의 경우에 강성행렬에 대해 두 가지의 기여하는 것이 있다. 첫 번째로 기여하는 것은 부재의 강성으로 언급되는 것으로 프레임 요소와 관련되어 있다. 두 번째 것은 접합요소로 언급되는 것이다. 부재는 그 끝이 핀이나 고정(회전은 아님)되어 있는 요소에 의해 구성된다. 이러한 방식으로 식 (39)의 행렬에 의해 이러한 기여를 표시할 수 있다. 이 행렬은 1987년에 일단의 접합부를 고려하여 양끝단이 반강성 접합부인 평면 프레임 요소를 행렬로 묘사한 Gesualdo에 의해 채택된 것이다. 이러한 부재는 다른 경사를 가지기 때문에 구조체에 대한 행렬은 반드시 전체 좌표계(global coordinate)로 변형되어야 한다. 그래서 식 (40)에 프로그램에 사용가능하도록 국지 좌표계에서 전체 좌표계로 변환한 요소의 강성 행렬을 나타냈다.

$$\begin{array}{cccccc}
 EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\
 0 & 12\Psi\psi_m/L^3 & 6(\gamma_6+2)\Psi\gamma_3/L^2 & 0 & -12\Psi\psi_m/L^3 & 6(\gamma_3+2)\Psi\gamma_6/L^2 \\
 0 & 6(\gamma_6+2)\Psi\gamma_3/L^2 & 12\Psi\gamma_3/L & 0 & -6(\gamma_3+2)\Psi\gamma_6/L^2 & 6\Psi G_m/L \\
 -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\
 0 & -12\Psi\psi_m/L^3 & -6(\gamma_6+2)\Psi\gamma_3/L^2 & 0 & 12\Psi\psi_m/L^3 & -6(\gamma_3+2)\Psi\gamma_6/L^2 \\
 0 & 6(\gamma_3+2)\Psi\gamma_6/L^2 & 6\Psi G_m/L & 0 & -6(\gamma_3+2)\Psi\gamma_6/L^2 & 12\Psi\gamma_3/L
 \end{array} \quad (39)$$

$$\sin = \sin(\alpha), \cos = \cos(\alpha)$$

여기서,  $\alpha$ 는 부재에 대해 처음 노드에 의해 통과되는 수평선 으로부터 반시계방향으로 측정된 각도,  $N = EA/L$ ,  $V = 12\Psi\psi_m/L^3$ ,  $V_m = 6(\gamma_6 + 2)\Psi\gamma_3/L^2$ ,  $M_V = 6(\gamma_3 + 2)\Psi\gamma_6/L^2$ ,  $M_1 = 12\Psi\gamma_3/L$ ,  $M_2 = 12\Psi\gamma_6/L$ ,  $M_m = 6\Psi G_m/L$ ,  $G_m = \gamma_3\gamma_6$ ,  $\Psi = EI/(4 - G_m)$ ,  $\psi_m = \gamma_3 + \gamma_6 + \gamma_3\gamma_6$ ,  $\gamma_3, \gamma_6: \gamma = \frac{L}{L + \frac{3EI}{C}}$  (완전 회전

결합: 0, 완전 강결합: 1)(김찬중, 1997). L: 부재의 길이, E: 길이방향의 탄성계수, A: 부재의 단면적, I: Z축에 대한 요소의 관성능률.

$$\begin{array}{cccccc}
 N\cos^2 + V\sin^2 & (N - V)\sin\cos & -V_0\sin & -(N\cos^2 + V\sin^2) & -(N - V)\sin\cos & -M_0\sin \\
 (N - V)\sin\cos & N\sin^2 + V\cos^2 & V_0\cos & -(N - V)\sin\cos & -(N\sin^2 + V\cos^2) & M_0\cos \\
 -V_0\sin & V_0\cos & M_1 & V_0\sin & -V_0\cos & M_2 \\
 -(N\cos^2 + V\sin^2) & -(N - V)\sin\cos & V_0\sin & N\cos^2 + V\sin^2 & (N - V)\sin\cos & M_0\sin \\
 -(N - V)\sin\cos & -(N\sin^2 + V\cos^2) & -V_0\cos & (N - V)\sin\cos & N\sin^2 + V\cos^2 & -M_0\cos \\
 -M_0\sin & M_0\cos & M_m & M_0\sin & -M_0\cos & M_2
 \end{array} \quad (40)$$

수직 집성과 관련된 요소에 대한 강성 행렬은 식 (41)에 제시하였다. 이 행렬은 수직 위치 내에 있는 접합부나 혹은 수직이나 수평 위치에 분포되어 있는 일단의 접합부를 고려한 것이다. 이러한 방식으로 접합부는 각 위치 내에서 고려될 수 있으며 결과적으로 자료를 좀 더 쉽게 이용할 수 있게 된다.

$$\begin{array}{cccccc}
 nK_x & 0 & -K_x \sum a_{yi} & -nK_x & 0 & K_x \sum b_{yi} \\
 0 & nK_y & K_y \sum a_{xi} & 0 & -nK_y & -K_y \sum b_{xi} \\
 -K_x \sum a_{yi} & K_y \sum a_{xi} & \sum A_i & K_x \sum a_{yi} & -K_y \sum a_{xi} & -\sum B_i \\
 -nK_x & 0 & K_x \sum a_{yi} & nK_x & 0 & -K_x \sum b_{yi} \\
 0 & -nK_y & -K_y \sum a_{xi} & 0 & nK_y & K_y \sum b_{xi} \\
 K_x \sum b_{yi} & -K_y \sum b_{xi} & -\sum C_i & -K_x \sum b_{yi} & K_y \sum b_{xi} & \sum C_i
 \end{array} \quad \dots (41)$$

여기서,  $K_x = X$ 방향으로의 접합부에 대한 상수,  $K_y = Y$ 방향으로의 접합부에 대한 상수.  $A_i = K_x a_{xi}^2 + K_y a_{yi}^2$ ,  $B_i = K_x a_{yi} b_{yi} + K_y a_{xi} b_{xi}$ ,  $C_i = K_x b_{yi}^2 + K_y b_{xi}^2$

종합적으로 본 연구에서 개발한 수치해석 방법을 간략하게 플로차트로 표시하면 Fig. 3과 같으며 거동 해석 수치해석 프로그램은 Matlab (Ver.5.0)을 사용하여 개발하였다.

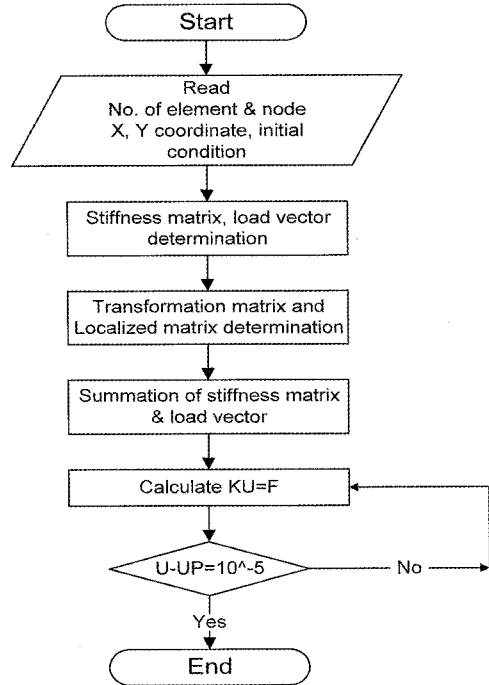


Fig. 3. The flowchart of finite element method.

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1. 해석의 최적화

반강성 이론을 적용하여 수치해석법을 통하여 해석을 실시하는데 있어서는 결과에 영향을 주는 변수로 세 가지가 있다. 우선 x, y 각 방향으로의 접합부 상수,  $K_x, K_y$ 가 있으며, 강성 접합부를 1로, 핀 결합을 0으로 할 때 그 사이의 값을 반강성 결합으로 가정한  $\gamma$  값, 총 세 가지이다. 세 변수의 최적화는 변수의 숫자가 많은 관계로 인하여 우선  $\gamma$  값을 세 구간 ( $0 < \gamma \leq 0.3$ ,  $0.3 \leq \gamma \leq 0.7$ ,  $0.7 \leq \gamma < 1$ )으로 임의로 나눈 후 각 구간에서의 최적변수를 설정한 후 그 값을 비교하여  $\gamma$ 의 최적 범위를 먼저 선정한 후 최종 최적 변수를 설정하였다. 최적화를 위하여 사용한 방법은 Kim & Lee (2000)에서 사용하였던 가중차 최소자승법이었다. 그 결과는 다음의 Table 1과 같다.  $\gamma$ 의 증분은 미세한 값의 변화를 고려하여 0.01로  $K_x$ 와  $K_y$ 는 0.1 증분으로 0부터 실시하였다.

Table 1. Optimum  $\gamma$ ,  $K_x$  and  $K_y$  values for joint in multiple bolted connections

$\gamma$	$K_x$	$K_y$
0.35	137.5	257.4

### 3.2. 이중 볼트 접합부에의 적용

단일볼트 접합부의 경우에는 개발 과정이 까다로운 수치해석적 방법을 사용하지 않고도 반강성 이론을 적용하면 해석적 방법을 이용하여서도 충분한 정도의 신뢰성 있는 거동 해석이 가능함을 Kim & Lee (2000)에서 제시한 바 있다. 본 연구에서는 이중 볼트 접합부 나아가 다중 볼트 접합부의 경우 수치해석 방법을 적용하지 않고는 신뢰할 만한 수준의 거동 해석이 불가능한 상황을 극복하고자 수치해석 방법을 이용한 모델을 개발하고자 하였다. 본 연구에서는 개발한 수치해석 모델의 1차적 검증에 위해 이중 볼트 접합부에 대한 기존의 연구 자료를 비교하였다.

Fig. 4는 Luc과 Yasumura (Luc & Yasumura, 1996)의 다중 볼트 접합부 실험의 자료를 인용한 것이다. 사용한 이론적 방법은 파괴 역학적 방법이며 볼트의 개수가 2개인 접합부이다. 결합 형식은 이중 전단 결합이며 목재-강철관 접합부이다. Luc과 Yasumura의 실험값과 이론값 그리고, 반강성 이론을 적용한 수치해석 모델과 항복 모델값을 적용한 결과를 비교하였다. 해석적 방법으로 단일 볼트 접합부에서 얻은 최적 변수를 그대로 적용한 결과이다. 단일 볼트와 마찬가지로 항복 모델을 적용한 값은 실험값보다 적게 나타나고 있으며, 반강성 이론을 적용한 본 연구의 결과는 실험값과 유사하게 나타남을 볼 수 있다(Kim & Lee, 2000). 하지만, 해석적 방법은 반강성 이론을 적용한 것뿐만 아니라 어떠한 방법이라도 해석적 방법은 볼트의 개수가 2개 이상인 경우 완전한 해석이 불가능하다는 문제점을 안고 있어 2개 이상의 볼트가 사용되는 곳에서는 부득이하게 수치해석법에 의존할 수밖에 없다.

이어지는 추가연구에서는 다양한 형태의 접합부에 대해 실제 실험 결과와 본 연구에서 개발한 수

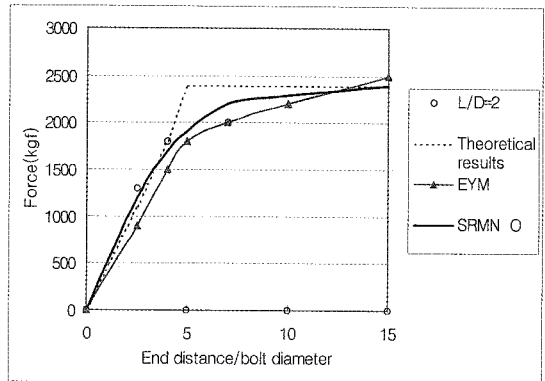


Fig. 4. The comparison among three models with loaded perpendicular to the grain (wood-to-wood connections).

치해석 모델을 적용한 결과를 비교하여 다중볼트 접합부의 수치해석 거동 해석 모델을 제시하고자 한다.

## 4. 결 론

볼트 접합부의 거동 해석을 위한 수치해석모델을 개발하였다. 방향별 접합부 변수 및 결합도 변수로는  $\gamma = 0.35$ ,  $K_x = 137.5$ , 그리고  $K_y = 257.4$ 가 각각 얻어졌다.

기존의 이론적 방법에 비하여 본 연구에서 개발한 수치해석 모델의 활용도와 거동 해석의 정확도가 더 높음을 알 수 있었다. 기존의 해석적인 방법으로는 볼트의 개수가 2개까지 만으로 제한된다는 점과 거동 해석의 정확성이 떨어진다는 점, 그리고 해석 가능한 접합부 형태가 몇 가지로 제한이 있다는 점이 문제점으로 지적되어 오고 있으므로 여러 형태의 접합부들과 또한 다중 볼트 볼트를 사용하여야 하는 경우를 대비하여 다양하고 정확한 수치해석 모델의 개발 및 적용의 필요성이 절실하다 하겠다.

## 참 고 문 헌

1. 김창근. 1998. 수치해석. 교우사. 25~47.
2. 김한중. 1997. 반강결 경량형강 뼈대 구조물의 비선형



- 구조해석 모델 개발. 서울대학교 박사학위 논문. 51-55, 93~94.
3. 이기복. 1998. 유한요소 구조해석 입문. 과학기술. 254~268.
  4. 최창근. 1992. 유한요소해석. 집문당. 509~538, 582~585.
  5. Crandall, S. H., C.D. Norman, and T. J. Lardner. 1985. An introduction to the mechanics of solids. 2nd Ed. 527~540.
  6. Gwang-Chul Kim & Jun-Jae Lee. 2000. Analysis of the behavior of bolt jointed wood connections by applying semi-rigid theory. J. of the Korean Wood Science and Technology. 28(4): 73~83.
  7. Jensen, J.L., and HJ Larsen. 1998. Modelling of semi-rigid joints and their influence on the behaviour of structures. Proceedings of the 5th World Conference on Timber Engineering, Vol. 2: 305~312.
  8. Luc Davenne, L. D., and M. Yasumura. 1996. Experimental and numerical analysis of failure in bolted joints. Proceedings of the International Wood Engineering Conference, New Orleans, Louisiana, USA. Vol. 1: 234~259.
  9. McLain, T. E. and S. Thangjitham. 1983. Bolted wood-joint yield model. J. of Structural Division, ASCE, 109(8): 1820~1835.
  10. Segerlind L. J. 1984. Applied finite element analysis. 2nd. Ed. John Wiley and Sons. 287~314.
  11. Timoshenko, S. P., and D. H. Young. 1968. Elements of strength of materials. 5th ed. Prentice Hall. 211~231.