International Commerce and Information Review
Volume 9, Number 2, Jun. 2007: pp. 65~86
통상정보연구 제9권 2호 (2007년 6월 27일)
논문투고일자 : 2007. 05. 07
게재확정일자 : 2007. 06. 10

위험측정치와 VaR헤지의 유효성

Risk Measures and the Effectiveness of Value-at-Risk Hedging

문창권(Chang-Kuen Moon)
배재대학교 무역학과 교수
임춘호(Chun-Ho Yim)
배재대학교 대학원 국제통상학과 박사과정 3학기

목 차

Abstract

This paper reviews the properties and application methods of widely used types of risk measures, identifies the rationale and business-side effects of hedging, derives the theoretical formula of optimal hedging ratio, and analyzes the various functional aspects of VaR(Value-at-risk) as a risk measure and a hedging tool.

Especially this paper focuses on the characteristics of VaR compared with other risk measures in terms of their own principal determinants and identifies its stronger aspects in the dimension of hedging strategy tools. As well, this paper provides the detailed processes deriving the optimal hedge ratios based on the distributional parameters and risk factors.

In addition, this paper presents the detailed and substantial processes of estimating the minimum variance hedge ratio and minimum-VaR hedge ratio using the actual data and shows that the minimum variance hedge ratio proves helpful for many cases although it is not appropriate for the non-linear portfolio including the option contracts.

We demonstrate the trade-off relationship between the minimum variance hedge strategy and the minimum-VaR hedge strategy in their hedging costs and performances through calculation of the respective VaRs and variances of unhedged and hedged portfolios and the optimal hedge ratio and hedging effectiveness values for the given long position in US Dollar with the short position in Euro.

Key Words : Hedging Effectiveness, Risk Measures, Optimal Hedge Ratio, VaR(Value at Risk) , OLS

Ⅰ. 서 론

경제주체가 보유한 자산포지션의 가치 변동에 따른 위험은 경제활동의 영역이 확대될수록 보다 증가한다. WTO와 IMF를 주축으로 하는 세계화와 시장개방은 거래의 수행영역을 국내에서 국제적, 세계적으로 확장시켜 위험의 원천과 발생빈도를 증가시켜 왔다.

사업의 지리적 및 산업적 영역이 확대될수록 위험의 형태와 정도는 확대되고, 그에 따라 위험관리의 중요성은 보다 증가하고 있다. 불확실한 환경에서 식별된 위험의 정도를 평가하기 위해 많은 측정치들이 개발되어 왔고, 위험관리의 효율성 제고를 위해 여러 헤지전략이론들이 제시되어 왔다.

VaR(Value at Risk)는 금융산업에서 개발되어 금융부문에서 재무노출보고서에 사용해야 하는 기본측정치로 사용되고 있다. VaR은 복잡한 상황을 하나의 숫자로 요약한 것이며, 수량으로 제시한 잠재적 손실이며, 위험에 대한 직관적 파악을 가능해주는 측정치의 역할을 한다. 그러나 VaR은 손실이 그 수준을 초과하여 얼마나 확대될 것이지에 대한 어떤 설명도 제공하지 못하고, 포트폴리오 다양화 효과를 규명하지 못하는 단점을 갖는 다는 비판을 받고 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 조건부 VaR인 CVaR이 개발되었다. CVaR은 낮은 확률로 현금흐름 분포곡선의 꼬리에서 발생할 수 있는 아주 큰 손실들을 고려하도록, VaR 이상의 손실이 주어진 경우의 기대치로 규정되어 계산된다.

한편 위험 헤징을 위해 최소분산헤징기법이 많이 사용되고 있지만, 왜도와 첨도를 증가시킬 수 있기 때문에 VaR로 측정한 헤징유효성이 불확실한 것으로 주장되어 왔다. 그러나 Castelino(2000), Harris and Shen(2006), Pennings and Muelenberg(1997b) 등에 따르면 이러한 현상은 표본 내부 추정의 경우에 현저하게 발생되지만, 표본 외부 예측의 경우에는 거의 차이가 없는 것으로 나타났다.

또한 Cotter and Jim(2006), Lien(2004, 2005) 등에 따르면 OLS모형은 표본자료가 충분히 크고, 표본자료들에서 구조적 변화가 없다면 오차수정모형에서 도출된 헤징전략보다 나은 성과를 제공할 수 있다.

따라서 위험관리의 효율성 제고를 위해 "위험 식별→위험 측정→위험 통제→헤징→성과 관리"의 절차를 효과적으로 수행하기 위해서는 위험 측정치에 대한 특성 규명과 최적헤지비율 도출을 위해 VaR 특성의 규명과 함께, 헤징의 메커니즘과 최적 헤지비율의 결정요인 및 성과 측정에 대한 수단의 확보가 중요하다.

본 연구는 제2장에서 위험측정치의 주요형태와 특성을 규명하고, 이를 기초로 VaR가 갖는 위험측정치의 특성을 분석한다. 제3장에서는 헤징의 원리와 효과에 대한 검토를 기초로 헤징성과의 검정기법을 분석하고, 정태적 상황에서 현금흐름 확률분포의 모수들에 이용하여 최적헤지비율을 도출하는 이론적 근거를 규명한다.

그리고 4장에서는 VaR의 평가모형을 비모수적 모형과 모수적 모형으로 구분하여 분석하고, 최적헤지비율의 실제 추정절차의 제시와 함께 최소분산 헤지전략의 강점을 헤징시나리오를 통해 검토한다. 그리고 5장은 본 연구의 분석결과를 요약하고, 연구결과의 확장방안을 제시한다.

Ⅱ. 위험측정치 형태와 VaR의 측정원리

1. 위험측정치 주요 형태와 특성

위험(risk)은 타당하게 알려진 손실사건의 확률분포로 설명될 수 있는 잠재적 결과들로 구성된 상황으로 규정할 수 있다. 위험을 평가하기 위해 많이 사용하는 위험측정치들은 다음과 같다.

① 발생확률(probability of occurrence) : 단순하지만 효과적인 접근법이다. 성공과 실패의 확률을 ㉠ 과거 발생빈도 또는 전문가의 경험을 기초로 하는 전문가의견(expert opinion), ㉡ 과거의 성공 또는 실패를 표시하는 비교 가능한 자료, 산업평균지수, 학술연구, 기타 외부원천에서 자료들을 단순히 수집해서 적용, ㉢ 가정한 여러 요인들을 투입자료로 사용하여 몬테카를로 의태(Monte Carlo simulation) 수행을 통해 성공이나 실패확률들을 추정하는 등의 여러 방식으로 결정할 수 있다.

② 모집단이나 표본에서 측정된 표준편차와 분산 : 이러한 측정치들의 단점은 상하향 변동이 표준편차에 모두 포함되고, 그 값이 측정단위에 따라 다르다는 것이다.

③ 반표준편차(semi-standard deviation) : 하향위험(downside risks)의 표준편차만 측정하고, 상향 변동은 무시한다. 반표준편차의 변형들에는 평균 미만의 값, 또는 임계값(threshold) 미만의 값들만을 계산하는 것을 포함한다. 이러한 접근법은 하향위험에 대해 보다 양호한 식별을 제공한다.

④ 변동성(volatility) : 특정 프로젝트에 영향을 주는 불확실한 변수들의 의태, 시간에 따른 자산들의 로그수익률 표준표차를 추정 등의 여러 방법들을 통해 계산된다. 변동성은 하나의 값으로 모든 원천들의 불확실성들을 통합하여 보여준다는 점에서 대부분의 여타 위험측정치보다 더 강력하다. 변동성은 전형적으로 시계열자료들만에 대해 계산된다. 먼저 기간별 수익률들(상대수익률들)을 계산하고, 자연로그값을 취한 후에, 그 자연로그값들의 표본표준편차를 계산한다. 그러한 결과를 기간별 변동성으로 사용한다. 변동성에 1년 동안의 기간들의 수의 자승근을 곱하여 연간변동성으로 전환한다.

⑤ 베타(beta) β : 투자금융부문에서 주로 사용하는 위험측정치이며, 금융자산의 다양화불능의 체계적 위험을 표시한다. 베타계수는 비교 가능한 기준(benchmark) 또는 시장포트폴리오 M에 대한 어떤 자산가치의 상대적 변동을 측정한다.

$$\beta_X = \frac{\sigma_{XM}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{XM}\sigma_X\sigma_M}{\sigma_M^2} \tag{2.1}$$

CAPM(capital asset pricing model)을 통해 추정되며, 어떤 자산 x의 베타가 높을수록 더 높은 체계적 위험을 의미한다. 체계적 위험이 높은 자산일수록, 그 자산에 대한 요구수익률은 보다 증가한다.

⑥ 변동계수(coefficient of variation) CV : “표준편차/평균”의 비율로 측정하여, 위험들을 공통된 측정 단위로 전환하여 자산들간의 상대적 위험을 평가하는데 사용된다.

⑦ VaR(주어진 신뢰구간에서의 최악손실 비율 또는 금액) : 어떤 특정보유기간과 손실확률이 주어진 경우에 위험에 처한 자본준비금의 크기를 측정한다. 미래현금흐름의 발생확률이 정규분포가 아닌 경우에 대해 조건부VaR인 CVaR을 함께 사용한다.

⑧ 최악 경우 시나리오(worst-case scenario) 또는 예상후회(expected regret) : 파국적 손실이 주어진 최악 경우 시나리오의 가치를 단순히 측정한다.

예상후회수준 또는 예상기회손실(expected opportunity loss)은 어떤 프로젝트 수행을 위한 결정한 후에 그 프로젝트가 수익성이 없어 초래된 실제 손실에서 단순히 전혀 아무 것도 하지 않을 경우의 0 손익의 격차로 측정한다. 이러한 분석은 주어진 확률분포를 사용하여 VaR과 유사하지만, 시간과는 무관하다.

⑨ 위험조정자본수익률(risk-adjusted return on capital) : 어떤 프로젝트에 대한 50백분위수 P_{50} 또는 그 수익률 중위수(median return)과 5백분위수 P_5 수익률 사이의 격차의 그 표준편차 σ에 대한 비율로 다음과 같이 측정한다.

$$RAROC = \frac{P_{50} - P_5}{\sigma} \tag{2.2}$$

(2.2)식의 접근법은 표준편차로 위험측정치의 크기를 공동으로 사용하면서 잠재적 하향효과만을 측정하고, 상향변동을 무시한 채 당시의 최악 경우 5%로 분포를 단절시켜 그들의 위험으로 수익률을 측정하기 위해 사용한다. 따라서 RAROC는 표준편차, 변동계수, 반표준편차, 최악경우시나리오분석을 결합하는 측정치로 간주될 수 있다[Mun(2006), 39-48].

Bankers Trust of New York은 신용위험 평가를 위해 수수료를 포함한 대출금의 예상소득을 그 위험금액에 비교하도록 RAROC를 위험조정자본수익률은 대출금의 1기간 예상이익 E(Y), 위험대출금액(the amount of the loan at risk) L^* 에 대해 다음과 같이 정의했다.

$$RAROC = E(Y)/L^* \tag{2.3}$$

만약 어떤 대출금의 E(Y)가 10이고, L^* 가 100이라면, 그 대출금에 대한 RAROC는 10%(=10/100)이다. 대출들의 사업 프로젝트가 수행되려면 RAROC가 프로젝트의 장애율(자본비용)을 초과해야 한다[Sinkey, Jr.(1998), pp. 112-115].

2. VaR의 측정원리와 특성

1) VaR의 개념 및 측정원리

VaR(Value at Risk)은 Roy(1952)의 안전제일기준(safety-first criterion)에 기원을 두며, 어떤 범위에 대한 특별한 확률로 예상될 수 있는 포트폴리오의 최대손실로 정의된다. 이러한 개념은 VaR이 기간범위(horizon)와 신뢰수준(confidence level)의 두 정량요인을 포함하는 것을 반영한다.

보통 단기수익률 문제와 같이 수익률이 정규분포되고, 0의 평균을 가진 경우에, 포트폴리오의 VaR은 VaR신뢰수준으로 결정된 승수(multiple)를 포트폴리오 표준편차에 곱하여 계산한다. 따라서 포트폴리오 수익률 r의 누적분포함수 F_r, VaR신뢰수준 p에 대해 VaR는 다음과 같다.

$$VaR(F_r, p) = -F_r^{-1}(1-p) \tag{2.4}$$

(2.4)식에 따르면 상대적으로 낮은 표준편차를 갖는 포트폴리오는 수익률과 신뢰수준의 왜도 및 첨도(skewness and kurtosis)에 따라 상대적으로 높은 VaR을 갖는다[Harris and Shen(2005), pp. 376-377].

c를 신뢰수준으로, L을 양의 값으로 표시한 손실이라고 규정하자. VaR의 일반적 규정에 따르면, 절대치로 최소의 손실은 다음과 같다.

$$P(L > VaR) \leq 1-c \tag{2.5}$$

2) 동조적 위험측정치와 VaR의 한계

유한한 수 K 의 결과들 또는 세상의 상태들(outcomes or states of the world)을 갖는 자본시장에서 x와 y가 두 다른 포트폴리오들의 가능한 상태조건부이익(state-contingent payoffs)을 표시하는 K차원 벡터들이라고 하자.

$\rho(x)$와 $\rho(y)$가 포트폴리오들의 위험측정치이고, $a(>0)$와 b가 임의의 상수이며, r이 무위험이자율이라고 하자. Artzner et al.(1999)은 어떤 위험측정치라도 타당성을 확보하려면 다음 4가지 특성을 충족시켜야 된다고 주장했다.

① 열가법성(subadditivity) : $\rho(x+y) \leq \rho(x)+\rho(y)$

② 동차성(homogeneity) : $\rho(ax) = a\rho(x)$

③ 단조성(monotonicity) : $x \leq y$이면, $\rho(x) \geq \rho(y)$

④ 무위험조건(risk-free condition) : $\rho(x+b(1+r)) = \rho(x) - b$

조건 ①은 총체적 포트폴리오의 위험 측정치는 반드시 그 포트폴리오를 구성하는 더 작은 포트폴리

오들의 위험측정치들의 합 이하가 되어야 하는 헤지 또는 상쇄계약의 영향을 반영한다. 만약 이러한 조건이 충족되지 않는다면, 포트폴리오 위험을 2개 또는 더 많은 수의 부분들로 분할하여 그 포트폴리오 위험을 감소시킬 수 있다.

조건 ②는 위험측정치가 포트폴리오 규모에 비례하는 것을 말해준다. 예컨대 포트폴리오를 절반으로 나누는 것은 그 위험측정치를 절반으로 나누는 것이다. 특성 ①과 ②는 함께 다양화된 포트폴리오의 위험은 그 다양화된 포트폴리오를 구성하는 수단들 또는 하위 포트폴리오들(subportfolios)의 위험의 가중평균평균치 이하가 되어야 하는 것을 의미한다.

조건 ③은 현금을 받는 것이 좋다는 것을 말해준다. 이는 y의 각 원소 크기가 x의 각 원소 이상이어서 $x \le y$라는 의미에서 y의 이익을 갖는 포트폴리오가 x의 이익을 갖는 포트폴리오를 지배한다면, 이익 y를 갖는 포트폴리오는 x의 이익을 갖는 포트폴리오의 위험 크기 이하의 위험을 갖는 것을 반영한다.

조건 ④는 어떤 포트폴리오에 무위험 수단을 추가하는 것은 무위험수단에 대한 투자규모만큼 위험을 감소시키는 것을 의미한다. 이러한 특성은 동조적 위험측정치가 어떤 포지션 또는 포트폴리오를 지원하는데 필요한 자본크기로 해석될 수 있다는 것을 보장한다.

VaR은 조건 ②, ③, ④를 충족시키지만, 모든 수단들의 가격변화가 다변량정규분포에 의해 설명되는 경우를 제외하고는 조건 ①을 충족시키지 못하여 동조적 위험측정치(coherent risk measure)가 아니다[Pearson(2002), pp. 2889-291].

그러나 수익률들이 정규분포된 경우에 표준편차 기준(standard deviation-based) VaR은 열가법성의 특성을 충족시킨다. 실제로 마코위츠가 보여주었듯이, 어떤 포트폴리오의 변동성은 변동성들의 합계보다 더 작다. 이러한 가정 하에서는 VaR은 위험을 정확히 집계하고 다양화 이익을 반영한다[Jorion(2007), pp. 113-115].

Ⅲ. 헤징의 원리 및 유효성검정과 최적헤지비율

1. 헤징의 원리

헤징(hedging)은 거래되는 자산가격의 변화에 대한 기존 자산포지션 가치의 민감도를 감소시킬 목적으로 수행되는 연계매매 행위이다. 위험에 처해있는 포지션의 상황을 노출이라고 하며, 노출포지션의 헤징을 노출관리 또는 위험관리라고 한다.

노출헤징은 기업의 이윤이나 자유현금흐름의 변동성 감소를 목적으로 보유한 자산 포지션의 가치 하락위험(downside risk)을 상쇄시키도록, 가격의 변동방향이 반대로 발생하는 현금흐름, 자산 또는 계

약을 통해 별도의 포지션을 구축하는 방식으로 수행된다[Buckley(1992), pp. 440-441; Emery et al.(2004), 661-666].

헤지포지션의 가치 변화가 그 기초가 되는 위험노출자산 가치변화를 완전히 상쇄시킨다면, 이러한 헤지를 완전헤지(perfect hedge)라고 한다. 그런데 헤징은 미래 현금흐름의 기대치를 사용하기 때문에 포지션 가치의 변동성을 완전히 상쇄시키도록 수행될 수는 없고, 이익을 볼 수 있는 기회까지도 제거하는 영향을 초래한다는 단점을 갖는다.

그러나 헤징을 통해 다음과 역할을 통해 안정적인 기업 현금흐름을 유지시켜 재무압박(financial distress) 가능성을 축소시키고, 금융문제로 초래될 손실을 감소시킬 수 있어, 지급불이행 또는 현금부족 위험(유동성위험)을 회피할 수 있다[Buckley(1992), 442-449].

① 헤징은 재무압박 비용을 감소시킬 수 있다. 헤징은 미래현금흐름의 확률분포에서 불리한 왼쪽 꼬리 결과들의 확률을 감소시키므로, 재무압박으로 인한 법적 대응수수료 및 비용 등의 사하중비용(deadweight costs)이 초래될 가능성을 축소시킨다.

② 헤징은 조세를 감소시킨다. 기업의 조세함수가 볼록함수인 경우에 이익안정성이 높을수록 평균조세는 감소할 수 있다.

③ 헤징은 대리인비용을 감소시킬 수 있다. 헤징을 통해 이익의 변동성을 감소시키는 위험관리는 이익을 투명하게 하여 관리자의 수행사업에 대한 보다 나은 평가를 유도하여 대리인비용을 감소시킨다.

④ 헤징은 최적투자를 원활하게 할 수 있다. 헤징을 통한 안정적 이익의 확보는 기업의 R&D투자와 여타 장기투자의 원활한 수행을 보장한다[Jorion(2007), pp. 529-531].

2. 헤징의 유효성 검정기법

헤지 효과는 파생상품 공정가액의 변화가 헤지대상항목이나 헤지할 위험에 기인하는 현금흐름 변화를 실질적으로 상쇄시키는 정도에 의해 결정된다. 이러한 헤징유효성(hedging effectiveness)의 검정은 주로 다음 방식으로 수행된다.

① 방화가액상쇄방법(home currency-offset method) : 헤지대상항목의 공정가액이나 현금흐름 변화를 기간별 또는 누적액 기준으로 비교하여 헤징유효성을 검정한다. 완전헤지(perfect hedge) 또는 이상적 헤지(ideal hedge)의 경우에는 파생상품 가액의 변화가 헤지대상항목 가액의 변화를 정확히 상쇄시키며, 파생상품과 헤지대상항목의 비율은 -1로 나타난다. 따라서 관찰기간에 대한 파생상품 가액의 변화 누적액을 $\sum_{i=1}^{n} X_i$, 헤지대상항목 가액의 변화 누적액을 $\sum_{i=1}^{n} Y_i$로 표시하면, 완전헤지의 경우에는 다음의 방화가액상쇄비율이 성립한다.

$$(3.1) \qquad -\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \bigg/ \sum_{i=1}^{n} Y_i\right) = 1.0$$

② 상대격차방법(relative-difference method) : 헤징대상항목 가액의 작은 변화로 발생하는 방화가액상쇄비율의 큰 값에 따른 헤징의 비유효성 문제를 해결하기 위해 변화율을 사용하는 방식이다. 상대격차방법은 n기간 동안의 헤지유효성에 대한 검정통계량 RD_n을 (2.1)식을 기초로 다음과 같이 규정한다.

$$(3.2) \qquad RD_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i}{V_0}$$

(3.2)식에서 V_0는 헤지대상항목이 초기 가액을 표시한다. 완전헤지가 성립하는 경우에 $RD_0 = 0$이다. 그리고 보통 RD_n이 $\pm 3\%$ 이내인 경우에는 고도로 효과적인 헤지로 인정된다. 그런데 상대격차방법은 3% 등의 임계값이 각종 여건에 대해 적절하게 규정된 것이 아니어서 수행하는데 복잡성이 초래된다.

③ 가변성축소방법(variability-reduction method) : 헤지포지션의 공정가액이나 현금흐름의 가변성을 헤지대상항목의 공정가액 또는 현금흐름의 가변성에 대해 비교하는 방법이다. 완전헤지의 경우에 어느 기간이라도 $X_i + Y_i = 0$이 성립하는 특성을 이용하여, 검정통계량 VR(variability-reduction)을 다음과 같이 규정한다.

$$(3.3) \qquad VR = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i + Y_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2}$$

방화가액상쇄방법에서 80% 또는 125%의 비율을 유효헤지 임계값으로 사용하는 관행에 따라, VR 역시 80%를 임계값으로 사용하는 경우가 많다.

④ 회귀방법(regression method) : 헤지규모의 규명과 헤지 유효성의 검정을 OLS(ordinary least squares : 정규최소자승) 회귀를 통해 수행하는 방법이다. Ederington(1979)에 따라 분산최소화 헤지비율은 헤지대상항목의 가액변화를 종속변수로, 파생상품 가액변화를 독립변수로 하여 추정한 다음의 단순회귀방정식 통계량으로 헤징 유효성을 측정한다.

$$(3.4) \qquad Y_i = \hat{a} + \hat{b}(-X_i) + e_i$$

(3.4)식에서 “^”은 추정자(estimator)를 표시하며, e_i 는 종속변수 실제 값에서 추정된 회귀선으로 구한 종속변수 추정치를 뺀 값인 잔차(residual)이다. (3.4)식에 따라 추정된 Y축 절편 계수 추정치 $\hat{a}$ 가 0이고, 기울기 계수 추정치 $\hat{b}$ 와 조정결정계수 R_a^2 이 모두 1.0이라면 완전헤지가 성립한다.

한편 완전헤지의 경우에는 $\hat{b}X_i + Y_i$ 가 0이 되므로 완전헤지에 대한 헤지포지션의 편차는 $\hat{b}X_i + Y_i$ 를 이용하면, 가변성축소에 대한 회귀방법의 검정통계량 RVR을 다음과 같이 규정할 수 있다.

$$(3.5) \qquad RVR = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{b}X_i + Y_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2}$$

RVR은 가변성축소방법과 유사하여 80%를 임계치로 사용하며, $\hat{a}$ 가 0에 대해 괴리되는 효과와 기울기 계수 추정치 $\hat{b}$ 가 1에 대해 괴리되는 효과를 검색할 수 있기 때문에 OLS방법의 R_a^2 보다 더 신뢰할 수 있는 검정통계량이다[Finnerty and Grant(2002), pp. 96-106].

⑤ 헤지유효성 측정치(hedging effectiveness measure) : 헤지대상항목인 노출된 헤지되지 않은 포지션을 U, 헤지포지션을 H로 규정하여 헤징유효성 측정치 HE를 다음과 같이 계산한다[Pennings and Meulenberg(1997), 298].

$$(3.6) \qquad HE = \frac{Var(U) - Var(H)}{Var(U)} = 1 - \frac{Var(H)}{Var(U)}$$

(3.6)식은 (3.4)식과는 달리 완전헤지가 달성되면 0이 되고, 어떤 위험 축소도 없이 헤지 효과가 없는 경우에는 1이 된다[Lien(2005), 277-278].

(3.6)식과 같이 분산을 사용한 헤징유효성검정은 계산과 해석이 용이하기 때문에 널리 이용되고 있지만, 변동가능성 방향의 상하향 여부를 구별하지 않아 이익이 발생하는 경우에 분산을 기초로 구성한 헤징은 이익기회를 제거하는 역할을 한다.

또한 수익률분포가 정규분포가 아닌 경우에 처음 2개 적률만을 사용하는 (3.6)식은 비정규분포를 갖는 수익률의 분포를 적절히 규명하지 못하고, 그에 따라 최적헤지비율의 도출을 곤란하게 한다.

이러한 문제의 해결을 위해 평균 또는 사전에 설정한 재앙수준(disaster level) 미만으로의 수익률 가변성을 측정하는 통계량인 반분산(semivariance)을 사용하거나 또는 하위부분적률(lower partial moments) LPM을 분산 대신에 사용하기도 한다.

예컨대 99%의 신뢰수준을 설정하여 c=0.99라면 VaR은 그 보다 큰 손실이 발생할 확률이 1% 미만이

되는 한계손실(cutoff loss)이다[Jorion(2007), p. 106]. 이러한 경우에 (3.6)식의 헤징유효성 측정치는 다음과 같이 전환된다[Cotter and Hanly(2006), pp. 683-684].

$$HE_V = \frac{VaR_{1\%}(U) - VaR_{1\%}(H)}{VaR_{1\%}(U)} = 1 - \frac{VaR_{1\%}(H)}{VaR_{1\%}(U)} \tag{3.7}$$

3. 최적헤지비율과 표본추정문제

1) 최적헤지비율의 도출원리

최적헤지비율(optimal hedge ratio)은 헤지를 수행하는 주체의 예상효용 최대화를 달성하게 해주는 헤지대상자산의 포지션 가액에 대한 헤지수단인 파생상품 포지션가액의 비율이다. 기업의 목표는 주주가치의 최대화이며, 이에 따른 헤지의 목표가 주주가치의 안정인 최적헤지는 기업가치 안정성을 유지하도록 기존자산 포지션과 헤지자산 포지션으로 구성된 포트폴리오의 변동성을 최소화시키는 행위로 규정할 수 있다[Ho and Lee(2004), pp. 549-550, Pennings and Meulenberg(1997b), pp. 598-600].

최적헤지비율은 최적화시킬 목적함수에 의해 영향을 받는다. 가장 널리 사용되는 헤지전략은 헤지포트폴리오(hedged portfolio) 분산의 최소화를 목적으로 하는 최소분산 헤지비율(minimum variance hedge ratio)이다. 그러나 최소분산 헤지비율은 헤지포트폴리오의 예상수익률을 무시하여, 거래당사자들이 무한히 위험회피적이 아니라면 평균-분산 체계에 적합하지 않다. 이에 따라 헤지포트폴리오의 예상수익률과 위험을 모두 통합하는 모형들이 개발되었다[Chen et al.(2003), p. 434].

C_S단위의 현물 롱포지션과 C_F단위의 선물 쇼트포지션으로 구성된 포트폴리오를 가정하자. t시점에서 현물과 선물의 가격들이 각각 S_t와 F_t라고 하자. 이러한 포트폴리오는 현물 롱포지션의 가치변동을 감소시키기 위해 선물 매도포지션을 사용한 헤지 포트폴리오라면, 그 헤지포트폴리오의 수익률 R_H는 다음과 같다.

$$R_H = \frac{C_S S_t R_S - C_F F_t R_F}{C_S S_t} = R_S - \frac{C_F F_t}{C_S S_t} R_F = R_S - h R_F \tag{3.8}$$

(3.8)식에서 $h = C_F F_t / (C_S S_t)$는 헤지비율, $R_S = (S_{t+1}/S_t) - 1$은 현물포지션의 수익률, $R_F = (F_{t+1}/F_t) - 1$는 선물포지션의 수익률을 표시한다. 그리고 t시점에서 헤지 포트폴리오의 가치 V_H는 다음과 같다.

(3.9) $V_H = C_S S_t - C_F F_t$

(3.9)식을 다음과 같이 전미분하여 헤지비율 $H = C_F / C_S$을 구할 수 있다.

(3.10) $\triangle V_H = C_S \triangle S_t - C_F \triangle F_t$

2) 최소분산 헤지비율

헤지 포트폴리오 가치 변화의 분산이 헤지 이후의 위험이며, 다음과 같다.

(3.11) $Var(\triangle V_H) = C_S^2\, Var(\triangle S) + C_F^2\, Var(\triangle F) - 2 C_S C_F cov(\triangle S, \triangle F)$

(3.11)식의 C_F에 대한 편도함수를 구하여 0으로 설정하면

(3.11.1) $0 = 2\, C_F\, Var(\triangle F) - 2 C_S cov(\triangle S, \triangle F)$

따라서 최소분산 헤지비율 $H^* = \frac{C_F}{C_S} = \frac{cov(\triangle S, \triangle F)}{Var(\triangle F)}$ 가 성립한다. 한편 (3.4)식에 대해 분산을 구하면

(3.12) $Var(R_H) = Var(R_S) + h^2\, Var(R_F) - 2\, h\, cov(R_S, R_F)$

(3.12)식의 h에 대한 편도함수를 0으로 설정하여, 최소분산 헤지비율 $h^* = \frac{Cov(R_S, R_F)}{Var(R_F)}$을 구할 수 있다[Hull(2003), pp. 78-82].

3) 최적 평균-분산 헤지비율

위험회피모수(risk aversion parameter) A를 사용하여 다음 효용함수를 최대화시키는 최적헤지비율을 구할 수 있다.

(3.13) $\max_{C_F}\ V(E(R_H), \sigma_H; A) = E(R_H) - 0.5\, A\, \sigma_H^2$

(3.8)식에서 $E(R_H) = E(R_S) - h\, E(R_F)$과 $\sigma_H^2 = \sigma_S^2 + h^2 \sigma_F^2 - 2h \rho_{SF} \sigma_S \sigma_F$이므로

(3.13.1) $$V = E(R_S) - hE(R_F) - 0.5A[\sigma_S^2 + h^2\sigma_F^2 - 2h\rho_{SF}\sigma_S\sigma_F]$$

(3.13.1)식의 h에 대한 편도함수를 0으로 설정하면

(3.13.2) $$0 = -E(R_F) - Ah\sigma_F^2 + A\rho_{SF}\sigma_S\sigma_F$$

따라서 최적 평균-분산 헤지비율 $h^* = -\left[\dfrac{E(R_F)}{A\sigma_F^2} - \rho_{SF}\dfrac{\sigma_S}{\sigma_F}\right]$가 성립한다. 이러한 공식은 A가 무한대이거나 또는 $E(R_F) = 0$인 경우에는 최소분산 헤지비율과 일치한다.

4) Sharpe 헤지비율

Sharpe 측정치인 위험-수익률 상쇄기준(risk-return tradeoff criteria)을 사용하여 포트폴리오 수익률을 헤징전략에 포함할 수 있다. 무위험 이자율 r에 대해 Sharpe 비율 $\theta = [E(R_H) - r]/\sigma_H$을 최대화시키는 C_F를 구하도록 다음 식을 규정하자.

(3.14) $$\theta = \frac{E(R_S) - hE(R_F) - r}{\sqrt{\sigma_S^2 + h^2\sigma_F^2 - 2h\rho_{SF}\sigma_S\sigma_F}}$$

(3.14)식 θ의 h에 대한 편도함수를 구하여 0으로 설정하고, 최적헤지비율을 구하면

(3.15) $$h^* = -\frac{(\sigma_S/\sigma_F)[(\sigma_S/\sigma_F)\{E(R_F)/(E(R_S) - r)\} - \rho_{SF}]}{1 - (\sigma_S/\sigma_F)[E(R_F)\rho_{SF}/(E(R_S) - r)]}$$

(3.15)식에서 $E(R_F) = 0$이라면, 최소분산 헤지비율과 동일하게 $h^* = (\sigma_S/\sigma_F)\rho_{SF}$가 된다. 이러한 최적헤지비율은 효용함수가 2차 함수가 아니거나 수익률이 결합 정규분포되지 않는다면 성립하지 않는다[Chen et al.(2003), pp. 436-442].

5) 최소분산 헤지비율의 OLS추정 문제

최소분산 헤지비율을 추정하는 전통적 접근법은 다음 회귀방정식을 OLS기법을 사용하여 선물가격 변화에 대해 현물가격 변화를 회귀시키는 것이다.

(3.16) $$\triangle S_t = a_0 + a_1\triangle F_t + e_t$$

(3.16)식에 적용하는 자료의 특성들이 OLS기법의 가정에 충족되지 않으면, 계수 a_1 의 추정치를 헤지 비율로 사용할 수 없다. 특히 OLS기법은 현재 이용가능한 정보를 사용하는 조건부 표본적률 대신에, 무조건부 표본적률을 사용하는 백색잡음 시계열(white noise time series)로 간주한다. 이에 따라 $t-1$ 기의 정보집합(information set) Ω_{t-1} 에는 미래 값들의 예측에 사용될 수 있는 어떤 정보도 포함되어 있지 않다.

OLS회귀에 따른 최적헤지비율은 2차 적률이 시간에 대해 일정하다는 등분산성(homoscedasticity)가정을 기초로 하고 있다. 그러나 현물 수익률과 파생상품 수익률의 결합분포는 시간에 따라 변동하여 이분산성(heteroscedasticity)을 보여주는 경우가 대부분이어서 OLS추정에 따른 최적헤지비율은 잘못된 추정치로 나타날 수 있다.

일반적으로 시계열 S_t 는 Ω_{t-1} 에 수집된 정보를 기초로 예측이 가능한 부분 $E[S_t \mid \Omega_{t-1}]$ 과 예측 불가능한 부분 ϵ_t 로 구성된다. 만약 $\epsilon_t = z_t \sqrt{h_t}$ 등으로 조건부 이분산성이 성립하면 $h_t = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2$ 등의 ARCH(auto-regressive conditionally heteroscedastic : 자기회귀조건부이분산)모형을 사용하거나 또는 Bollerslev(1986)의 주장과 같이 ARCH모형에 h_t 의 자기회귀항 h_{t-1} 을 추가하는 $h_t = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$ 등의 일반화 ARCH(generalized ARCH : GARCH)모형을 사용해야 한다 [Franses and van Dijk(2000), pp. 20-21; 136-141].

따라서 최적헤지비율 추정에 변동성의 계열상관과 변동성 공변동(comovements) 등의 금융시계열 행태를 규명할 수 있는 다변량 GARCH(Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity model : 일반자기회귀 조건부이분산모형)이 널리 사용되고 있다[Cotter and Hanly(2006), 685-687].

Chen et al.(2003)에 따르면 세련되고 복잡한 추정방식이 가치가 있는 것이 아니다. 그리고 추정기간이 장기가 될수록 최적헤지비율은 1의 값인 순수헤지비율(naive hedge ratio)로 축소된다. 한편 선물가격이 순마팅게일과정(pure martingale process)을 따르고, 수익률들이 결합정규분포된다면, 전통적인 최소분산 헤지비율로 최적헤지비율이 결정된다[Chen et al.(2003), pp. 447-450].

한편 Lien(2004, 2005)에 따르면, 표본OLS회귀모형에서 추정된 헤지비율은 (헤지 포트폴리오의 조건부분산을 최소화시키는 특성으로 OLS모형보다 선호되는) 오차수정모형(error-correction model)에서 추정된 헤지비율에 비해 근소한 차이를 갖는다.

그런데 표본외 예측에 대해 표본내 무조건부 분산을 최소화시킨 OLS 헤지비율은 오차수정모형 헤지비율보다 더 나은 성과를 거둘 가능성이 크다. 그에 따라 OLS헤지비율이 대부분의 기간에 대해 보다 나은 성과를 보여줄 것으로 보고 OLS 헤지비율을 사용하는 것이 좋다[Lien(2004), pp. 656-658; Lien(2005), pp. 1122-1124].

Ⅳ. VaR의 평가모형과 헤지유효성 추정

1. VaR의 평가모형

1) 비모수적 VaR

비모수적(nonparametric) VaR은 수익률분포의 형태에 대해 어떤 가정도 하지 않는 상황에서 계산한 VaR이다. W_0을 초기 투자액, 확률적으로 발생하는 그 투자의 수익률을 R이라고 하자. 투자포지션이 고정되거나 또는 어떤 거래도 없다고 하자. 목표기간 말의 포트폴리오 가치는 $W = W_0(1+R)$이다. 예상수익률과 R의 변동성을 각각 μ와 σ로 규정하자.

주어진 신뢰수준 c에서 포트폴리오의 최저 가치를 $W^* = W_0(1+R^*)$로 규정하자. VaR은 어떤 신뢰수준에서의 최악손실을 측정하므로, 그 손실을 절대치로 표시한다. 이제 상대 VaR(relative VaR)을 보기로 하자. 상대 VaR인 VaR(mean)은 기간범위에서의 평균에 대한 손실금액으로 다음과 같이 규정된다.

$$VaR(mean) = E(W) - W^* = -W_0(R^* - \mu) \tag{4.1}$$

거래VaR(trading VaR)인 VaR(zero)는 기대치를 참조하지 않는 손실금액 또는 0에 대한 상대적인 손실금액인 절대VaR(absolute VaR)로 규정된다.

$$VaR(zero) = W_0 - W^* = -W_0 R^* \tag{4.2}$$

만약 기간범위가 단기라면, 평균수익률은 아주 작을 것이어서, (4.1)식과 (4.2)식의 두 방법들은 유사한 결과들을 제공할 것이다. 그렇지 않다면 상대VaR은 평균으로부터의 편차 또는 목표일자의 예산으로부터의 편차로 표시되어, 화폐의 시간가치를 적절히 설명하므로 개념적으로 보다 적절하다.

가장 일반적 형식의 VaR은 포트폴리오의 미래가치 $f(w)$의 확률분포에서 도출될 수 있다. 어떤 주어진 신뢰수준 c에서 그 값을 초과할 확률이 다음과 같이 c인 최악의 가능한 실현가치 W^*로 일반적 형식의 VaR을 구할 수 있다.

$$c = \int_{W^*}^{\infty} f(w)\,dw \tag{4.3}$$

W^*보다 낮은 포트폴리오 가치가 발생할 확률 $p = P(w \le W^*)$는 1-c로 다음과 같다.

(4.4) $$1-c=\int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw=P(w\le W^*)=p$$

다시 말하자면 $-\infty$ 부터 W^* 까지 범위의 확률분포곡선 아래 면적은 모두 합하면 1-c가 된다. 숫자 W^* 는 분포의 백분위수(quantile)라고 한다. 이는 초과될 확률이 고정된 값을 갖는 한계가치(cutoff value)이다. 이러한 비모수적 VaR 계산은 표준편차를 사용하지 않고 있어, 이산 또는 연속, 그리고 꼬리가 얇거나 두꺼운 어떤 분포에 대해서라도 유효하다[Jorion(2007), pp. 108-110].

2) 모수적 VaR

분포가 정규분포 등의 어떤 모수집단(parametric family)에 속한다고 가정된 경우에 VaR계산은 크게 단순화될 수 있다. 이러한 경우에 VaR 숫자를 신뢰수준에 의존하는 어떤 곱셈요인(multiplicative factor)을 이용하여 포트폴리오 표준편차에서 직접 계산할 수 있다. 이러한 접근법은 실험적 분포에서 백분수를 직접 계산하는 대신에 표준편차 등의 모수들의 추정을 포함하므로 모수적(parametric)이라고 한다. 이러한 방법은 비모수적 방법에 비해 간단하고 편리하며, 보다 정확한 VaR 측정치를 제공한다. 그런데 문제는 분포에 대한 가정이 현실적으로 타당한지의 문제이다[Jorion(2007), pp. 110-113; Hull(2007), pp. 202-206].

포트폴리오정규접근법[portfolio-normal(riskmetrics) approach]은 포트폴리오 수익률들의 정규성 가정 $R_P \approx N(\mu_P, \sigma_P)$ 을 기초로 VaR을 선택된 시간범위에 대한 포트폴리오의 표준편차 σ_P의 배수로 계산하는 방식이다.

(4.5) $$VaR=\alpha\sigma_P\sqrt{t}$$

포트폴리오-정규방법과는 달리, 자산-정규접근법[asset-normal(riskmetrics) approach]은 포트폴리오의 단일자산들의 가중치(벡터) w와 포트폴리오에 포함된 다른 자산들 수익률들간의 상관계수행렬 $\sum$ 를 기초로 포트폴리오 표준편차를 계산한다[Penza and Bansal(2001), pp. 257-258].

(4.6) $$VaR=\alpha\sqrt{\mathrm{w}'\sum\mathrm{w}}\ \sqrt{t}$$

이러한 자산-정규방법의 문제는 구성자산이 많을 경우에 계산을 위해 많은 자료를 준비해야 한다는 것이다. 예컨대 N개 포지션의 포트폴리오에 대해서는 N개 분산과 N(N-1)/2개의 공분산들을 계산해야 한다.

한편 델타-정규방법(delta-normal method)은 한정된 위험요인집합을 규명하고, 단일자산들의 가격변화들(또는 수익률들)을 시장요인들(market factors)의 가격변화들(또는 수익률들)과 연계시켜 계산의 부담

을 감소시키기 위한 방법이다. 단일자산들의 변동은 각 시장요인에 대한 추정된 변동을 시장요인들 j의 변동에 반응하는 자산의 변동을 측정하는 민감도 모수들(sensitivity parameters)을 곱하여 획득된다. 이러한 민감도모수들을 델타요인들(delta factors)이라고 부른다.

공식적으로 어떤 포트폴리오의 시장가치 MV_P는 M개 시장요인들로 구성된 집합 S의 함수라고 가정하면, $MV_P = f(S_1, S_2, .., S_M)$이다. 이는 다음과 같이 표시할 수 있다.

(4.7) $$MV_P = \theta \Delta t + \sum_j \delta_j \Delta S_j X_j = \theta \Delta t + \delta' \Delta S_j$$

(4.7)식에서 X_j는 시장요인 j에 대한 포트폴리오 노출(portfolio exposure)이며, 그리고 δ'는 다음과 같다.

(4.8) $$\delta' = \left[\frac{\partial MV}{\partial S_1}, \frac{\partial MV}{\partial S_2}, \bullet \bullet \bullet, \frac{\partial MV}{\partial S_M} \right]$$

델타모형들에 대해, 포트폴리오의 가격변화는 다음 식에 의해 주어진다.

(4.9) $$\Delta MV_P = \theta \Delta t + \delta' \Delta S$$

(4.9)식에서 $\theta \Delta t$는 시간구간을 포트폴리오 세타(theta)에 곱한 것으로 시간으로 인한 포트폴리오 가치 변화이다. 따라서 포트폴리오 위험은 다음 식으로 계산된다[Penza and Bansal(2001), p. 259].

(4.10) $$VaR = \alpha \sqrt{\delta' \sum \delta} \sqrt{t}$$

2. 최적 헤지비율의 추정방식

Harris and Shen(2006)에 따르면 최소-VaR 헤지비율(minimum-VaR hedge ratio)은 다음의 절차를 통해 계산한다.

① 각 헤지 포트폴리오의 헤지통화들(쇼트포지션 통화)에 대해 노출통화(롱포지션 통화)의 변동률을 선형회귀를 통해 관계를 규명하고, R^2가 가장 큰 최대 설명력을 제공하는 하나 또는 2개의 헤지통화들을 선택한다.

② 한 통화의 롱포지션에 대해 하나의 다른 통화 또는 2개의 다른 통화들의 쇼트포지션을 사용하여 가능한 헤지 포트폴리오들을 구성한다.

③ 롱 포지션 통화를 쇼트 포지션 통화에 회귀시켜 얻은 기울기 계수의 OLS 추정치로 최소분산 헤지비율을 설정한다.

④ 임의로 헤지비율을 설정한 후에 헤지 포트폴리오 수익률들을 계산하고, 과거의태접근법(historical simulation approach)을 사용하여 그에 따른 헤지 포트폴리오의 VaR을 추정한다. 그리고 추정된 VaR을 최소화시키는 헤지비율의 값을 추정하도록 수치최적화 절차(numerical optimization procedure)를 사용하여, 계산된 헤지비율을 최소-VaR 헤지비율로 설정한다. 비록 헤지 포트폴리오의 과거 의태 VaR이 일반적으로 헤지비율의 전역적 볼록함수가 아니지만, 그리드 모색접근법으로 신속하게 최소값(global minimum)을 얻을 수 있다.

이상의 절차에 따라 추정된 최소-VaR 헤지비율은 최소분산 헤지비율에 비해 전형적으로 더 낮게 나타나, 분산 최소화보다 VaR의 최소화에 요구되는 쇼트포지션규모가 더 작다는 것을 의미한다. 또한 최소-VaR 헤지 포트폴리오들은 최소분산 헤지 포트폴리오에 비해 (분포의 많은 값들이 평균보다 더 낮은 값을 가져 음의 왜도로 나타나는) 좌측으로의 왜도가 더 작고, (분포곡선이 아주 뾰족하고 양쪽 꼬리가 얇은 정도인) 급첨도(急尖度, leptokurtcosis)가 더 작게 나타난다.

그러나 표본내 추정에서는 최소-VaR 헤징전략들이 VaR 감소에서 최소분산 헤지비율 전략보다 약간 나은 성과를 보이지만, 표본외 예측에서는 최소-VaR 헤지비율이 가장 양호한 성과를 보이지만 최소분산 헤지비율에 비해 큰 개선은 없었다. 그와는 달리 과도하게 왜곡된 수익률분포를 갖는 옵션 등을 포함하는 비선형 포트폴리오들의 경우에는 최소-VaR 헤지전략이 최소분산 헤지전략보다 더 크게 개선된 성과를 보인다. 따라서 헤지의 효율성 최대화를 위해서는 최소-VaR 헤지비율을 도출하여 헤지를 수행해야 한다[Harris and Shen(2006), p. 380].

3. 최소분산 헤지전략의 유효성과 VaR 평가 기법의 문제점

헤징의 유효성은 표본 내부 추정 수행을 통해 획득된 변동성 추정방정식을 사용하여, 표본 외부 기간의 변동성을 표본 내부 추정의 단위기간과 일치하도록 설정한 목표기간의 종료시점에 대해 예측하여 헤지 포트폴리오의 분산 및 표준편차를 계산하고, 그와 함께 (3.6) ~ (3.8)식의 헤지유효성 측정치를 적용하여 최소분산 헤지전략과 최소-VaR 헤지전략의 성과를 비교·분석할 수 있다[Harris and Shen(2006), pp. 380-381].

이러한 위험의 측정과 헤지유효성 검정 및 헤지전략의 도출과정에서 최소분산 헤지전략과 최소-VaR 헤지전략은 헤지 포트폴리오 변동성을 구하는 수단에 따라 다르게 나타난다. 최소분산 헤지전략은 OLS를 사용하는 반면, 최소-VaR 헤지전략은 비모수측정기법을 이용한 과거의태를 기초로 VaR을 도출한다. 여기서는 VaR의 모수적 평가기법을 사용하여 표본내부 추정결과에 따라 최소분산과 최소VaR 헤지전략을 비교하기로 하자.

<표 1>의 자료는 중소기업진흥공단과 우리은행이 공동으로 제공하는 「환위험관리시스템」에서 발

표된 2007년 5월 4일의 변동성 및 상관계수 자료이다. (4.6)식에서 포트폴리오 분산은 다음과 같다.

$$(4.11)\qquad \sigma_P^2 = [w_1, w_2, ..., w_n] \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \bullet & \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & \bullet & \sigma_3 & \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & \bullet & \bullet & \bullet & \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \bullet & \bullet & \bullet & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \bullet & \bullet & \rho_{22} \\ \rho_{31} & \bullet & 1 & \bullet & \bullet & \rho_{3n} \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \bullet & \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \bullet & \bullet & 0 \\ 0 & \bullet & \sigma_3 & \bullet & \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & \bullet & \bullet & \bullet & \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \bullet \\ w_n \end{bmatrix}$$

$$= \mathrm{w}^T \sigma \, \mathrm{R} \, \sigma \, \mathrm{w} = \mathrm{w}^T \Sigma \, \mathrm{w}$$

모수적 추정방식에 따라 95% 신뢰수준에서의 VaR인 $VaR_{5\%}$는 <표 1>과 같이 포트폴리오 구성요소의 표준편차가 제시된 경우에 (4.6)식에 따라 계산할 수 있다. <표 1>은 USD의 롱포지션에 대해 상관계수가 높은 EUR의 매도포지션으로 헤지를 하는 교차헤지를 가정한다. 원화(KRW)를 기준으로 USD1에 대해 헤지할 EUR의 가치를 헤지비율로 규정하여, 비헤지 포트폴리오의 분산과 헤지 포트폴리오의 분산을 계산하였다. 헤지 포트폴리오의 분산을 계산하기 위해, 가중치 열벡터, 표준편차 대각행렬, 상관계수행렬을 구성하고 (4.11)식을 적용하였다. 그리고 계산된 헤지 포트폴리오 분산을 이용하여 최소분산-헤지비율과 최소VaR 헤지비율에 따른 헤지전략의 유효성을 추정하였다.

최소분산-헤지비율은 OLS로 추정한 계수를 사용하므로, <표 1>의 자료에 있는 표준편차들과 상관계수를 이용하여 (3.12)식에 따른 결과를 적용한 결과인 B7셀의 0.288로 동일하게 나타날 것이다.

그렇지만 최소-VaR 헤지비율은 동일한 모수를 사용하므로 A17:G19구간에 관련 식들을 입력하여 엑셀의 "도구→해 찾기"를 통해 분석을 하더라도, 최소분산 헤지비율과 동일한 결과가 발생할 뿐이다. 그렇지만 최소분산 헤지비율의 헤지유효성은 분산의 변화율로, 최소VaR 헤지비율의 헤지유효성은 VaR의 변화율로 측정하기 때문에, 이러한 최소분산 헤지의 표본내 추정에 따른 VaR로 전환한 헤지유효성의 성과는 크게 저하된다. 그리고 이러한 경우에 나타나는 헤징성과는 동일한 헤지비율이라도 VaR헤지의 헤징유효성이 낮게 나타나, 최소VaR 헤지비율을 추정하기 위해서는 모수추정방식 이외의 방식으로 VaR을 계산해야 한다는 것을 반영한다.

그리고 VaR의 추정을 위해 과거의태를 주로 사용하지만, 현금흐름 사영접근·선형모형·주성분분석 등을 기초로 하는 모형설정접근법을 사용하면 헤지유효성의 결과는 다르게 나타날 것이다. 따라서 Lien(2004, 2005)의 주장과 같이 올바른 추정방정식을 이용하여 최소분산-헤지비율을 기초로 OLS추정결과를 이용하는 것은 VaR의 비모수추정을 위해 복잡한 과정을 수행하는 비용과 오류를 방지할 수 있는 방법으로 간주된다.

〈표 1〉 최소분산 헤지전략의 유효성

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	ρ(07/05/04일)				σ(07/05/04)					KRW표시
2		USD	JPY100	EUR		1일	1주(5일)	1개월(21일)	1년(252일)	환율
3	USD	1.0000	0.4929	0.5554	USD	0.1676%	0.3748%	0.7681%	2.6608%	927.65
4	JPY100	0.4929	1.0000	0.6795	JPY100	0.5135%	1.1483%	2.3533%	8.1520%	770.66
5	EUR	0.5554	0.6795	1.0000	EUR	0.3232%	0.7226%	1.4809%	5.1300%	1,256.93
6	헤지비율의 추정									
7	h(MS)	0.288010644	=D3*F3*F5/F5^2							
8	σ_{UP}^2(MS)	0.000281%	=F3^2			HE(MS)	0.3085	=1-B9/B8		
9	σ_{HP}^2(MS)	0.000194%	=MMULT(MMULT(MMULT(MMULT(B11:C11,D11:E12),F11:G12),D11:E12),A11:A12)							
10	w	w^T		σ		ρ				
11	1.0000	1.0000	-0.2880	0.1676%	0.0000%	1.0000	0.5554			
12	-0.2880			0.0000%	0.3232%	0.5554	1.0000			
13	h($MV_{5\%}$)	0.288010644		c	95%	α	1.64485363	=NORMSINV(E13)		
14	VaR(UP)$_{5\%}$(r%)	0.275677%	=G13*SQRT(B8)			HE(MV)	0.1684	=1-B15/B14		
15	VaR(HP)$_{5\%}$(r%)	0.229249%	=G13*SQRT(B16)							
16	σ_{HP}^2(MV)	0.000194%	=MMULT(MMULT(MMULT(MMULT(B18:C18,D18:E19),F18:G19),D18:E19),A18:A19)							
17	w	w^T		σ		ρ		조건 1		
18	1.0000	1.0000	-0.2880	0.1676%	0.0000%	1.0000	0.5554	0		
19	-0.2880			0.0000%	0.3232%	0.5554	1.0000			
20	신뢰수준 c	95.0%	96.0%	97.0%	98.0%	98.5%	99.0%	99.5%	99.9%	
21	VaR(r%)	0.22925%	0.24400%	0.26213%	0.28624%	0.30245%	0.32423%	0.35900%	0.43070%	

V. 요약 및 결론

본 연구는 위험측정치로써 VaR의 특성과 함께 여타 측정치들에 비해 갖는 강점들을 분석하고, 헤지의 방법과 최적헤지비율의 도출원리에 대한 분석을 기초로 최소분산-헤지비율의 특성과 최소VaR-헤지전략에 대해 갖는 강점들을 분석하였다.

제2장에서 많이 사용되는 위험측정치로 사용되는 도구들의 특성규명과 함께, VaR은 기간범위와 신뢰수준의 2 정량요인들을 포함하여, 여타 추정치들이 제시하는 상대적 위험 비교뿐만 아니라 관찰치수가 많은 자료나 정규분포된 자료를 이용하여 포트폴리오의 다양화 효과를 규명할 수 있는 동조적 위험측정치가 된다는 것을 보았다.

제3장에서 헤징의 원리와 특징을 통해 본질적 메커니즘을 규명하고, 헤징유효성을 검정하는 기법들의 특징 분석과 함께 헤지유효성 측정치가 갖는 강점을 보았다. 특히 위험관리의 효율성 극대화를 위한 최적헤지비율의 개념을 기초로, 도출원리를 분산·평균·수익률의 관계에 따라 규명하고 최소분산-헤지비율의 원리를 적용하는 최소분산 헤지비율의 OLS추정에 대한 문제점과 강점을 보았다.

제4장에서 위험측정치로 그 용도가 증가하고 있는 VaR의 추정방식을 비모수적 방법과 모수적 방법으로 구분하여 검토하였다. 비모수적 VaR 추정방식은 주어진 신뢰수준에서 현금흐름의 분포를 구하고, 그에 따른 백분위수로 VaR를 추정한다. 한편 모수적 VaR 추정기법은 구성자산 현금흐름의 정규분포를 가정한 상황에서 포트폴리오의 수익률·구성자산 표준편차·위험요인을 통해 주어진 신뢰수준에 대한

VaR의 계산을 수행하는 것이다.

특히 본 연구는 최소분산 헤지비율과 최소VaR 헤지비율의 추정절차를 구체적으로 제시하고, 각종 문헌 연구를 통해 비선형 포트폴리오에 대해서는 최소VaR 헤지비율을 적용해야 하지만 많은 경우에는 최소분산 헤지비율이 적합하다는 것을 보았다. 그러나 최소VaR 헤지비율이 대부분의 경우에 최소분산 헤지비율보다 더 낮게 나타나, 최소분산 헤지전략은 과도한 헤지수행으로 인한 이익기회의 손실이 초래될 수 있었다.

그리고 본 연구에서 중소기업진흥공단이 제공하는 환위험관리시스템을 이용하여 USD, JPY, EUR의 KRW표시 현물환율들이 갖는 상관계수와 변동성을 기초로 헤지 포트폴리오의 구성방식과 모수적 VaR 추정 방식을 제시하고, 이러한 경우에 나타나는 헤징성과는 동일한 헤지비율이라도 VaR헤지의 헤징유효성이 나타나므로 모수적 VaR 추정 이외의 다른 방식을 사용해야 하는 것을 보았다.

본 연구는 사업이나 각종 계약의 수행에 따른 현금흐름의 변동에 대한 위험의 규명을 위해서는 VaR 측정치를 사용하는 것이, 상대적 위험 이외에도 위험에 대처하기 위해 필요한 준비자산의 크기를 예상할 수 있는 강점을 갖는다는 것을 보았다. 그러나 위험의 효율적 헤지를 위해서는 최소-VaR 헤지전략으로 최소분산 헤지전략보다 더 나은 성과를 달성하기 위해서는 별도의 분석이 요구되는 것을 통해 최소분산 헤지전략이 갖는 편리함을 규명했다.

이상과 같은 본 연구는 VaR의 비모수적 추정을 기초로 최소분산헤지와 최소-VaR헤지의 전략을 설정하고, 헤지유효성을 비교할 수 있는 실용적 기반을 조성하는데 목표를 두고 수행되었다. 따라서 본 연구의 결과는 위험측정치의 세부적 규명 특성과 여건에 대한 적응을 위해 또는 최소-VaR 헤지전략의 구상을 수행하는데 기여도를 높일 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

문창권(2006), 「엑셀로 풀자 회귀분석」, 배재대학교 출판부

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., and Heath, D.(1999), “”Coherent Measures of Risk”, *Mathematical Finance*, 49(3), pp. 203-228.

Buckley, Adrian(1992), *Multinational Finance*, 2nd ed., Prentice Hall International Ltd.

Chen, S.S., Lee, C.F, Shrestha, K.(2003), “Futures Hedge Ratios : A Review”, *Journal of Futures Markets*, 26(7), pp. 677-202.

Cotter, John and Hanly, Jim(2006), “Reevaluating Hedging Performance”, *Journal of Futures Markets*, 26(7), pp. 677-202.

Castelino, Mark G.(2000), “Hedge Effectiveness : Basis Risk and Minimum-Variance Hedging”, *Journal of*

Futures Markets, 20(1), pp. 89-103.

Dowd, Kevin(1988), *Beyond at Risk : The New Science of Risk Management*, John Wiley & Sons Ltd.

Emery, D.R., Finnerty, J.D., and Stowe, J.D.(2004), *Corporate Financial Management*, 2nd ed., Pearson Education, Inc.

Ederington, Louis H.(1979), "The Hedging Performance of the New Futures Markets", *Journal of Finance*, 34(1), pp. 157-170.

Finnerty, John D. and Grant, Dwight(2002), "Alternative Approaches to Testing Hedge Effectiveness under SFAS No. 133", *Accounting Horizons*, 16(12.8), pp. 95-108.

Franses, P.H. and van Dijk, D.(2000), *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*, Cambridge University Press.

Harris, R.D. and Shen, J.(2005), "Hedging and Value at Risk", *Journal of Future Markets*, 26(4), pp. 369-390.

Ho, T.S.Y. and Lee, S.B.(2004), *The Oxford Guide to Financial Modeling : Applications for Capital Markets, Corporate Finance, Risk management, and Financial Institution*, Oxford University Press

Hull, John C.(2003), *Options, Futures, & Other Derivative*s, 5th ed., Pearson Education, Inc., Co.

Hull, John(2007), *Risk Management and Financial Institutions*, Pearson Education, Inc., pp. 217-254.

Jorion, Philippe(2007), *Value at Risk : The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 3rd ed., McGraw-Hill Co., Inc.,

Lien, Donald(2004), "Cointegration and the Optimal Hedge Ratio : The General Case", *Quarterly Review of Economics and Finance*, 44(5), pp. 654-658.

Lien, Donald(2005), "A Note on the Superiority the OLS Hedge Ratio", *Journal of Futures Markets*, 25(11), pp. 1121-1126.

Lien, Donald(2005), "The Use and Abuse of the Hedging Effectiveness Measure", *International Review of Financial Analysis*, 14(2), 277-282.

Mendenhall, W., Wackerly, D.D., and Scheaffer, R.L.(1990), *Mathematical Statistics with Applications*, 4th ed., Duxbury Press

Mun, Johnathan(2006), Modeling Risk : Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Forecasting, and Optimization Techniques, John Wiley & Sons, Inc.

Pearson, Neil D.(2002), *Risk Budgeting : Portfolio Problem Solving with Value-at-Risk*, John Wiley & Sons, Inc.

Pennings, Joost M.E. and Meulenberg, Matthew T.G.(1997a), "The Hedging Performance in New Agricultural Futures Markets : A Note", *Agribusiness*, 13(3), 295-300.

Pennings, Joost M.E. and Meulenberg, Matthew T.G.(1997b), "Hedging Efficiency : A Futures Exchange

Management Approach", *Journal of Financial Economics*, 17(5), 295-300.

Rosenberg, Joshua V. and Schuermann, Til(2006), "A General Approach to Integrated Risk Management with Skewed, Fat-tailed Risks", *Journal of Financial Economics*, 79(3), pp. 569-614.

Sinkey, Jr., Joseph F.(1998), *Commercial Bank Financial management : In the Financial-Services Industry*, 5th ed., Prentice Hall, Inc.

Terry, Eric(2005), "Minimum-Variance Futures Hedging under Alternative Return Specifications", *Journal of Futures Markets*, 25(6), pp. 537-552.