논리연구 10-2(2007) pp.23~46

흄의 원리와 암묵적 정의* †

최 원 배

이 논문의 목적은 "왜 프레게는 공리 V 대신 흄의 원리를 기본 원리로 삼지 않았을까?"라는 물음에 답하는 데 있다. 이 물음은 프레게 철학의 해석에 관한 물음이기도 하지만, 최근의 새로운 논리주의의 기획이 정당한가를 묻는 물음이기도 하다. 이 물음에 답하기 위해, 나는 프레게 철학의 틀 안에서 흄의 원리를 공리로 삼는 방안과 정의로 삼는 방안을 차례로 살펴보았다. 우리 논의를 통해 흄의 원리를 공리로 간주하는 방안은 프레게의 논리주의 기획이나 공리관과 어울리지 않으며, 그것을 정의로 간주하는 방안 또한 그의 정의관과 어울리지 않는다는 점을 밝힌다. 나아가 흄의 원리를 기수 개념의 암묵적 정의로 간주하려는 시도가 해결해야 할 문제가 어떤 것인지를 규명하였다.

【주요어】 프레게, 흄의 원리, 공리 V, 암묵적 정의,

* 접수완료: 2007. 7. 29 /심사 및 수정완료: 2007. 8. 14
† 이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2003-074-AS0061).

1

프레게의 논리주의에 대한 최근의 연구에 힘입어 우리는 다음 사실을 알게 되었다. 첫째, 프레게의 공리 V 대신 흄의 원리(Hume's principle, 앞으로 'HP'라고 부른다)를 기본 원리로 채택할 경우 2단계 논리학을 이용해 산수의 기본 원리들, 즉 데데킨트 페아노 공리들을 도출할 수 있다. 둘째, 『근본법칙』에서 공리 V의 본질적 역할은 HP를 도출하는데 있다. 셋째, 프레게는 HP와 공리 V 사이의 이런 관계를 알고 있었다. 이런 최근의 성과는 바로 '프레게 정리(Frege's theorem)의 발견'이라는 말로 집약된다. 이런 성과는 우리에게 "왜 프레게는 공리 V 대신 HP를 기본 원리로 삼지 않았을까?"라는 흥미로운 물음을 제기한다. 이 논문의 목적은 이 물음을 답하는 데 있다.

우리의 물음은 일차적으로 프레게 철학의 해석에 관한 문제라 할 수 있다. 이 물음에 답하기 위해서는 프레게 철학의 어떤 요소 때문에 HP가 기본 원리로 채택되지 않았는지를 밝혀야 할 것이다. 하지만 우리의 물음이 단순히 프레게 철학의 해석에 국한된 문제는 아니다. 이 물음은 새로운 논리주의(neo-logicism)의 기획이 과연 정당한가를 묻는 물음이기도 한다. 왜냐하면 헤일과 라이트로 대표되는 새로운 논리주의자들은 모순을 야기한 공리 V 대신 HP를 기본 원리로 채택함으로써 논리주의를 재건할 수 있다고 주장하기 때문이다.

앞으로의 논의 순서는 다음과 같다. 우선 HP와 공리 V가 프레게의 논리주의에서 어떤 역할을 하는지 알아본다. 그런 다음 프레게 철학의 틀 안에서 HP를 공리로 삼는 방안과 정의로 삼는 방안을 차례로 살펴본다. 이런 논의를 바탕으로 HP를 기수 개념의 암

묵적 정의(implicit definition)로 간주하고자 하는 새로운 논리주의자들의 최근 시도를 평가한다.

2

『기초』 62절부터 69절은 프레게 논리주의의 핵심을 이룬다. 이 대목의 전체 주제를 프레게는 "기수 개념을 얻기 위해 우리는 수 등식의 뜻을 고정해야 한다"고 표현하고 있다. 이런 과제 설정에 따라 프레게는 '수 동일성의 인식 표시'로 다음 원리, 즉 HP를 제안한다.

F의 수 = G의 수 ↔ F와 G가 일대일로 대응한다.

그는 이 제안에 대해 세 가지 의문이 제기되는데, 이 가운데 둘은 해결 가능하지만 세 번째 의문은 그렇지 않다고 말한다. 그것은 이 방안이 "수 동일성의 인식 표시로서 충분하지 않다"(『기초』 66절)는 것이다. 프레게는 이 점을 『기초』에서 HP와 유사하다고 생각되는 방향 동일성 기준의 예를 사용해 설명한다.

a의 방향 = b의 방향 ↔ a와 b가 평행하다.

그는 이 방안이 지닌 문제점을 다음과 같이 서술한다.

> 우리는 이 정의를 통해 이 대상[즉 'a의 방향'이라는 이름이 가리키는 대상]이 다른 형태, 가령 b의 방향으로 나타나는 경우에도 그것을 재인식할 수단을 지니게 된다. 그러나 이 수단이 모든 경우에 충분하지는 않다. 예를 들어 우리는 이 수단으로 영국이 지구축의 방향과 동일한지 결정할 수 없다. … 우리 설명으로는 q 자체가 'b의 방향'이란 형식

> 으로 주어져 있지 않다면, "a의 방향은 q와 같다"는 문장이 긍정되어 야 할지 부정되어야 할지 정해질 수 없다.[1)]

이 비판은 프레게가 『기초』 56절에서 검토한 바 있는, 수에 대한 맥락적 정의로는 "수 줄리어스 시저가 어떤 개념에 귀속되는지, 이 유명한 갈리아의 정복자가 수인지 아닌지를 결정할 수 없다"는 지적과 같은 것으로 이해된다. 그래서 이 문제는 이른바 '시저 문제'(the Caesar problem)라고 불린다. 프레게는 시저 문제가 극복될 수 없다고 믿고, 『기초』 68절에서 "다른 길을 모색해 보기로" 한다. 그는 바로 개념의 외연으로 수를 정의하는 방안을 채택하고, 모순으로 나아가는 길에 발을 내딛게 된다.

『기초』 이 부분의 논의만 놓고 본다면 프레게가 HP를 기본 원리로 채택하지 않은 이유는 분명해 보인다. 그 이유는 시저 문제 때문이었다. 즉 그것은 HP가 수 동일성의 인식 표시로 충분하지 않기 때문이었다. 하지만 이것은 우리의 애초 물음에 대한 대답으로 충분하다고 할 수 없다. 사실 이것은 대답이라기보다는 더 많은 의문을 제기하는 것 같다. 우선 시저 문제가 왜 논리주의를 확립하는데 문제가 되는지를 알기가 어렵다. 왜 시저가 수인지 여부를 결정해 줄 수 있어야만 수 동일성의 인식 표시로 충분하다고 여겨야 하는가? 나아가 HP와 공리 V 사이의 유사성과 관련해서도 중요한 의문이 제기된다. 나중에 『근본법칙』에서 채택되는 공리 V는 다음과 같다.

f의 치역 = g의 치역 ↔ 모든 a에 대해 f(a) = g(a)

그런데 공리 V는 HP와 똑 같이, 다음과 같은 이른바 추상화 원리(the abstraction principle)의 사례라 할 수 있다.

---

1) Frege, 『기초』 66절.

$$\S\alpha = \S\beta \leftrightarrow \alpha \approx \beta$$

여기서 '≈'는 임의의 동치 관계를 나타낸다. 그렇다면 공리 V에 대해서도 HP에 대해 제기한 것과 똑 같은 의문을 제기할 수 있는 것이 아닌가? 즉 공리 V는 치역 동일성의 인식 표시로 충분하다고 할 수 있는가? 프레게는 단순히 HP의 시저 문제를 공리 V의 시저 문제로 떠넘긴 것인가?

게다가 『기초』에서 HP의 역할과 관련해 주목해야 할 사실이 하나 있다. 그것은 『기초』에서 HP가 시저 문제 때문에 완전히 폐기되는 것이 결코 아니라는 점이다. 프레게는 뒤이어 수를 개념의 외연으로 정의하는 명시적 정의를 이용해 HP를 어떻게 증명할 수 있는지를 『기초』 73절에서 대략적으로 설명하고 있다. 이 점은 HP가 여전히 프레게의 논리주의에서 중요한 역할을 하고 있음을 보여준다. 다만 프레게는 HP가 지닌 문제점을 극복하기 위해서는 그것이 다른 것들을 통해 정당화될 필요가 있다고 생각한 것이다.

『기초』에서 수를 개념의 외연으로 정의하면서 프레게는 다음과 같이 말한다.

> 나는 우리가 개념의 외연이 무엇인지 안다고 전제한다.[2)]

이런 언급은 프레게가 방향 동일성 기준에 대해 그것이 시저 문제를 야기한다고 하면서 "우리에게 없는 것이 바로 방향 개념이다"(『기초』 66절)라고 말하는 것과 뚜렷이 대비된다. 물론 이 언급은 56절에서 프레게가 처음 시저 문제를 제기할 때, 맥락적 정의로는 시저가 "수인지 아닌지를 결정할 수 없다"(『기초』 56절)고 말하는 것과도 뚜렷이 대비된다. 따라서 적어도 『기초』 시기의 경우 프레게는 수나 방향에 대해서는 시저 문제가 야기되지만 외연에 대해

---

2) Frege, 『기초』 68절 각주.

서는 그런 문제가 야기되지 않는다고 생각했다고 할 수 있다. 물론 이런 프레게의 생각이 과연 정당한가 하는 문제는 또 다른 문제이다.[3] 어쨌건 HP의 시저 문제가 다른 원리의 문제로 이전되고 만다는 것은 『기초』 당시의 프레게로서는 생각하지 못했던 것이라고 해야 한다.

『근본법칙』에 가서 프레게는 외연을 지배하는 원리로 공리 V를 명시적으로 채택하게 된다. 『기초』를 쓸 당시 프레게는 자신의 체계가 러셀의 역설을 불러오게 되리라고는 전혀 생각하지 못했을 것이다. 이 때문에 HP를 기본 원리로 채택하는 방안은 『기초』 당시의 프레게에게 심각한 고려사항이 아니었을 수도 있다. 우리가 보았듯이, 『기초』에서 프레게는 대신 HP를 다른 것으로부터 도출하는 절차를 따랐다. 이 점이 『근본법칙』에 와서도 달라지는 것은 아니다. 그는 HP를 공리 V로부터 도출한다. 『근본법칙』에서 공리 V의 궁극적 역할이 바로 HP를 도출하는데 있다는 점은 『근본법칙』의 증명 체계에 대한 면밀한 검토가 이루어진 최근에 와서야 밝혀진 사실이다.[4]

『기초』 시기가 아니라 『근본법칙』 시기가 되면 우리의 애초 물음은 좀더 첨예한 물음으로 다가온다. 왜냐하면 프레게는 『근본법칙』 I권 서문에서 이미 공리 V에 미심쩍은 구석이 있음을 고백하고 있기 때문이다.

> 내가 보기에, 논란이 야기될 수 있다면 그것은 오직 치역과 관련된 공리 V에 관해서일 것이다.[5]

---

3) 시저 문제에 대한 최근 논의로는 *Dialectica* 특집호(59집, 2005년) 및 Hale and Wright (2001)을 참조.

4) Heck (1995) 참조. 역사적 전개와 관련해서는 Demopoulos (1995) 참조.

5) Frege, BLA, pp. 3-4.

프레게는 자신의 체계에 러셀 역설이 발생한다는 사실을 알고 난 후 이 점을 다시 환기시키기까지 한다.[6] 그러면 『근본법칙』 시기에 프레게는 공리 V에 미심쩍은 구석이 있다는 점을 알고 있었고, 나아가 공리 V에 문제가 있다는 점이 사실로 드러났는데도 불구하고 왜 공리 V 대신 HP를 기본 원리로 삼지 않았을까? 무엇보다도 우선 그가 이런 방안을 진지하게 고려하기나 했을까?

이와 관련해 흥미로운 대목이 하나 있다. 프레게는 역설이 발생한다는 사실을 알게 된 후 러셀에게 보낸 편지에서 다음과 같이 말한다.

> 우리는 다음과 같은 방안을 시도해 볼 수 있을 것이며, 나는 이 점을 『기초』에서 암시한 바 있다. 만약 관계 $\Phi(\xi, \zeta)$가 다음 명제를 만족한다면, 즉 (1) $\Phi(a, b)$로부터 $\Phi(b, a)$를 추리할 수 있고, (2) $\Phi(a, b)$와 $\Phi(b, c)$로부터 $\Phi(a, c)$를 추리할 수 있다면, 우리는 이 관계를 등식으로 변형할 수 있고, $\Phi(a, b)$를 가령 '§a = §b'로 대체할 수 있다. 만약 이 관계가 가령 기하학의 닮음(similarity) 관계라면, 'a와 b가 닮았다'는 것은 'a의 모양은 b의 모양과 같다'는 말로 대체될 수 있다. 이것이 아마도 당신이 추상화에 의한 정의(definition by abstraction)라고 부르는 것인 것 같다. 그러나 여기서 어려움은 동일성의 일반성을 치역의 동일성으로 변형할 때 생기는 어려움과 같다.[7]

'동일성의 일반성을 치역의 동일성으로 변형'하는 절차는 프레게가 공리 V를 일컫는 다른 표현이다. 물론 여기서 프레게가 HP를 명시적으로 거론하고 있는 것은 아니다. 하지만 그가 말하는 절차가 추상화 원리라는 점을 받아들이고, 그리고 '『기초』에서 암시한 바 있'는 절차가 바로 HP라고 가정할 경우, 우리는 이 구절이 다음과 같은 사실을 시사해준다고 볼 수 있다. 첫째, 프레게는 이 무렵 공리 V나 HP가 모두 추상화 원리의 사례라는 점을 알고 있었다. 둘

6) Frege, BLA, p. 127.

7) Frege, PMC, p. 141. 영어 번역문에는 'not'이 들어 있으나 이는 오역이다.

째, 프레게는 적어도 역설이 발생한다는 사실을 안 이후에 HP를 기본 원리로 채택하는 방안을 고려한 적이 있다. 결국 이 시기의 프레게에게는 공리 V를 버리고 HP를 기본 원리로 채택할 수 있는 여건이 모두 갖추어져 있었다고 할 수 있다.

3

그런데도 왜 프레게는 HP를 기본 원리로 채택하지 않았을까? 나는 프레게가 공리 V에 어떤 의의를 부여하였는지를 살펴봄으로써 이 물음에 대한 대답의 실마리를 찾을 수 있다고 생각한다. 프레게는 『근본법칙』 II권 147절에서 다음과 같이 말한다.

> 만약 논리적 대상이 존재한다면 그리고 산수의 대상이 바로 그런 대상이라면, 그런 대상을 파악하고 인식할 수 있는 수단이 있어야만 한다. 우리는 일반적으로 성립하는 동일성을 등식으로 변형할 수 있도록 하는 논리학의 근본법칙을 통해 이런 작업을 해낸다. 그런 수단이 없다면, 산수의 과학적 기초는 불가능할 것이다.[8)]

역설이 발생한다는 사실을 알게 된 후 프레게는 같은 점을 다음과 같이 표현한다.

> 오래 전부터 나는 치역과 이에 따른 집합을 인정하고 싶지 않았다. 하지만 산수의 논리적 기초를 세울 수 있는 다른 대안이 없었다. 그 문제는 우리가 논리적 대상을 어떻게 파악하는가 하는 것이다. 나로서는 우리가 그것을 개념의 외연으로, 좀 더 일반적으로 말해, 함수의 치역으로 파악한다는 대답 말고는 다른 대답을 찾지 못했다. 나는 이와 관련해 어려움이 있다는 점을 늘 알고 있었다. 당신[러셀]이 발견한 역설도 이런 어려움을 가중시킨 것이다. 하지만 다른 무슨 방안이 있는

8) Frege, TPW, p. 161.

가?[9]

> 만약 내게 이것[공리 V]을 대체할 만한 것이 있었더라면, 나는 기꺼이 이 기초를 버렸을 것이다. 그리고 만약 … 개념에서 외연으로의 이행을 허용하지 않는다면, 어떻게 산수를 과학적으로 기초 지을 수 있을지, 어떻게 수를 논리적 대상으로 여겨 탐구할 수 있을지 나는 지금도 모르겠다.[10]

이러한 언급은 왜 프레게가 공리 V에 그토록 매달렸는지를 말해준다. 나아가 프레게가 『근본법칙』 II권 부록에서 제시한 공리 V의 수정 방안마저 문제가 있다는 점을 나중에 깨닫게 되었을 때, 왜 그가 공리 V 대신 HP를 채택하지 않고 도리어 논리주의 자체의 포기로 나아가게 되었는지도 짐작할 수 있게 해준다. 프레게는 공리 V를 바로 논리적 대상을 파악하는 수단으로 간주하였던 것이다. 논리적 대상을 파악할 수 있는 다른 수단이 공리 V 이외에 달리 없다고 생각되자 프레게는 논리주의 자체를 정당화할 방도가 없다고 판단하였다. 결국 공리 V의 존재 의의는 프레게 자신의 논리주의 기획과 밀접하게 관련되어 있었던 것이다.

그런데 프레게가 여기서 말하는 '논리적' 대상이란 무엇인가? 그는 산수의 대상인 수가 논리적 대상이고, 외연과 치역이 논리적 대상이라고 말한다. 그런데 수가 논리적 대상인 이유는 수가 개념의 외연으로 정의되기 때문일 것이다. 이런 의미에서 수는 논리적 대상이기는 하지만 부차적인 또는 파생적인 의미에서의 논리적 대상이라고 할 수 있을 것이다. 그러면 외연이나 치역이 '논리적' 대상으로 여겨지는 이유는 무엇일까? 그는 공리 V에 대해 다음과 같이 말한다.

---

9) Frege, PMC, pp. 140-1.
10) Frege, BLA, p. 127.

> 그것은 논리학자들이 아마 아직까지 분명하게 표현한 적은 없지만, 가령 개념의 외연을 거론할 때 염두에 두고 있었던 것이다. 나는 그것이 순수 논리학의 법칙이라고 생각한다.11)

여기서 프레게의 주장은 단순히 외연이 논리학자들이 전통적으로 다루어 온 논리학의 탐구 대상이라는 의미는 아닐 것이다. 도리어 공리 V가 순수 논리학의 법칙이라고 말하는 것으로 보아, 그것은 순수 논리적 사고만으로 정당성이 파악되는 법칙이라는 의미일 것이다. 그런데 이 법칙은 프레게가 보기에 논리적 대상을 파악할 수 있는 방법을 일러주는 것이므로, 결국 우리는 프레게가 말하는 논리적 대상이란 순수 논리적 사고만으로 그 대상의 존재가 파악되는 대상이라고 할 수 있다.

그러면 우리는 HP를 순수 논리적 사고만으로 정당성이 입증되는 순수 논리학의 법칙이라고 할 수 있을까? 그것이 논리적 대상을 파악하는 수단이 된다고 할 수 있을까? 이에 대한 프레게의 대답은 분명히 부정적일 것이다. 그렇지 않다면 그가 HP를 공리 V로부터 이끌어낼 이유가 없었을 것이기 때문이다. 이미 수가 논리적 대상이라면, 그것을 외연으로 환원할 필요가 없으며 따라서 공리 V도 필요하지 않았을 것이다. 나는 이것이 바로 프레게가 HP를 기본 원리로 채택하지 않은 한 가지 이유라고 생각한다.

그런데 나는 프레게가 HP를 기본 원리로 채택하지 않은 또 한 가지 이유가 있다고 믿는다. 이를 밝히기 위해, 먼저 프레게가 생각한 논리주의란 어떤 것인지를 좀더 분명히 보자. 논리주의의 입장을 어떻게 입증할 수 있는지를 대략적으로 묘사한 책인 『기초』의 전체 목적을 프레게는 다음과 같이 서술하고 있다.

> 나는 이 책에서 산수 법칙이 분석 판단이고, 그래서 선험적일 확률이

11) Frege, BLA, p. 4.

> 높다는 것을 보였기를 바란다. 따라서 산수는 다만 좀더 발전된 논리학일 뿐이며, 모든 산수 문장은, 비록 도출된 것이긴 하지만, 논리 법칙일 것이다.12)

프레게에 따를 때 산수 법칙이 분석적이라고 말하려면, 산수의 진리를 근원적 진리에 이를 때까지 소급해서 추적해 보았을 때, 마지막에 우리가 마주치는 것이 오직 일반적인 논리법칙과 정의이어야만 한다(『기초』 3절). 그러므로 프레게의 논리주의 이상을 실현했다고 말하려면, 산수의 기본적 진리가 일반적인 논리법칙과 정의로부터 도출된다는 점을 보이면 된다.

산수의 기본적 진리를 도출할 수 있는 토대가 될 일반적인 논리법칙은 어떤 요건을 만족시켜야 할까? 프레게는 일반적인 논리법칙이 공리에 해당한다고 보았고, 공리에 대해 전통적인 유클리드식의 공리관을 표명하였다.

> 전통적으로 공리란 논리적 추론을 통해 증명되지 않아도 참임이 확실한 사상을 말한다. 논리 법칙도 또한 이런 본성을 지닌다.13)

프레게는 공리란 '자명'해야 한다고 말한다.14) 공리는 또한 증명이 가능하지도 않고, 증명이 필요하지도 않아야 한다. 이 때문에 그는 거짓 공리란 존재할 수 없으며,15) 참인지가 의심스럽다면 공리로 여겨질 수 없다고 본다.16) 그리고 버지가 강조하듯이,17) 공리는 기

---

12) Frege, 『기초』 87절.
13) Frege, FG, p. 23
14) 프레게의 자명성 개념에 대한 자세한 분석으로는 Jeshion (2001) 참조.
15) 이런 이유 때문에 프레게는 힐버트와의 논쟁에서 일관성 증명이 불필요하다고 주장했다. "공리는 서로 모순되지 않는다. 왜냐하면 공리는 참이기 때문이다. 이 점은 증명이 필요하지 않다." Frege, FG, p. 25
16) 가령 Frege, PW, p. 205.
17) Burge (1998) 참조.

본적인 진리, 즉 다른 것으로 환원되지 않는 원초적 진리여야 한다. 물론 프레게는 공리가 체계 상대적일 수도 있음을 인정한다.[18] 그럼에도 불구하고 그는 진리들의 위계가 있다고 생각했고, 그런 위계 질서가 바로 증명을 통해 드러난다고 여겼다. 이런 이유에서 그는 "증명의 목적은 단지 어떤 문장이 의심의 여지없이 참임을 보이는 데 있는 것이 아니라, 진리들 사이의 의존관계를 통찰하게 하려는 데 있다"[19]고 말했다.

이상에서 우리는 프레게에게 논리주의의 토대가 되는 논리법칙은 전통적인 의미의 공리여야 한다는 점을 확인하였다. 우리의 분석이 옳다면, 이제 왜 프레게가 HP를 기본 원리로 채택하지 않았을까 하는 물음에 대한 대답은 HP가 공리의 요건을 갖추고 있는지에 달려 있을 것이다. 즉 그것이 공리라고 할 수 있을지에 달려 있을 것이다. 이와 관련해 문제가 되는 것은 우선 HP가 다른 것으로부터 도출될 수 있다는 점이다. 이는 공리가 다른 모든 것의 토대가 되는 기본 원리라는 견해와 어울리지 않는다. 더구나 프레게 자신이 공리 V에 대해 자명성 측면에서 의구심을 표명한 바 있다는 점을 감안한다면, 이로부터 도출되는 HP 또한 자명성 측면에서 문제가 된다고 말할 수 있다.

4

HP가 프레게 철학에서 공리로 여겨질 수 없다면 그것은 정의로 여겨질 수 있을까? 이제 이 문제를 살펴보기로 하자. 이를 위해서는 먼저 프레게가 정의의 기능을 어떻게 보았는지를 검토해야 한

18) Frege, PW, pp. 205-6.
19) Frege, 『기초』 2절. 또한 Frege, PW, p. 204도 참조.

다. 프레게는 어떤 표현을 정의하는 일을 그 표현의 지시체를 고정하는 절차로 이해한다. 『근본법칙』에서 프레게는 표현의 지시체를 고정하기 위해서는 두 가지 원리를 지켜야 한다고 말한다. 하나는 완전성의 원리(56-65절)이고, 다른 하나는 단순성의 원리(66절)이다. 완전성의 원리란 정의를 통해 한 표현의 지시체가 완전하게 결정되어야 한다는 원리이다. 그는 이 원리를 이른바 개념은 뚜렷한 경계를 가져야 한다는 요건과 연관 짓는다. 수학에서 흔히 볼 수 있는 점진적 정의(piecemeal definition)와 조건부 정의(conditional definition)는 이런 완전성의 원리를 위반한 사례가 된다. 프레게는 두 번째 원리인 단순성의 원리를 다음과 같이 표현한다.

> 한 표현의 지시체와 그 표현의 부분의 지시체가 주어졌다고 해서 그 표현의 나머지 부분의 지시체가 언제나 결정되는 것은 분명히 아니다. 따라서 어떤 기호나 단어가 나오는 표현을 정의해 — 여기서 그 표현의 나머지 부분은 알려져 있다 — 그 기호나 단어를 정의할 수는 없다.[20]

이것이 '단순성의 원리'로 불리는 이유는 『근본법칙』 I권 33절에서 그가 다음과 같이 말하고 있기 때문이다.

> 정의되는 이름은 단순해야 한다. 다시 말해, 그것은 이미 알고 있는 이름이나 아직 정의되지 않은 이름으로 이루어져서는 안 된다.[21]

우리는 이런 단순성의 원리가 명시적 정의와 대비되는 암묵적 정의의 절차에 심각한 위협이 될 것임을 쉽게 알 수 있다. 제거적 정의인 명시적 정의와 달리 암묵적 정의는 우리가 정의하고자 하

20) Frege, 『근본법칙』 II권 66절, TPW, p. 150.
21) Frege, BLA, pp. 90-91

는 표현이 나오는 어떤 문장을 참이라고 약정함으로써 그 표현의 의미를 고정하고자 하는 절차라 할 수 있다. 기하학의 공준을 통해 '선', '점' 등을 정의하거나 데데킨트 페아노 공리를 통해 '영', '후자', '수'를 정의하는 것 등은 모두 암묵적 정의의 사례라 할 수 있다. 또한 논리 상항의 의미를 그 표현이 나오는 추리 규칙에 의해 정의하는 것[22]도 널리 알려진 또 하나의 사례라 할 수 있다. 그런데 이런 식의 암묵적 정의는 모두 프레게가 말하는 단순성의 원리와 충돌하는 것으로 보인다. 실제로 프레게는 만약 공리 V를 정의로 간주한다면, 그것은 단순성의 원리를 위반한 것이 된다는 말로 이 점을 분명히 하고 있다.[23] HP가 공리 V와 같은 형태를 갖는다는 점을 생각해 볼 때, 우리는 HP에 대해서도 같은 이야기를 할 수 있을 것이다. 즉 HP를 암묵적 정의로 간주하게 되면, 그것은 단순성의 원리를 위반하게 된다. 이것으로 공리 V나 HP는 프레게 철학 내에서 정의로 여겨질 수 없다는 점은 분명하다. 그것은 프레게가 내세운 정의의 원리에 저촉되기 때문이다.

5

프레게가 암묵적 정의를 반대했다는 사실은 널리 알려져 있다.[24] 우리 논의에서 중요한 점은 프레게가 암묵적 정의를 반대한 근거

---

22) 그래서 겐첸은 다음과 같이 말한다. "도입[즉 논리 상항의 도입 규칙]은 이른바 관련 기호의 '정의'를 나타내며, 제거 [규칙]은 이런 정의의 결과일 따름이다." G. Gentzen, *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, p. 80.

23) Frege, 『근본법칙』 II권 145절, TPW, p. 160.

24) 프레게가 암묵적 정의를 『개념 표기법』이나 『기초』를 쓸 당시에도 철저하게 반대했는지는 분명하지 않다. 여기서 이 문제를 자세히 논의할 수는 없다.

가 무엇이며, 그것이 옳은지 하는 점이다. 단순성의 원리를 제시한 직후 프레게는 그 원리를 지켜야 하는 근거를 다음과 같은 비유를 들어 설명한다.

> 왜냐하면 그 경우, 쉽게 이해할 수 있는 대수의 비유를 든다면, 등식이 미지수에 대해 풀릴 수 있는지 그리고 미지수의 값이 단 하나로 결정될 수 있는지를 먼저 탐구해 보아야 하기 때문이다. … 정의의 정당성이 그런 탐구의 결과에 의존하도록 하는 것은 옳지 않다.[25].

여기 나오는 '미지수 비유'는 프레게 글에 자주 등장한다. 그는 힐버트의 『기하학의 기초』에 나오는 정의를 비판할 때에도 같은 비유를 든다.

> 우리가 힐버트의 설명과 공리를 전체적으로 살펴보면, 이는 미지수가 여러 개 있는 방정식 체계와 비슷하다. 왜냐하면 대체로 공리가 '점', '직선', '평면', '놓여 있다', '사이' 등과 같은 여러 개의 미지수 표현을 포함하고 있기 때문이다. 그래서 하나의 공리나 여러 개의 공리가 아니라 공리들의 전체가 미지수를 결정하는데 충분한 것처럼 보인다. 그런데 그 전체로 실제로 충분할까? 이 체계로 미지수를 풀 수 있고, 미지수가 하나의 답을 갖게 된다는 것을 누가 말할 수 있는가? 해가 가능하다면, 그것은 어떤 형태일까?[26]

1914년에 쓴 "수학에서의 논리학"이라는 유고에서 그는 공리와 정의에 대해 폭넓은 논의를 하고 있는데, 거기에도 미지수 비유가 다시 등장한다.

> 우리는 받아들일 수 없는 정의의 또 한 가지 유형을 대수의 비유를 사용해 규정지을 수 있다. 세 개의 미지수 x, y, z가 세 방정식에 나온다고 하자. 이때 이것들의 값이 이 방정식에 의해 결정될 수 있다. 하지만 엄밀히 말해, 해가 오직 하나일 경우에만 그렇게 결정된다.[27]

---

25) Frege, 『근본법칙』 II권 66절, TPW, p. 150.
26) Frege, FG, p. 31

미지수의 비유는 프레게 자신의 말대로 비유이다. 이 때문에 프레게의 논점이 무엇인지를 파악하기란 쉽지 않다. 대략 말해 그는 정의의 정당성이 다른 탐구 결과에 의존하는 정의는 올바르지 않다고 보는 것 같다. 그리고 미지수의 값이 하나로 정해질 수 있느냐의 문제가 바로 그런 탐구의 일종이라 여기는 것으로 보인다. 즉 암묵적 정의를 할 경우, 미지수의 값이 하나로 고정된다고 볼 수 있는지의 탐구가 필요하므로 그것은 제대로 된 정의일 수 없다는 것이다. 하지만 여기서 '미지수'란 정확히 무엇을 말하는 것인가?

나는 암묵적 정의에 대한 호르위치의 최근 비판에서 프레게의 미지수 비유를 이해할 수 있는 방안을 찾을 수 있다고 생각한다. 호르위치는 암묵적 정의가 몇 가지 문제를 안고 있다고 주장한다.[28] 그 가운에 우선 하나는 존재 문제(existence problem)이다. 우리가 정의하고자 하는 표현을 'f'라고 하고, 그 표현을 포함하는 전체 문장(또는 규칙)을 '#f'라 하자. 암묵적 정의의 절차에 따르면, 우리가 임의로 '#f'가 참(타당하다)이라고 약정함으로써, 'f'는 '#f'를 참으로 만드는 바로 그 의미를 갖게 된다. 그런데 호르위치에 따르면, 이런 암묵적 정의의 절차가 성공하려면 '#f'가 참이 될 수 있어야 한다. 다시 말해 '#f'를 참으로 만들어주는 'f'의 의미가 존재해야 한다. 이것이 그가 말하는 존재 문제이다. 한편 유일성 문제(uniqueness problem)란 '#f'를 참으로 만드는 의미가 있다고 하더라고, 그것이 여럿일 수 있기 때문에 발생한다. 존재 문제의 예로 호르위치가 드는 예는 다음과 같다.

눈은 녹색이고 달은 f이다.

이 경우 전체 문장을 참으로 만들어주는 'f'의 의미란 있을 수 없

27) Frege, PW, p. 212.
28) Horwich (1997)과 Horwich (2000) 참조.

다. 프라이어가 든 유명한 결합사 'tonk'도 이런 유형의 예라고 할 수 있다.[29] 한편 유일성 문제의 예로는 가령 '#f'가 '달은 f이다'인 경우를 들 수 있을 것이다.

6

프레게의 미지수 비유가 바로 호르위치의 비판을 의도한 것이라고 이해할 경우, 이런 비판은 옳은가? 나아가 암묵적 정의에 대한 이런 비판은 극복될 수 없는 것인가? 호르위치는 자신이 제기한 문제가 극복될 수 없으며, 따라서 암묵적 정의를 통해 분석적 진리를 선험적으로 확보할 수 있다는 견해를 받아들이지 않는다. 한편 헤일과 라이트는 호르위치의 비판이 부당하다고 주장한다.[30] 왜냐하면 호르위치는 암묵적 정의가 지시체 고정 모형(reference fixing model)에 따라 이루어진다고 전제하고 있는데, 이 모형은 암묵적 정의의 모형으로 적절치 않기 때문이다. 그들에 따르면, 암묵적 정의를 의미가 하나의 플라톤주의적 실체로 먼저 저편에 존재하고 그것을 암묵적 정의를 통해 연관짓는 절차로 이해해서는 안 된다. 도리어 암묵적 정의는 본성상 하나의 '정의'이고, 이 정의를 통해 비로소 이전에 없던 새로운 의미를 획득하게 되는 것이므로, 암묵적 정의의 모형은 의미를 창안하는(inventing a meaning) 여지를 허용해야 한다.

나는 헤일과 라이트의 비판이 일면 옳고 일면 그르다고 생각한다. 즉 호르위치의 문제 제기는 일면 정당하고 일면 지나친 요구이다. 이를 보기 위해 먼저 프레게를 따라 의미를 뜻과 지시체로 나

29) Prior (1960) 참조.
30) Hale and Wright (2000), 특히 2절 참조.

누기로 하자. 우리가 잘 알듯이 프레게는 고유 이름뿐만 아니라 술어도 뜻과 지시체를 모두 갖는다고 생각한다. 나는 정의되는 표현이 술어일 경우 호르위치의 비판이 지나치다고 보는 점에서 헤일과 라이트의 입장을 받아들인다. 하지만 나는 정의되는 표현에 프레게가 말하는 넓은 의미의 고유 이름이 개입될 경우 호르위치의 비판이 정당하다고 본다. 이 점에서 나는 헤일과 라이트의 입장을 받아들이지 않는다.

사실 프레게가 『근본법칙』에서 제시한 정의의 원리들은 개념, 즉 술어를 정의할 때 지켜야 할 사항들이다. 프레게가 자주 강조하듯이, 과학적 논의에서 사용될 술어가 만족시켜야 할 조건이란 경계가 분명해서 어떤 대상에 대해서이건 그 술어가 적용되는지 적용되지 않는지가 분명하기만 하면 된다. 이 경우 술어의 의미가 미리 존재해서 그것을 새로운 술어의 의미와 연관시키는 것으로 볼 필요는 없는 것 같다. 바로 이 점에서 암묵적 정의에 대한 호르위치의 문제 제기가 잘못된 모형에 근거하고 있다고 말할 수 있다.31)

하지만 정의되는 표현에 개념뿐만 아니라 고유 이름이 등장하는 경우 사정은 달라진다. 논의를 위해 다음과 같은 상황을 고려해 보자. 어떤 사람의 시신이 발견되었는데, 그 사람의 시신을 살펴본 결과 엽기적일 만큼 아주 잔혹하게 살해된 것으로 보인다고 해보자. 그래서 범인을 쫓고 있는 경찰이 다음과 같은 정의를 한다고 해보자.

엽기적인 살인 사건의 범인은 토막 살인자 잭(Jack the Ripper)이다.

31) 물론 프레게 이론 안에서 볼 때, 술어의 경우에도 술어의 지시체가 존재해야 하며, 단 하나 존재해야 한다. 이런 의미에서는 술어의 경우에도 존재 문제와 유일성 문제가 야기된다고 할 수 있다. 하지만 여기서 말하는 술어의 지시체를 어떤 것으로 이해하든, 그것이 미리 존재하는 어떤 플라톤주의적 실체일 필요는 없다는 점에서 헤일과 라이트의 비판은 여전히 옳다.

여기서 이것이 참이려면, 죽은 사람이 실제로 누군가에 의해 살해되었어야 하며, 그리고 이 범행이 다른 공범에 의해 저질러진 것이 아니어야 한다. 즉 존재 문제와 유일성 문제가 정확히 야기된다고 할 수 있다. 같은 이야기를 "달은 f이다"라는 식의 정의에 대해서도 할 수 있다.[32] 이는 우리가 어떤 문장의 참을 마음대로 약정할 수 없는 경우도 있음을 보여준다. 호르위치가 암묵적 정의의 세 번째 문제로 '소유 문제'(possession problem)를 들 때 그가 염두에 둔 것도 바로 이 점이 아닌가 한다. 그가 말하듯, "'빨갛게 되라'고 그냥 말한다고 해서 벽을 빨갛게 만들 수 있는 것은 아니다. 당신이 빨갛게 칠해야 한다."[33] 어떤 것이 참이 되도록 하는 특정 의미를 갖는다고 약정한다고 해서 그 문장이 저절로 참이 되는 것은 아니다.

7

특정 대상을 지시하는 고유 이름의 경우 언제나 존재 문제와 유일성 문제가 따른다는 점은 프레게가 개념과 대상을 명확히 구분하라고 말할 때부터 강조한 것이다.[34] 개념(함수) 표현을 이용해 대상을 지시하는 표현으로 나아가려면, 개념 아래 속하는 대상이 적어도 하나 있음을 보여야 하며, 나아가 그런 대상이 오직 하나 있음을 보여야 한다. 바로 이런 엄밀한 증명 없이 개념에서 대상으

---

32) 바로 이런 이유에서 정의되는 표현이 개념 표현이냐 아니면 대상 표현이냐에 따라 구분한 것이 아니라, 대상 표현이 나오느냐 그렇지 않느냐에 따라 구분한 것이다.

33) Horwich (1997), p. 135.

34) 가령 "개념과 대상의 차이를 명심해야 한다"는 것은 『기초』 머리말에 제시되는 방법론적 원리 가운데 하나이다. Frege, 『기초』, p. 39.

로 나아가는 것은 혼동이다. 프레게는 그런 잘못을 『근본법칙』에서 '창조적 정의'(creative definition)라 부른다.[35] 그리고 프레게 스스로도 공리 V에 대해 그것이 창조적 정의가 아닌가 하는 비판이 제기될 것을 미리 예상하였다. 그는 다음과 같이 말한다.

> 누군가는 우리도 (1권, 3, 9, 10절에서) 새로운 대상, 즉 치역을 구성해 낸 것이 아니냐고 할지 모르겠다. 우리가 거기서 한 일은 무엇인가, 아니 우리가 거기서 하지 않은 일은 무엇인가? 우리는 성질들을 나열하고 그런 다음 이런 성질들을 갖게 될 사물을 구성했다고 말하지 않았다. 도리어 우리는 다음과 같이 말했다. 어떤 1항 1계 함수와 또 다른 1항 1계 함수가 같은 논항에 대해 언제나 같은 값을 갖는다고 한다면, 우리는 이 대신 전자의 치역이 후자의 치역과 같다고 말할 수 있다. 우리는 이 두 함수의 공통된 무엇을 인식하고, 이것을 첫 번째 함수의 치역이라 부르고 또한 그것을 두 번째 함수의 치역이라 부른다.[36]

사실 이것은 플라톤주의자인 프레게가 내놓을 수 있는 최선의 답일 것이다. 대상들이 관련되는 정의일 경우, 정의란 언제나 단순한 이름 부여에 지나지 않는다. 그 점은 '3 + 1'을 '4'로 정의하는 명시적 정의의 경우뿐만 아니라 프레게가 방금 설명하는 암묵적 정의(사실 그는 이것이 '정의'가 아니라고 말하지만)의 경우에도 마찬가지이다. 어느 경우이든 대상들이 관련되는 정의일 경우 정의가 성공적이려면, 정의가 참이기 위해 요구되는 대상의 존재가 먼저 정당화되어야 함은 물론이다. 프레게는 공리 V를 두고 그런 대상의 존재를 당연한 것으로 간주하였다.

물론 프레게는 이런 생각이 잘못이었음을 깨닫는다. 자신의 체계에 모순이 발견됨으로써 그는 "동일성의 일반성을 치역의 동일성으로 변형하는 일이 언제나 허용 가능한 것은 아니며, 법칙 V는 거짓이며, [『근본법칙』] 31절에 나온 설명은 모든 경우에 복합 기호

35) Frege, 『기초』 92절 이하와 『근본법칙』 II권 143-4절 참조.
36) Frege, 『근본법칙』 II권 146절, TPW, p. 159.

들의 지시체를 보장하는데 충분한 것은 아님이 드러난 것 같다"[37] 는 점을 인정한다. 이것이 바로 프레게가 모순의 발생으로부터 배운 교훈이다

이제 이런 논의를 HP에 적용해 보기로 하자. HP의 형식은 공리 V와 마찬가지이므로 HP의 정의가 성공하려면 수의 존재가 먼저 정당화되어야 할 것이다. 이를 어떻게 정당화할 수 있을까? 헤일과 라이트는 HP를 암묵적 정의를 통해 확보되는 선험적 진리의 일종으로 여기고자 한다. 이를 위해 그들은 선험적 진리를 낳을 수 있는 암묵적 정의의 경우 참의 약정이 '교만해서는 안 된다'(non-arrogant)는 점을 받아들인다. 어떤 약정 '#f'이 교만하다는 말은 '#f'의 참을 확인하기 위해 경험적인 인식적 작업이 추가로 요구된다는 의미이다.[38] 가령 앞서 나온 '토막 살인자 잭' 예나 '달은 f이다'는 식의 예는 모두 교만한 약정으로 분류될 것이다. 왜냐하면 이 경우 그 약정이 참이 되기 위해서는 살인범의 존재나 달의 존재가 요구되는데, 이는 경험적 탐구를 통해 확인될 수 있는 것이기 때문이다.

그러면 HP가 참이라는 약정은 교만한 약정인가 아닌가? 이에 대한 대답의 관건은 HP가 참이기 위해 요구되는 대상의 존재를 정당화하는데 필요한 탐구가 어떤 성질의 것인가이다. 그리고 이는 다시 존재 주장이 과연 선험적 주장일 수 있느냐에 달려 있다.[39] 이에 답하기 위해서는 추상적 대상의 존재 양상에 관한 연구가 필요한데, 이는 다음의 과제이다.[40]

---

37) Frege, PMC, p. 132.
38) Hale and Wright (2000), p. 128.
39) 이에 관한 논의로는 최원배 (2006), Boolos (1997), Wright (1999) 참조.
40) 이 주제를 같이 논의해준 KAIST 수학철학 연구실의 박우석, 박준용 선생님께 감사드린다. 아울러 좋은 지적을 해주신 심사위원께도 감사드린다.

참고문헌

최원배 (2006), "프레게식 플라톤주의에서 수 존재의 정당화", 『철학연구』 73, pp. 79-98.

Boghossian, P. and Peacocke, C. (2000), ed. *New Essays on the A Priori* (Clarendon Press).

Boolos, G. (1997), "Is Hume's Principle Analytic?", in R. Heck ed., *Language, Thought, and Logic* (Oxford Univ. Press), pp. 245-261, reprinted in G. Boolos, *Logic, Logic, and Logic* (Harvard Univ. Press), pp. 301-314

Burge, T. (1998), "Frege on Knowing the Foundation", *Mind* 107, pp. 305-347.

Demopoulos, W. (1995), "Introduction", in *Frege's Philosophy of Mathematics*, ed. W. Demopoulos (Harvard Univ. Press), pp. 1-20.

Frege, G. (『기초』), *Die Grundlagen der Arithmetik*, 박준용 · 최원배 옮김, 『산수의 기초』(아카넷, 2003).

Frege, G. (BLA), *The Basic Laws of Arithmetic*, ed. and trans. by M. Furth (Univ. of California Press, 1964).

Frege, G. (FG), *On the Foundations of Geometry and Formal Theories of Arithmetic*, trans. E. W. Kluge (Yale Univ. Press, 1971).

Frege, G. (PMC), *Philosophical and Mathematical Correspondence*, ed. B. McGuinness, trans. H. Kaal (Basil Blackwell, 1980).

Frege, G. (PW), *Posthumous Writings*, eds. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach, trans. P. Long and R. White (Basil Blackwell, 1979).

Frege, G. (TPW), *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, eds. P. Geach and M. Black (Basil Blackwell, 3rd ed. 1980).

Hale, B and Wright, C. (2000), "Implicit Definition and the A Priori", in Boghossian and Peacocke (2000), pp. 286-319, reprinted in Hale and Wright (2001), pp. 117-150.

Hale, B and Wright, C. (2001), *The Reason's Proper Study* (Oxford Univ. Press).

Heck, R. (1995), "Frege's Principle", in *From Dedekind to Gödel: Essays on the Development of the Foundations of Mathematics*, ed. J. Hintikka (Kluwer Academic Publishers), pp. 119-142.

Heck, R. (1997), "The Julius Caesar Objection", in *Language, Thought, and Logic*, ed. R. Heck (Oxford Univ. Press), pp. 273-308.

Horwich, P. (1997), "Implicit Definition, Analytic Truth, and A Priori Knowledge", *Nous* 31, reprinted in *Meaning*, P. Horwich (Clarendon Press), pp. 131-153.

Horwich, P. (2000), "Stipulation, Meaning, and Apriority", in Boghossian P. and Peacocke, C. (2000), pp. 150-169.

Jeshion, R. (2001), "Frege's Notion of Self-evidence", *Mind* 110, pp. 937-976.

Prior, A. N. (1960), "The Runabout Inference-Ticket", *Analysis* 21, pp. 38-39.

Wright, C. (1999), "Is Hume's Principle Analytic?", *Notre Dame Journal of Formal Logic* 40, reprinted in Hale and Wright (2001), pp. 307-332.

KAIST
Email: wonbaechoi@hanmail.net