신뢰성응용연구
제7권, 제1호. pp.13-22, 2007

성취가용도를 고려한 최적 수리횟수 결정모델에 관한 연구

나인성 · 박명규

명지대학교 산업공학과 박사과정, 명지대학교 산업공학과 교수

A Determination of an Optimal Repair Number under Achieved Availability Constraint

Na In sung · Park, Myeong-Kyu

Myongji University Industrial Engineering

Abstract

A preventive maintenance model, caller FNBM(α,δ,γ)model, is proposed to decide an optimal repair number under achieved availability requirements(r) along with taking two types of failures (repairable or irrepairable) into account.

In this model, the current system is replaced by a new one in case when it doesn't meet the achieved availability requirement, even though it is repairable failure; Othewise it is replaced in time of the first irrepairable failure.

Assumed that the j-th failure is repairable with probability α_j, minimal repairs are allowed for repairable failure between replacements. Expected cost rate for preventive maintenance model is developed using NHPP(Non-Homogeneous Poisson Process) in order to determin the optimal number n^*, also numerical examples are shown in order to explain the proposed model.

Since the proposed FNBM(α,δ,r)model includes Park FNBM model(1979) and Nakagawa FNBM(p)model(1983)m this proposed model is thought to be better than previous model, especially for weapon system which requires availability as primary parameter,

1. 서론

과학기술의 발전과 더불어 현대의 대형 체계는 점점 더 복잡화, 정밀화, 총체화 되어가고 있다. 그래서 대형 체계를 획득 생산 사이클이 길어지며, 일반적인 군수 요구사항 또한 증가하고 있다, 과거 수 십년간 대형 체계의 생산 획득 비용은 상당히 증가하였을 뿐 아니라, 군수 지원비용 또한 엄청나게 증가하였다. 동시에 인플레이션의 결과와 더불어, 새로운 체계의 획득과 그 체계의 정비 및 지원에 이용 가능한 예산이 축소되어 경제적인 문제를 해결해야 하는 입장에 있다. 게다가 세계적인 경쟁이 가속화되고 있다.

국방 분야 체계와 같은 대형 체계에서는 운영유지 비용이 수명주기 비용(Life Cycle Cost)의 60~75%에 달하는 것으로 알려져 있다. 정비 및 지원비용을 최소화하기 위해서는 모든 장비가 이미 개발완료 단계에서 정비 및 지원비용의 95%까지 결정된 상태로 수요자에게 인도된다는 사실을 주지 해야한다.

따라서 본 연구에서는 이와같은 문제점을 해결하기 위하여 장비의 가동시간을 결정변수로 하는 예방정비정책이 아닌 장비의 고장횟수를 결정변수로 하되 군에서 요구하는 가용도 요구조건을 만족시키면서 단위시간당 평균정비용을 최소화하는 최적예방정비수를 결정하는 모형을 제시하고자 한다.

2. FNBM(α, δ, r)모델의 수립

2.1. 문제의 정의 및 가정

가. 문제의 정의

교체 및 수리와 관련된 예방정비모델은 1960년 Barlow와 Hunter에 의하여 TBM모델이 처음으로 제안된 후 많은 연구가 진행되어 왔다. 그런데 기존의 모델은 모두가 일반 시스템에 적용되는 모델로서 단위시간당 기대비용만을 최소화하는 데 주안점을 두고 개발되어 왔으며, 수리적 한계로 인해 대다수 모델은 고장이 발생하면 항상 수리가 불가능하여 고장시마다 교체하여 사용한다거나 아니면 고장이 발생하면 항상 수리가능하다고 가정하였으며, 일부 모델은 수리가능 고장시에는 수리하여 사용하되 수리가능확률이 일정하다는 한계점을 가지고 있다.

따라서 본 연구에서는 기존의 연구보다 현실성을 감안하여 고장시에는 수리가능과 수리불가능할 2 가지의 상황을 고려하였으며, 수리불가능시에는 교체하여 사용하고 수리가능시에는 수리하여 사용하되 고장횟수가 증가함에 따라 수리가능할 확률이 줄어드는 모델을 고안하였다. 특히 본 연구는 임의의 시점에서도 항시 시스템이 사용가능하여야 하는 무기시스템에 적용할 수 있도록 가용도란 요구조건을 우선적으로 만족시키면서 비용을 최소화하는 모델을 개발하되, 1979년 Park이 제시한 FNBM모델이 TBM모델에 비해 장점을 많이 가지고 있으므로 1981년 Nakagawa의 FNBM(p)모델의 확장모델인 FNBM(α, δ, r)모델을 제시하고자 한다.

나. 기본가정

본 연구에서 제기하고자하는 모델은 무기시스템의 설계초기 단계인 개념형성 단계에 적용하는 모델로서 시스템 자체의 직접적인 요인에 의한 비가동시간만 고려하며, 수리적 한계와 입증의 타당성을 보증하기 위하여 다음과 같이 몇 가지 가정사항을 적용하여 유도한다.

첫째, 시스템의 고장에는 수리가능과 수리불가능한 2 가지의 고장형태가 존재한다.

둘째, 시스템의 고장률은 고장횟수가 증가함에 따라 증가하며, 고장횟수가 증가할수록 수리가능확률은 일정한 비율로 감소한다.

셋째, 시스템 개발시 사용자의 요구조건(Requirement) 또는 초기 설계목표(Design Goal)의 하한치(Lower Limit)를 성취가용도로 설정한다.

넷째, 고장후 정비시간은 상호 독립이며, 동일한 분포를 갖는다.

다섯째, 수리가능한 고장시에는 최소수리****************를 실시한다.

2.2. 사용기호

n : 고장횟수

E[n] : 교체시까지 고장횟수의 기대치

E[T] : 교체시점에서 다음 교체시점까지 시스템 주기길이의 기대치

α_j : j번째 고장의 수리가능확률

$\alpha=\alpha_1$: 최초 고장의 수리가능확률

δ : 고장횟수의 증가에 따라 수리가능확률이 감소하는 형태를 나타내는 상수로서 $\alpha_{j+1} = \delta\alpha_j$의 관계를 표시($0<\delta\leq 1$)

C_r : 1회 교체비용

C_f : 1회 수리비용

$C_r(L)$: 주기당 기대교체비용

$C_f(L)$: 주기당 기대수리비용

$C(n;\alpha,\delta)$: 단위 시간당 비용함수

---

* 최소수리란 수리후의 상태를 고장직전의 상태로 복구시키는 최소한의 수리를 말한다.
** Barlow, R. E. & Hunter, L. C., op. cit., 1960, pp. 90~100.
*** Cleroux, R. & Dubuc, S. and Tilquin, C., op. cit., 1979, pp. 1158~1167.
**** Nakagawa, T. & Kowada, M., op. cit., 1983. pp. 176~182.
***** Park, K. S., op. cit., 1979, pp. 137~140.
* Phelps, R. I., op. cit., 1981, pp. 549~554.

$f(t)$, F(t), $\overline{F}(t)$: 고장시간의 확률밀도함수, 누적분포함수, 누적분포 여함수

$f_n(t)$, $F_n(t)$: n번째 고장시간의 확률밀도함수, 누적분포함수

$h(t)$: 고장률(Hazard Rate)함수

$H(t) = \int_0^t h(x)dx$: 누적고장률(Cumulative Hazard)함수

$p(j; H(t))$: $\frac{(H(t))^j e^{-H(t)}}{j!}$, 평균이 H(t)인 Poisson분포

$\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}dx$: 감마함수

A_i : 시스템이 정상상태일 때 고유가용도

g(t) : 수리정비시간의 확률밀도함수

2.3. 모델의 설정

가. 주기당 기대비용[$C_r(L)+C_f(L)$]

주기당 기대비용을 구하기 위하여 교체비용과 수리비용의 총비용을 구하고, 총비용을 주기당 기대주기길이로 나누어 주기당 기대비용을 구한다.

FNBM(α, δ, r)모델의 주기당 기대교체비용은 다음과 같이 계산한다.

1) 주기당 기대교체비용[$C_r(L)$]

시스템의 한 주기를 교체시점에서 다음 교체시점까지로 하므로 주기당 교체횟수는 1회가 되어 주기당 교체비용은 C_r이다.

2) 주기당 기대수리비용[$C_f(L)$]

FNBM(α, δ, r)모델의 1회당 기대수리비용은 C_f라 가정하고, 주기당 기대수리횟수는 다음의 식 (2-1)으로 나타낼 수 있다.

주기당 수리횟수(E[n])

$$= \sum_{j=1}^{n}(j-1)\cdot \Pr\{j\text{번째 고장이 처음으로 수리불가능}\}$$

$$+(n-1)\cdot \Pr\{n\text{번째 고장은 모두 수리가능}\} \qquad (2-1)$$

($\Pr\{j$번째 고장이 처음으로 수리불가능$\}$ $= \prod_{i=1}^{j-1} \alpha_1(1-\alpha_j)$이고,

$\Pr\{n$번째 고장은 모두 수리가능$\}$ $= \prod_{j=1}^{n} \alpha_j$ 이므로)

$$= \sum_{j=1}^{n} (j-1) \prod_{i=1}^{j-1} \alpha_i(1-\alpha_j) + (n-1) \prod_{j=1}^{n} \alpha_j \qquad (2-2)$$

($\alpha_1 = \alpha$, $\alpha_{j+1} = \delta\alpha_j$로부터 $\alpha_j = \alpha\delta^{j-1}$가 되므로)

$$= \sum_{j=1}^{n} (j-1)\alpha^{j-1}\delta^{\frac{(j-1)(j-2)}{2}}(1-\alpha\delta^{j-1}) + (n-1)\alpha^n\delta^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^j \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \qquad (2-3)$$

그러므로 주기당 기대수리비용은 다음과 같다.

$$C_f \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^j \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \qquad (2-4)$$

나. 기대주기길이(E[L])

FNBM(α, δ, r)모델의 기대주기길이는 교체시점에서 다음 교체시점까지로, 그 기대치는 다음의 식 (2-5)과 같이 계산된다.

j번째 고장의 기대시간은 비동질포아송과정(NHPP : Non-Homogeneous Poisson Process)이론**********에 의하여 $E[Y_j] = \int_0^{\infty} \overline{F_j}(t)dt$이고, j번째 고장에서 처음으로 수리불가능한 고장이 발생하였다면(즉, j번째 고장에서 교체한다면) 그 확률은 $\prod_{i=1}^{j-1} \alpha_i(1-\alpha_j)$이므로

$$E[T] = (1-\alpha_1)\int_0^{\infty} \overline{F_1}(t)dt + \alpha_1(1-\alpha_2)\int_0^{\infty} \overline{F_2}(t)dt$$

---

* Barlow, R. E. & Hunter, L. C., op. cit., 1960, pp. 90~100.
** Nakagawa, T. & Kowada, M., op. cit., 1983. pp. 176~182.
*** Park, K. S., op. cit., 1979, pp. 137~140.
**** Thompson, W. A., "On the Foundations of Reliability", *Technometrics*, Vol. 23, No. 1, 1981, pp. 1~13.

$$+ \cdots + \alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_{n-1}(1-\alpha_n)\int_0^{\infty}\overline{F_n}(t)dt \ + \alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n\int_0^{\infty}\overline{F_n}(t)dt$$

$$= \int_0^{\infty}\overline{F_1}(t)dt + \alpha_1\int_0^{\infty}[\overline{F_2}(t) - \overline{F_1}(t)]dt + \alpha_1\alpha_2\int_0^{\infty}[\overline{F_3}(t) - \overline{F_2}(t)]dt$$

$$+ \cdots + \alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_{n-1}\int_0^{\infty}[\overline{F_n}(t) - \overline{F_{n-1}}(t)]dt \qquad (2-6)$$

$$(\overline{F_1}(t) = e^{-H(t)},\ \overline{F_j}(t) = \sum_{i=0}^{j-1}\frac{[H(t)]^i e^{-H(t)}}{i!},$$

$$\overline{F_{j+1}}(t) - \overline{F_j}(t) = \frac{[H(t)]^j e^{-H(t)}}{j!} \text{ 이므로)}$$

$$= \int_0^{\infty}e^{-H(t)}dt + \sum_{j=1}^{n-1}\prod_{i=1}^{j}\alpha_i\int_0^{\infty}\frac{[H(t)]^j e^{-H(t)}}{j!}dt \qquad (2-7)$$

$$(\alpha_1 = \alpha,\ \alpha_{j+1} = \delta\alpha_j \text{로부터 } \alpha_j = \alpha\delta^{j-1}\text{가 되므로)}$$

$$= \sum_{j=0}^{n-1}\alpha^j\delta^{\frac{j(j-1)}{2}}\int_0^{\infty}\frac{[H(t)]^j e^{-H(t)}}{j!}dt \qquad (2-8)$$

$$(\frac{[H(t)]^j e^{-H(t)}}{j!} = p(j;\ H(t)) \text{로 쓰기로 약속)}$$

$$= \sum_{j=0}^{n-1}\alpha^j\delta^{\frac{j(j-1)}{2}}\int_0^{\infty}p(j;\ H(t))dt \qquad (2-9)$$

다. 단위시간당 비용

Renewal Reward 정리*에 의하여 단위시간당 비용 $C(n;\alpha,\delta)$는 기대주기당 비용을 기대 주기길이로 나눈 값으로 다음의 식 (2-10)과 같다.

$$C(n;\ \alpha,\delta) = \frac{\text{주기당 기대교체비용} + \text{주기당 기대수리비용}}{\text{기대주기길이}} \qquad (2-10)$$

* Ross. S. M., Applied Probability Models with Optimization Applications, Holden-Day, San-Francisco, 1970.

$$= \frac{C_r(L) + C_f(L)}{E(L)} = \frac{C_r + \text{식 } (3-19)}{\text{식 } (3-24)}$$

$$= \frac{C_r + C_f \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^j \delta^{\frac{j(j-1)}{2}}}{\sum_{j=0}^{n-1} \alpha^j \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt} \qquad (2-11)$$

라. 정상상태의 성취가용도(Steady State Achivement Availability)

전절에서 이미 설명한 가용도의 정의중 본 연구에서는 성취가용도제약하에서 최적수리 횟수(N^*)를 결정하는 예방정비모델을 설정하고자 한다.

본 모델에서 성취가용도를 설정한 이유는 시스템의 고장시간분포와 정비시간 밀도함수만 알면 가용도의 측정이 가능하고, 시스템 자체의 직접적 요인에 의한 비가동시간만을 고려하기 때문에 장비 고유의 성능을 보장할 수 있으며, 외부요인에 의한 변동성이 적어 현실적으로 파악이 가능하기 때문이다.

최적예방정비를 위한 고장횟수에 대하여 한 주기당 작동시간의 합과 수리정비시간의 합은 다음과 같다.

주기당 작동시간의 합(T_s) = E[L]

$$= \sum_{j=0}^{n-1} \alpha^j \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt \text{ 이고,}$$

수리정비시간은 상호독립이며, 동일한 분포를 갖는다고 가정하였으므로 수리정비시간의 확률밀도함수를 g(t)라고 정의하면 한 주기당 수리정비시간의 기대값 $E[M_t]$는 식 (2-12)이 된다.

$$E[M_t] = E[\text{주기당 고장횟수}] \cdot [\text{1회 정비시간}]$$

$$= E[\text{주기당 수리 횟수}] \cdot [\text{1회 정비시간}]$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^j \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \cdot E[g(t)] \qquad (2-12)$$

그러므로 시스템의 성취가용도(A_a)는 가용도의 정의에 따라 식 (2-13)가 된다.

$$A_a = \frac{E[T_s]}{(E[T_s] + E[M_t])} \quad \left(= \frac{\text{식 } (3-24)}{\text{식 } (3-24) + \text{식 } (3-28)}\right)$$

$$= \frac{\sum_{j=0}^{n-1} \alpha^{j} \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt}{\sum_{j=0}^{n-1} \alpha^{j} \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt + \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^{j} \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \cdot \theta\Gamma(1+\frac{1}{\beta}) \times \theta\Gamma(1+\frac{1}{\beta})]}$$

(2-13)

2.4. FNBM(α, δ, r)모델

전술한 바와 같이 단위시간당 기대비용과 성취가용도 함수를 구하였으므로 식 (3-31)의 요구조건(r)을 만족시키면서 식(2-14)의 비용을 최소화하는 N^*를 구하면 이 값이 최적수리 횟수가 된다.

$$\textit{Minimize} \qquad C = \frac{C_r + C_f \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^{j} \delta^{\frac{j(j-1)}{2}}}{\sum_{j=0}^{n-1} \alpha^{j} \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt} \qquad (2-14)$$

$$\text{Subject to} \quad \frac{\sum_{j=0}^{n-1} \alpha^{j} \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt}{\sum_{j=0}^{n-1} \alpha^{j} \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \int_0^\infty p(j;\, H(t))dt + \sum_{j=1}^{n-1} \alpha^{j} \delta^{\frac{j(j-1)}{2}} \cdot \theta\Gamma(1+\frac{1}{\beta}) \times \theta\Gamma(1+\frac{1}{\beta})]} \geq r$$

(2-15)

n : 양의 정수

r : 성취가용도 요구조건

제 5 장 결론

무기시스템(군 장비)은 항시 가동할 수 있어야 하며, 시스템의 고장은 정비비용의 발생과 작전임무의 상실을 초래하여 임무수행에 치명적인 영향을 초래하게 되므로 시스템개발 초기 단계부터 가용도 요구조건을 만족시키는 시스템을 개발하여야 한다. 그러나 고장이 발생하지 않는 시스템을 개발한다는 것은 불가능하므로 고장시 정비비용을 최소화하는 과학적인 정비 지침이 요구된다.

따라서 본 연구에서는 시스템의 개념형성 단계에서 시스템의 설계개념을 설정할 때 이용되

는 성취가용도 제약조건을 만족시키면서 단위시간당 기대비용이 최소화되는 최적수리횟수를 결정하는 예방정비모델을 제시하였다.

참 고 문 헌

1) Aggarwal, K. K., *Reliability Engineering*, Kluwer Academic Publishers, 1993.

2) Barlow, R. E. & Proschan, F., *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley and Sons, Inc., 1965.

3) Barlow, R. E. & Proschan, F., *Statistical Theory of Reliability & Life Testing*, Holt, Rimehart & Winston Inc., 1975.

4) Dimitri Kececioglu, *Reliability Engineering Handbook Volume 1*, Prentice-Hall, Inc., 1991.

5) Fuqua, N. B., *Reliability Engineering for Electronic Design*, Marcel Dekker, Inc., 1987.

6) Jardine, A. K. S., *Maintenance, Replacement, and Reliability*, John Wiley and Sons, Inc., 1973.

7) Kapur, K. C. & Lamberson, L. R., *Reliability in Engineering Design*, John Wiley & Sons, Inc., 1977.

8) Ross. S. M., *Applied Probability Models with Optimization Applications*, Holden-Day, San-Francisco, 1970.

9) Ross, S. M., *Introduction to Probability Models*, Academic Press, Inc., 1985.

10) 서용성, 박영택, 손은일, 교체전 최소수리수의 결정에 관한 연구, 품질경영학회지, 제23권 2호, 1995, pp. 43~52.

11) 양정희, 박영택, 교체 및 수리정책의 일반화에 관한 연구, ' 97 대한산업공학회 추계학술대회 논문집, Session 16.4., 1997. 10.

12) 정영배, 황의철, 부품특성을 고려한 다부품장비의 정비모델, 품질관리학회지, 제17권, 제1호, 1989, p. 2.

13) Bai, D. S. & Jang, J. S. and Kwon, Y. I., "Generalized Preventive Maintenance Policies for a System Subject to Deterioration," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-32, No. 5, 1983, pp. 512~514.

14) Bai, D. S. & Yun, W. Y., "An Age Replacement Policy with Minimal Repair Cost Limit," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-35, No. 4, 1986, pp. 452~454.

15) Barlow, R. E. & Hunter, L. C., "Optimum Preventive Maintenance Policies," *Operations Research*, Vol. 8, No. 1, 1960, pp. 90~100.

16) Beichelt, F., "A Replacement Policy Based on Limit for the Repair Cost Rate," *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. R-31, No. 4, 1982, pp. 401~403.

17) Beichelt, F. & Fischer, K., "General Failure Model Applied to Preventive Maintenance Polices," *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. R-29, No. 1, 1980, pp. 39~41.

18) Bergman, B. & Bengt Klefsj , B., "A Graphical Method Applicable to Age-Replacement Problems," *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. R-31, No. 5, 1982, pp. 478~480.

19) Boland, P. J., "Periodic Replacement When Minimal Repair Costs Vary with Time," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 29, No. 4, 1982, pp. 541~546.

20) Boland, P. J. & Prochan, F., "Periodic Replacement with Increasing minimal Repair Costs at Failure," *Operations Research*, Vol. 30, No. 6, 1982, pp. 1183~1189.

21) Chan P. K. W. & Downs T., Two Criteria for Preventive Maintenance, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-27, No. 4, 1978, pp. 272~273.