

Power System Equilibrium Optimization (EOPT) with a Nonlinear Interior Point Method

宋 和 昌[†] · 로델 도사노^{*}
(Hwachang Song · Rodel D. Dosano)

Abstract - This paper presents a methodology to calculate an optimal solution of equilibrium to differential algebraic equations for power systems. It employs a nonlinear interior point method to solve the optimization formulation which includes dynamic equations representing the two-axis synchronous generator model with AVR and speed governing controls, algebraic equations, and steady-state nonlinear loads. This paper also adopts two algorithms for the improvement of solution convergence. In power system analysis and control, equilibrium optimization (EOPT) is applicable for diverse purposes that need the consideration of dynamic model characteristics at a steady-state condition.

Key Words : DAE 모델, 비선형 내점법, 수렴성 향상 알고리즘, 최적화, 평형점

1. 서 론

전력계통은 운영 및 안정도 제약으로 표현되는 안전도 영역 안에서 운영되어야 한다[1]. 계통 운영에서는 안전도 제약 내에서 경제성을 고려한 운전점 결정을 위해 많은 조류 계산 및 시모의 해석을 수행하고 있다. 이와 관련하여 1960년대 초반에 전기 네트워크만을 표현하는 전력조류방정식을 만족하면서 경제적 배분을 추구하는 최적조류계산의 개념이 제안되었으며[2], 이는 계통이 고장 상태에 있을 때 정적 안전도 수준을 유지하기 위한 제어방안을 결정하는 데 적용될 수 있다[2-4].

그러나 전력계통은 동적 모델로 표현되는 다양한 설비들을 포함하고 있으며, 계통 동요 시 이 설비들은 동적으로 응답함으로써 계통의 장기적 측면에서의 안전도에 영향을 미치게 된다. 실제 시모의 해석에서 전력계통을 미분·대수 방정식 (DAE, Differential Algebraic Equations) 로 표현한 모델을 적용하고 있다[5]. 평형점 측면에서만 살펴보더라도, 고장 상태 해석에 있어 계통의 장기적 평형점에 대하여 주된 영향을 미치는 설비들의 동적 모델에 대한 고려 여부에 따른 해석결과 차이는 당연히 존재한다 할 수 있다.

본 논문은 전력계통 DAE 모델의 평형점에 대한 최적화의 적용에 대하여 논하고자 한다. 문헌상에서 최적화 정식에서 DAE 모델을 직접 적용한 예는 그리 많지 않다. [6]에서, 전력계통의 동적 모델을 고려하여 직접법에 의한 붕괴점 (Collapse point)을 구하는 알고리즘이 제안되었다. [7]에서, 최적 여유 경계 추적 (Optimal margin boundary tracing)을 위한 최적화 정식이 적용되었으나, 이는 실제 해법으로 최적

예측 및 수정과정에 의한 연속법이 적용되었다. 다른 공학 분야에서 DAE 모델에 대한 최적화의 개념이 보다 많이 적용되고 있으며, 이는 주로 시궤도 제어 (Time trajectory control)방안을 제공하는 데 이용되고 있다[8]. 즉, DAE에 대한 시적분 표현하기 위한 이산화 과정이 수행된 후의 정식에 대하여 최적화의 개념이 적용된 것이다.

본 논문은 주어진 목적함수에 따른 전력계통 동적 및 네트워크 모델의 평형점에 대한 최적해를 구하는 방법론을 제안하고자 한다. 여기에서 고려한 모델은 AVR 및 조속기 모델을 포함한 발전기 이축 모델, 전압의존 부하 모델, ULTC 모델 등이다. 본 논문에서는 이러한 최적화 정식을 평형점 최적화 (EOPT, Equilibrium Optimization)으로 명명하고, 비선형 최적화의 형태인 EOPT 문제의 해법으로 비선형 내점법을 적용한다. 저자는 본 논문에서 EOPT 기본 프로그램을 개발 후 사례연구를 수행하여 획득한 수치적인 경험을 설명하고자 한다. 이와 함께 비선형 내점법 적용 시 해 수렴에 어려움을 일으키는 문제를 해결하는 방안에 대하여 논한다.

2. 평형점 최적화의 개념

본 장에서는 평형점 최적화 (EOPT, Equilibrium Optimization)의 개념에 대하여 설명하고자 한다. 전력계통은 전자기적 과도현상 (Electromagnetic transient phenomena)이 아주 빠르게 응답하여 사라진다고 가정하였을 때 미분·대수 방정식 (DAE, Differential Algebraic Equations)으로 표현할 수 있다. 이러한 방법으로 근사화하는 것은 Singular perturbation의 이론적인 배경을 가지고 있다. 또한 과도안정도 또는 전압안정도 해석에서 시모의를 위해서 DAE 모델이 주로 이용되고 있다.

그럼 전력계통이 다음과 같은 DAE 모델로 간단하게 표현할 수 있다고 하자.

[†] 교신저자, 正會員 : 群山大學校 電子情報工學部 助教授 · 工博
E-mail : hcsong@kunsan.ac.kr

^{*} 正會員 : 群山大學校 電子情報工學部 博士課程
接受日字 : 2007年 3月 4日
最終完了 : 2007年 4月 2日

$$\frac{d}{dt}x = f(x, y, z, \lambda) \quad (1.a)$$

$$0 = g(x, y, z, \lambda) \quad (1.b)$$

$$\frac{d}{dt}z = h(x, y, z, \lambda) \quad (1.c)$$

여기에서 x 과 $f(\cdot)$ 는 여자 시스템과 원동기 및 조속기를 포함하는 동기기의 다이내믹스를 표현하는 상태변수 및 함수를 의미하며, y 와 $g(\cdot)$ 는 전기 네트워크 방정식을 나타내는 대수변수 및 함수이다. 그리고 x 는 비교적 빠르게 응답하는 단기 다이내믹스 (short-term dynamics)를 의미한다. 그리고 z 는 탭에 의한 자동 변압 제어 기능을 포함하는 ULTC (Under load tap changers) 변압기의 탭변환과 부하 회복 (load recovery) 동특성을 의미하는 상태변수이며, $h(\cdot)$ 는 이에 해당하는 미분 방정식 함수이다. 마지막으로 λ 는 전력계통의 부하변동 및 발전력 재분배 등을 표현한다.

다음으로 평형점 (Equilibrium)에 대하여 알아보자. 평형점은 해당 시스템에 속한 모든 다이내믹스가 어느 운전점에 도달하여 이들을 표현하는 상태변수가 변하지 않는 점을 의미한다. 위 식 (1)을 이용하여 평형점을 표현하면 상태변수 x, z 의 시간적인 변화분이 없는 상태로 (1.a), (1.c)의 값을 0으로 취한 것으로 다음과 같다.

$$0 = f(x, y, z, \lambda) \quad (2.a)$$

$$0 = g(x, y, z, \lambda) \quad (2.b)$$

$$0 = h(x, y, z, \lambda) \quad (2.c)$$

그림 1은 계통 동요 후 느린 다이내믹스의 응동에 초점을 맞추어 계통 변화를 표현한 $P-V$ 곡선을 나타내고 있다.

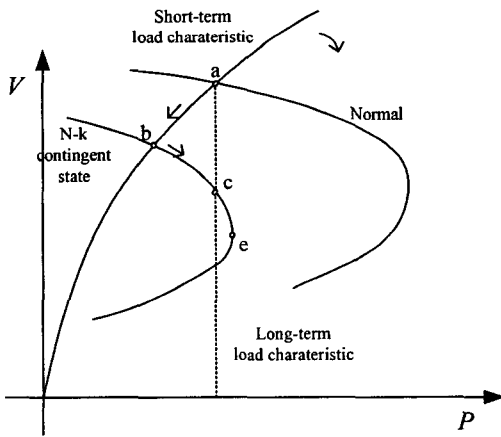


그림 1 단기 및 장기 평형점
Fig. 1 Short-term and long-term equilibrium

그림 1에서 계통이 정상상태에 있을 때 안정한 평형점 a 에 존재한다고 가정하자. 계통 동요 후 시스템의 과도안정도가 유지되어 식 (1.a)로 표현되는 빠른 다이내믹스를 표현하는 상태변수가 변화가 어느 정도 일정하게 유지되는 점 b 으로 수렴한다고 하자. 바로 이점을 단기 평형점 (Short-term equilibrium)이라고 할 수 있으며, 이 점을 표현하기 위해 식 (1.a)의 좌측항 만을 0으로 취하고 전기 네트워크를 표현하는 식 (1.b)을 함께 이용하여야 한다. 이때 느린 다이내믹스를 나타내는 식 (1.c)의 좌측항은 시간적인 변화분을 그대

로 유지하도록 하며 단기 평형점을 표현할 때는 적용할 필요가 없으며 z 는 고정된 값을 사용한다. 계통 동요 후 시스템이 단기 평형점에 도달했을 때 시스템 주파수는 대부분의 경우 정상 주파수 (60Hz)로부터 어느 정도 벗어나 있게 된다.

계통에 부하회복, 자동 탭 변환과 같은 장기 다이내믹스 (Long-term dynamics)가 존재했을 때 시스템을 b 점에서 머물러 있지 않고 이동하여 장기 평형점 (Long-term equilibrium)에 이르게 된다. 장기 평형점은 계통의 각 시간대의 다이내믹스가 모두 평형점에 이르는 상태를 의미한다. 이 상태에서 계통에 AGC (Automatic Generation Control)에 지정된 발전기군의 출력제어가 적절하게 수행되었을 때 정상 주파수로 회복될 수 있다.

현재 전력계통의 운영에서 계통 동요가 발생하여 전압 제약 및 선로 열용량 제약과 같은 계통 운영제약의 심각한 위반을 초래할 경우, 제약 위반 해소를 위한 제어를 수행하고자 할 때 조류계산 또는 최적화 개념을 도입한 최적조류계산 (OPF, Optimal Power Flow) 등이 적용될 수 있다. 최적조류계산은 EMS의 하나의 함수로서 포함되어 있어 계통 제어 방안 수립 등에 적용될 수 있다.

최적조류계산은 제약으로서 전기 네트워크를 표현하는 전력조류방정식을 등식 제약으로 포함하고 있으며 이와 함께 부동호 제약에 해당하는 계통 운영제약을 가지고 있다. 여기에서 전력조류방정식은 계통이 정상 주파수에서 운전되고 있다는 것을 가정하고 있어 최적조류계산은 계통이 정상 주파수로 회복된 상황을 고려하고 있다. 그러나 앞에서 언급한 바와 같이 계통 주파수가 정상 주파수로 회복되기 위한 AGC가 동작하는 시점에 해당하므로 최적조류계산은 상당한 시간이 소요된 후의 계통 상태를 상정하고 있다고 할 수 있다.

또한 부하차단과 같이 유효전력에 관련된 변수를 제어변수로서 고려할 때 유효전력의 수급 균형을 유지하기 위하여 최적조류계산에서는 유효 발전력을 또 다른 제어변수로 함께 포함시켜 계산한다. 그러나 계통 운영에서 유효전력 발전에 대한 실제적인 제어는 수행되지 않는 경우가 많이 존재한다. 이 때 주파수 제어를 위한 AGC가 적용되기 전까지 발전력의 분배는 각 발전기들의 관성 모멘트 (Moment of inertia)에 의한 분배를 거쳐 계통 주파수를 고려한 조속기 (Speed governor)의 응동에 의하여 결정된다. 이 후에 AGC의 주파수 제어를 위해 선택된 발전기군의 동작이 적용되므로, 이러한 상황에서 최적조류계산에 의해 결정된 각 발전기의 유효전력 분배와 실제의 유효전력 분배는 상당한 차이를 보일 수 있다.

본 논문에서 제안하고자 하는 평형점 최적화는 계통에 포함된 각종 설비의 동적인 모델을 포함한 DAE 모델의 평형점 방정식을 등호제약으로 포함하고 이와 함께 운전제약을 고려하는 좀 더 포괄적인 개념에 해당한다. 이를 수식적으로 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min \quad & F(X, Y, U, P) \\ \text{s.t.} \quad & 0 = H_D(X, Y, U, P) \\ & 0 = H_A(X, Y, U, P) \\ & G_{\min} \leq G(X, Y, U, P) \leq G_{\max} \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서 X 는 단기 또는 장기 다이내믹스를 표현하는 상태 변수 벡터를 의미하고, Y 는 네트워크를 표현하는 대수 변수

벡터에 해당한다. U, P 는 각각 제어변수 및 파라미터를 의미하는 벡터이다. 식 (3)에서 $F(\cdot)$ 는 목적함수이며 $H_D(\cdot) = 0$ 와 $H_A(\cdot) = 0$ 는 각각 평형점 방정식 및 전력조류 방정식을 나타내는 등호제약이다. $G(\cdot)$ 는 운전제약을 표현하기 위한 함수를 나타내고, G_{min} 과 G_{max} 는 각각 운전 제약의 하한 및 상한값에 해당한다.

식 (3)에 의한 EOPT 정식과 최적조류계산 정식의 차이는 동적 모델에 의한 평형점 방정식이 더 포함되었다는 점이다. EOPT는 최적조류계산에서 이용되는 목적함수 및 운전제약 등이 포함가능하며 이와 함께 시스템 주파수 제약을 포함시킬 수 있는 특징이 있다. 본 연구에서 고려한 모델들은 [9]에서 사용된 것으로 발전기 2축 모델, IEEE DC type-I 모델 및 간략화된 조속기 모델, 전압의존 부하 등에 해당한다. 식 (3)으로 표현되는 평형점 최적화를 이용할 경우 제어가 적용되는 시점의 계통 물리적인 상황에 보다 더 근접한 조건에서 최적 제어량을 산정할 수 있으며 다양한 계통 해석 연구에 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

3. 평형점 최적화 해법

3.1 EOPT 목적함수 및 제약조건

EOPT는 위에서 설명한 모델들을 포함하는 전체적인 평형점 방정식을 등호제약으로 하고 운전제약을 부등호제약으로 갖는 최적화 형태의 문제이다. 여기에서는 EOPT의 목적함수 및 제약조건을 설명하고자 한다.

3.1.1 목적함수

EOPT의 목적함수로 최적조류계산에서 포함하고 있는 대부분의 목적함수가 고려될 수 있으나, 본 연구에서는 EOPT의 기본 모형을 개발할 때 다음 식과 같이 발전기의 유효전력 및 무효전력 관련 파라미터에 해당하는 P_{gsi}, V_{refi} 를 제어변수로 하는 목적함수를 선택하였다.

$$F(\cdot) = \sum_{i=1}^m w_{gsi} (P_{gsi} - P_{gsi,o})^2 + \sum_{i=1}^m w_{vrefi} (V_{refi} - V_{vrefi,o})^2 \quad (4)$$

여기에서 $P_{gsi}, P_{gsi,o}$ 는 앞에서 설명한 간략화된 원동기 및 조속기 모델에서의 i 번째 발전기의 지정된 기계적 출력값과 그 초기값을 의미한다. 식 (4)에서 $V_{refi}, V_{vrefi,o}$ 는 각각 여자기 모델에서의 발전기 단자전압의 기준값과 그 초기값을 나타낸다. 그리고 w_{gsi} 와 w_{vrefi} 는 각각 P_{gsi} 와 V_{refi} 에 대한 목적함수의 가중치를 표현한다. 식 (4)를 살펴보면 EOPT의 목적함수는 제어변수에 해당하는 P_{gsi} 와 V_{refi} 값이 초기값으로부터의 변화량을 최소화하는 것에 해당함을 알 수 있다.

3.1.2 제약조건

식 (3)과 같이 EOPT의 제약조건은 $H_D(\cdot) = 0$ 와 $H_A(\cdot) = 0$ 에 해당하는 등호제약과 $G_{min} \leq G(\cdot) \leq G_{max}$ 에 해당하는 부등호제약을 포함한다. 등호제약은 전력조류방정식과 각 설비의 동적 모델에 대한 평형점 방정식에 해당하므로 여기에서는 부등호 제약에 대하여 설명한다. EOPT가

포함하는 부등호 제약은 각 변수 또는 파라미터의 상한한 제약과 함께 계통의 운전제약을 포함한다. EOPT가 고려하는 운전제약은 일반적인 최적조류계산에 포함된 전압제약 및 선택된 선로에 대한 유효전력 조류 제약을 포함하고 있으며 이들은 다음과 같이 수식적으로 표현된다.

$$V_{i,min} \leq V_i \leq V_{i,max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.a)$$

$$P_{k,min} \leq P_k(\cdot) \leq P_{k,max}, \quad k = 1, \dots, m \quad (5.b)$$

여기에서 n 은 계통의 모선 수이고 m 은 조류제약이 고려되는 선로의 수를 표현한다. 여기에서 $P_k(\cdot)$ 는 k 번째 선로의 유효전력 조류를 계산하는 함수를 의미한다. $P_{k,min}$ 과 $P_{k,max}$ 는 유효조류 제약의 하한값과 상한값을 각각 나타낸다.

식 (5.a)와 (5.b)와 같이 최적조류계산에 일반적으로 적용되는 운영제약 외에 EOPT는 다음과 같은 시스템 주파수 제약을 고려할 수 있다.

$$w_{min} \leq w_m \leq w_{max} \quad (6)$$

여기에서 w_{min} 과 w_{max} 는 시스템 주파수 w_m 의 하한값과 상한값을 나타낸다. EOPT는 식 (13)에 해당하는 시스템 주파수 제약을 포함함으로써 등호제약으로 표현되는 평형점에 대하여 시스템 운전 주파수가 이 제약 내로 들어오도록 하는 제어전략을 제공할 수 있다.

3.2 비선형 내점법의 적용

식 (3)의 EOPT 문제를 다음과 같은 일반적인 비선형 최적화 문제로 표현할 수 있다고 하자.

$$\begin{aligned} \min \quad & F(x) \\ \text{s.t.} \quad & H(x) = 0 \\ & G_{min} \leq G(x) \leq G_{max} \\ & x \in R^p, F \in R \\ & H \in R^q, G \in R^r \end{aligned} \quad (7)$$

여기에서 x 는 식 (3)의 상태변수, 제어변수 및 파라미터를 포함하는 벡터에 해당한다. 식 (7)에서 $H(\cdot) = 0$ 은 평형점 방정식 및 조류방정식을 모두 포함하고 있다고 생각한다.

위에서 구성된 문제에서 부등식 제약을 효율적으로 다루기 위하여 슬랙변수 벡터 $(l, u) \in R^r$ 를 도입한다. 각 슬랙변수를 각 부등식 제약에 추가함으로써 부등식 제약을 등식 제약으로 변환하고, Barrier 파라미터 μ 와 Log 장벽 페널티 함수를 목적함수에 도입한 후 구성된 Lagrange 함수를 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & F(x) - \mu \sum_{i=1}^r \ln(l_i) - \mu \sum_{i=1}^r \ln(u_i) - \lambda^T H(x) \\ & - z^T (G(x) - l - G_{min}) - w^T (G(x) + u - G_{max}) \\ & \lambda \in R^q, (z, w) \in R^r \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, λ, z, w 는 Lagrange 승수 벡터이다. 위 식에서 주변수는 식 (7)의 변수 및 슬랙 변수를 포함한 x, l, u 이며, 쌍대변수는 각 제약조건의 Lagrange 승수를 나타내는 λ, z, w 이다. 비선형 내점법은 barrier 파라미터를 이용하여 슬랙변수에 대한 log 페널티 함수를 목적함수에 포함함으로써 구성된 Lagrange 함수에 대하여 1차 KKT 최적 필요조건을 만족하는 해를 구하는 것이며, 이로써 (8)의 국부적인 최소값을 구한다.

$$\mathcal{L}_x \equiv \nabla F(x) - \nabla H(x)\lambda - \nabla G(x)(z+w) = 0 \quad (9.a)$$

$$\mathcal{L}_\lambda \equiv H(x) = 0 \quad (9.b)$$

$$\mathcal{L}_z \equiv G(x) - l - G_{\min} = 0 \quad (9.c)$$

$$\mathcal{L}_w \equiv G(x) + u - G_{\max} = 0 \quad (9.d)$$

$$\mathcal{L}_l \equiv Ze - \mu L^{-1}e = 0 \quad (9.e)$$

$$\mathcal{L}_u \equiv We + \mu U^{-1}e = 0 \quad (9.f)$$

여기서, $(l, u, z) \geq 0, w \leq 0$. 그리고 $L, U, Z, W (\in R^{r \times r})$ 는 각각 l, u, z, w 성분을 대각성분으로 갖는 대각행렬이며, e 는 단위행렬이다. (9.e)와 (9.f)는 L, U 의 역행렬을 포함하고 있으므로 해를 구할 때 다루기가 어렵다. 따라서 두 식의 좌우측 항에 각각 L, U 를 곱하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\mathcal{L}_l^\mu \equiv LZ e - \mu e = 0 \quad (10.a)$$

$$\mathcal{L}_u^\mu \equiv UWe + \mu e = 0 \quad (10.b)$$

(10.a)와 (10.b) 식에서 μ 가 0 이라면, 상보 갭이 바로 0이 되어 최적해 조건에 해당한다. 그러나 해를 구함에 있어 μ 를 바로 0으로 취할 때 어려움이 존재하게 됨으로 어느 정도 큰 값의 μ 를 선택하고 이를 점차 줄여 감으로써 KKT 조건을 만족하는 해를 구할 수 있게 된다.

비선형 내점법은 궁극적으로 (9) 식의 마지막 두 식을 (10) 식으로 대체한 (9) 식의 해를 구하는 것이며 이는 선택된 초기값으로부터 뉴턴법을 적용하여 계산한다. 본 논문에서는 각 뉴턴 반복단계에서 수정벡터를 구할 때 다음과 같은 축약행렬을 이용하는 방법을 적용한다.

$$\begin{bmatrix} H(x) & J(x)^T \\ J(x) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Psi(\cdot, \mu) \\ G(x) \end{bmatrix} \quad (11.a)$$

여기서,

$$\begin{aligned} H &= H_H + H_G \\ &= (\nabla^2 H(x) \cdot \lambda + \nabla^2 G(x) \cdot (z+w) - \nabla^2 F(x)) \\ &\quad + \nabla G(x) \cdot S \cdot \nabla G(x)^T, \\ S &= U^{-1}W - L^{-1}Z \end{aligned} \quad (11.b)$$

$$J(x) = \nabla H(x)^T \quad (11.c)$$

$$\begin{aligned} \Psi(\cdot, \mu) &= -L_{z0} + \nabla G(x)[U^{-1}(WL_{u0} - L_{l0}^\mu) \\ &\quad - L^{-1}(ZL_{z0} + L_{l0}^\mu)] \\ &= \nabla H(x)\lambda - \nabla F(x) + \nabla G(x) \cdot \\ &\quad [U^{-1}WL_{u0} - L^{-1}ZL_{z0} - \\ &\quad \mu(U^{-1} - L^{-1})e] \end{aligned} \quad (11.d)$$

식 (11)을 k 번째 반복 단계에서 수정벡터 $[\Delta x \ \Delta \lambda]^T$ 를 구하고 이것을 다음 식에 대입하여 다른 변수에 대한 수정벡터 $\Delta l, \Delta u, \Delta z, \Delta w$ 를 구할 수 있으며, 이로부터 $k+1$ 번째 단계의 해를 구할 수 있다.

$$\Delta l = \nabla G(x)^T \cdot \Delta x + L_{z0} \quad (12.a)$$

$$\Delta u = \nabla G(x)^T \cdot \Delta x + L_{u0} \quad (12.b)$$

$$Z\Delta l + L\Delta z = -L_{l0}^\mu \quad (12.c)$$

$$W\Delta u + U\Delta w = -L_{u0}^\mu \quad (12.d)$$

3.3 EOPT 해 결정 절차

EOPT는 비선형 내점법의 해법의 절차를 따라서 실행가능 영역 내에서 해를 구한다. 여기에서는 EOPT의 해 결정 절차를 설명하고자 한다. 최적조류계산과는 달리 최적화를 수행하기 전 EOPT는 동적인 모델에 대한 정보를 획득해야

할 뿐 만 아니라 상정고장 상태에서의 제약 위반을 해소하기 위한 제어방안을 제안하는 것이 그 주된 목적이므로 적용 상정고장에 대한 정보의 입력이 필요하다. 물론 EOPT는 상정고장을 적용하지 않아도 주어진 조건에 따른 해를 구할 수 있다.

EOPT는 동적 모델의 내부 파라미터를 결정하기 위하여 그림 2에서 설명하고 있는 것과 같이 초기 조류계산을 수행한다. 초기 조류계산을 수행 후 주어진 조건에 따라 동적 모델의 내부 파라미터를 결정하는 데 원동기 및 조속기 모델의 경우에는 각 발전기의 $P_{gs,0}$ 를 결정하고 여자기의 경우에는 $V_{ref,0}$ 를 계산하여 식 (4)의 목적함수를 구성한다. 그리고 EOPT는 앞에서 설명한 일반적인 비선형 내점법의 적용 절차에 따라 주·쌍대 변수 및 중심 파라미터에 대한 초기화를 수행한다. 이러한 변수들의 초기화는 비선형 내점법의 수렴성에 영향을 미치게 되는 데 그 이유는 비선형 내점법은 초기점에서 뉴턴법의 하나의 형태로 1차 KKT 최적 필요조건을 만족하는 점을 찾아 가기 때문이다. 특히 중심 파라미터의 선정은 비선형 내점법의 수렴성과 밀접한 관련이 있다. 그 이유는 각 뉴턴 단계에서 μ 는 큰 값에서 점점 작은 값으로 변화하고 이에 따라 상보 갭의 감소의 폭이 결정되기 때문이다.

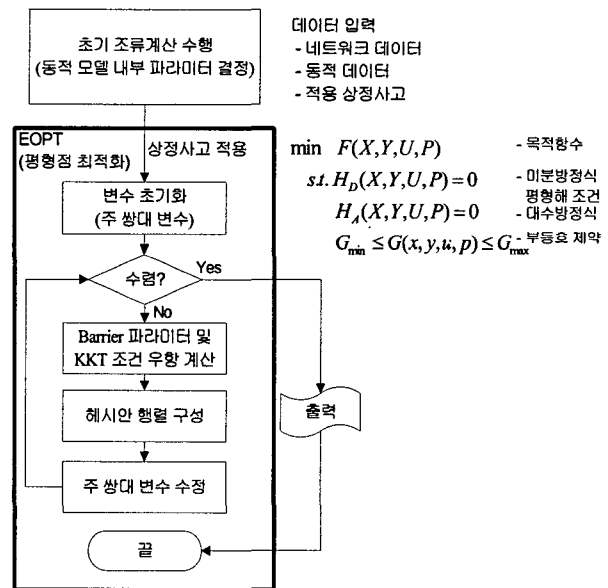


그림 2 EOPT의 해 결정 절차
Fig. 2 Solution procedure of EOPT

3.4 수렴성 항상 알고리즘

식 (11.a)에서 비선형 최적화 문제에 대하여 비선형 내점법을 적용할 때 풀어야 하는 축약된 수정 방정식을 나타내고 있다. 여기에서 $H(x)$ 는 일반적인 헤시안 부분 (H_H)과 수정 방정식 축약으로 발생한 부분 (H_G)을 포함하고 있다. 이중 H_G 는 부등호 제약에 의한 부분으로 $\nabla G(x) \cdot (U^{-1}W - L^{-1}Z) \cdot \nabla G(x)^T$ 로 결정된다. 만약 해를 구하기 위한 반복 단계에서 비선형 최적화 문제의 부등호 제약 중 하나 또는 그 이상이 상한값 또는 하한값으로 아주 가깝게 접근할 때 이에 해당하는 슬랙변수 l_i, u_i 가 극히 작은 값이 되며 이에

따라 $\nabla G_i(x)(w/u_i - z/v_i)\nabla G_i(x)^T$ 은 아주 큰 값을 갖게 되므로 비선형 내점법은 수치적 어려움을 경험할 수 있다.

부등호 제약에 상하한 값 접근에 따른 최적조류계산의 수치적 어려움을 해결하기 위해서 [9]에서 간단한 해결방안을 제시하였다. 부등호 제약에 대한 슬랙변수가 아주 작은 값을 갖을 경우 해당하는 제약의 최대값 또는 최소값을 다음과 같이 변화시킨다.

$$\begin{aligned} G_{i, min} &\leftarrow G_{i, min} - \xi \\ G_{i, max} &\leftarrow G_{i, max} + \xi \end{aligned} \quad (13)$$

여기에서 ξ 는 $[10^{-8}, 10^{-11}]$ 에서 적절한 값을 선택한다. Barrier 파라미터 μ 를 고려하여 현재 반복에서의 μ 의 약 10 배되는 값을 ξ 의 최소값으로 하여 이보다 큰 값을 선택하도록 한다.

다음의 비선형 내점법 적용 시 수렴의 어려움은 중심 파라미터 σ 의 선택에 따른 Barrier 파라미터 μ 값의 적절하지 않은 선택에 의해 발생된다. 즉, 비선형 내점법의 해를 구할 때 최적해에서의 상보조건에 해당하는 $LZe=0$, $UWe=0$ 의 식을 그대로 적용하지 않고 $LZe-\mu e=0$, $UWe+\mu e=0$ 을 이용한다. 즉 비선형 내점법의 해 단계에서 점점 작아지는 μ 값을 이용함으로써 점점 상보조건에 가깝도록 유도하는 것이다. 그러나 너무 빠르게 μ 의 값을 감소시키면 해가 빠르게 상보조건을 만족하도록 몇몇의 부등호 제약에 접근하므로 해를 항상 내점으로 유지하여야 하는 내점법의 특성 상 주-쌍대 변수의 스텝 사이즈를 결정할 때 아주 작은 값이 되어 해의 변화가 이루어지지 않게 된다. 이에 따라 최적해를 구하는 데 어려움이 발생할 수 있다.

앞에서 내점법에 대한 해의 절차에서 설명한 바와 같이 중심 파라미터 σ 를 일반적으로 0.1을 선택함으로써 다음 계산을 위한 μ 를 결정할 때 현재 상보 값의 평균값의 0.1이 되도록 한다. 이러한 선택이 일반적으로 적절할 수 있으나 심각한 경우 해가 하나 또는 그 이상의 부등호 제약의 상하한 조건에 빠르게 접근할 수 있게 되어 수렴하지 않는 문제를 발생시킬 수 있다. 이 문제를 해결하기 위해 문헌상에서는 Predictor-Corrector 주-쌍대 비선형 내점법 (PCPDIPM)을 제안하고 있다[9-11]. 이 방법은 각 해 반복단계에서 affine 문제를 풀고 이것으로 결정된 다음 해의 상보 값을 결정한 뒤, 이를 affine 문제를 풀기 전의 상보 값과 비교함으로써 다음의 식으로 적절한 σ 의 값을 결정한다.

$$\sigma = \left(\frac{C_{gap}^{aff}}{C_{gap}} \right)^s \quad (14)$$

여기서, C_{gap} 는 각 반복단계에서의 상보값에 해당하고 C_{gap}^{aff} 는 affine 문제의 해에 대한 상보값을 의미한다. 그리고 지수 s 의 값으로 2, 3, 4 등의 값이 이용될 수 있다. 본 논문에서는 PCPDIPM에서 포함하고 있는 중심 파라미터의 가변적인 선택 알고리즘을 EOPT에 포함시켰다.

4. 사례 연구

본 절에서는 뉴잉글랜드 39모선 계통에 대하여 EOPT를 적용한 예를 설명하고자 한다. 적용 계통의 총 부하는 6141.3 [MW]이며, 발전기 10기에서 총 6181.6 [MW]의 유효전력을 공급하고 있다. 이 10기의 발전기에는 단자전압을

유지하기 위한 AVR과 조속기 모델을 포함하고 있다. 본 모의를 위해 문헌 [12]에서 이용된 네트워크 데이터 및 동적 데이터를 적용하였다.

본 사례연구에서는 모든 발전기의 원동기 지정 출력 값 (P_{gs})을 초기 조류계산에 의하여 결정된 초기값으로 고정하여 상정고장 후에 조속기로 응동할 수 있도록 하였다. 표 1에서 각 발전기의 P_{gs} 값을 나타내고 있다.

EOPT 수행 시 모든 발전기 AVR의 V_{ref} 값이 변하여 무효전력 분배를 수행할 수 있도록 하였으며 1.00~1.25 [pu]의 범위 내에서 변할 수 있도록 하였다. EOPT 목적함수의 각 w_{vrefi} 는 100.0으로 지정하였다. 본 연구에서 적용된 고장은 21-22 선로 탈락으로 사고 적용 후 몇몇 모선의 전압이 낮은 값을 나타냈다. 표 2에서 21-22 선로 탈락 고장 적용 후 가장 심각한 모선들의 전압을 나타내고 있다.

표 1 발전기 P_{gs} 의 초기값

Table 2 Initial value of P_{gs} for each generator

모선 번호	P_{gs} [pu] (정상상태)	모선 번호	P_{gs} [pu] (정상상태)
30	2.3019097	35	6.30887246
31	7.2286387	36	5.40558178
32	6.3096349	37	5.22600080
33	6.1281216	38	8.11317216
34	4.8858217	39	10.01918104

표 2 21-22 선로 탈락 후 심각한 모선 전압 (준동적 시도의)
Table 2 Severe buses' voltages after 21-22 line outage (QSS simulation)

모선 번호	모선 이름	V [pu]
21	Bus21	0.87254
15	Bus15	0.88749
16	Bus16	0.89510
12	Bus12	0.90514

본 모의에서는 EOPT의 발전기 모선을 제외한 모선들의 전압에 대한 운영 제약을 0.97~1.05 [pu]로 지정하였으며 (발전기 모선 제외), 시스템 주과수 제약의 범위는 0.999~1.001 pu이다.

이러한 목적함수와 제약조건을 포함하도록 하여 EOPT를 수행한 결과 11회 반복 후 수렴하였다. 이 최적해는 상보 값 조건 ($C_{gap}<0.0001$)과 등호제약의 수렴조건 ($Mismatch<0.001$)을 만족하였다. 최적해에서, 전력조류 방정식의 최대 Mismatch는 1.81×10^{-4} 이며 평형점 방정식의 최대 Mismatch는 7.34×10^{-6} 이다. 그림 3에서와 같이 EOPT 수행 후 21번 모선전압이 전압제약의 하한값에 해당하는 0.97 [pu]를 나타내고 있으며, 1, 19, 20, 25, 29번 모선의 전압이 전압제약의 상한값을 경험하고 있다. EOPT 수행 후 시스템 주과수는 0.999 [pu]에 해당하였다. 표 3에서 정상상태에서와 EOPT 적용 후의 각 발전기 AVR의 V_{ref} 값을 나타내고 있다.

표 4에서는 정상상태에서와 EOPT 적용 후의 유효전력 출력의 변화를 보여 주고 있다. 기존의 최적조류계산을 적용하여 무효전력 분배 문제를 해석할 경우 일반적으로 유효전력 출력을 고정시키고 슬랙 모선 또는 선택된 모선의 발

전력이 고장 적용 후의 무효전력 손실분을 흡수하게 된다. 그러나 EOPT를 적용할 경우 조속기 응답에 따른 유효전력 출력의 변화가 고려되어 실제 계통에서의 유효전력 출력에 근접한 상태에서 무효전력 분배 문제를 다룰 수 있으므로 EOPT를 이용할 때 줌더 현상에 가깝도록 제어방안을 얻을 수 있게 된다.

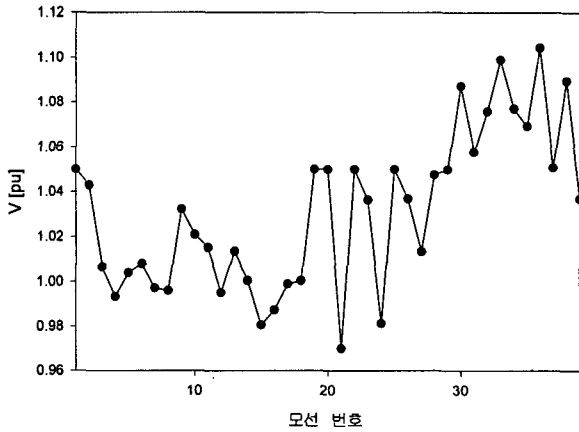


그림 3 EOPT 수행 후 각 모선 전압
Fig. 3 Voltage of each bus after applying EOPT

표 3 정상상태 및 EOPT 적용 후 V_{ref}

Table 3 V_{ref} of the normal state and after applying EOPT

모선 번호	V_{ref} [pu] (정상상태)	V_{ref} [pu] (EOPT 적용 후)
30	1.11164226	1.15525635
31	1.04618516	1.09192483
32	1.04059516	1.09857262
33	1.05128689	1.15967880
34	1.15124855	1.20180368
35	1.10793727	1.16630492
36	1.13403020	1.18236884
37	1.07544109	1.11189134
38	1.13615763	1.18960369
39	1.08375943	1.11672507

표 4 정상상태 및 EOPT 적용 후 유효전력 발전

Table 4 Active power generation of the normal state and after applying EOPT

모선 번호	P_{gen} [MW] (정상상태)	P_{gen} [MW] (EOPT 적용 후)
30	230	231.654
31	721.6	723.450
32	630	631.779
33	612	613.631
34	488	489.789
35	630	631.781
36	540	541.653
37	520	521.830
38	810	811.745
39	1000	1001.726

그림 4는 개발된 준동적 시모의 (Quasi-steady-state time simulation) 알고리즘 [13]을 이용하여 21-22 탈락 사고를 5 [sec]에 적용한 후 300 [sec]에서 표 3에서 나타내고 있는 EOPT 결과에 해당하는 제어를 수행했을 때의 시모의 결과를 보이고 있다. 준동적 시모의 결과는 EOPT 수행 후 전압수준에 비하여 약간 높은 값을 나타내고 있으나 이 결과는 제어 적용에 따른 부하측 전압이 기본 경우보다 상승하여 동적 부하모델에 의한 부하 감소의 결과에 의한 것이다.

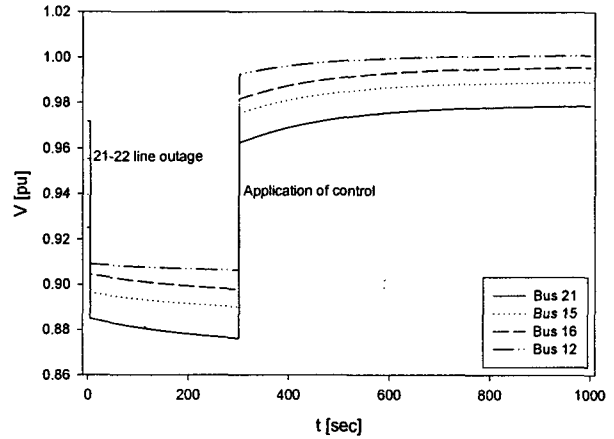


그림 4 준동적 시모의 결과 (선로 고장 후 제어 적용)
Fig. 4 QSS simulation results (Control applied after the line outage)

다음으로 가변적인 중심 파라미터 선택 알고리즘 적용에 대한 결과를 설명하고자 한다. 그림 5에서 각 반복단계에서의 C_{gap} 및 C_{gap}^{aff} 의 값을 보이고 있다. 본 연구에서는 (14) 식의 지수 s 는 3으로 선택하였다. 그림 5로부터 각 반복단계에서 수정과정 후의 C_{gap} 의 값이 예측과정에서 계산된 C_{gap}^{aff} 의 값을 따라가고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 적절하게 중심 파라미터 σ 와 Barrier 파라미터 μ 가 선택되므로, 본 알고리즘 적용으로 인해 보다 더 효과적으로 해에 접근하고 있음을 알 수 있다. 그림 6은 각 반복단계에서 중심 파라미터 σ 와 Barrier 파라미터 μ 를 나타내고 있다.

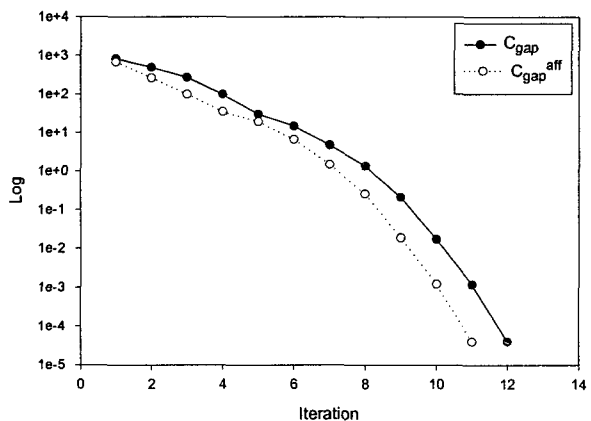


그림 5 각 반복 단계에서의 C_{gap} 및 C_{gap}^{aff}
Fig. 5 C_{gap} and C_{gap}^{aff} at each iteration

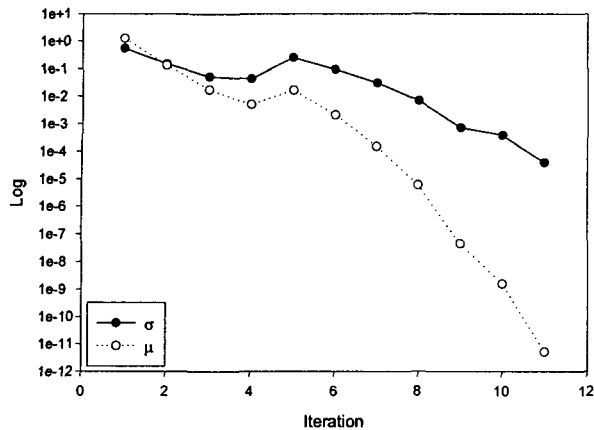


그림 6 각 반복 단계에서의 σ 와 μ
 Fig. 6 σ and μ at each iteration

5. 결 론

본 논문에서 제안한 평형점 최적화 (EOPT)는 전력계통에 포함된 기기들을 동적 특성을 표현하는 동적 모델의 평형점 방정식과 송전망 제약 및 운전 제약을 포함한 최적화 정식의 해를 구하는 것이다. 따라서 평형점 최적화는 최적 조류계산에서 주로 고려되는 네트워크 제약 뿐 아니라 계통 요소의 동적모델의 상태변수에 대한 평형점을 함께 고려함으로써, 제어 적용의 시점에서의 시스템의 물리적인 현상에 보다 가까운 상태를 고려한 해를 제공한다. 이와 아울러 평형점 최적화는 시스템 주파수 제약을 추가적으로 고려할 수 있는 장점을 가지고 있으며 다양한 계통해석 및 제어에 적용될 수 있다.

감사의 글

본 연구는 2005년도 산업자원부 전력산업연구개발 사업 전력선행기술 (R-2005-7-057)에 의하여 이루어진 연구로서, 관계부처에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- [1] B. Stott, O. Alsac, and A. J. Monticelli, "Security analysis and optimization," Proc. IEEE, vol. 75, pp. 1623-1644, Dec. 1987.
- [2] J. Carpentier, "Contribution to the economic dispatch problem," Bull. Soc. France Elect. Vol. 8, Aug. 1962, pp. 431-437.
- [3] H. W. Dommel and W. F. Tinney, "Optimal power flow solutions," IEEE Trans. on PAS, vol. 87, 1968, pp. 1866-1876.
- [4] D. I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, B. A. Hughes, and W. F. Tinney, "Optimal power flow by Newton approach," IEEE Trans. on PAS, vol. 103, no. 10, Oct. 1984, pp. 2864-75.
- [5] P. Kundur, Power System Stability and Control,

McGraw-Hill, 1994.

- [6] C. A. Canizares and F. L. Alvarado, "Point of collapse and continuation methods for large AC/DC systems," IEEE Trans. on Power Systems, vol. 8, no. 1, Feb. 1993, pp. 1-8.
- [7] Z. Zhou, "Interior point based optimal voltage stability, oscillatory stability and ATC margin boundary tracing," Ph.D. dissertation, Dept. Elect. Eng. and Comp. Eng. Iowa State Univ., 2004.
- [8] A. Cervantes and L. T. Biegler, "Large-scale DAE optimization using a simultaneous NLP formulation," AIChE Journal, vol. 44, no. 5, May 1998.
- [9] Y. C. Wu, A. S. Debs, and R. E. Marsten, "A direct nonlinear predictor corrector primal dual interior point algorithm for optimal power flows," IEEE Trans. Power Systems, vol. 9, no. 2, May 1994, pp. 876-883.
- [10] H. Wei, H. Sasaki, J. Kubokawa and R. Yokoyama, "An interior point nonlinear programming for optimal power flow problems with a novel data structure," IEEE Trans. Power Systems, vol. 13, no. 3, Aug. 1998, pp. 870-877.
- [11] G. L. Torres, and V. H. Quintana, "An interior-point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates," IEEE Trans. Power Systems, vol. 13, no. 4, Nov. 1998.
- [12] 송화창, 비선형 내점법을 이용한 전력시스템의 평형점 최적화에 관한 연구, R-2005-7-057 전력선행기술 최종 보고서, 2006. 12.
- [13] Q. Wang, H. Song, and V. Ajjarapu, "Continuation-Based Quasi-Steady-State Analysis," IEEE Trans. Power Systems, vol. 21, no. 1, Feb. 2006, pp. 171-179.

저 자 소 개



송 화 창 (宋 和 昌)

1997년 고려대 전기공학과 졸업. 1999년, 2003년 동 대학원 석사, 박사 취득. 2003-2004년 미국 아이오와 주립대 Post-doctoral Scholar. 현재 군산대학교 전자정보공학부 조교수.
 Tel : 063-469-4747
 E-mail : hcsong@kunsan.ac.kr



로 델 도 사 노

1995년 필리핀 W.I.T. 전기공학과 졸업. 2002년. 동 대학원 석사 취득. 2004-2005년 필리핀 W.I.T. 전임강사. 현재 군산대학교 전자정보공학부 박사과정.