

< 논문 >

# 축방향 관통균열이 존재하는 곡관의 한계 하중 및 공학적 J-적분 예측

송태광\* · 김윤재† · 김종성\*\* · 진태은\*\*  
(2006년 9월 21일 접수, 2007년 4월 5일 심사완료)

## Limit Load and Approximate J-Integral Estimates for Axial-Through Wall Cracked Pipe Bend

Tae-Kwang Song, Yun-Jae Kim, Jong-Sung Kim and Tae-Eun Jin

**Key Words :** Axial Through-Wall Crack(축방향 관통균열), Finite Element Analysis(유한요소해석), J-Estimation(J-적분 예측), Plastic Limit Load(소성 한계 하중), Reference stress(참조응력)

### Abstract

This paper presents plastic limit loads and approximate  $J$  estimates for axial through-wall cracked pipe bends under internal pressure and in-plane bending. Geometric variables associated with a crack and pipe bend are systematically varied, and three possible crack locations (intrados, extrados and crown) in pipe bends are considered. Based on small strain finite element limit analyses using elastic-perfectly plastic materials, effect of bend and crack geometries on plastic limit loads for axial through-wall cracked pipe bends under internal pressure and in-plane bending are quantified, and closed-form limit solutions are given. Based on proposed limit load solutions, a  $J$  estimation scheme for axial through-wall cracked pipe bends under internal pressure and in-plane bending is proposed based on reference stress approach.

### 기호설명

- $c$  : 균열 길이의 1/2
- $M, M_L$  : 균열이 있을 때의 면내 굽힘 하중 및 한계 하중
- $M_o, M_o^s$  : 균열이 없을 때의 곡관 및 직관의 한계 굽힘 하중
- $P, P_L$  : 균열이 있을 때의 내압 및 한계 내압
- $P_o, P_o^s$  : 균열이 없을 때의 곡관 및 직관의 한계 내압

### 1. 서론

발전소 배관 구조물의 건전하고 효율적인 유지를 위해서는 신뢰성 있는 결함 평가법이 필수적이다. 널리 쓰이는 결함 평가 방법 중 하나는 참조응력법<sup>(1-3)</sup>으로써 소성 한계 하중을 기본으로 하고 있다. 지금까지, 다양한 하중조건에서 균열이 존재하는 배관에 대하여 소성 한계 하중 및 J-적분 평가법에 대한 연구가 수행되어왔다.<sup>(4-6)</sup> 그러나 고온 환경에서 특히 민감한 축 방향 관통균열에 대한 연구는 미미하였으며 기존의 식 또한 보수적이라는 지적이 있어왔다.<sup>(7)</sup> 따라서 본 연구에서는 단성-완전소성 재료를 이용한 소변형 해석을 통해 축 방향 관통균열이 존재하는 곡관에 대한 한계 내압 및 한계 굽힘 하중에 대한 평가식을 제시하며 이 식을 바탕으로 참조응력법에 기반한 J-적분을 평가하고자 한다.

† 책임저자, 회원, 고려대학교 기계공학과  
E-mail : kimy0308@korea.ac.kr  
TEL : (02)3290-3372 FAX : (02)926-9290

\* 고려대학교 대학원 기계공학과

\*\* 회원, 한전기술㈜

## 2. 유한 요소 해석

Fig. 1은 본 연구에서 고려한 90° 곡관으로 곡관의 평균 반경 및 두께, 곡률 반경은 각각  $r, t, R$ 로 표현하였으며 곡관 변수  $\lambda$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = \frac{Rt}{r^2} = \frac{(R/r)}{(r/t)} \quad (1)$$

곡관의 기하 형상이 한계 하중에 미치는 영향을 정량화하기 위해  $r/t$  및  $R/r$ 은 각각  $5 \leq r/t \leq 20$ ,  $2 \leq R/r \leq 6$  범위에서 체계적으로 변화시켰다. 이러한 변수범위 선택을 통해 실제 발전소에서 곡관에 적용되는  $\lambda$ 의 범위인  $0.1 \leq \lambda \leq 0.5$  을 만족할 수 있다. 축 방향 관통균열은 두 가지 방법으로 표현할 수 있다. 첫 번째는 무차원 변수  $\rho$ 를 사용하는 것으로서 다음과 같이 정의된다.

$$\rho = \frac{c}{\sqrt{rt}} \quad (2)$$

여기서,  $c$ 는 균열길이의 1/2을 나타낸다. 두 번째는 균열 반각인  $\phi$ 를 사용하는 방법으로(Fig. 1) 두 변수는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\rho\sqrt{rt} \approx \begin{cases} (R+r)\phi & \text{for extrados cracks} \\ R\phi & \text{for crown cracks} \\ (R-r)\phi & \text{for intrados cracks} \end{cases} \quad (3)$$

균열 길이를 두 가지 변수에 대해 표현한 이유는 하중 형태별로 균열 길이에 따른 한계 하중을 표현하는 적절한 방법이 다르기 때문이다. 이 때,  $\phi = \pi/4$ 는 균열이 곡관 전체에 걸쳐있는 상태를 나타내며  $\rho=0$  또는  $\phi=0$ 은 균열이 없음을 의미한다.

한계 하중 해석은 탄성-완전 소성 재료 물성을 가정하였으며 소변형 해석을 하였다. 해석시간 단축을 위해 대칭성을 바탕으로 1/2 및 1/4 형상을 모델링 하였으며 ABAQUS<sup>(11)</sup>에서 제공하는 3차원 등계수 사각주요소(element:C3D20R)를 사용하였다. Fig. 2는 축 방향 관통 균열이 crown에 위치한 곡관의 요소망이다. 균열 끝단의 변형을 표현하기 위해 방사방향으로 썩기모양의 요소를 배열하였으며 두께 방향으로로는 2개의 요소를 사용하였다. 하중은 내압과 면내 굽힘 하중을 고려하였다. 굽힘 해석에서는 ABAQUS에서 제공하는 MPC 옵션을 통해 직관 끝단에 회전을 주었으며 내압 해석에서는 관 끝단 담힘을 고려해주기 위해 내압과 함께 관 끝단에 등가 축 방향 인장하중을 가하여 주었다. 소변형 해석을 수행하였으므로 굽힘 방향(열림, 닫힘)이 한계 하중에 미치는 영향은 없었다.

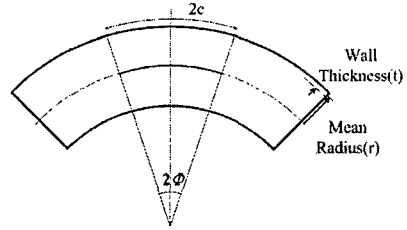


Fig. 1 Schematic illustration of a pipe bend with axial through-wall crack

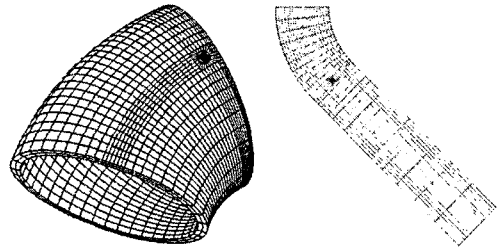


Fig. 2 FE meshes for crown axial through-wall cracks ( $\theta\pi = 0.025, 0.25$ )

## 3. 소성 한계 하중

3.1 내압이 작용하는 곡관에 대한 한계 하중 해석 직관에 존재하는 축 방향 관통균열이 내압에 미치는 영향에 대해 Folias<sup>(8)</sup>는 다음과 같은 식을 제시하였다.

$$P_L = \frac{1}{\sqrt{1+1.05\rho^2}} \sigma_o \frac{t}{r} \quad (4)$$

여기서  $\sigma_o$ 는 탄성-완전 소성재료에서 항복강도를 나타낸다. 이 밖에 Erdogan<sup>(9)</sup>은 다음과 같은 한계 내압식을 제시하였다.

$$P_L = \frac{1}{0.614 + 0.87542\rho + 0.386 \exp(-2.275\rho)} \sigma_o \frac{t}{r} \quad (5)$$

두 식은 Fig. 3에서 유한요소 해석 결과와 비교할 수 있다.  $\rho > 0.5$ 에서는 두 식이 유한요소 해석결과와 잘 일치하지만  $0 < \rho < 0.5$ 에 대해서는 그렇지 않다. 이는 결함이 없는 극한 상황( $\rho \rightarrow 0$ )에서 두 식이 Tresca 항복 조건으로 수렴하는 반면 유한요소 해석 결과는 Mises 항복 조건으로 수렴하기 때문이다. 따라서 Mises 항복 조건을 만족하는 식(6)을 제안하며, Fig. 3에서 유한요소 해석결과와 3%오차 범위 내에서 일치함을 확인할 수 있다.

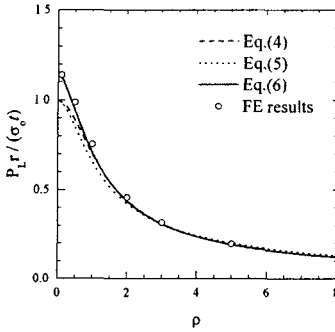


Fig. 3 Comparison of FE limit pressure of axial through-wall cracked pipes with closed-form solutions

$$P_L = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{1+0.34\rho+1.34\rho^2}} \sigma_o \frac{t}{r} \quad (6)$$

Miller<sup>(7)</sup>는 축 방향 관통균열이 crown 혹은 extrados에 있는 경우 한계 내압은 파이프 곡률에 영향을 받지 않으며 따라서 축 방향 관통균열이 있는 직관의 식을 그대로 사용할 수 있다고 하였다. Fig. 4는 extrados에 축 방향 관통균열이 있을 때의 유한요소 한계해석 결과와 식 (6)을 점선으로 나타낸 것이다.  $\rho > 1.5$ 인  $\rho$ 에 대해 결함이 있는 곡관에 대한 유한요소 해석결과와 결함이 존재하는 직관에 대한 식이 잘 일치하지만  $\rho < 1.5$ 인  $\rho$ 에 대해서는 차이가 있으며 특히  $R/r$ 의 영향이 있음을 알 수 있다. 이러한 결과는  $R/r$ 이 균열 없는 곡관의 한계 내압( $P_o$ )에 영향을 미치는 다음의 식을 통해 확인할 수 있다.<sup>(7)</sup>

$$P_o = P_o^s \left[ \frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \right] \quad (7)$$

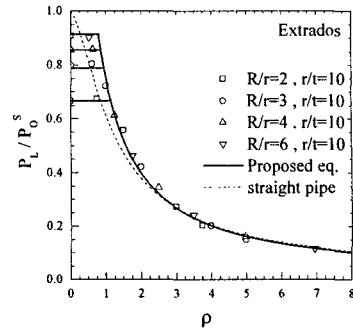
여기서,  $P_o^s$ 는 균열 없는 직관의 한계 내압을 나타내며 다음과 같다.

$$P_o^s = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_o \frac{t}{r} \quad (8)$$

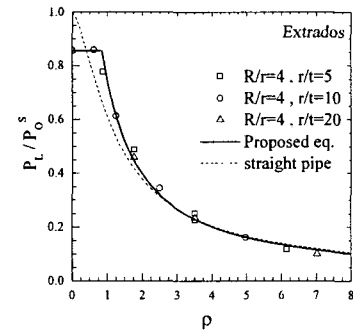
유한요소 해석 결과를 바탕으로 축 방향 관통균열이 extrados에 존재하는 경우의 한계 내압식은 다음과 같이 제시한다.

$$\frac{P_L}{P_o^s} = \min \left[ 0.94 - 0.89 \exp \left( -\frac{1}{1.69} \cdot \frac{r}{R} \right), \frac{1}{(0.2+0.1\rho+1.5\rho^2)^{1/2}} \right] \quad (9)$$

식 (9)는 Fig. 4에서 확인할 수 있으며, 다양한 형상변수 및 균열 길이에서 유한요소 해석 결과와 잘 일치함을 확인할 수 있다.



(a)



(b)

Fig. 4 Comparison of FE limit pressure for axial through-wall cracked pipe bends at extrados with the proposed solution: (a)effect of  $R/r$  and (b) effect of  $r/t$

축 방향 관통균열이 crown 및 intrados에 있는 경우의 유한요소 해석 결과는 Fig. 5에서 확인할 수 있으며 한계 내압식은 다음과 같다.

- crown 균열의 경우

$$\frac{P_L}{P_o^s} = \min \left[ 0.94 - 0.89 \exp \left( -\frac{1}{1.69} \cdot \frac{r}{R} \right), \frac{1}{(0.9+0.7\rho+0.9\rho^2)^{1/2}} \right] \quad (10)$$

- intrados 균열의 경우

$$\frac{P_L}{P_o^s} = \min \left[ \frac{0.94 - 0.89 \exp \left( -\frac{1}{1.69} \cdot \frac{r}{R} \right)}{(1.0+0.2\rho+0.3\rho^2)^{1/2}}, \frac{1}{(0.9+0.7\rho+0.9\rho^2)^{1/2}} \right] \quad (11)$$

균열의 위치에 따라 한계 내압의 양상은 조금씩 다르다. 이는 균열 위치가 한계 내압에 미치는 영향을 나타내며  $\rho < 1.5$ 에 대한 한계 내압은 extrados에 균열이 있는 경우가 가장 높은 반면  $\rho > 1.5$ 에 대해서는 반대로 intrados에 균열이 있는 경우가 가장 높음을 알 수 있다.

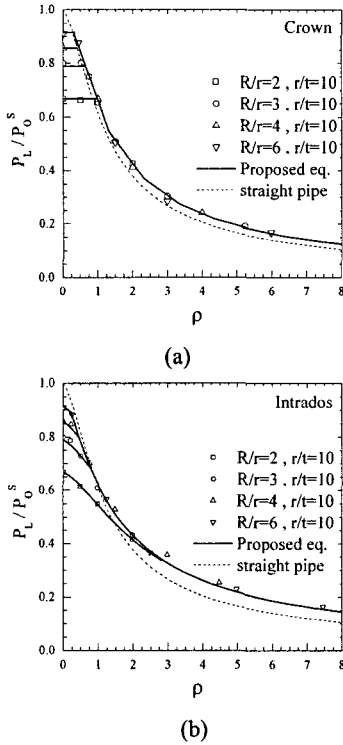


Fig. 5 Comparison of FE limit pressure for axial through-wall cracked pipe bends with the proposed solution : (a) crown cracks and (b) intrados cracks

3.2 굽힘 하중이 작용하는 곡관에 대한 한계 하중 해석

직관의 경우 축 방향 관통 균열은 한계 하중에 영향을 미치지 않는다. 즉 축 방향 관통 균열이 있는 직관의 한계 굽힘 하중은 균열 없는 직관의 한계 굽힘 하중과 같다. 그러나 곡관의 경우 축 방향 균열은 한계 하중에 영향을 미친다.<sup>(7)</sup> 내압의 경우 무차원 계수  $\rho$ 를 통해 한계 내압을 정량화 하였지만 면내 굽힘 하중이 작용하는 경우, 각도 변수  $\phi$ 를 통해 한계 하중을 정량화 하는 것이 한계 하중 특성을 나타내기에 더 효과적이다.

균열 없는 직관 및 곡관의 한계 하중은 기존 연구 결과(Kim et al<sup>(5)</sup>)를 참조하였으며 다음과 같다.

$$M_o^s = 4\sigma_o r^2 t \quad (12)$$

$$\frac{M_o}{M_o^s} = A(\lambda + k)^n \quad (13)$$

$$A = 0.6453 \left(\frac{r}{t}\right)^{0.0772} ; k = 1.5398 \left(\frac{r}{t}\right)^{0.6755} ; n = 0.5157 \left(\frac{r}{t}\right)^{0.0601} \quad (14)$$

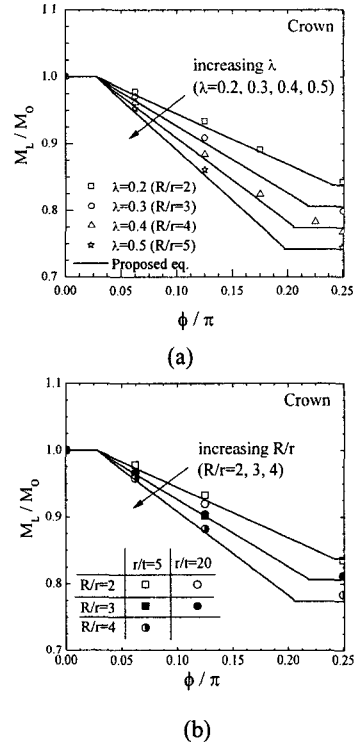


Fig. 6 Comparison of FE limit moments for axial through-wall cracked pipe bends at crown with the proposed solution : (a)  $r/t=10$  (b)  $r/t=5$  and 20

Fig. 6은 균열이 crown에 있을 때의 한계 하중을  $\phi$ 의 함수로 나타낸다. 짧은 균열 각( $\phi/\pi < 0.025$ )에서는 균열이 한계 하중에 영향을 미치지 않지만, 균열 각이 커지면( $\phi/\pi > 0.025$ ) 한계 하중은  $\phi$ 의 증가에 따라 선형적으로 감소한다. 한계 하중의 감소는 특정  $\phi$ 값에서 멈추며 이후 완전 균열( $\phi/\pi = 0.25$ ) 때까지 한계 하중은 일정하다. 이러한 유한요소 해석 결과를 바탕으로 crown균열에 대한 다음과 같은 한계 하중식을 제시한다.

$$\frac{M_L}{M_o} = \begin{cases} \min\left[1, \left(-0.125\left(\frac{R}{r}\right) - 0.13\right)\left(\frac{2\phi}{\pi} - 0.055\right) + 1.0\right] & \text{for } 0 \leq \frac{\phi}{\pi} \leq 0.15 \\ \max\left[\left(-0.125\left(\frac{R}{r}\right) - 0.13\right)\left(\frac{2\phi}{\pi} - 0.055\right) + 1.0, -0.032\left(\frac{R}{r}\right) + 0.902\right] & \text{for } 0.15 \leq \frac{\phi}{\pi} \leq 0.25 \end{cases} \quad (15)$$

여기서  $M_o$ 는 식 (13)의 값이다.

intrados 및 extrados에 균열이 있을 때의 한계 하중은 Fig. 7과 같다. 특정 균열각( $\phi$ )까지 균열이 한계 하중에 미치는 영향은 없다가 특정 균열각 이상부터 균열 크기의 영향이 나타나는 경향을 바탕으로 intrados 및 extrados균열에 대한 한계 하중식을 다음과 같이 제시한다.

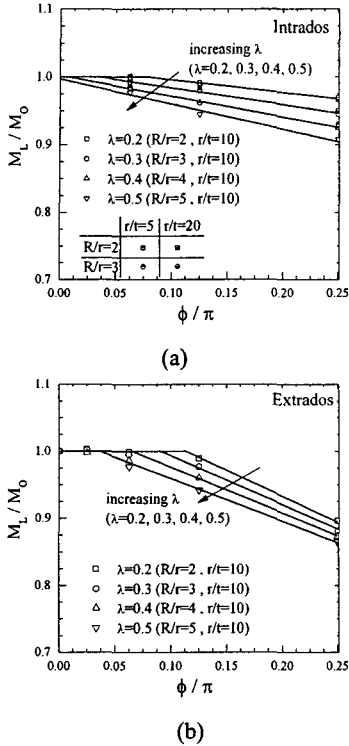


Fig. 7 Comparison of FE limit moments for axial through-wall cracked pipe bends under in-plane bending with the proposed solution : (a) intrados cracks and (b) extrados cracks

-intrados crack

$$\frac{M_L}{M_0} = \min \left[ 1, \left( -0.03 \left( \frac{R}{r} \right) - 0.033 \right) \left( \frac{2\phi}{\pi} \right) - 0.006 \left( \frac{R}{r} \right) + 1.026 \right] \quad (16)$$

-extrados crack

$$\frac{M_L}{M_0} = \min \left[ 1, \left( 0.23 \left( \frac{R}{r} \right) - 0.433 \right) \left( \frac{2\phi}{\pi} \right) - 0.022 \left( \frac{R}{r} \right) + 1.1305 \right] \quad (17)$$

같은 균열 각( $\phi/\pi$ )에 대해 균열이 crown에 있을 때 한계 굽힘 하중은 가장 낮으며, 특정 곡관 형상에서의 한계 굽힘 하중은 균열 없는 직관 대비 최대 20% 낮은 값을 나타낸다. 반면 균열이 intrados에 위치할 때 한계 하중값은 가장 크며, 한계 굽힘 하중은 균열 없는 곡관 대비 10%정도 낮게 나타난다. 그러나 축 방향 관통 균열이 존재하는 곡관에서 굽힘 하중이 한계 하중에 미치는 영향은 내압의 그것에 비해 전반적으로 그렇게 중요하지 않다고 할 수 있다.

#### 4. 참조응력 기반 J-적분 예측

##### 4.1 탄-소성 유한요소 해석

축 방향 관통 균열이 존재하는 곡관에서 탄-소성 J-적분을 평가하기 위해 재료 물성은 Ramberg-Osgood(R-O) 관계식으로 가정하였다[식 (18)].

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (18)$$

여기서,  $\varepsilon_0$ ,  $\sigma_0$ ,  $\alpha$ ,  $n$ 은 각각 상수로써,  $E\varepsilon_0 = \sigma_0$ 를 만족하며  $\sigma_0$ 는 오프셋 항복강도,  $E$ 는 탄성계수를 나타낸다. 변수  $\alpha$ ,  $\sigma_0$ ,  $E$ 는 각각  $\alpha=1$ ,  $\sigma_0=400\text{MPa}$ ,  $E=200\text{GPa}$ 의 고정값을 사용하였다. 변형 경화지수( $n$ )는 두 가지 값을 고려하였으며( $n=5, 10$ ) 곡관 형상과 관련된 변수  $r/t$ 는 5와 10을 사용하였다. 균열 길이 관련 무차원 변수,  $\rho$  및  $\phi/\pi$ 에 대해서는  $\rho=1, 5$ (내압해석의 경우),  $\phi/\pi=0.0625, 0.125$ (굽힘 해석의 경우)를 고려하였다. 이를 통해 균열의 길이 및 곡관의 형상, 재료 물성, 하중 조건이 탄-소성 J-적분 평가에 미치는 영향을 알아보았다.

하중 함수로 표현되는 J-적분은 영역 적분(domain integral)을 이용한 유한요소해석을 통해 얻을 수 있다. 3차원 해석의 특성상 J-적분은 두께 방향(radial) 및 균열 길이 방향(longitudinal)에 따라 다를 수 있다. 그러나 길이 방향에 따른 J-적분 값은 경로에 무관하며 따라서 J-적분을 추출하는데 어려움이 없다. 반면 두께 방향으로의 J-적분은 경로에 민감하다. Fig. 8(a)는 내압을 받는 축 방향 관통 균열이 있는 직관에서 두께에 따른  $J/J_c$ ( $J_c$ 는 J-적분의 탄성성분) 분포를 보여준다. 분포는 대칭형상을 이룬다. 그러나 비슷한 경우에 해당하는 곡관에서의 분포는 대칭성을 지니지 않을 수 있다 [Fig. 8(b)]. 특히 굽힘 하중이 작용할 때 이러한 경향은 두드러지게 나타난다. 유한요소 해석에서 두께 방향으로 두 개의 요소를 사용하였기 때문에 두께 방향으로  $J_c$ 로 표현되는 5개의 J-적분을 얻을 수 있으며 [Fig. 8(c)], 3가지 방법을 통해 J-대표 값을 산출할 수 있다. 첫 번째 방법은 두께 별 J-적분 모두를 평균하는 방법으로 식 (19)와 같다.

$$(J)_{\text{method 1}} = \frac{\sum_{i=1}^5 J_i}{5} = \frac{J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5}{5} \quad (19)$$

두 번째 방법은 가운데 3개 지점에서의 J-적분 평균으로 식 (20)과 같다.

$$(J)_{\text{method 2}} = \frac{\sum_{i=2}^4 J_i}{3} = \frac{J_2 + J_3 + J_4}{3} \quad (20)$$

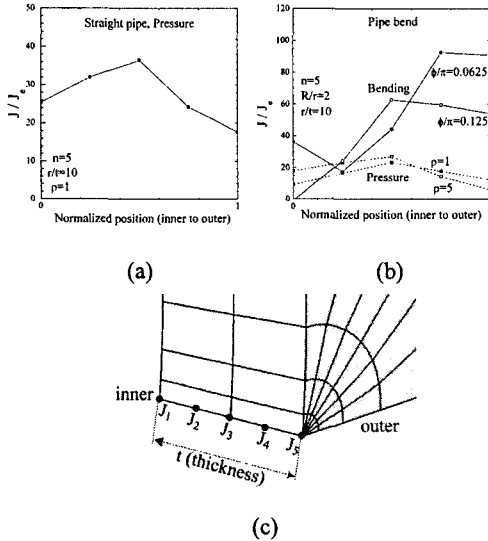


Fig. 8 Typical spatial variations of the  $J/J_e$  results along the pipe thickness : (a) axial through-wall cracked pipes under internal pressure, and (b)axial through-wall cracked pipe bends under internal pressure and in-plane bending ;(c) schematic illustration of numbering  $J$  along the thickness direction

Table 1 Comparisons of  $J/J_e$  values determined using three different methods

			$J/J_e$		
			Method 1	Method 2	Method 3
Straight Pipe	Pressure	$\rho=1$	26.2	30.5	31.3
		$\rho=5$	16.4	19.2	19.0
Pipe-bend	Bending	$\phi/\pi=0.0625$	30.0	51.5	46.1
		$\phi/\pi=0.125$	33.7	48.9	48.4

마지막으로 Chattopadhyah<sup>(12)</sup> 등이 제안한 식 (21)과 같은 방법이 있다.

$$(J)_{\text{method 3}} = \frac{J_1 + 4J_3 + J_5}{6} \quad (21)$$

Table 1은 5가지 경우에 대해 위에서 언급했던 3가지 방법으로 구한  $J/J_e$  값을 비교한 결과를 보여 준다. 전반적으로 방법 1을 통한  $J/J_e$  값은 가장 낮은 값을 보이며 방법 2는 방법 3에 비해 약간 높은  $J/J_e$  값을 산출한다. 보수적인 J-적분 평가를 위해서는  $J/J_e$ 를 높게 평가할 필요가 있으므로 본 연구에서는 방법 2로 J-적분을 산출하겠다.

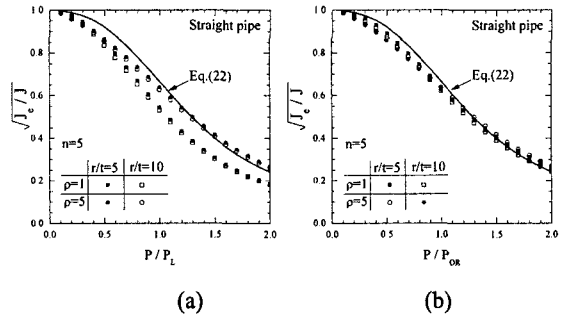


Fig. 9 Comparison of reference stress based J estimates with FE results for axial through-wall cracked pipes under internal pressure. Note that the reference stress is defined by the (a)plastic limit load (b)optimized reference load

#### 4.2 참조응력 기반 J-적분 예측

참조응력법에 따르면 J-적분은 다음과 같이 구할 수 있다.<sup>(1,2)</sup>

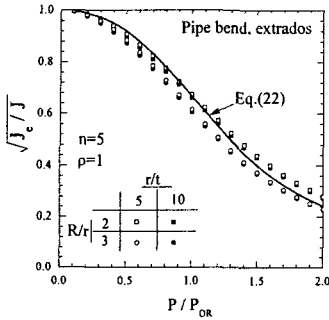
$$\frac{J}{J_e} = \frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_o} \right)^2 \frac{\sigma_{ref}}{E\varepsilon_{ref}} \quad (22)$$

$$\sigma_{ref} = \frac{Q}{Q_{ref}} \sigma_o \quad (23)$$

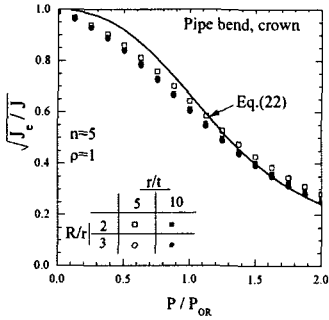
$$J_e = \frac{K^2}{E'} \quad (24)$$

$\sigma_{ref}$ 는 참조 응력을 나타내며  $Q$ 는 1차 작용 하중,  $Q_{ref}$ 는 참조 정규하중(reference normalizing load)이다.  $\varepsilon_{ref}$ 는 재료의 진응력-진변형률 선도에서  $\sigma=\sigma_{ref}$ 에서의 변형률이며  $K$ 는 응력확대계수,  $E'$ 는 평면응력상태에서  $E'=E$ , 평면 변형률 상태에서  $E'=E/(1-\nu^2)$ 이다. 일반적으로 균열이 있는 구조물에서  $Q_{ref}$  값으로 소성 한계 하중값을 사용하는 것( $Q_{ref}=Q_L$ )이 간단하지만 이 방법이 정확한 J-적분을 보장하지 않을 수 있음을 염두할 필요가 있다.

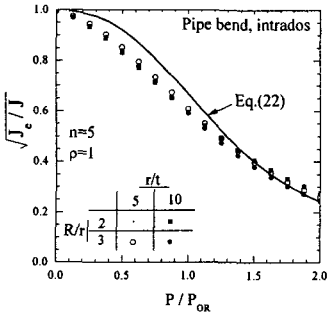
Fig. 9에서 내압을 받는 축 방향 관통균열이 있는 직관에서 유한요소 해석 J-적분 및 평가식[식 (22)]을 비교할 수 있다. 하중( $P/P_{or}$ )에 따른 J-적분은 파손평가도(FAD, Failure Assessment Diagram)를 통해 표현 가능하다. 평가식[식 (22)]은  $r/t$ 와 무관하며  $\rho$ 와 관계가 있음을 알 수 있다.  $\rho=5$ 일 때는 유한요소 해석 결과와 잘 일치하지만  $\rho=1$ 일 때는 유한요소 해석 값보다 낮은 비보수적인 J-적분을 나타낸다. 짧은 균열에 대한 비보수적인 결과는 이전의 Miller 및 Ainsworth의 결과와 일치한다.<sup>(10)</sup>



(a)



(b)

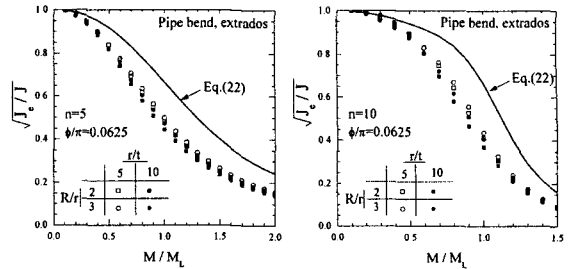


(c)

**Fig. 10** Comparison of reference stress based J estimates with FE results for axial through-wall cracked pipe bends under internal pressure. (a) extrados crack, (b) crown crack, (c) intrados crack

그러나 이러한 비보수성은 참조하중( $Q_{ref}$ )을 소성한계 하중( $Q_L$ )이 아닌 다른 하중으로 정의함으로써 줄일 수 있으며, 식 (22)를 통해 최적의 J-적분을 구할 수 있다. 이 하중을 최적화 참조 하중( $Q_{OR}$ , Optimized Reference Stress)이라 명하고 다양한 균열 길이  $\rho$ 에 따른 유한요소 해석을 통해 내압이 작용하는 축 방향 관통균열이 있는 직관 및 곡관에서  $Q_{OR}$ 을 식 (25)와 같이 제안하다.

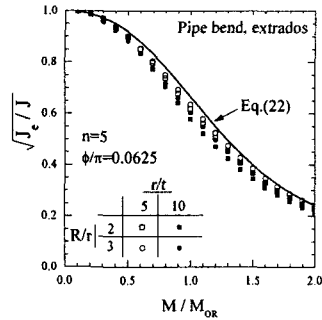
$$P_{OR} = \psi(\rho) P_L \quad \text{with} \quad \psi(\rho) = \begin{cases} 0.1\rho + 0.75 & \text{for } \rho \leq 2.5 \\ 1.0 & \text{for } \rho \geq 2.5 \end{cases} \quad (25)$$



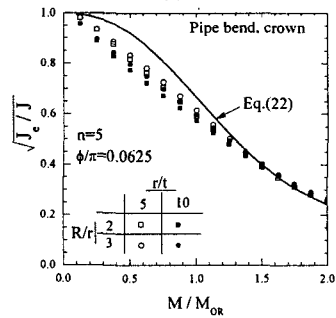
(a)

(b)

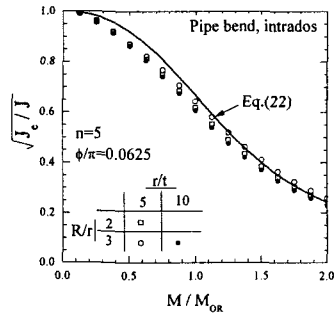
**Fig. 11** Comparison of reference stress based J estimates with FE results for axial through-wall cracks at extrados in pipe bends under in-plane bending. Note that the reference stress is defined by the limit load



(a)



(b)



(c)

**Fig. 12** Comparison of reference stress based J estimates with FE results for axial through-wall cracked pipe bends under in-plane bending. (a) extrados crack, (b) crown crack, (c) intrados crack

$P_{ref}=P_{OR}$ 일 때 식 (22)를 통해 구한 J-적분과 유한요소 해석 결과와의 비교는 Fig. 9(b) 및 Fig. 10에서 확인할 수 있다. 평가식[식 (22)]은 균열 위치와 무관하게 유한요소 해석 결과와 일치하며  $n=10, \rho=5$ 에서도 동일한 결과를 확인할 수 있다.

Fig. 11은 균열이 extrados에 있는 곡관이 면내굽힘 하중을 받을 때 유한요소 해석 J-적분과 평가식을 비교한 결과이다. 식 (22)는  $r/t, R/r$ 에 관계없이 유한요소 해석 J-적분보다 전반적으로 작으며 따라서 최적 참조하중( $M_{OR}$ )을 구하기 위한 간단한 보정 상수를 식 (26)과 같이 제안한다.

$$M_{OR} = 0.8M_L \quad (26)$$

Fig. 12는  $n=5, \phi/\pi=0.0625$ 에서 균열이 extrados, crown, intrados에 있을 때 최적 참조응력[식 (26)]을 통한 평가식과 유한요소 해석 J-적분 결과를 보여준다. 최적 참조응력을 통해 J-적분 예측의 정확성을 높일 수 있음을 확인할 수 있으며,  $n=10, \phi/\theta=0.125$ 에서도 동일한 결과를 확인할 수 있었다.

### 5. 결론

본 논문에서는 내압 및 굽힘 하중을 받는 축 방향 관통 균열이 존재하는 곡관에서 한계 하중 및 참조응력 기반 J-적분을 제시하였다. 탄성-완전소성 재료를 이용한 소변형 유한요소 해석을 통해 곡관 형상, 균열 길이, 균열 위치가 소성 한계 하중에 미치는 영향을 알아보았으며, closed-form 소성 한계 하중식을 제안하였다. 내압의 경우 균열 위치가 한계 하중에 미치는 영향은 미미하였다. 그리고 짧은 균열에서 한계 하중은 곡관 형상에 따라 민감하게 변했으며, 그로 인해 직관의 한계 하중에 비해 현저하게 낮은 값을 나타내었다. 반면 긴 균열에 대해서는 형상에 관계없이 직관의 한계 하중과 거의 같은 값을 나타내었다. 굽힘 하중의 경우 균열이 한계 하중에 미치는 영향은 미미했으며 균열이 crown에 있을 때 한계 하중은 균열 없는 곡관 대비 최대 20% 낮은 값을 나타내었다.

소성 한계 하중 결과를 바탕으로 참조응력 기반 J-적분 예측이 가능하였다. 소성 한계 하중을 바탕으로 한 전통적인 참조응력법은 유한요소 해석 결과보다 전반적으로 낮은 값을 나타내었으며 따라서 비보수적으로 J-적분을 예측하였다. 보다 정확한 J-적분 예측을 위해 최적 참조응력을 바탕으로 한 참조응력법을 제시하였으며, 이를 통해 평가식의 비보수성을 줄일 수 있었다. 이상과 같이 본 논문에서는 축 방향 관통균열 배관에서 탄소성 파

괴역학 해석의 중요 인자인 J-적분 평가방법을 제시하였다. 일반적으로 축 방향 균열은 고온 환경에서 발생하기 쉬우므로 향후 고온 creep 파괴 역학 해석이 추가적으로 필요하다고 사료된다.

### 후 기

본 연구는 산업자원부의 전력산업기반기금 전력산업연구개발사업과제(R-2004-1-134)의 연구비 지원으로 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사드립니다.

### 참고문헌

- (1) Ainsworth, R.A., 1984, "The Assessment of Defects in Structures of Strain Hardening Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, pp. 633~642.
- (2) 2001, "Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects," *R6 Revision 4*, British Energy.
- (3) Webster, G.A. and Ainsworth, R.A., 1994, "High Temperature Component Life Assessment," *Chapman & Hall, London, UK*.
- (4) Kim, Y.-J. and Oh, C.-S., 2006, "Limit Loads for Pipe Bends Under Combined Pressure and In-Plane Bending Based on Finite Element Limit Analysis," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 83, 85~90.
- (5) Kim, Y.-J., Huh, N.-S. and Kim, Y.-J., 2001., "Enhanced Reference Stress Based J and COD Estimation Method for LBB Analysis and Comparison with GE/EPRI Method," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 24, pp. 243~254.
- (6) Kim, Y.-J., Kim, Y.-I. and Song, T.-K., 2006, "Finite Element Plastic Loads for Circumferential Cracked Pipe Bends Under In-Plane Bending," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, pp. 643~668.
- (7) Miller, A.G., 1988, "Review of Limit Loads of Structures Containing Defects," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 32, pp. 191~327.
- (8) Folias, E. S., 1975, "On the Fracture of Nuclear Reactor Tubes," *SMiRT III*, London, Paper C4/5.
- (9) Erdogan, F., 1976, "Ductile Failure Theories for Pressurised Pipes and Containers," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 4, pp. 253~283.
- (10) Miller, AG and Ainsworth, RA., 1989, "Consistency of Numerical Results for Power-Law Hardening Materials and the Accuracy of the Reference Stress Approximation," *Journal of Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 32, pp. 237~247.
- (11) ABAQUS, 2003, "ABAQUS Standard/User's Manual, Version 6.4," Hibbit Karlsson & Sorensen, Inc., Pawtucket, RI, USA.
- (12) Chattopadhyay, J., 2006, "Improved J and COD Estimation by GE/EPRI Method in Elastic to Fully Plastic Transition Zone," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 73, pp. 1947~2090.