

저자유도 병렬형 로봇의 강성 모델링

Stiffness Modeling of a Low-DOF Parallel Robot

김 한 성*
(Han Sung Kim)

Abstract : This paper presents a stiffness modeling of a low-DOF parallel robot, which takes into account of elastic deformations of joints and links. A low-DOF parallel robot is defined as a spatial parallel robot which has less than six degrees of freedom. Differently from serial chains in a full 6-DOF parallel robot, some of those in a low-DOF parallel robot may be subject to constraint forces as well as actuation forces. The reaction forces due to actuations and constraints in each serial chain can be determined by making use of the theory of reciprocal screws. It is shown that the stiffness of an F-DOF parallel robot can be modeled such that the moving platform is supported by 6 springs related to the reciprocal screws of actuations (F) and constraints (6-F). A general 6×6 stiffness matrix is derived, which is the sum of the stiffness matrices of actuations and constraints. The compliance of each spring can be precisely determined by modeling the compliance of joints and links in a serial chain as follows; a link is modeled as an Euler beam and the compliance matrix of rotational or prismatic joint is modeled as a 6×6 diagonal matrix, where one diagonal element about the rotation axis or along the sliding direction is infinite. By summing joint and link compliance matrices with respect to a reference frame and applying unit reciprocal screw to the resulting compliance matrix of a serial chain, the compliance of a spring is determined by the resulting infinitesimal displacement. In order to illustrate this methodology, the stiffness of a Tricept parallel robot has been analyzed. Finally, a numerical example of the optimal design to maximize stiffness in a specified box-shape workspace is presented.

Keywords : stiffness modeling, low-DOF parallel robot, stiffness matrix, joint and link compliances, reciprocal screw, Tricept parallel robot, optimal design

I. 서론

병렬형 로봇은 이동 플랫폼이 다수의 직렬 체인(serial chains) 또는 다리에 의하여 고정부에 연결된 구조를 갖는 기구이다. 일반적으로 구동부가 고정부 근처 또는 고정부에 위치하고 이동 플랫폼에 작용하는 하중이 여러 개의 다리에 분산되므로 병렬형 로봇은 고속, 고하중, 고정밀 작업이 가능하다는 장점을 갖는다. 대표적인 병렬형 로봇으로는 6자유도 Gough-Stewart 플랫폼이 있다[1,2]. 그러나, 이러한 완전한 6자유도 병렬형 로봇은 매우 복잡한 순기구학, 상대적으로 작은 작업영역 및 다수의 부품이 필요하다는 단점을 갖는다.

이러한 단점을 극복하고자 6자유도 보다 적은 자유도를 갖는 저자유도 병렬형 로봇 개발에 많은 관심이 집중되고 있다 [3-12]. 저자유도 병렬형 로봇은 비교적 단순한 순기구학, 상대적으로 넓은 작업영역 및 작은 관성, 그리고 6자유도 보다 적은 수의 부품이 필요하다는 장점을 가지면서 병렬형 로봇의 장점을 유지할 수 있다. 따라서, 완전한 6자유도가 필요하지 않는 작업의 경우, 이러한 저자유도 병렬형 로봇을 사용하는 것이 보다 경제적일 수 있다. 또한, 저자유도 병렬형 로봇에 단순한 자유도의 직렬형 로봇을 직렬로 연결한 혼합형 로봇(hybrid robot)을 사용하여 보다 넓은 작업영역 및 조작성(manipulability)을 확보할 수 있다[5,6]. 저자유도 병렬형 로봇 개발은 주로 3자유도 병렬형 병진운동 기구[6-10] 및 3자유도 병렬형 회전운동 기구[11,12] 개발에 집중되고 있다.

고속, 고정밀, 고강성을 요구하는 로봇의 초기설계 단계에서,

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2007. 1. 25., 채택확정 : 2007. 2. 17.

김한성 : 경남대학교 기계자동화공학부 (hkim@kyungnam.ac.kr)

※ 본 연구는 2004학년도 경남대학교 신진교수연구비 지원에 의하여 연구되었음.

강성 모델링 및 강성 설계는 매우 중요한 부분이다. 6자유도 병렬형 로봇의 경우, 특히, Gough-Stewart 플랫폼의 강성해석 방법은 이미 많은 연구자에 의하여 발표되었다[13-15]. 그러나, 저자유도 병렬형 로봇의 강성 모델링 및 해석은 그 중요성에 비하여 많은 연구가 진행되고 있지 않다. 기존 연구결과 중, Zhang과 Gosselin은 중앙에 수동 구속 다리가 있는 저자유도 병렬형 로봇의 강성을 모델링 하였다[16-19]. 그러나, 이 방법은 가상 조인트를 설정하는 방법이 체계적이지 못하고 중앙에 수동 구속 다리가 있는 기구에 한정된다는 단점을 갖는다. 한편, 6자유도 병렬형 로봇의 직교 강성행렬은 6×6 자코비안 행렬로 구성됨은 잘 알려져 있다. 그러나, 저자유도 병렬형 로봇의 자코비안 행렬과 직교 강성행렬을 어떻게 표현해야 하는지, 특히, 입력과 출력이 연성화된 로봇의 경우, 입출력 변수를 어떻게 결정해야 하는지 명확하지 않다. Joshi와 Tsai는 저자유도 병렬형 로봇의 경우에도 모든 특이성을 완벽하게 해석하기 위해서는 구속조건을 고려한 6×6 자코비안 행렬을 사용해야 함을 발표하였다[20]. 일반적으로 저자유도 병렬형 로봇의 경우, 입출력만을 고려하는 자코비안 행렬을 사용하는데 이러한 부분적인 자코비안 행렬은 모든 특이성을 예측할 수 없다 [21,22]. 강성해석의 경우에도, 구동기의 강성 및 구속부의 강성을 모두 고려한 6×6 직교 강성행렬을 사용하여야 한다 [23,24].

본 논문에서는 역나선 이론을 이용하여 6×6 자코비안 행렬을 구하고, 이를 바탕으로 구동부와 구속부의 강성을 포함하는 직교 강성행렬을 유도한다. 역나선의 기하적 정보로부터 각 스프링의 종류 및 위치를 결정하고, 스프링 상수는 각 다리에 포함된 조인트 및 링크의 순응행렬로부터 유도된다. 제시된 방법을 사용하여, Tricept 병렬형 로봇의 강성을 모델링하고 규정

된 작업영역 안에서 강성을 최대화 할 수 있는 최적설계 방법 및 수치 예를 제시한다.

II. 속도 및 정역학 해석

본 논문에서 대상으로 하는 로봇은 F -DOF(Degrees Of Freedom)를 갖고 과구속(over-constrained)이 아닌 저자유도 공간 병렬형 로봇이다. 여기서, $3 \leq F < 6$ 이다. 그림 1과 같이 이동 플랫폼(moving platform)은 m 개의 다리에 의하여 지지되고, 각 다리는 최대 한 개의 구동기를 갖는다고 가정하였다. 구동기를 갖는 다리의 번호를 먼저 $i = 1, 2, \dots, F$ 로 정의하고, 구동기를 갖지 않는 나머지 다리의 번호를 $i = F + 1, F + 2, \dots, m$ 으로 설정하였다. i 번째 다리에 포함된 모든 조인트의 자유도의 합을 연결도(connectivity, C_i)라고 정의하면[25,26], 각 다리는 $6 - C_i$ 개의 구속조건으로 이동 플랫폼의 운동을 제한하고, 모든 다리의 독립적인 구속조건들의 합은 $6 - F$ 가 되어야 함을 알 수 있다.

저자유도 병렬형 로봇의 이동 플랫폼에 임의 방향의 렌치(wrench)가 작용되는 경우, 임의의 렌치는 F 개의 구동기에 의한 구동력과 $6 - F$ 개의 독립적인 구속에 의한 반력과 평형을 이룬다. 본 논문에서는 이러한 구동력 및 구속에 의한 반력의 종류 및 위치를 구하기 위하여 역나선 이론(theory of reciprocal screws)을 이용하고자 한다[25-28].

이동 플랫폼의 트위스트(twist)는 각 다리를 구성하는 1자유도 조인트의 단위나선(unit screw)들의 선형조합으로 다음과 같이 나타낼 수 있다[29].

$$\hat{T}_p = \sum_{j=1}^{C_i} \dot{\theta}_{j,i} \hat{S}_{j,i} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

여기서, \hat{T}_p 는 축 좌표계(axis coordinate)[27]로 표현된 이동 플랫폼의 트위스트를 나타내고, $\dot{\theta}_{j,i}$ 와 $\hat{S}_{j,i}$ 는 i 번째 다리의 j 번째 조인트의 속도 및 축 좌표계로 표현된 단위나선(unit screw)을 각각 나타낸다.

다음과 같은 방법을 사용하여, i 번째 다리의 역나선을 구하고자 한다[20]. 먼저, 구속에 의한 반력을 나타내는 구속 역나선(reciprocal screw of constraints)은 다음과 같이 해당 다리의 모든 조인트 나선들과 역의 관계를 만족해야 하며 $6 - C_i$ 나선 시스템(screw systems)을 이룬다.

$$\hat{s}_{c,k,i}^T \hat{T}_p = 0 \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, (6 - C_i) \quad (2)$$

여기서, $\hat{s}_{c,k,i}$ 는 방사 좌표계(ray coordinate)[27]로 표현된 i 번째 다리의 k 번째 구속 역나선을 나타낸다. (2)를 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$J_c^T \hat{T}_p = \mathbf{0}_{(6-F) \times 1} \quad (3)$$

여기서, 구속 자코비안 행렬(Jacobian matrix of constraints, J_c)은 다음과 같다.

$$J_c = [\hat{s}_{c,1,1}, \dots, \hat{s}_{c,6-C_1,1}, \dots, \hat{s}_{c,1,m}, \dots, \hat{s}_{c,6-C_m,m}] \in R^{6 \times (6-F)} \quad (4)$$

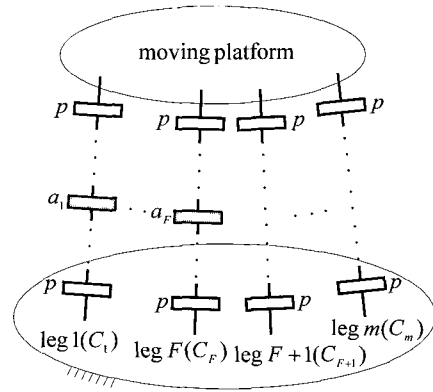


그림 1. F 자유도 병렬형 로봇의 구조.

Fig. 1. Structure of an F -DOF parallel robot(a : active joint, p : passive joint).

구동력을 나타내는 구동 역나선(reciprocal screw of actuations)은 다음과 같이 해당되는 다리의 구동 조인트를 제외한 모든 수동 조인트 나선들과 역의 관계를 만족해야 하며 $6 - C_i$ 구속 역나선 시스템에 속하지 않는 추가의 역나선으로 구성된다. i 번째 다리의 a 번째 조인트가 구동된다면, 구동 역나선($\hat{s}_{a,i}$)은 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.

$$\hat{s}_{a,i}^T \hat{T}_p = \dot{\theta}_{a,i} (\hat{s}_{a,i}^T \hat{S}_{a,i}) \quad (5)$$

위의 과정을 m 개의 다리에 적용하면, $6 - F$ 개의 구속 역나선과 F 개의 구동 역나선을 구할 수 있다. (5)를 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$J_x^T \hat{T}_p = J_q \dot{q}_a \quad (6)$$

여기서,

$$J_x = [\hat{s}_{a,1}, \hat{s}_{a,2}, \dots, \hat{s}_{a,F}] \in R^{6 \times F},$$

$$J_q = \begin{bmatrix} \hat{s}_{a,1}^T \hat{S}_{a,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{s}_{a,2}^T \hat{S}_{a,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{s}_{a,F}^T \hat{S}_{a,F} \end{bmatrix} \in R^{F \times F}, \quad (7)$$

$$\dot{q}_a = [\theta_{a,1}, \theta_{a,2}, \dots, \theta_{a,F}]^T \in R^{F \times 1}.$$

(6)의 양변에 J_q^{-1} 을 곱하면 다음과 같다.

$$\dot{q}_a = J_a^T \hat{T}_p \quad (8)$$

여기서, 구동 자코비안 행렬(Jacobian matrix of actuations, $J_a = J_x J_q^{-1}$)은 다음과 같다.

$$J_a = [\hat{s}_{a,1} / (\hat{s}_{a,1}^T \hat{S}_{a,1}), \dots, \hat{s}_{a,F} / (\hat{s}_{a,F}^T \hat{S}_{a,F})] \in R^{6 \times F} \quad (9)$$

따라서, 저자유도 병렬형 로봇의 속도관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{q} = J^T \hat{T}_p \quad (10)$$

여기서, 전체 자코비안 행렬 J 는 다음과 같다.

$$J = [J_a \quad J_c] \in R^{6 \times 6} \quad (11)$$

그리고, $\dot{q}_a = [\dot{\theta}_{a,1}, \dots, \dot{\theta}_{a,F}]^T \in R^{F \times 1}$ 는 구동기의 속도벡터를 나타내고 $\dot{q}_c = \theta_{(6-F) \times 1}$ 구속부의 속도벡터를 나타낼 때, 전체 조인트의 속도벡터는 $\dot{q} = [\dot{q}_a^T, \dot{q}_c^T]^T \in R^{6 \times 1}$ 이다. 일반적으로 구속부는 강체가 아니므로 미소 변형이 발생할 수 있다.

가상일의 원리(principle of virtual work)를 이용하여 정역학 관계는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{w} = J \tau \quad (12)$$

여기서, f 와 m 을 엔드이펙터에 작용하는 힘과 모멘트라 할 때 $\hat{w} = [f^T, m^T]^T$ 는 방사 좌표계로 표현된 렌치를 나타내고, $\tau_a = [\tau_{a,1}, \dots, \tau_{a,F}]^T \in R^{F \times 1}$ 는 구동력 벡터를 나타내고, $\tau_c = [\tau_{c,1,1}, \dots, \tau_{c,6-C,1}, \dots, \tau_{c,1,m}, \dots, \tau_{c,6-C,m}]^T \in R^{(6-F) \times 1}$ 는 구속에 의한 반력 벡터를 나타낼 때, $\tau = [\tau_a^T, \tau_c^T]^T \in R^{6 \times 1}$ 는 전체 조인트의 힘 벡터이다.

III. 저자유도 병렬형 로봇의 강성 해석

본 논문에서는 이동 플랫폼과 고정부는 강체로 가정하고 기구의 순응성(compliance)의 주요 원인을 작용 힘 또는 모멘트에 대한 베어링, 링크, 동력전달장치 및 제어 시스템에서 발생할 수 있는 미소변위로 가정하였다[25]. 한편, 역나선은 영 피치 역나선(zero-pitch reciprocal screw), 무한 피치 역나선(infinite-pitch reciprocal screw), 유한 피치 역나선(finite-pitch reciprocal screw)으로 다음과 같이 구분될 수 있다.

$$\hat{s} = \begin{bmatrix} s \\ r \times s \end{bmatrix}, \hat{s} = \begin{bmatrix} 0 \\ s \end{bmatrix}, \hat{s} = \begin{bmatrix} s \\ r \times s + hs \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서, s 는 나선의 단위 방향벡터이고, r 은 기준 좌표계에서 나선까지의 거리벡터이며, h 는 피치(pitch)를 나타낸다. 임의의 트위스트 시스템에 대한 역나선을 고려할 때, (13)의 첫 번째 및 두 번째 식의 물리적 의미는 순 힘과 순 짝힘(couple)에 해당한다. 일반적으로 역나선의 기저(base)를 순 힘 또는 순 짝힘으로 구할 수 있으므로, 본 연구에서는 유한 피치 역나선은 고려하지 않았다.

순응성을 갖는 해당 다리에 순 힘이 작용하면, 순 힘이 가해지는 직선을 따라 미소 병진변위(infinitesimal translational displacement)가 발생하게 된다. 반면, 순 짝힘을 가할 경우, 순 짝힘의 축방향에 대한 미소 회전변위(infinitesimal rotational displacement)가 발생한다. 따라서, 역나선이 순 힘일 경우 선형 스프링(linear spring)이 순 힘이 작용하는 직선상에 위치하고, 역나선이 순 짝힘일 경우 회전 스프링(rotational spring)이 순 짝힘이 작용하는 축방향으로 위치한다고 각 다리의 강성을 모델링할 수 있다. 이동 플랫폼에 작용하는 역나선은 총 6개이므로 저자유도 병렬형 로봇의 이동 플랫폼은 총 6개의 독립적인 스프링들로 지지된다고 모델링 할 수 있다. 이 중 F 개는 구동

기에 관련된 스프링이고, $6 - F$ 개는 구속조건에 관련된 스프링이다. 구동기에 관련된 스프링 상수를 $k_{a,i}$ ($i = 1, 2, \dots, F$) 로 정의하고, 구속조건과 관련된 스프링상수를 $k_{c,i}$ ($i = 1, 2, \dots, 6 - F$) 로 정의하면, 스프링에 작용되는 힘과 해당되는 스프링의 미소 변위와의 관계는 다음과 같다.

$$\tau_a = [k_a] \delta q_a, \tau_c = [k_c] \delta q_c \quad (14)$$

여기서, $[k_a]$ 와 $[k_c]$ 는 각각 $k_{a,i}$ 와 $k_{c,i}$ 를 대각원소로 갖는 대각행렬(diagonal matrix)이고, δq_a 와 δq_c 는 각각 구동기와 구속조건에 관련된 스프링의 미소변위 벡터이다. 직교 공간과 조인트 공간상에서 가상일을 적용하면 다음과 같다.

$$\hat{w}^T \delta \hat{D} = \tau_a^T \delta q_a + \tau_c^T \delta q_c \quad (15)$$

여기서, δx 와 $\delta \theta$ 를 각각 엔드이펙터의 미소 병진변위와 미소 회전변위라 할 때, $\delta \hat{D} = [\delta x^T, \delta \theta^T]^T$ 는 축 좌표계로 표현된 미소 트위스트를 나타낸다. (14)를 (15)에 대입하면 다음과 같다.

$$\hat{w}^T \delta \hat{D} = \delta q_a^T [k_a] \delta q_a + \delta q_c^T [k_c] \delta q_c \quad (16)$$

(10)을 이용하여 (16)을 다시 표현하면 아래와 같다.

$$\hat{w}^T \delta \hat{D} = \delta \hat{D}^T J_a [k_a] J_a^T \delta \hat{D} + \delta \hat{D}^T J_c [k_c] J_c^T \delta \hat{D} \quad (17)$$

임의의 $\delta \hat{D}$ 에 대하여 (17)이 성립하여야 하므로, 이동 플랫폼의 미소 트위스트와 작용 렌치와의 관계를 직교 강성행렬에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{w} = K \delta \hat{D} \quad (18)$$

여기서, 직교 강성행렬은 구동부의 직교 강성행렬과 구속부의 직교 강성행렬의 합으로 다음과 같다.

$$K = J_a [k_a] J_a^T + J_c [k_c] J_c^T \quad (19)$$

전체 자코비안 행렬을 이용하여 위의 직교 강성행렬을 다음과 같이 간략히 나타낼 수 있다.

$$K = J [k] J^T \quad (20)$$

여기서, $J = [J_a \quad J_c]$ 이고 $[k] = \begin{bmatrix} [k_a] & 0 \\ 0 & [k_c] \end{bmatrix}$ 이다. 그리고

J 는 양의 반한정 행렬이고 $[k]$ 는 양의 한정 대칭행렬이므로, 직교 강성행렬은 양의 반한정 대칭행렬이 된다.

(20)의 직교 강성행렬은 6자유도 병렬형 로봇의 직교 강성행렬과 유사한 구조를 갖는다[13,14]. 즉, 6자유도 병렬형 로봇의 경우, 구속조건이 존재하지 않으므로 직교 강성행렬은 구동부의 직교 강성행렬로만 표현된다. 반면, 저자유도 병렬형 로봇의 경우 직교 강성행렬은 구동부 및 구속부의 직교 강성행렬의 합으로 표현되어야 한다.

IV. 직렬체인의 순응 해석

전 장에서는 역나선 이론을 이용하여 저자유도 병렬형 로봇의 강성행렬과 역나선의 기하적 정보로부터 각 스프링의 종류 및 위치를 구하였다. 본 장에서는 각 다리의 구동 및 구속 역나선에 관련된 스프링 상수를 결정하는 방법을 제시하고자 한다. 직렬형과 병렬형 구조 사이에는 이원성(duality)이 존재하므로, 직렬체인의 경우 순응 관계를 유도하는 것이 보다 용이하다. 직렬체인의 순응성 모델링시, 조인트 및 링크의 순응성이 고려되었다.

일반적으로, 다자유도 조인트는 1자유도 조인트로 나타낼 수 있다. 예를 들어, 구형 조인트는 3개의 교차하는 회전 조인트로 나타낼 수 있고 유니버설 조인트는 2개의 교차하는 회전 조인트로 표현될 수 있다. 따라서, 1자유도 조인트를 기본 모델로 하여 다자유도 조인트의 순응성을 모델링 할 수 있다. 1자유도 조인트의 순응행렬(compliance matrix)은 다음과 같이 구할 수 있다[30].

$$C_J = \begin{bmatrix} c_{i,r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{i,r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{i,a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{\theta,r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{\theta,r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{\theta,a} \end{bmatrix} \quad (21)$$

여기서, 조인트 축은 그림 2와 같이 지역 좌표계의 z_i 축과 일치하고 조인트의 반경방향은 지역 좌표계의 x_i, y_i 평면 위에 놓여있다고 정의한다. 위 식에서 하첨자, I 과 θ 는 각각 선형 및 회전 순응값을 나타내고, a 와 r 은 각각 축방향 및 반경방향을 나타낸다. 회전 조인트의 경우, $c_{\theta,a} = \infty$ 가 되고, 직선 조인트의 경우, $c_{i,a} = \infty$ 가 된다.

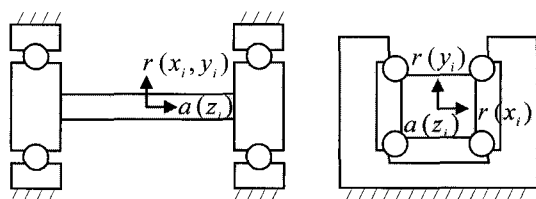


그림 2. 회전 및 직선 조인트의 순응 모델.
Fig. 2. Compliance model of rotational and prismatic joints.

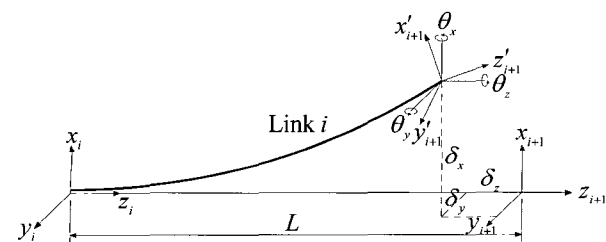


그림 3. 링크의 순응 모델.
Fig. 3. Compliance model of a link.

직렬체인의 링크는 이상적인 Euler-Bernoulli 빔으로 가정하였다. 그림 3과 같이, 각 링크에 작용하는 힘과 모멘트로 인한 링크 끝단의 변형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta_x &= \frac{L^3}{3EI_x} F_x + \frac{L^2}{2EI_y} M_y \\ \delta_y &= \frac{L^3}{3EI_y} F_y - \frac{L^2}{2EI_x} M_x, \quad \delta_z = \frac{L}{AE} F_z, \\ \theta_x &= -\frac{L^2}{2EI_y} F_y + \frac{L}{EI_x} M_x, \\ \theta_y &= \frac{L^2}{2EI_x} F_x + \frac{L}{EI_y} M_y, \quad \theta_z = \frac{L}{GI_p} M_z \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, A 와 L 은 각각 링크의 단면적과 길이를 나타내고, E 와 G 는 길이방향 및 전단 탄성계수를 나타내고, I_x, I_y, I_z 와 I_p 는 각각 x, y, z 축에 대한 관성모멘트 및 극 관성모멘트를 나타낸다. 각 링크의 순응행렬은 다음과 같이 구할 수 있다[30].

$$C_L = \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3EI_x} & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{2EI_y} & 0 \\ 0 & \frac{L^3}{3EI_y} & 0 & -\frac{L^2}{2EI_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{AE} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{L^2}{2EI_y} & 0 & \frac{L}{EI_x} & 0 & 0 \\ \frac{L^2}{2EI_x} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{EI_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{GI_p} \end{bmatrix} \quad (23)$$

직교공간상에서 임의의 렌치가 i 번째 조인트 또는 링크에 작용할 때 발생하는 미소 트위스트는 다음과 같이 구할 수 있다.

$${}^i\delta\hat{D}_i = {}^iC_i^j \hat{w} \quad (24)$$

여기서, ${}^iC_i^j$ 는 j 번째 좌표계에서 표현된 i 번째 부재의 순응행렬을 나타내고 미소 트위스트 및 렌치는 모두 j 번째 좌표계에서 표현되었다. 축 좌표계로 표현된 나선을 j 번째 좌표계에서 기준 좌표계로 변환하는 나선변환 행렬(screw transformation matrix)은 다음과 같다.

$${}^rT_j = \begin{bmatrix} {}^rR_j & {}^rW_j {}^rR_j \\ 0_{3 \times 3} & {}^rR_j \end{bmatrix} \quad (25)$$

여기서, rR_j 은 j 번째 지역 좌표계에서 r 기준 좌표계로 변환하는 회전변환 행렬이고 rW_j 는 기준 좌표계에서 표현된 기준 좌표계의 원점에서 j 번째 지역 좌표계의 원점까지의 벡터를 나타내는 교대대칭 행렬(skew-symmetric matrix)이다. 나선변환 행렬을 이용하여 각 지역 좌표계에서 표현된 미소

트위스트와 렌치를 기준 좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$${}^i\hat{D}_i = {}^i T_j {}^j\hat{D}_j, \quad {}^i\hat{w} = {}^i T_j {}^j\hat{w} \quad (26)$$

직렬체인의 총 변형은 각 조인트 및 링크에서 발생하는 모든 변형의 합으로 계산된다.

$${}^i\hat{D} = \sum_{j=i}^n ({}^i T_j {}^j C_j {}^j T_i^T) {}^i\hat{w} \quad (27)$$

따라서, 기준 좌표계에서 표현된 직렬체인의 직교 순응행렬은 다음과 같다.

$${}^i C = \sum_{j=i}^n ({}^i T_j {}^j C_j {}^j T_i^T) \quad (28)$$

일반적으로 직렬체인의 직교 순응행렬은 많은 무한대 값을 원소로 갖기 때문에 역행렬을 구하는 것이 불가능하다. 임의의 렌치를 작용하였을 경우, 무한 변형이 발생하나 해당되는 역나선을 작용하였을 경우에는 유한 변형값을 얻을 수 있다. 단위 역나선 ${}^i\hat{w} = [f^T, m^T]^T$ 에 대한 직렬체인의 미소변형이 ${}^i\hat{D} = [\delta x^T, \delta \theta^T]^T$ 일 때, 해당되는 선형 및 회전 스프링의 순응값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$c_i = \frac{\delta x^T f}{f^T f}, \quad c_o = \frac{\delta \theta^T m}{m^T m} \quad (29)$$

V. Tricept 병렬형 로봇의 강성 모델링 및 설계

본 장에서는 Tricept 병렬형 로봇의 강성 모델링 및 강성 설계 예를 제시하고자 한다. Tricept 로봇은 5자유도 기구로 3자유도 병렬형 위치기구에 2자유도 직렬형 회전기구를 직렬로 연결한 혼합형 기구(hybrid manipulator)이다[5,18]. 본 연구에서는 3자유도 병렬형 위치기구의 강성 해석을 수행하고자 한다. 그림 4와 같이 이 기구는 3-SPS (Spherical-Prismatic-Spherical) 구조를 갖는 구동 다리와 중앙에 1-UP (Universal-Prismatic) 구조를 갖는 수동 다리(passive leg)로 구성된다.

먼저, 구동 다리는 연결도가 6이므로 구속 역나선은 존재하지 않고, 각 다리당 한 개의 구동 역나선이 존재한다. 이 구동 역나선은 두 개의 구형 조인트의 중심을 지나가는 순힘이 된다.

$$\hat{s}_{a,i} = \begin{bmatrix} s_i \\ b_i \times s_i \end{bmatrix} \text{ for } i = 1, 2, 3 \quad (30)$$

여기서, s_i 는 직선 조인트의 단위방향벡터이고, $b_i = \overline{PB_i}$ 이다.

한편, 수동 다리는 연결도가 $C_4 = 3$ 이므로 3개의 구속 역나선이 존재하고, 엔드이펙터의 트위스트는 다음과 같이 3개 조인트의 단위 나선들의 선형조합으로 표현할 수 있다.

$$\hat{T}_p = \hat{\theta}_{1,4} \hat{S}_{1,4} + \hat{\theta}_{2,4} \hat{S}_{2,4} + \hat{d}_{3,4} \hat{S}_{3,4} \quad (31)$$

여기서,

$$\hat{S}_{1,4} = \begin{bmatrix} -p \times s_{1,4} \\ s_{1,4} \end{bmatrix}, \quad \hat{S}_{2,4} = \begin{bmatrix} -p \times s_{2,4} \\ s_{2,4} \end{bmatrix}, \quad \hat{S}_{3,4} = \begin{bmatrix} s_{3,4} \\ \theta \end{bmatrix},$$

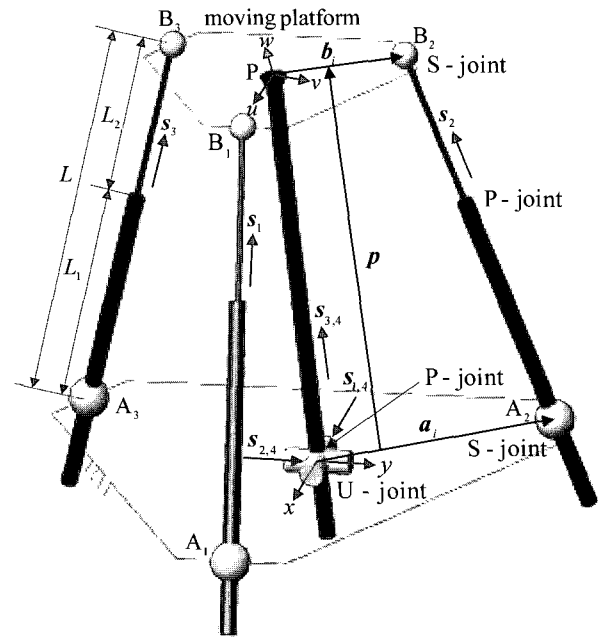


그림 4. Tricept 병렬형 로봇의 기구학적 모델.
Fig. 4. Kinematic model of a Tricept parallel robot.

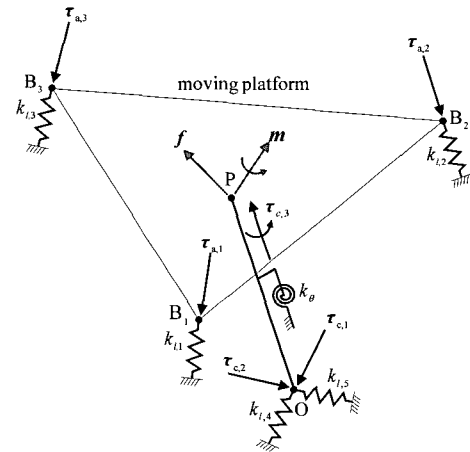


그림 5. Tricept 병렬형 로봇의 강성 모델.
Fig. 5. Stiffness model of a Tricept parallel robot.

이고 $p = \overline{OP}$ 이다. 3개의 구속 역나선은 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$\hat{s}_{c,1} = \begin{bmatrix} s_4 \\ -p \times s_4 \end{bmatrix}, \quad \hat{s}_{c,2} = \begin{bmatrix} s_5 \\ -p \times s_5 \end{bmatrix}, \quad \hat{s}_{c,3} = \begin{bmatrix} \theta \\ s_6 \end{bmatrix} \quad (32)$$

여기서, $s_4 = s_{2,4} \times s_{3,4}$, $s_5 = s_{2,4}$, $s_6 = s_{1,4} \times s_{2,4}$ 이다. 따라서, 구동 및 구속 자코비안 행렬은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$J_a = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \\ b_1 \times s_1 & b_2 \times s_2 & b_3 \times s_3 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$J_c = \begin{bmatrix} s_4 & s_5 & \theta \\ b_4 \times s_4 & b_5 \times s_5 & s_6 \end{bmatrix} \quad (34)$$

여기서, $\mathbf{b}_i = \mathbf{b}_3 \equiv -\mathbf{p}$ 로 정의하였다.

(30)과 (32)의 구동 및 구속 역나선 식을 이용하여 이 로봇의 강성을 그림 5와 같이 모델링할 수 있다. 3개의 구동 역나선과 처음 두 개의 구속 역나선은 각각 B_i 점 및 O 점을 지나는 순힘이므로 선형 스프링으로 모델링하고 나머지 한 개의 구속 역나선은 s_6 축에 대한 순 짝힘이므로 회전 스프링으로 모델링하였다. (20)을 이용하여 이 로봇의 강성행렬을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^5 s_i [k_i] s_i^T & \sum_{i=1}^5 s_i [k_i] (\mathbf{b}_i \times s_i)^T \\ \sum_{i=1}^5 (\mathbf{b}_i \times s_i) [k_i] s_i^T & \sum_{i=1}^5 (\mathbf{b}_i \times s_i) [k_i] (\mathbf{b}_i \times s_i)^T + k_\theta s_6 s_6^T \end{bmatrix} \quad (35)$$

여기서, $[k_i] = \text{diag}[k_{i,1}, k_{i,2}, k_{i,3}, k_{i,4}, k_{i,5}]$ 는 선형 스프링 상수를 대각원소로 갖는 대각행렬을 나타내고 k_θ 는 회전 스프링 상수를 나타낸다.

다음 단계는 조인트와 링크의 순운동 정보로부터 6개 스프링 상수를 정밀하게 결정하는 것이다. 먼저, SPS 직렬체인의 경우 순운동이 선분 $A_i B_i$ 에 대하여 대칭이므로 모든 좌표계의 z 축을 선분 $A_i B_i$ 에 일치시켰다. 또한 기준 좌표계의 원점을 상부에 위치한 구형조인트 중심에 일치시켰다. 해당되는 지역 좌표계에서 표현된 구형조인트의 순운동은 다음과 같다.

$$C_s = \text{diag}[c_i^s, c_i^s, c_i^s, \infty, \infty, \infty] \quad (36)$$

유사한 방법으로 해당되는 지역 좌표계에서 표현된 직선 조인트의 순운동은 다음과 같다.

$$C_L = \text{diag}[c_{i,r}^L, c_{i,r}^L, c_{i,a}^L, c_{\theta,r}^L, c_{\theta,r}^L, c_{\theta,a}^L] \quad (37)$$

여기서, $c_{i,a}^L$ 은 선형 구동기의 순운동값을 나타내고 나머지 대각원소들은 직선 조인트에 관련된 순운동값들을 나타낸다. 다음, 고정링크의 길이와 단면적이 L_1 과 A_1 이고 이동링크의 길이와 단면적이 L_2 와 A_2 일 때, (23)을 이용하여 링크의 순운동행렬을 구할 수 있다. (28)을 이용하여 구한 SPS 다리의 전

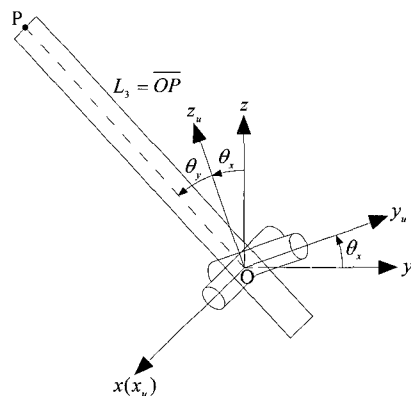


그림 6. UP 직렬체인의 좌표계 정의.
Fig. 6. Definition of coordinate frames of an UP Serial chain.

체 순운동행렬에 선분 $A_i B_i$ 를 지나는 단위 역나선을 적용하여 미소 트위스트를 구한 후, (29)를 이용하면 선형 스프링의 순운동값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$c_{i,i} = k_{i,i}^{-1} = c_{i,a}^L + 2c_i^s + \frac{L_1}{A_1 E} + \frac{L_2}{A_2 E}, \text{ for } i = 1, 2, 3 \quad (38)$$

다음 그림 6과 같이, UP 직렬체인의 유니버설 조인트의 순운동행렬을 좌표계 $O-x_u y_u z_u$ 에 대하여 표현하면 다음과 같다.

$$C_U = \text{diag}[c_{i,p}^U, c_{i,p}^U, c_{i,z}^U, \infty, \infty, \infty, c_{\theta,z}^U] \quad (39)$$

여기서, $c_{i,p}^U$ 와 $c_{i,z}^U$ 는 각각 $x_u y_u$ 평면 및 z_u 축 방향으로의 선형 순운동값을 나타내고, $c_{\theta,z}^U$ 는 z_u 축에 대한 회전 순운동값을 나타낸다. 직선 조인트의 순운동행렬을 z 축이 직선 조인트 축방향과 일치한 좌표계에 대하여 표현하면 다음과 같다.

$$C_p = \text{diag}[c_{i,r}^p, c_{i,r}^p, \infty, c_{\theta,r}^p, c_{\theta,r}^p, c_{\theta,a}^p] \quad (40)$$

SPS 다리와 같은 방법으로 해당되는 스프링의 순운동값을 구하면 다음과 같다.

$$c_{i,a} = k_{i,a}^{-1} = \frac{L_3^2}{3EI} + c_{i,r}^p + \frac{1}{2}[c_{i,p}^U(1 + \cos 2\theta_y) + c_{i,z}^U(1 - \cos 2\theta_y)]$$

$$c_{i,s} = k_{i,s}^{-1} = \frac{L_3^2}{3EI} + c_{i,r}^p + c_{i,p}^U \quad (41)$$

$$c_\theta = k_\theta^{-1} = c_{\theta,z}^U + \frac{1}{2}[c_{\theta,a}^p(1 + \cos 2\theta_y) + c_{\theta,r}^p(1 - \cos 2\theta_y)] + \frac{L_3[EI(1 + \cos 2\theta_y) + GI_p(1 - \cos 2\theta_y)]}{2(EI)(GI_p)}$$

여기서, 링크단면이 대칭일 경우 $I \equiv I_x = I_y$ 이고 $L_3 = \overline{OP}$ 이다.

엔드이펙터의 P 점이 중앙에 위치할 때($x = y = 0, z = h$), (35)를 이용하여 강성행렬을 구하면 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & 0 & k_{15} & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & k_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{42} & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ k_{51} & 0 & 0 & 0 & k_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{66} \end{bmatrix} \quad (42)$$

각 행렬 원소들은 다음과 같이 간략화 된다.

$$k_{11} = k_{22} = \frac{3k_{i,a}(r_a - r_b)^2}{2L^2} + k_{i,c}, \quad k_{33} = \frac{3k_{i,a}h^2}{L^2},$$

$$k_{44} = k_{55} = h^2 \left(\frac{3k_{i,a}r_b^2}{2L^2} + k_{i,c} \right), \quad k_{66} = k_\theta, \quad (43)$$

$$k_{42} = k_{24} = -k_{51} = -k_{15} = h \left(k_{i,c} - \frac{3k_{i,a}r_b(r_a - r_b)}{2L^2} \right)$$

여기서, $L = \sqrt{(r_a - r_b)^2 + h^2}$ 은 선형구동기의 길이를 나타

내고, $k_{1,a} \equiv k_{1,1} = k_{1,3} = k_{1,3}$ 와 $k_{1,c} \equiv k_{1,4} = k_{1,4}$ 이다.

수치적 해석을 위하여 병렬형 로봇의 기구학적 치수를 다음과 같이 제품화된 Tricept의 치수로 선정하였다[18].

$$r_a = 500\text{mm}, r_b = 225\text{mm}, h = 1300\text{mm}.$$

여기서, r_a 와 r_b 는 고정 및 이동 플랫폼의 반경을 나타내고 각 플랫폼에 부착된 조인트는 중심에 대하여 120°로 균등분배 되었다. 주어진 위치 및 치수에 대하여 직교 강성행렬의 대각원소들을 계산하면 다음과 같다.

$$k_{11} = k_{22} = 0.0642k_{l,a} + k_{l,c}, \quad k_{33} = 2.8715k_{l,a},$$

$$k_{44} = k_{55} = 0.0727k_{l,a} + 1.6900k_{l,c}, \quad k_{66} = k_{\theta}.$$

x 축 및 y 축 방향으로 선형 및 회전강성은 구동 다리의 강성에 대한 영향은 상당히 작으나 수동 구속 다리의 강성에 매우 큰 영향을 받음을 알 수 있다. 따라서, 이 방향의 강성을 증가시키기 위해서는 $k_{l,c}$ 를 증가시켜야 하고 높이 h 를 감소시켜야 한다. 한편, z 축 방향으로 선형강성은 수동 구속 다리의 강성에 영향을 받지 않고, z 축에 대한 회전강성은 구동 다리의 강성에 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

제품화된 대표적인 공작기계용 선형구동기와 구형, 유니버설 및 직선 조인트의 정강성은 각각 다음과 같다.

$$k_{l,a}^L = 200\text{N}/\mu\text{m}, \quad k_l^S = 300\text{N}/\mu\text{m},$$

$$k_{l,p}^U = k_{l,z}^U = 450\text{N}/\mu\text{m}, \quad k_{l,r}^P = 300\text{N}/\mu\text{m}.$$

구동 및 구속 다리의 재료 특성 및 단면을 다음과 같이 선정하였다.

$$E = 200\text{GPa}, \quad G = 80\text{GPa},$$

$$A_1 = A_2 = 100 \times 100\text{mm}^2, \quad A_3 = 200 \times 200\text{mm}^2.$$

선정된 수치를 이용하여 계산된 각 스프링 상수값과 직교 강성행렬의 대각원소는 각각 다음과 같다.

$$k_{l,a} = 81\text{N}/\mu\text{m}, \quad k_{l,c} = 30\text{N}/\mu\text{m}, \quad k_{\theta} = 16\text{MNm},$$

$$[k_{11}, k_{22}, k_{33}] = [35, 35, 233] \text{ [N}/\mu\text{m}],$$

$$[k_{44}, k_{55}, k_{66}] = [57, 57, 16] \text{ [MNm]}.$$

넓은 작업영역을 확보하기 위하여 h/r_a 를 증가시킴으로써, 수직방향에 비하여 평면방향의 선형강성이 매우 작음을 알 수 있다. 그림 7은 엔드이펙터가 중앙에 위치할 때, r_b 와 h 의 변화에 따른 평면 및 수직 방향으로의 선형강성을 나타낸다. 평면방향의 선형강성을 증가시키기 위해서는 $|r_a - r_b|$ 를 증가시키거나 h 를 감소시켜야 하고, 수직방향의 선형강성을 증가시키기 위해서는 $|r_a - r_b|$ 를 감소시키거나 h 를 증가시켜야 함을 알 수 있다.

그림 8은 $h = 1300\text{mm}$ 일 때, xy 평면에 대하여 직교 강성행렬의 대각원소 값을 도시하였다. 그림 8의 왼쪽 열은 평면방향의 평균 선형 및 회전강성을 나타내고, 오른쪽 열은 수직방

향의 선형 및 회전강성을 나타낸다.

본 연구에서는 총 작업영역(W_r)이 규정된 직육면체 형상의 작업영역(W_p)을 포함하고 이 규정된 작업영역 안에서 평면방향의 평균 선형강성이 최대가 되도록 설계변수를 추정하는 최적 설계방법을 제시하고자 한다. 이를 수식화하면 다음과 같다[9].

$$\text{Maximize: } \eta = \frac{1}{W_p} \int_{W_p} \left(\frac{k_{11} + k_{22}}{2} \right) dW_p \quad (44)$$

$$\text{Subject to: } W_p \in W_r$$

여기서, 최적화 설계 변수는 다음과 같다.

$$\beta = [r_a, r_b, L_1] \quad (45)$$

설계 지수의 물리적 의미는 규정된 작업영역 내에서 평균 강성값이다. W_p 와 ΔL 의 치수와 설계 변수의 범위는 다음과 같이 선정되었다.

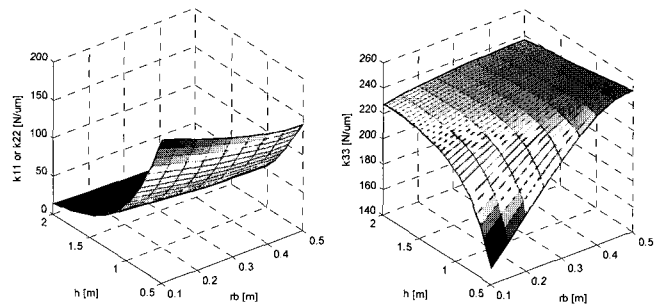


그림 7. r_b 와 h 변화에 따른 선형강성의 변화.

Fig. 7. Linear stiffness variation with respect to r_b and h .

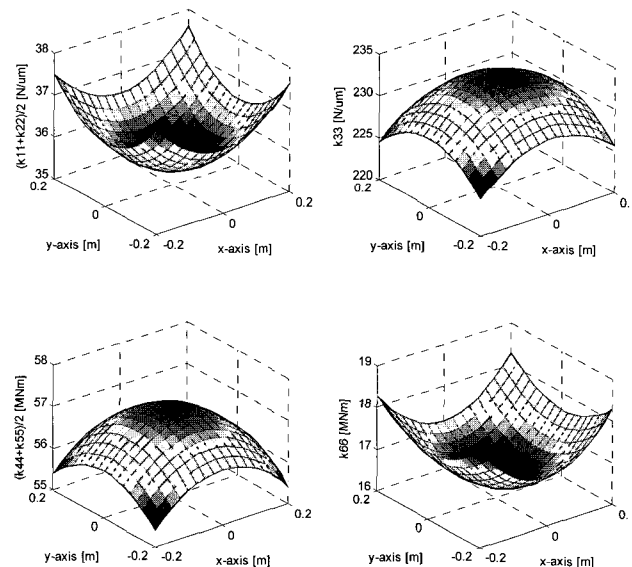


그림 8. 평면 및 수직방향으로의 선형 및 회전강성.

Fig. 8. Linear and rotational stiffness plots at $h=1,300\text{mm}$.

$$W_p = 900 \times 900 \times 300 \text{ mm}^3, \quad \Delta L = 800 \text{ mm},$$

$$r_a \in [400, 600] \text{ mm}, \quad r_b \in [200, 300] \text{ mm},$$

$$L_1 \in [600, 1200] \text{ mm}.$$

여기서, L_1 과 ΔL 은 선형구동기의 초기길이 및 행정길이를 나타낸다. 구속 최적화 알고리즘으로는 Matlab의 'fmincon' 함수를 사용하였다. 최적화 전후의 목적함수와 설계변수 값은 다음과 같다.

$$\eta_0 = 51.2 \text{ N}/\mu\text{m} \text{ at } \beta_0 = [500.0, 225.0, 900.0] \text{ mm},$$

$$\eta_f = 60.7 \text{ N}/\mu\text{m} \text{ at } \beta_f = [418.4, 208.9, 810.7] \text{ mm}.$$

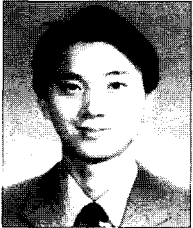
VI. 결론

본 논문에서는 저자유도 병렬형 로봇의 강성 모델링 및 설계 방법을 제시하였다. 역나선 이론을 이용하여 저자유도 병렬형 로봇의 직교강성을 이동 플랫폼이 총 6개의 구동 및 구속 역나선에 관련된 스프링들에 의하여 지지되는 구조로 모델링할 수 있음을 유도하였다. 스프링의 종류 및 위치는 역나선의 기하적 정보로부터 결정되고, 각 스프링의 순응값은 해당되는 직렬체인을 구성하는 조인트 및 링크의 순응행렬을 구하고 이를 기준 좌표계로 변환 후 합한 직렬체인의 총 순응행렬에 해당되는 단위 역나선을 적용하여 발생하는 변위로 결정할 수 있음을 유도하였다. 제시하는 강성해석 방법은 일반적인 저자유도 병렬형 로봇에 적용될 수 있고, 직렬체인의 순응성 모델링 방법은 저자유도뿐만 아니라 6자유도 병렬형 기구의 직렬체인에도 적용될 수 있다. 제시하는 방법의 유효성을 입증하기 위하여, Tricept 병렬형 로봇을 대상으로 직교 강성행렬을 유도하고, 조인트의 정강성과 링크의 형상 정보로부터 정밀하게 각 스프링 상수를 결정하는 방법을 적용하였다. 해석적인 방법을 통하여 기구학적 치수 및 조인트의 강성과 직교강성간의 관계를 유도하였고, 규정된 작업영역 안에서 강성을 최대화 할 수 있는 최적설계 방법 및 수치 예를 제시하였다.

참고문헌

- [1] D. Stewart, "A platform with six degrees of freedom," *Proc. Institute of Mechanical Engr.*, London, England, vol. 180, pp. 371-386, 1965.
- [2] V. E. Gough and S. G. Whitehall, "Universal tire test machine," *Proceedings 9th Int. Technical Congress F.I.S.I.T.A.*, vol. 117, pp. 117-135, 1962.
- [3] R. Clavel, "Delta, a fast robot with parallel geometry," *18th International Symposium on Industrial Robots*, Sydney, Australia, pp. 91-100, 1988.
- [4] F. Pierrot, C. Reynaud, and A. Fournier, "DELTA: A simple and efficient parallel robot," *Robotica*, vol. 8, pp. 105-109, 1990.
- [5] B. Siciliano, "The tricept robot: Inverse kinematics, manipulability analysis and closed-loop direct kinematics algorithm," *Robotica*, vol. 17, pp. 437-445, 1999.
- [6] L. W. Tsai and S. Joshi, "Kinematic analysis of 3-DOF position mechanisms for use in hybrid kinematic machines," *Journal of Mechanical Design*, vol. 124, no. 6, pp. 245-253, 2002.
- [7] L. W. Tsai and S. Joshi, "Kinematics and optimization of a spatial 3-UPU parallel manipulator," *ASME Journal of Mechanical Design*, vol. 122, no. 4, pp. 439-446, 2000.
- [8] P. Wenger and D. Chablat, "Kinematic analysis of a new parallel machine tool: The orthoglide," *Advances in Robot Kinematics*, Edited by J. Lenarcic and M. L. Stanisic, Kluwer Academic Publishers, London, pp. 305-314, 2000.
- [9] H. S. Kim and L. W. Tsai, "Design optimization of a cartesian parallel manipulator," *Journal of Mechanical Design*, vol. 125, no. 1, pp. 43-51, 2003.
- [10] H. S. Kim and L. W. Tsai, "Evaluation of a cartesian parallel manipulator," *8th International Symposium on Advances in Robot Kinematics*, 24-28 June, Caldes de Malavella, Spain, pp. 21-28, 2002.
- [11] C. M. Gosselin and J. Angeles, "The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 111, no. 2, pp. 202-207, 1989.
- [12] Y. F. Fang and L. W. Tsai, "Structure synthesis of a class of 3-DOF rotational parallel manipulators," *IEEE Trans. on Robotics Automation*, vol. 20, no. 1, pp. 117-121, 2004.
- [13] C. Gosselin, "Stiffness mapping of parallel manipulators," *IEEE Transaction on Robotics and Automations*, vol. 6, pp. 377-382, 1990.
- [14] M. Griffiths and J. Duffy, "Global stiffness modeling of a class of simple compliant couplings," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 28, no. 2, pp. 207-224, 1993.
- [15] F. Tahmasebi and L. W. Tsai, "On the stiffness of a novel six-degrees-of-freedom parallel manipulator," *Journal of Robotic Systems*, vol. 12, no. 12, pp. 845-856, 1995.
- [16] D. Zhang and C. M. Gosselin, "Kinetostatic modeling of N-DOF parallel mechanisms with a passive constraining leg and prismatic actuators," *ASME Journal of Mechanical Design*, vol. 123, pp. 375-381, 2001.
- [17] D. Zhang and C. M. Gosselin, "Kinetostatic modeling of parallel mechanisms with a passive constraining leg and revolute actuators," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 37, pp. 599-617, 2002.
- [18] D. Zhang and C. M. Gosselin, "Kinetostatic analysis and design optimization of the tricept machine tool family," *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 124, pp. 725-733, 2002.
- [19] D. Zhang and C. M. Gosselin, "Parallel kinematic machine design with kinetostatic model," *Robotica*, vol. 20, pp. 429-438, 2002.
- [20] S. Joshi and L. W. Tsai, "Jacobian analysis of limited-DOF parallel manipulators," *Journal of Mechanical Design*, vol. 124, pp. 254-258, 2002.
- [21] D. Zlatanove, I. Bonev, and C. Gosselin, "Constraint singularities as C-space singularities," *Proceedings of the 8th Advances in Robot Kinematics*, edited by J. Lenarcic and F. Thomas, Kluwer Academic Publishers, pp. 183-192, 2002.
- [22] C. Han, J. Kim, J. Kim, and F. C. Park, "Kinematic sensitivity analysis of the 3-UPU parallel mechanism," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 37, pp. 787-798, 2002.
- [23] 김한성, "역나선 이론을 이용한 저자유도 병렬형 기구의 강성해석," *대한기계학회논문집 A권*, 제 29 권, 제 5 호, pp. 680-688, 2005.
- [24] H. S. Kim, "Stiffness analysis of a low-DOF parallel manipulator including the elastic deformations of both joints and

- links, ICCAS, June 2-5, Gyeonggi-Do, Korea, 2005.
- [25] L. W. Tsai, *Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*, John Wiley & Sons, New York, NY, 1999.
- [26] L. W. Tsai, *Mechanism Design: Enumeration of Kinematic Structures According to Function*, CRC Press, pp. 221-247, 2000.
- [27] J. Duffy, *Statics and Kinematics with Applications to Robotics*, Cambridge University Press, 1996.
- [28] R. S. Ball, *A Treatise on the Theory of Screws*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [29] M. G. Mohamed and J. Duffy, "A direct determination of the instantaneous kinematics of fully parallel robot manipulators," *ASME J. Mech., Transm., Autom. Des.*, vol. 107, pp. 226-229, 1985.
- [30] W. K. Yoon, T. Suehiro, and Y. Tsumaki, "Stiffness analysis and design of a compact modified delta parallel mechanism," *Robotica*, vol. 22, pp. 463-475, 2004.



김 한 성

1994년 홍익대학교 기계공학과(공학사).
 1996년 연세대학교 기계공학과(공학석사). 2000년 동 대학원(공학박사). 2001년
 ~2003년 UC Riverside, Post Doc. 2004년~
 현재 경남대학교 기계자동화공학부 교
 수. 관심분야는 나선이론, 기구설계, 병
 렬형 로봇 응용분야, 최적 설계, 힘/위치 동시제어.