

< 논문 >

# 향상된 구형 압입 물성평가법

이진행<sup>†</sup> · 이형일<sup>\*</sup>

(2006년 9월 26일 접수, 2007년 3월 4일 심사완료)

## Enhanced Spherical Indentation Techniques for Property Evaluation

Jin Haeng Lee and Hyungyil Lee

**Key Words :** Indentation(압입), FEA(유한요소해석), Material Property(재료 물성치)

### Abstract

In this work, indentation theory of Lee *et al.*<sup>(1)</sup> for 6% indentation of indenter diameter is extended to an indentation theory for 20% indentation. For shallow indentation, the effect of friction on load-depth curve is negligible, but different materials can show nearly identical load-depth curves. On the basis of this observation, a new numerical approach to deep indentation techniques is proposed by examining the finite element solutions. With this new approach, from the load-depth curve, we obtain stress-strain curve and the values of Young's modulus, yield strength and strain-hardening exponent with an average error of less than 3%.

### 기호설명

- $c^2$ : 실제 압입깊이와 이상적 압입깊이의 비
- $D$ : 압입자 직경
- $d$ : 실제 접촉 직경
- $E$ : 재료 영률
- $E_I$ : 압입자 영률
- $f$ : 마찰계수
- $h_I$ : 기준표면 압입깊이
- $h$ : 실제 접촉 압입깊이
- $n$ : 변형경화지수
- $P$ : 압입하중
- $\epsilon_0$ : 항복변형률
- $\epsilon_p$ : (유효) 소성변형률
- $\nu$ : 재료 푸아송비
- $\nu_I$ : 압입자 푸아송비
- $\sigma$ : (유효) 응력
- $\sigma_0$ : 항복강도
- $\psi$ : 평균접촉압력과 유효응력의 비

### 1. 서론

압입시험법은 미소시편 혹은 사용중인 부위의 미소 압입으로부터 얻어지는 하중-변위값을 물성치로 환산하는 시험평가법으로, 간단한 시험준비과정을 거쳐 비파괴적으로 재료물성을 예측할 수 있다. 그러나 압입에 의한 재료하부의 복잡한 응력상태 분석이 어려워 인장시험과 같이 간단한 방법으로 하중-변위 관계를 응력-변형률 관계로 환산할 수 없다. 이로 인해 압입에 대한 초기 연구들은 압흔의 크기와 경도 분석에 초점이 맞추어져 있었으나, 최근 컴퓨터 연산기술의 비약적 발전과 더불어 측정 기기의 향상으로 압입하부의 응력-변형률장 및 연속 하중-변위 측정 및 분석이 용이해지고 있다.

이와 같은 해석 및 측정기술 발전과 더불어 최근 다양한 압입이론들이 등장하고 있다. Knapp 등<sup>(2)</sup>은 유한요소해석과 압입시험으로 얻는 재료의 하중-변위 곡선이 일치하도록 재료물성을 변화시키며 반복 유한요소해석을 실시하는 시행착오법을 제시하였다. 그러나 이러한 방법은 반복적 해석과 분석에 사용되는 시간소비가 많아 비실용적인 측면이 있다. Huber와 Tsakmakis<sup>(3,4)</sup>는 유한요소해석과 인공신경 회로망이론을 이용한 압입물성평가 수치접근법을

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 서강대학교 대학원 기계공학과  
E-mail : jinhaeng@sogang.ac.kr  
TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

<sup>\*</sup> 회원, 서강대학교 기계공학과

제시하였으며, Nayebi 등<sup>(6)</sup>은 하중-변위 곡선 자체를 항복강도와 변형경화지수의 함수로 설정한 회귀식을 제시하였다. 그러나 이러한 압입이론들은 다양한 영률을 이용하지 못하였고 이를 검증하지 않았기 때문에 연구에 사용된 특정 영률에서만 유효하다.

한편 Dao 등<sup>(6)</sup>은 자기 유사성 (self-similarity)을 갖는 압입자에 대하여 대표 변형률을 선정하고 압입 변수들의 차원해석을 통해 무차원함수를 유도, 재료 물성치를 예측할 수 있는 알고리즘을 개발하였다. 그러나 자기 유사성을 지닌 압입자에서는 항복강도와 변형경화지수가 다른 두 재료가 같은 하중-변위 곡선을 가질 수 있는 문제점이 있다. 유사한 이유로 Dao 등<sup>(6)</sup>의 이론을 구형 압입시험에 응용한 Cao와 Lu 등<sup>(7)</sup>의 연구도 면밀한 검증이 요구된다.

이와 같이 대부분의 압입이론들은 압입하부의 실제 변형에 대한 고찰 없이 실험적 관찰이나 변형 소성이론, 거시적 해석 등에 의존하거나, 유한요소 해석을 수반한 경우라 하더라도 제한적인 물성치 사용, 방법론적 한계로 인해 일반적인 미지의 금속 재료의 물성평가에는 무리가 따른다. 또한 광범위한 재료물성 범위에 대한 검증이 뒷받침되지 못하면 그 실효성을 평가할 수 없다.

이들의 연구에 반해 Lee 등<sup>(1,8)</sup>은 구형 압입시험의 엄밀 유한요소해석 (ABAQUS)<sup>(9)</sup>을 이용한 금속 및 고무 물성평가 압입이론을 제시하였다. 이들은 재료 물성의 영향을 정량화한 무차원 압입변수를 제시하고 이를 이용한 물성평가 프로그램을 개발하여 넓은 물성범위에서 그 유효성을 입증하였다. 본 연구에서는 Lee 등<sup>(7)</sup>이 제시한 압입자 직경의 6% 압입이론의 특성을 검토하고, 이를 바탕으로 새로운 압입깊이에 대한 개선된 압입이론을 제시해 보고자 한다. 이를 위해 먼저 기초 유한요소해석을 수행하여 압입깊이의 영향을 분석, 최적 압입변수들을 선정한다. 이어 이들의 함수화를 통해 새로운 물성평가 수치접근법을 제시하고 그 유효성을 검증해 본다.

## 2. 압입자 직경의 6% 압입이론 특성

### 2.1 압입자 직경의 6% 압입이론

Lee 등<sup>(1)</sup>의 단일 재료에 대한 압입이론은 압입 중심에서  $0.4d$  ( $d$ 는 실제 접촉 압흔의 직경) 지점,  $l/D = 10\%$  (압입표면에서 하부 방향으로 거리  $l$ 과 압입자 직경  $D$ 의 비)인 곳에서 압입이론을 전개하였다. 여기서 접촉직경  $d$ 는 다음 식으로 계산된다.

$$d = 2\sqrt{hD - h^2} = 2\sqrt{c^2 h_1 D - (c^2 h_1)^2} \quad (1)$$

식 (1)에서  $h$ 는 압입 시 발생하는 pile-up과 sink-in을 고려한 실제 압입깊이,  $h_1$ 는 기준표면으로부터 압입된 깊이를 의미하며, 이들의 비를  $c^2 (= h/h_1)$ 라 정의하였으며, 다음과 같이 재료 물성치와 압입깊이의 함수로 표현하였다.

$$c^2 = f_0^c(\epsilon_0, n) + f_1^c(\epsilon_0, n) \ln(h_1/D) \quad (2)$$

Lee 등<sup>(1)</sup>은  $2r/d = 0.8$ ,  $l/D = 0.1$  지점의 유효소성 변형률과 유효응력을 식 (3)과 (4)와 같이 물성치와 압입깊이의 함수로 표현하였다.

$$\epsilon_p = f_i^c(\epsilon_0, n)(h_1/D)^i; \quad i = 0, 1, 2, 3 \quad (3)$$

$$\psi = \frac{P}{D^2 \sigma} = f_i^s(\epsilon_0, n)(h_1/D)^i; \quad i = 0, 1, 2, 3 \quad (4)$$

여기서 유효응력은  $\sigma = P/(D^2 \psi)$ 로 계산된다. 이들 응력-변형률 관계는 식 (5)의 Rice와 Rosengren<sup>(10)</sup>이 제안한 piecewise power law로 회귀된다.

$$\frac{\epsilon_i}{\epsilon_0} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_0} & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n & \text{for } \sigma \geq \sigma_0 \end{cases} \quad (5)$$

여기서  $\sigma_0$ 와  $\epsilon_0$ 는 각각 항복강도와 항복변형률을,  $n$ 은 변형경화지수,  $\epsilon_i$ 는 탄성변형률과 소성변형률을 합한 총변형률을 나타낸다. 소성역에서 재료모델 식 (5)는 다음과 같이 단순화하여 표현할 수 있다.

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{\epsilon_i}{\epsilon_0}\right)^{1/n} = K \epsilon_i^{1/n} \quad (6)$$

여기서  $K$ 는 강도계수,  $n$ 은 변형경화지수이다. 따라서 각 압입깊이에 따른 변형률 예측식 (3)와 응력 예측식 (4)를 식 (6)에 대입하여  $n$ 과  $K$ 를 구할 수 있으며, 이를 이용하여 재료물성치들을 유추할 수 있다.<sup>(1)</sup>

해중 곡선의 초기 기울기를 이용하여 영률을 예측하는 방법은 Sneddon<sup>(11)</sup> 및 Pharr 등<sup>(12)</sup>이 제안하였다. 이 예측식들은 임의의 축대칭 강체 압입자에 대해 탄성이론을 바탕으로 영률을 구하게 되는데, 이를 실제 압입영률 평가에 범용적으로 적용할 경우 재료의 탄소성 특성에 따라 예측영률 오차의 편차가 크게 발생한다. 이에 Lee 등<sup>(1)</sup>은 탄소성 재료의 압입에 적합하도록 식 (7)과 같이 보정계수  $\kappa$ 를 도입하였다. 여기서  $\kappa$ 는 유한요소해석의 회귀분석으로부터 함수화된다.

$$E = \frac{1 - \nu^2}{d/(\kappa S) - (1 - \nu_1^2)/E_1} \quad (7)$$

2.2 압입깊이 변화에 따른 하중-변위 곡선 특성

Lee 등<sup>(1)</sup>의 압입자 직경 6% 압입에 대한 수치 접근법은 압입깊이가 비교적 작아 상대적으로 작은 하중으로 압입할 수 있다. 이로 인해 압입자의 변형으로 인한 영향과 압입자 내의 소성응력 발생을 최소화할 수 있는 장점이 있다. 그러나 이 경우 다른 물성치를 갖는 두 재료 [Fig. 1(a)]가 Fig. 1(b)와 같이 비슷한 하중-변위 곡선을 나타낼 수 있으며, 이와 같은 하중-변위 곡선의 유사성으로 인해 재료 물성이 원래와 다르게 계산될 소지가 있다. 6% 압입 물성평가 프로그램<sup>(1)</sup>에서는 이 두 재료의 물성치들을 명확히 구분해 낼 수 있으나, 실제 압입시험에서 Fig. 1(b)에 나타난 정도의 측정오차를 배제할 수 없다. 이와 같은 문제를 압입깊이를 증가시킴으로써 해결할 수 있는지 확인하고자 같은 재료들에 대해 압입자 직경의 20% ( $h_i/D = 20\%$ ) 압입을 실시해 보았다 [Fig. 1(c)]. 그림에서 볼 수 있듯이 6% 압입에 비하여 20% 압입의 경우 하중이 약 4배 증가한다. 반면 6% 압입까지 포개져 있던 두 재료의 하중-변위 곡선은 압입깊이가 증가하면서 완전히 분리된다. 이에 압입자 직경의 20% 압입에 대해 최적관측 지점을 재설정하고, 이를 바탕으로 6% 압입이론과 동일한 과정을 통해 20% 압입 물성평가 수식들을 제시한다.

3. 압입시험의 유한요소해석

3.1 20% 압입에 대한 유한요소 모델링

구형 압입자를 이용하여  $h_i/D = 20\%$  압입해석을 위해 Fig. 2의 유한요소 모델을 생성하였다. 해석에는 상용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS<sup>(9)</sup>를 사용하였다. 소성해석을 위하여 6% 압입과 동일하게  $J_2$  증분소성이론에 준하는 등방성 탄소성 재료를 가정하며 대변형이론을 적용한다.<sup>(8)</sup> 유한요소모델은 약 17300개의 절점과 16500개의 4절점 축대칭 요소들로 구성하였다. 해석에 사용되는 요소는 CAX4<sup>(9)</sup>이며, 압입표면은 미세변형까지 충분히 감지할 수 있도록 6% 압입이론과 동일한 압입자직경의 0.0625% 크기의 미세요소<sup>(1)</sup>를 배치하였다. 압입표면부 근처의 요소크기가 바뀌는 경계에는 사다리형 요소를 사용하였으며, 해석에 큰 영향을 주지 않는 부위의 경계에는 MPC<sup>(9)</sup> (Multi-Point Constraints)를 사용하였다. 압입자와 모재의 대칭축상 절점들은 대칭축에 수직 방향 변위성분을 구속하여 축대칭 조건을 만족시키고, 모재 밑면은 하중을 받는 방향의 변위성분만을 구속시킨 후 압입자를 하강시킨다. 사용된 압입자는 영률  $E_I = 537$  GPa, 푸아송비  $\nu_I = 0.24$ 인 텅스텐

카바이드이며, 다이아몬드 압입자 물성에 대해서도 압입물성예측식의 유효성을 확인해본다. Table 1은 유한요소해석에 사용된 변수들과 그 사용값들을 나타내고 있다.

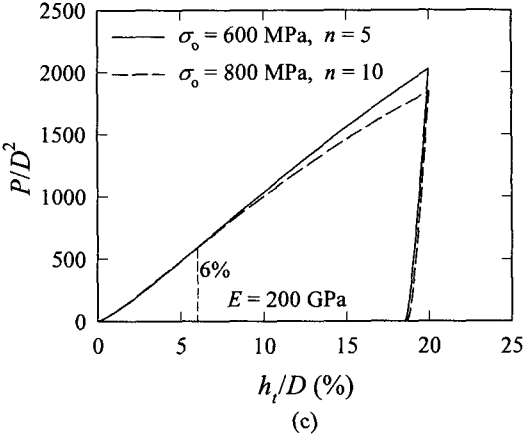
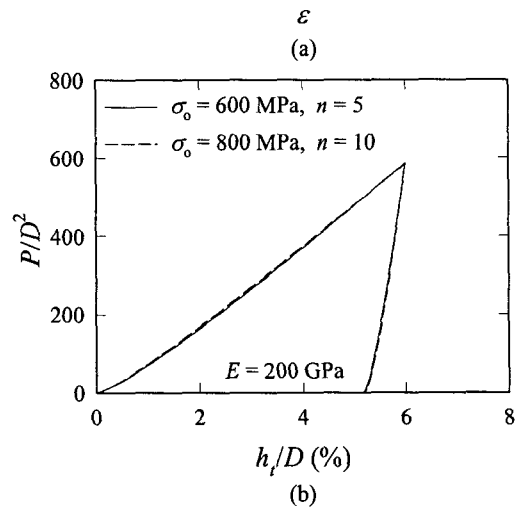
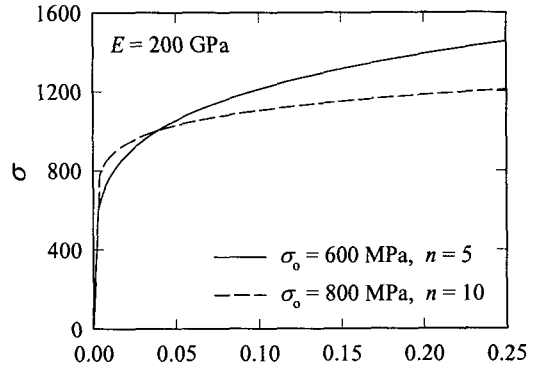


Fig. 1 (a) Stress-strain curves and (b)  $h_i/D = 6\%$  and (c) 20% load-depth curves for two materials

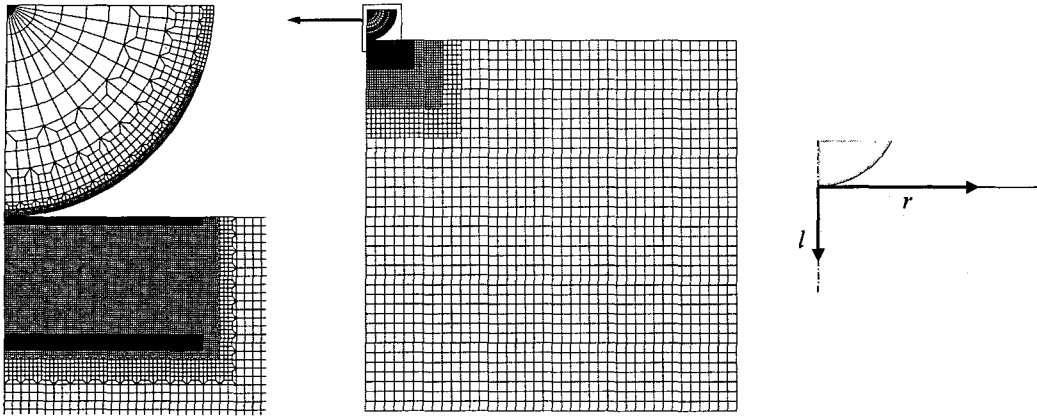


Fig. 2 The FE mesh for  $h_1/D = 20\%$  indentation analyses

Table 1 Material properties for FEA analyses

Parameter	Values used for FEA
Young's modulus ( $E$ )	100, 200, 300 GPa
Poisson's ratio ( $\nu$ )	0.3
yield strain ( $\epsilon_0$ )	0.001, 0.002, 0.003, 0.004, 0.006, 0.008, 0.01
strain-hardening exponent ( $n$ )	1.1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7, 10, 13, 20, 50

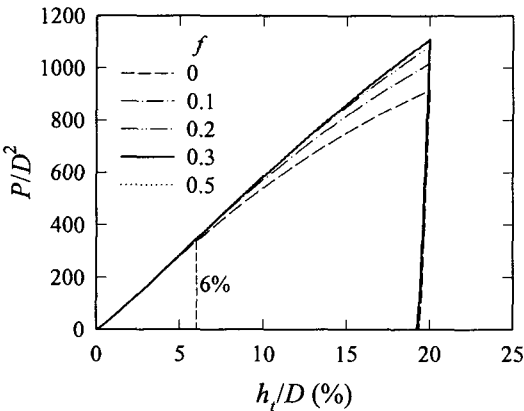


Fig. 3 Load-depth curves with respect to the variation of friction coefficient ( $\sigma_0/E = 400\text{MPa}/200\text{GPa}$ ,  $n = 10$ )

3.2 20% 압입 시 마찰계수의 영향

생성된 유한요소 모델을 이용한 해석에 들어가기 앞서, 마찰계수의 변화가 압입에 미치는 영향을 살펴보았다. Figure 3는 마찰계수 ( $f$ )가 유한요소해석으로 생성된 압입 하중-변위 곡선에 미치는 영향을

보여 준다. 여기서 압입깊이를 각각 6%와 20%로 설정한 이유는 다음과 같다. 먼저 6% 압입은  $d/D \approx 0.5$  정도의 얇은 압입이지만, 구형 압입자의 특성이 충분히 반영되며 마찰계수의 영향을 받지 않는 최대 압입깊이이다 (Fig. 3). 반면 20% 압입은 마찰계수의 영향이 상당히 증가한다는 단점이 있지만 (Fig. 3), 6% 압입시험으로는 구분기 어려운 두 재료를 명확히 구분 지을 수 있는 장점이 있다 (Fig. 1).

Figure 3으로부터 20% 압입해석에서는 압입깊이의 증가와 더불어  $h_1/D = 6\%$ 일 때보다 마찰계수의 영향이 증가하며, 마찰계수  $f$ 가 커질수록 최대 하중값의 증가 추세가 감소하다 0.3 이상이 되면 특정 하중값에 수렴함을 볼 수 있다. 6% 압입에서는 마찰계수의 영향이 크지 않아 특정 마찰계수를 가정하고 압입이론을 전개하여도 그 차이를 무시할 수 있었으나, 20% 압입은 마찰계수에 의해 예측 물성치가 변화할 수 있다. 이와 같은 문제를 방지하는 근본적인 방법은 마찰계수를 압입변수에 삽입하여 그에 따른 별도의 수식을 전개하는 것이지만, 이로 인한 많은 해석시간이 소요될 뿐만 아니라 실제 실험에서 마찰계수를 입력값으로 설정하는 것도 바람직하지 않다. 이에 본 연구에서는 금속 재료의 Coulomb 마찰계수가 0.1~0.4 사이에 있다는 가정하에 마찰계수 0.3에 대한 해석을 수행하여 압입이론을 전개하며, 예측 물성치에 미치는 마찰계수의 영향을 최소화하기 위한 구간설정 물성평가기법을 이용한다.<sup>(8)</sup> 구간설정 물성평가기법은 초기 변형률 구간에서 항복강도를, 전구간에서 변형경화지수를 예측하는 구간분할 물성예측법이다. 이 때 마찰계수의 변화가 초기 하중-변위 곡선에 영향을 미치지 않으므로 (Fig. 3) 예측 항복강도의 오차를 감소시키며, 이와 더불어 예측 변형경화지수도 상당히 향상된다.<sup>(8)</sup>

3.3 20% 압입에 대한 압입하부 최적 관측지점

Figure 4는 특정 압입깊이 ( $h_i/D = 5, 10, 15, 20\%$ )에 대한 깊이 방향 ( $l/D$ )으로의 소성변형률 분포를 보여 준다. 그림에서  $r$ 은 변형 후 축대칭 중심으로부터 반경방향으로의 투영거리,  $l$ 은 변형 전 좌표를 기준으로 재료표면으로부터 표면하부의 관측깊이를 의미 하며 (Fig. 2 참조),  $d$ 는 압입자와 모재 사이의 투영 압입접촉직경이다. 여기서 관측지점은  $2r/d = 0.8$ 이며, 6% 압입과 동일한 지점이다. 그림으로부터 압입 깊이에 따라 마찰계수의 영향이 변화하는 것을 볼 수 있는데, 이는 마찰계수가 재료의 응력-변형률 분포에 상당한 영향을 미치기 때문이다. 또한 압입 깊이가 증가로 인해 표면부에 발생하는 소성변형률값은 상당히 커지는데, 표면부를 적정관측지점으로 선정 하면 재료의 하중-변위 곡선에 큰 영향을 미치지 않는 극단적인 소성변형률값들이 압입하부의 변형을 대표하는 값들로 인식되는 문제점이 발생한다. 따라서 20% 압입에서는 압입표면 하부방향으로 압입자 직경의 30% ( $l/D = 0.3$ ), 그리고 압입표면 중심으로부터 반경방향으로  $0.4d$  ( $2r/d = 0.8$ )인 곳을 최적 관측지점으로 선택하였다 (Fig. 4 네 번째 그림 참조). 새로운 관측지점은 변형률 구배가 심하지 않고 마찰 계수의 영향도 크지 않다.

Figure 5는 최대 하중 시 [Fig. 5(a)]와 해중 후 [Fig. 5(b)] 재료하부의 유효 소성변형률 ( $\epsilon_p$ ) 분포를, Fig. 6는 Mises 등가응력 분포를 나타내고 있다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 하중 시와 해중 후의 유효 소성변형률 분포는 거의 동일하나, 하중 시와 해중 후의 등가응력의 변화는 상당히 크다. 이는 탄성 변형률보다 훨씬 큰 유효 소성변형률은 해중 후에도 그대로 존재하지만, 등가응력은 상당히 완화 되기 때문이다. 이 때 재료의 압입표면에는 유효 소성변형률 1 이상 되는 큰 소성변형이 발생한다.

4. 압입자 직경의 20% 압입 물성평가

4.1 재료물성변화에 따른 압입변수 수식화

선정된 최적 관측지점 ( $l/D = 0.3, 2r/d = 0.8$ )에서 변형경화지수와 항복변형률 변화에 따른 압입변수의 변화를 살펴보았으며, 이를 바탕으로 유한요소해에 기초한 압입수식을 제시해 보았다.

$h_i/D = 6\%$  압입과 동일하게 20% 압입에서도 변형 경화지수와 더불어 항복변형률이 압입변수의 특성을 결정짓는 물성치이며, 이는 Fig. 7의 유효 소성변형률과 압입깊이의 관계에서도 확인된다. 그러나 Fig. 7에서 볼 수 있는 바와 같이 항복변형률이 증가할수록 이들

관계의 미소한 차이가 증가한다. 이는 재료의 영률이 달라질 때 압입자와 재료의 영률 비가 압입변수에 영향을 미치기 때문이다. 6% 압입에서는 압입자와 재료 영률 비의 영향을 무시하였으나, 20% 압입에서는 압입시험의 정밀도를 높이고 다양한 재료에 범용적으로 사용 가능하도록 압입자 영률  $E_f$ 와 재료 영률  $E$ 의 비  $E/E_f$ 를 압입변수로 추가하였다.

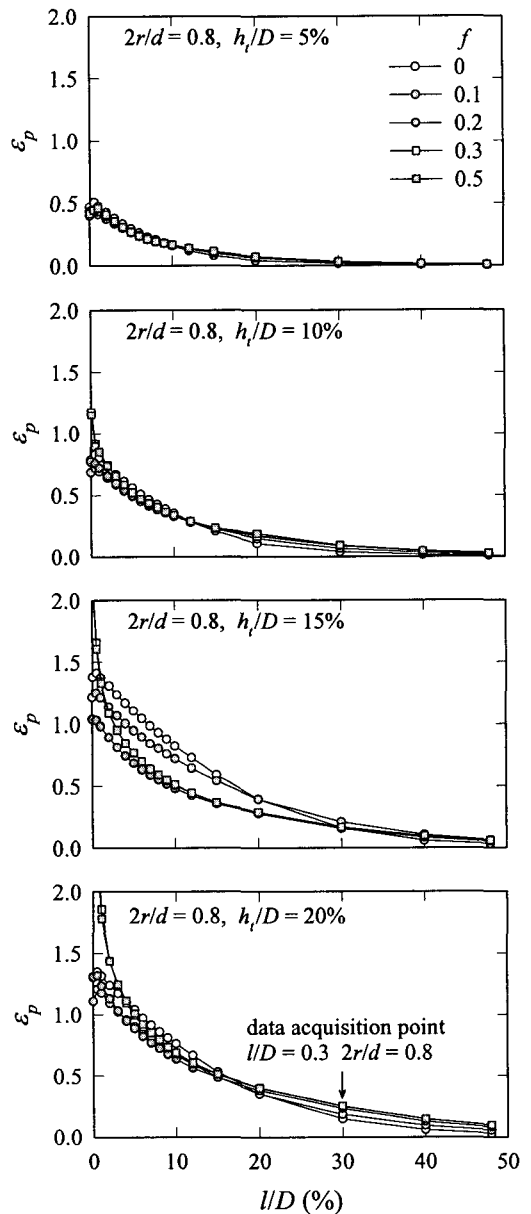


Fig. 4 Equivalent plastic strain vs.  $l/D$  at  $2r/d = 0.8$

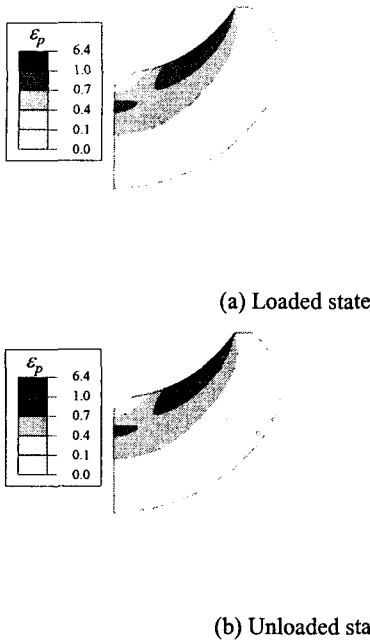


Fig. 5 The distribution of equivalent plastic strain at (a) loaded and (b) unloaded states ( $\sigma_0/E = 400\text{MPa}/200\text{GPa}$ ,  $n = 10$ ,  $h_i/D = 20\%$ )

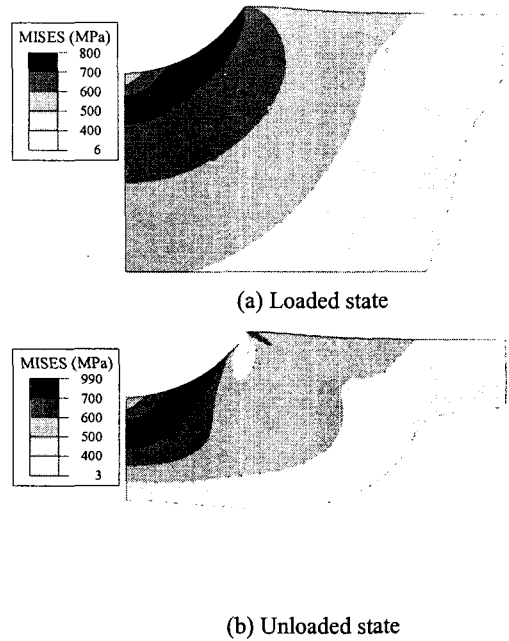


Fig. 6 The distribution of Mises stress at (a) loaded and (b) unloaded states ( $\sigma_0/E = 400\text{MPa}/200\text{GPa}$ ,  $n = 10$ ,  $h_i/D = 20\%$ )

Figures 8 - 10은  $h_i/D = 20\%$  압입에 대하여 변형 경화지수 변화에 따른 세 압입변수  $c^2$ ,  $\epsilon_p$ ,  $\psi$ 와 압입깊이의 관계를 나타낸다. 이와 같은 관계를 항복변형률 및  $E/E_1$  변화에 대해 살펴보았으며, 이들 관계를 회귀하여 함수화하였다. 여기에 사용된 영률은 100, 200, 300GPa이며, 따라서 유한요소해석에 사용된 총 물성치는 252개 ( $E : 3 \times \epsilon_0 : 7 \times n : 12$ )이다. 최종 압입변수들의 함수식들은 아래 식들 (8 - 10)과 같다.<sup>(8)</sup>

$$\begin{aligned}
 c^2 &= f_0^c(\epsilon_0, n, E/E_1) + f_1^c(\epsilon_0, n, E/E_1) \ln(h_i/D) \quad (8) \\
 f_i^c(\epsilon_0, n, E/E_1) &= \alpha_{ij}^c(\epsilon_0, E/E_1) n^{-j} \\
 \alpha_{ij}^c(\epsilon_0, E/E_1) &= \beta_{ijk}^c(E/E_1) \epsilon_0^k \\
 \beta_{ijk}^c(E/E_1) &= \gamma_{ijkl}^c(E/E_1)^l \\
 \epsilon_p &= f_i^e(\epsilon_0, n, E/E_1) \left(\frac{h_i}{D}\right)^i \quad (9) \\
 f_i^e(\epsilon_0, n, E/E_1) &= \alpha_{ij}^e(\epsilon_0, E/E_1) n^{-j} \\
 \alpha_{ij}^e(\epsilon_0, E/E_1) &= \beta_{ijk}^e(E/E_1) \epsilon_0^k \\
 \beta_{ijk}^e(E/E_1) &= \gamma_{ijkl}^e(E/E_1)^l
 \end{aligned}$$

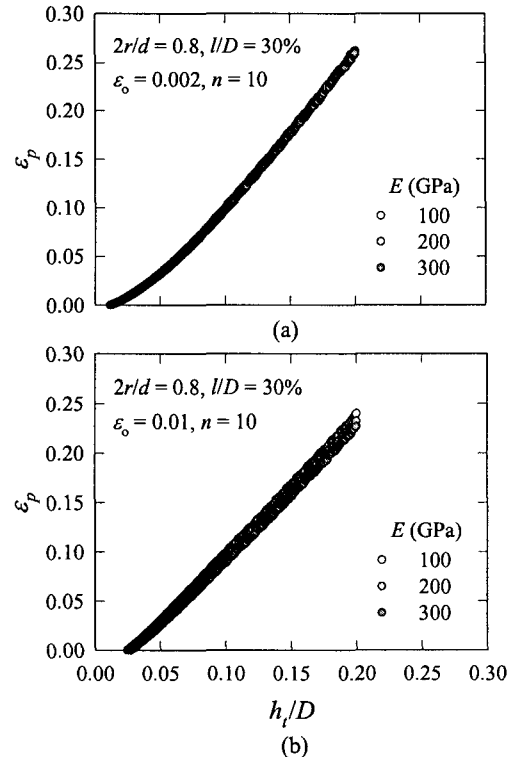


Fig. 7  $\epsilon_p$  vs. indentation depth curves for three Young's moduli with fixed yield strain  $\epsilon_0$  (a) 0.002 and (b) 0.01

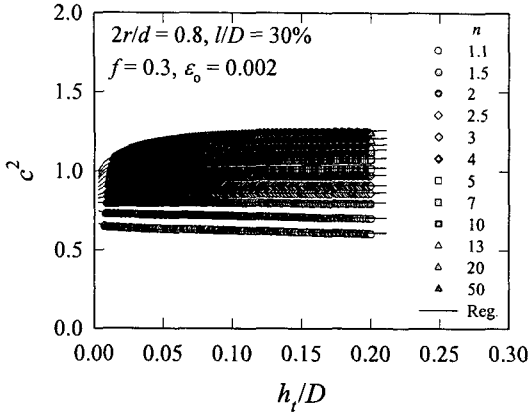


Fig. 8 Regression curves of  $c^2$  vs. indentation depth for various values of strain-hardening exponent  $n$

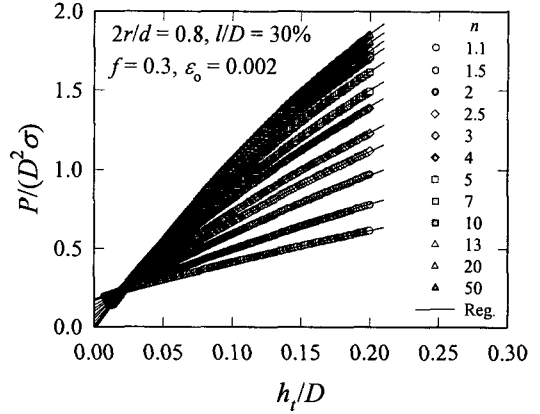


Fig. 10 Regression curves of constraint factor  $\psi$  vs. indentation depth for various values of strain-hardening exponent  $n$

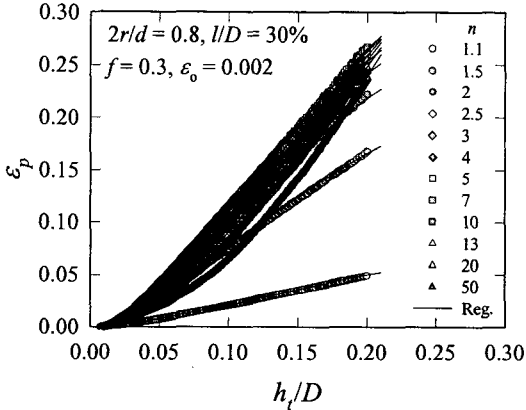


Fig. 9 Regression curves of equivalent plastic strain vs. indentation depth for various values of strain-hardening exponent  $n$

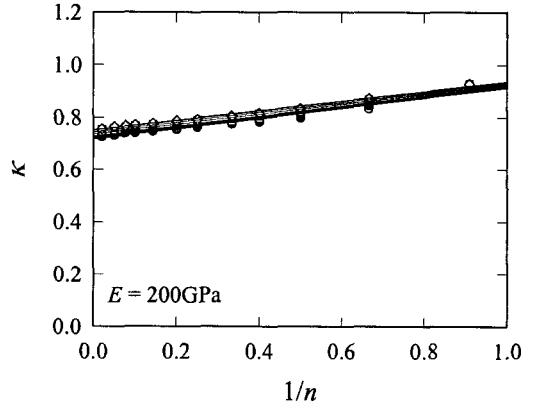


Fig. 11  $\kappa$  vs.  $1/n$  curve for Young's modulus  $E = 200\text{GPa}$

$$\psi \equiv \frac{P}{D^2 \sigma} = f_i^w(\epsilon_0, n, E/E_l) \left(\frac{h_i}{D}\right)^i \quad (10)$$

$$f_i^w(\epsilon_0, n, E/E_l) = \alpha_{ij}^w(\epsilon_0, E/E_l) n^{-j}$$

$$\alpha_{ij}^w(\epsilon_0, E/E_l) = \beta_{ijk}^w(E/E_l) \epsilon_0^k$$

$$\beta_{ijk}^w(E/E_l) = \gamma_{ijkl}^w(E/E_l)^l$$

$i = 0, 1$  for  $c^2$   $i = 0, 1, 2, 3$  for  $\epsilon_p$  and  $\psi$   
 $j = 0, 1, 2, 3, 4$   $k = 0, 1, 2, 3$   $l = 0, 1, 2$  for  $c^2, \epsilon_p$  and  $\psi$

식 (8-10)으로부터 회귀되는 곡선을 Figs. 8-10에 나타내었다.

Lee 등<sup>(1)</sup>이 사용한 영률예측식 (7)을  $h_i/D = 20\%$  압입에 적용하여 물성변화에 따른 보정계수  $\kappa$ 값을

수식화하였다. 다른 압입변수와 동일하게 영률 100, 200, 300GPa 세가지 경우에 대한  $\kappa$ 값 변화를 분석해 보았으며, 이 중 영률 200GPa에 대한 추이를 Fig. 11에 나타내었다. 변형경화지수  $n$ 이 1에 가까울 경우  $\kappa$ 는 1에 근접하고,  $n$ 이 커질수록 그 값은 작아진다. 이와 같은 변화를 영률 예측식에 반영하기 위하여 각각의 재료 물성치에 대해 1차 회귀하여 압입함수를 도출해 내었으며, 이를 아래 식 (11)과 같이 표현하였다.<sup>(8)</sup>

$$E = \frac{1 - \nu^2}{d/\kappa S - (1 - \nu^2)/E_l} \quad (11)$$

$$\kappa(\epsilon_0, n, E/E_l) = \alpha_j^k(\epsilon_0, E/E_l) n^{-j}; \quad j = 0, 1$$

$$\alpha_j^k(\epsilon_0, E/E_l) = \beta_{jk}^k(E/E_l) \epsilon_0^k; \quad k = 0, 1$$

$$\beta_{jk}^k(E/E_l) = \gamma_{jkl}^k(E/E_l)^l; \quad l = 0, 1$$

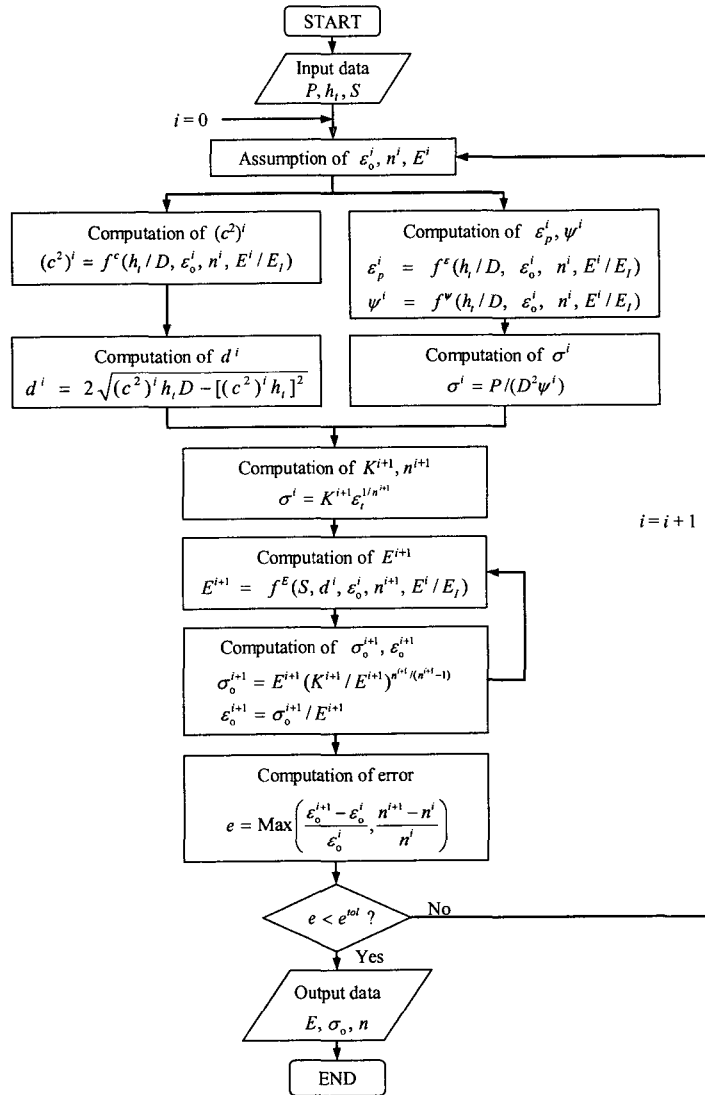


Fig. 12 Flow chart for determination of material properties

4.2 새로운 수치접근법을 이용한 물성평가  
 이상의 관계를 이용하여 압입자 직경의 20% 압입에 대한 물성평가 압입프로그램을 작성하였으며, 전체 흐름도를 Fig. 12에 나타내었다. 먼저 압입자 직경의 20%에 해당하는 깊이로 1회 압입한 후 해중하여 얻은 하중-변위 데이터를 물성평가 프로그램의 입력자료로 대입한다. 이 때  $n$ 과  $\epsilon_0$ 를 초기 가정치로 설정한 상태에서 각 하중-변위 데이터와  $c^2$ ,  $\epsilon_p$ ,  $\sigma$ 의 관계를 식 (8) - (10) 및 (11)을 사용하여 얻는다. 계산된 응력-변형률 데이터를 식 (6)으로 회귀하여 새로운  $\epsilon_0$ 와  $n$ 을 계산, 업데이트시킨다. 이와 같은

과정을 반복하여 향상된  $n$ 과  $\epsilon_0$ 의 변화량이 일정 범위 내에 들어오면 프로그램을 종료하고 최종 물성치인 영률, 항복강도, 변형경화지수 및 응력-변형률 곡선을 결정한다.

Figures 13은 압입자 직경의 20% 압입에 대해 유한요소해석에 사용된 실제 응력-변형률 곡선(실선)과 압입시험으로 예측한 응력-변형률 곡선(회색 원)을 비교하여 나타낸 것이다. Table 2에 이들 실제 물성치와 예측 물성치, 그리고 그 오차를 정리하여 나타내었다. 계산된 물성치들의 평균오차는 영률 1%, 항복강도 2%, 변형경화지수 3% 정도이다.



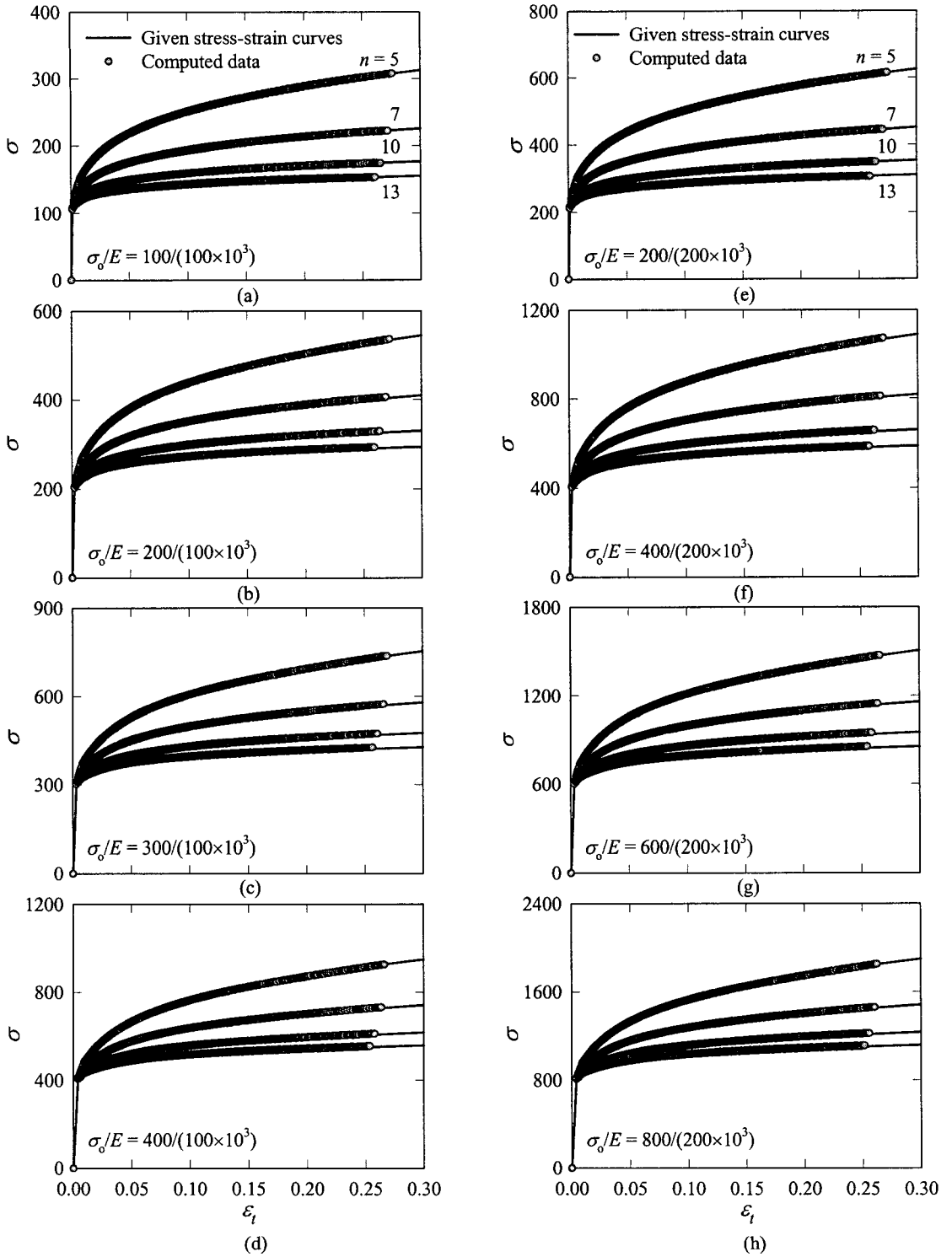


Fig. 13 Comparison of computed stress-strain curves to those given for  $E = 100$  [ $\varepsilon_0 =$  (a) 0.001, (b) 0.002, (c) 0.003 and (d) 0.004] and 200GPa [ $\varepsilon_0 =$  (e) 0.001, (f) 0.002, (g) 0.003 and (h) 0.004]

**Table 2** Comparison of computed material property values to those given for  $h_i/D=20\%$

$\sigma_0/E$ ( $\times 10^{-3}$ )	$n$	Computed $\sigma_0/E$ ( $\times 10^{-3}$ )	Error (%)	Computed $n$	Error (%)
100/100	5	103/100	2.9/0.2	4.97	0.6
	7	103/99	2.7/1.2	7.02	0.3
	10	103/98	2.9/1.5	10.3	2.5
	13	103/99	3.3/1.4	13.8	5.9
200/100	5	199/100	0.4/0.2	4.86	2.8
	7	199/99	0.7/0.8	6.74	3.8
	10	198/99	1.1/0.9	9.39	6.1
	13	199/99	0.7/1.2	12.2	5.8
300/100	5	302/100	0.7/0.2	4.94	1.3
	7	299/100	0.5/0.4	6.77	3.3
	10	298/99	0.5/1.2	9.49	5.1
	13	297/100	1.1/0.4	12.1	7.2
400/100	5	411/99	2.6/0.9	5.05	0.9
	7	406/99	1.4/1.1	6.98	0.2
	10	402/99	0.5/1.0	9.77	2.3
	13	400/99	0.0/0.6	12.5	3.7
200/200	5	205/201	2.4/0.7	4.95	0.9
	7	205/199	2.4/0.5	7.01	0.2
	10	205/198	2.7/1.0	10.22	2.2
	13	206/197	3.2/1.3	13.7	5.6
400/200	5	395/202	1.2/0.9	4.83	3.3
	7	393/201	1.9/0.3	6.63	5.3
	10	395/200	1.3/0.1	9.41	5.9
	13	396/199	0.9/0.5	12.2	6.2
600/200	5	600/201	0.0/0.3	4.90	2.0
	7	591/201	1.4/0.5	6.68	4.6
	10	594/199	1.1/0.5	9.39	6.1
	13	590/201	1.7/0.3	11.9	8.9
800/200	5	812/200	1.5/0.1	4.98	0.4
	7	810/198	1.2/1.0	6.96	0.5
	10	796/200	0.4/0.1	9.57	4.3
	13	795/200	0.6/0.1	12.3	5.4

4.3 다이아몬드 압입자에 대한 평가물성의 유효성  
 텅스텐 카바이드 압입자에 대해 작성된 물성평가 프로그램을 다이아몬드 압입자를 이용한 압입시험에 적용하여 예측물성치의 변화를 살펴보았다. 텅스텐 카바이드 압입자의 물성치는 영률  $E_I = 537\text{GPa}$ , 푸아송비  $\nu_I = 0.24$ 이며, 다이아몬드는  $E_I = 1000\text{GPa}$ ,

**Table 3** Comparison of computed material property values to those given ( $\varepsilon_0 = 0.002$ )

$\sigma_0/E$ ( $\times 10^{-3}$ )	Indenter	$n$	Computed $\sigma_0/E$ ( $\times 10^{-3}$ )	Error (%)	Computed $n$	Error (%)
100/100	WC	5	395/202	1.2/0.9	4.8	3.3
		7	393/201	1.9/0.3	6.6	5.3
		10	395/200	1.3/0.1	9.4	5.9
		13	396/199	0.9/0.5	12.0	6.2
200/100	Diamond	5	410/197	2.4/1.4	4.9	2.8
		7	406/196	1.4/1.9	6.7	4.1
		10	404/197	0.9/1.7	9.5	5.1
		13	404/196	1.0/2.0	12.4	4.7
300/100	WC	5	612/301	1.9/0.4	4.9	2.9
		10	605/297	0.8/1.2	9.4	5.6
	Diamond	5	613/296	2.2/1.5	4.9	3.0
		10	602/295	0.3/1.5	9.3	6.8
400/100	WC	5	839/389	4.9/2.7	5.0	0.3
		10	816/387	2.0/3.2	9.7	3.2
	Diamond	5	810/394	1.2/1.6	4.8	4.0
		10	801/393	0.1/1.8	9.3	7.2

$\nu_I = 0.07$ 을 사용하였다. 압입자 재료물성이 변화할 경우 20% 압입 물성평가식 (8 - 11)에 사용된 압입자 영률  $E_I$ 와 푸아송비  $\nu_I$ 만을 변화시켜 보았다. Table 3는 텅스텐 카바이드 압입자 및 다이아몬드 압입자를 이용한 압입 물성치들과 그 오차를 나타낸 것이다. 표에서 볼 수 있는 바와 같이 압입자의 물성이 바뀌어도 거의 동일한 오차범위 내에서 물성치들을 예측할 수 있다. 즉 압입자 물성에 따른 압입 무차원변수들의 회귀를 통한 새로운 예측식을 제시해야 하는 번거로움 없이 기존 물성평가프로그램을 이용하여 다이아몬드 압입자를 이용한 압입물성 평가가 가능하다. 특히  $h_i/D = 20\%$  압입 프로그램에서는 재료 영률 400GPa에 대한 데이터베이스를 구축하지 않았다. 그럼에도 Table 3에서 볼 수 있는 바와 같이 텅스텐카바이드 및 다이아몬드 압입자 모두에 대해서 정확한 물성평가가 가능함을 확인할 수 있다. 이는 압입자의 영률이 시편 재료의 영률보다 커 하중 시 압입자 물성변화의 영향이 작고, 그 영향도 식 (8 - 10)의  $E/E_0$ 에 의해 상쇄시킬 수 있기 때문이다. 그리고 영률의 영향이 상대적으로 큰 해중 시에는 압입자 물성 변화의 영향이 감쇄 영률식을 활용할 수 정된 영률 예측식 (11)에 의해 보정된다.

## 5. 요약

본 연구에서는 Lee<sup>(1)</sup> 등이 제시한 압입자 직경의 6% 압입이론을 20% 압입 물성평가에 확장하여 적용해 보았다. 물성변화에 따른 하중-변위 곡선의 편차가 크지 않은 압입자 직경의 6% 압입시험과 달리 20% 압입시험은 큰 하중-변위 곡선의 변화를 보여준다. 새로운 물성평가 압입이론은 영률, 항복강도, 변형경화지수값들 모두를 약 평균 3% 오차 범위에서 예측할 수 있다. 또한 본 연구에서 제시한 압입수식들은 텅스텐 카바이드와 다이아몬드 물성 범위 내의 다양한 압입자에 대해서도 사용 가능하다.

## 후 기

본 연구는 서울시 산학연 협력사업 중 ‘신기술 연구개발 지원사업’에 의해 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Lee, H., Lee, J. H. and Pharr, G. M., 2005, "A Numerical Approach to Spherical Indentation Technique for Material Property Evaluation," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 53, pp. 2037~2069.
- (2) Knapp, J. A., Follstaedt, D. M., Myers, S. M., Barbour, J. C. and Friedmann, T. A., 1999, "Finite Element Modeling of Nano-indentation," *Journal of Applied Physics*, Vol. 85 (3), 1460~474.
- (3) Huber, N. and Tsakmakis, C., 1999, "Determination of Constitutive Properties from Spherical Indentation Data Using Neural Networks. Part I: The Case of Pure Kinematic Hardening in Plasticity Laws," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 47, pp. 1569~1588.
- (4) Huber, N. and Tsakmakis, C., 1999, "Determination of Constitutive Properties from Spherical Indentation Data Using Neural Networks. Part II: Plasticity with Nonlinear Isotropic and Kinematic Hardening," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 47, pp. 1589~1607.
- (5) Nayebe, A., Abdi, R. E. Bartier, O. and Mauvoisin, G., 2002, "New Procedure to Determine Steel Mechanical Parameters from the Spherical Indentation Technique," *Mechanics of Materials*, Vol. 34, pp. 243~254.
- (6) Dao, M., Chollacoop, N., Vliet, J. V., Venkatesh, T. A. and Suresh, S., 2001, "Computational Modeling of the Forward and Reverse Problems in Instrumented Sharp Indentation," *Acta Materialia*, Vol. 49, pp. 3899~3918.
- (7) Cao, Y. P. and Lu, J., 2004, "A New Method to Extract the Plastic Properties of Metal Materials from an Instrumented Spherical Indentation Loading Curve," *Acta Materialia*, Vol. 52, pp. 4023~4032.
- (8) Lee, J. H., 2006, *A Numerical Approach and Experimental Verification of the Indentation Techniques for Material Property and Residual Stress Evaluation*, Ph. D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Sogang University.
- (9) ABAQUS *User's Manual*, 2004, Version 6.5, Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (10) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack-tip in a Power Law Hardening Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 1~12.
- (11) Sneddon, I. N., 1965, "The Relaxation between Load and Penetration in the Axisymmetric Boussinesq Problem for a Punch of Arbitrary Profile," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 3, pp. 47~57.
- (12) Pharr, G. M., Oliver, W. C. and Brotzen, F. R., 1992, "On the Generality of the Relationship among Contact Stiffness, Contact Area and Elastic Modulus during Indentation," *Journal of Materials Research*, Vol. 7, pp. 613~617.