

이산코사인변환을 기반으로 한 포트맨토 검정*

오승언¹⁾ 조혜민²⁾ 여인권³⁾

요약

이 논문에서는 이산코사인변환에 의해 유도된 주파수 공간상에서의 포트맨토검정법을 소개한다. 정상시계열의 경우 이산코사인변환 계수는 점근적으로 독립이고 분산은 자기공분산의 선형결합으로 표시된다. 백색잡음에 대한 이산코사인변환 계수의 공분산 행렬은 모든 대각원소가 시계열의 분산인 대각행렬이다. 시계열의 독립성을 검정하기 위해 계수들을 주파수 영역에 따라 2 또는 3개의 그룹으로 분할하고 그룹간의 분산을 비교하여 자료가 백색잡음인지 아닌지를 검정한다. 또한 계수의 제곱값이 반응변수이고 주파수 대역이 설명변수인 회귀모형에서 기울기를 검정하여 백색잡음 여부를 알아본다. 모의실험 결과를 보면 제안한 검정방법이 대부분의 경우 Ljung-Box 검정보다 높은 검정력을 가지는 것으로 나타났다.

주요용어: 이산코사인변환, 포트맨토 검정, Bartlett 검정, F -검정, Ljung-Box 검정.

1. 서론

시계열분석에서 분석모형을 진단하기 위해 잔차들의 표본자기상관함수를 이용하는 검정방법을 포트맨토(portmanteau)검정이라고 한다. 포트맨토검정은 추정된 시계열 모형에서 나온 잔차들의 자기상관함수가 K 차까지 유의한지를 검정한다. 고전적인 포트맨토 검정으로 Box와 Pierce(1970)가 있으며 이 방법의 문제점을 보완한 Ljung과 Box(1978)가 있다. 대부분의 통계프로그램들에서 Ljung-Box검정방법이 제공되고 있는데 $\hat{\rho}_k^2$ 를 잔차들의 k 차 자기상관함수라고 하면 Ljung-Box 통계량은 다음과 같은 정의된다.

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}.$$

모형이 적합하다는 가정하에서 Q 통계량은 자유도가 $K-p-q$ 인 카이제곱분포를 따른다. 여기서 p 와 q 는 AR과 MA의 차수를 나타낸다. 위의 검정방법을 개선시키는 연구들이 현

* 본 연구는 숙명여자대학교 2006년도 교내연구비 지원에 의해 수행되었음.

이 논문은 2006년 두뇌한국21 사업의 지원을 받아 연구되었음.

1) (140-742) 서울특별시 용산구 청파동 2가, 숙명여자대학교 통계학과, 석사과정

E-mail: ruma0819@sookmyung.ac.kr

2) (140-742) 서울특별시 용산구 청파동 2가, 숙명여자대학교 통계학과, 석사과정

E-mail: coolmin98@hanmail.net

3) (교신저자)(140-742) 서울특별시 용산구 청파동 2가, 숙명여자대학교 통계학과, 부교수

E-mail: inkwon@sookmyung.ac.kr

재까지 계속 진행되고 있으며 대표적인 것으로 Li와 McLeod(1981), Monti(1994), Chen과 Deo(2004), Pena와 Rodriguez(2002, 2006) 등이 있다.

위의 검정방법들은 대부분 잔차 또는 시계열의 자기상관함수 제곱합으로 표현된다. 이들 통계량의 문제점은 검정결과가 더해지는 자기상관함수의 개수 K 에 영향을 받으며, 모의실험결과를 보면 자료가 적은 경우 K 값에 따라 유의수준의 추정값이 실제명목수준과 상당한 차이가 발생하기도 한다는 것이다. 예를 들어 Box 등(1994)에 언급되어 있는 가스 공급비율 자료를 AR(3) 모형으로 분석해 보면, $K = 18$ 일 때 유의확률은 0.023이었으나 $K = 24$ 일 때 0.076이 되어 5% 유의수준에서 판단하기 애매한 경우도 발생한다. 이 논문에서는 시계열이 백색잡음인지 아닌지를 검정하는 과정에서 이러한 문제가 발생하지 않는 새로운 형태의 검정방법을 소개한다. 제안하는 방법에서는 이산코사인변환(discrete cosine transform)을 이용하여 시계열 자료를 주파수(진동수, frequency)영역의 계수로 바꾼 후 계수들의 통계적 성질을 이용하여 시계열 자료의 독립성을 검정한다.

제안하는 검정방법을 효과적으로 설명하기 위해 이 논문은 다음과 같은 순서로 구성된다. 2절에서는 이산코사인변환(DCT)에 대한 정의와 몇 가지 중요한 성질에 대해서 간단히 언급하고, 3절에서는 이산코사인변환에 의한 백색잡음을 검정하는 과정에 대하여 구체적으로 서술한다. 모의실험에서는 Ljung-Box검정방법과의 비교를 통해 이 논문에서 제시한 검정방법의 우수성을 확인한다.

2. 이산코사인변환

시계열자료 분석은 크게 시간영역에서의 분석과 주파수영역에서의 분석방법으로 나눌 수 있다. 일반적인 주파수 영역의 분석에서는 푸리에 변환(Fourier transform)을 기초로 이루어졌기 때문에 복소수의 형태로 표시된 결과를 분석해야 한다. 따라서 시간영역에서 알기 어려운 자료의 특징을 파악 할 수 있다는 장점을 가지고 있지만 결과의 해석이 쉽지 않다는 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 여러 가지 대안이 제안되었는데 그 중 하나가 이산코사인변환이다. 이산코사인 변환은 푸리에 변환의 실수부분만을 이용하며 멀티미디어 분야에서 JPEG와 MPEG와 같은 오디오나 영상의 압축알고리즘으로 광범위하게 사용되고 있다. 멀티미디어 분야에서는 이산코사인변환에 대한 연구가 활발하게 이루어졌고 다양한 형태로 이용되고 있는 반면 통계학분야에서 이에 대한 연구는 여인권 등(2006)을 제외하고는 거의 찾아보기 어렵다.

임의의 시계열 자료 x_1, x_2, \dots, x_n 가 있다고 하면, 이산코사인변환은 다음과 같이 정의된다.

$$F_j = w_j \sum_{k=1}^n x_k \cos \left\{ \frac{\pi}{2n} (2k-1)(j-1) \right\},$$

$$w_j = \begin{cases} 1/\sqrt{n}, & j = 1 \\ \sqrt{2}/\sqrt{n}, & j = 2, \dots, n \end{cases}$$

여기서 F_j 를 j 번째 이산코사인변환 계수라고 부르며 j 의 값이 작은 부분을 저주파, 큰 부분을 고주파라고 한다. 그림 2.1은 백색잡음과 AR(1)과정에서 AR 계수가 $\phi = 0.5$ 와 -0.5 인

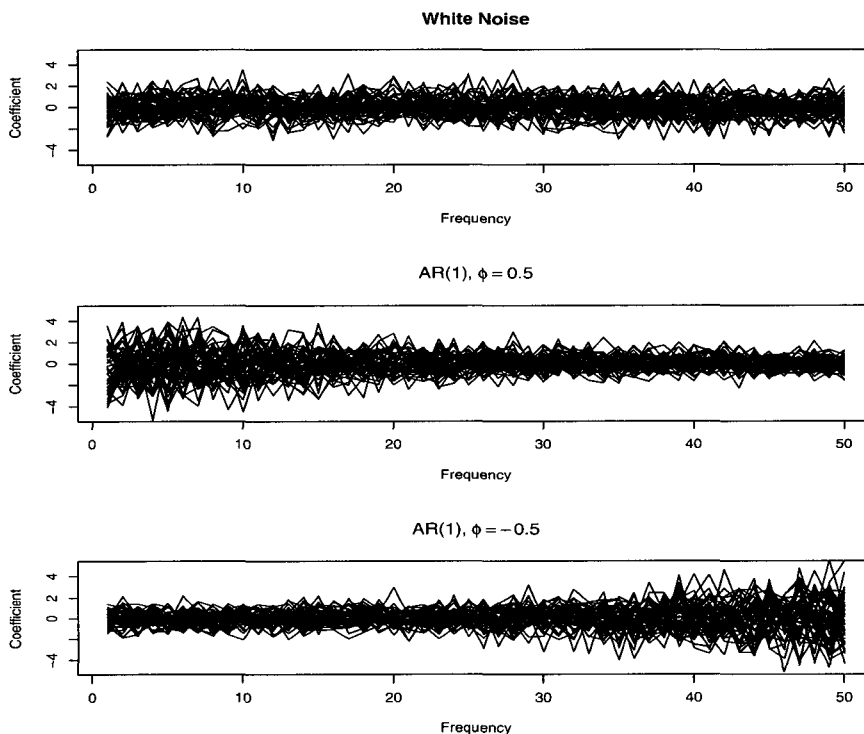


그림 2.1: 백색잡음과 AR(1)과정 자료에 대한 이산코사인변환 계수.

자료 50개를 50번 생성시켰을 때 각 주파수 대역에서의 이산코사인변환 계수를 중복하여 표시한 것이다. 그림에서 보는 것과 같이 시계열자료가 양의 상관관계를 가지는 경우에는 자료의 에너지가 저주파수 영역에 집중되어 있고, 음의 상관관계를 가지고 있는 경우에는 고주파수 영역에 집중되는 특징을 가지고 있다. 자료가 백색잡음과 같이 상관관계가 없는 경우에는 에너지가 주파수 전체 영역에 골고루 퍼져 있는 것을 볼 수 있다. 시계열 자료가 정상성을 만족하는 경우, 이산코사인 계수는 다음과 같은 통계적인 성질을 만족한다.

정리 2.1 시계열 $\{X_t\}_{t=1}^n$ 가 평균이 $E(X_1) = \mu$ 이고 자기공분산이 $Cov(X_i, X_j) = \gamma_{|i-j|}$ 인 정상시계열이면, 이산코사인변환 계수는 다음과 같은 통계적 성질을 가진다.

1. $E(F_j) = \begin{cases} \mu/\sqrt{n}, & j = 1 \\ 0, & j = 2, \dots, n. \end{cases}$
2. $\omega_{jt} = \pi(2t - 1)(j - 1)/(2n)$ 라고 표시하면

$$\text{Var}(F_j) = \begin{cases} \gamma_0 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ \left(1 - \frac{i}{n}\right) \gamma_i \right\}, & j = 1 \\ \gamma_0 + \frac{4}{n} \sum_{t_1 < t_2} \left\{ \cos(\omega_{jt_1}) \cos(\omega_{jt_2}) \gamma_{|t_1 - t_2|} \right\}, & j = 2, \dots, n. \end{cases}$$

3. F_j 들은 점근적으로 독립(asymptotically independent)이고 점근적인 다변량정규분포를 따른다.

증명과정은 윤화형(2006)을 참조하기 바란다. 여기서 주의해서 볼 것은 시계열이 백색잡음인 경우, F_j 들의 분산은 모두 γ_0 가 되고 공분산은 0이 된다는 것이다. 또한 이산코사인변환은 시계열의 선형결합이므로 가우시안시계열의 F_j 는 정규분포를 따른다.

3. 이산코사인변환에 의한 포트맨토 검정

그림 2.1에서 보는 것과 같이 이산코사인변환은 상관관계의 형태에 따라 에너지가 집중되는 영역이 달라지게 된다. 자료가 백색잡음인 경우 자기공분산은 $j \geq 1$ 에 대해 $\gamma_j = 0$ 이 되므로 정리 2.1에서 이산코사인변환 계수의 분산은 $\text{Var}(F_j) = \gamma_0$ 가 된다. 즉, 자료가 백색잡음이면 이산코사인 변환 계수의 분산이 동일하며 주파수 영역에 따라 분산이 다르다면 자료는 백색잡음이 아니라고 할 수 있다. 이 논문에서는 주파수 대역을 2개 또는 3개 영역으로 분할하고 각 영역의 분산을 비교하여 자료가 백색잡음인지 아닌지를 검정할 수 있다. 정리 2.1에서 언급한 것과 같이 이산코사인변환 계수의 정규성과 독립성이 보장이 되기 때문에 다음과 같은 정규분포하에서의 분산비교 방법을 적용할 수 있다.

• F -검정

이 방법에서는 주파수 영역을 저주파와 고주파 두 영역으로 나눈 후 두 영역의 분산을 비교하는 F -검정을 실시한다. 첫 번째 계수를 제외한 나머지 $n-1$ 개를 $A_1 = \{F_2, \dots, F_{n_1}\}$ 와 $A_2 = \{F_{n_1+1}, \dots, F_n\}$ 로 분할한다. 여기서 $n_1 = \lfloor (n+1)/2 \rfloor$ 이다. S_1^2 를 A_1 의 표본분산이라고 하고 S_2^2 를 A_2 의 표본분산이라고 하면 귀무가설하에서

$$S_1^2/S_2^2 \sim F_{n_1-2, n-n_1-1}$$

가 된다.

• Bartlett 검정

이 방법에서는 주파수 영역을 저주파, 중주파, 고주파 세 부분으로 분할하여 분산을 비교한다. 계수를 세 개의 그룹 $B_1 = \{F_2, \dots, F_{m+1}\}$, $B_2 = \{F_{m+2}, \dots, F_{n-m}\}$, $B_3 = \{F_{n-m+1}, \dots, F_n\}$ 로 분할한다. 여기서 $m = \lfloor (n-1)/3 \rfloor$ 이고 각 영역의 표본의 수는 $n_1 = n_3 = m$ 이고 $n_2 = n-1-2m$ 이다. 각 영역의 표본분산을 $\hat{\sigma}_i^2$ 이라고 하면 Bartlett 검정통계량은 다음과 같이 정의된다.

$$U = \frac{1}{C} \left\{ \nu \log(\hat{\sigma}^2) - \sum_{i=1}^3 \nu_i \log(\hat{\sigma}_i^2) \right\},$$

여기서, $\nu_i = n_i - 1$, $\nu = \sum_{i=1}^3 \nu_i = n - 4$, $\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^3 \nu_i \hat{\sigma}_i^2 / \nu$,

$$C = 1 + \frac{1}{3(3-1)} \left(\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\nu_i} - \frac{1}{\nu} \right)$$

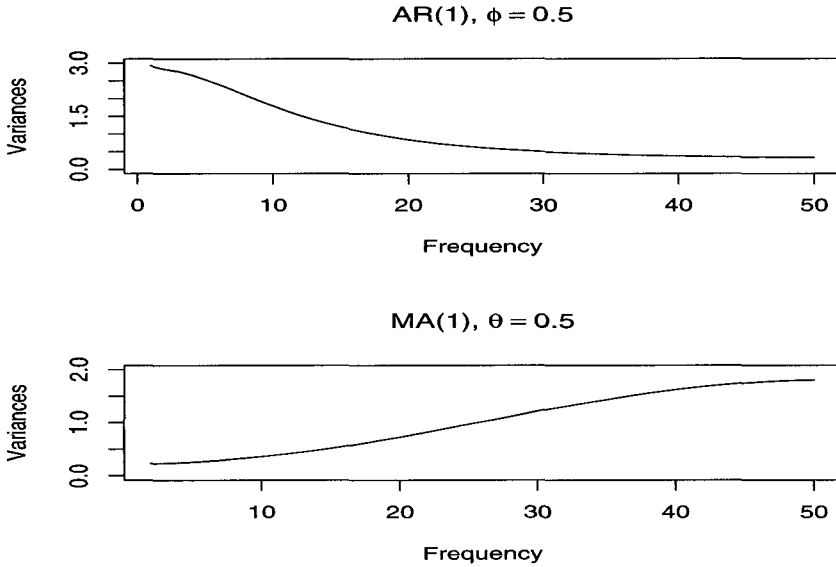


그림 3.1: AR(1)과정과 MA(1)과정에 대한 이산코사인변환 계수의 분산.

이교 귀무가설하에서 이 통계량은 자유도가 2인 카이제곱분포를 따른다.

이외에도 Hartley의 F -Max 검정, Box 검정, Levene 검정 등이 Bartlett 검정과 같이 여러 분산을 비교하는데 사용될 수 있다. 자세한 내용은 Milliken과 Johnson(1992)를 참고하기 바란다.

그림 3.1는 $\gamma_0 = 1$ 일 때 $\phi = 0.5$ 인 AR(1)과정과 $\theta = 0.5$ 인 MA(1) 과정에 대한 이산코사인변환 계수의 분산 $\text{Var}(F_j)$ 를 그린 것이다. 이 그림을 통해 백색잡음이 아닌 경우 이산코사인변환 계수의 절대값 또는 제곱값이 주파수 대역에 따라 전반적으로 증가 또는 감소하는 형태를 가지는 것으로 유추할 수 있으며 그림 2.1에서 이것을 확인할 수 있다. 그러므로 주파수 대역과 이산코사인변환 계수의 관계를 단순하게 $F_j^2 = \beta_0 + \beta_1 j + \varepsilon_j$ 또는 $|F_j| = \beta_0 + \beta_1 j + \varepsilon_j, j = 2, \dots, n$,으로 가정하고 $\beta_1 = 0$ 인지를 가설검정하여 시계열이 백색잡음인지를 확인하는 방법을 고려할 수 있다. 위 식에서 반응변수가 0 보다 크다는 제약 조건이 있어 선형회귀모형을 통한 적합과정에서 이론적인 문제가 있을 수 있으나 적합이 목적이 아니고 기울기가 0인지 아닌지만을 확인하기 때문에 실제분석에 있어 문제가 없을 것으로 생각된다.

4. 모의실험

제안된 방법의 성능을 알아보기 위해서 모의실험에서는 AR(1): $X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$ 과 MA(1): $X_t = \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}$ 에 대해 0.05 명목수준에서의 Ljung-Box 검정법과 논문에서 제안한

표 4.1: AR(1) 모형에서의 검정력 비교

n	ϕ	Ljung-Box 검정				F -검정	Bartlett	
		6	12	18	24		검정	회귀검정
50	0.5	0.7117	0.6384	0.6199	0.6122	0.8629	0.8160	0.8698
	0.4	0.4912	0.4399	0.4290	0.4378	0.6810	0.6245	0.7031
	0.3	0.2767	0.2590	0.2629	0.2765	0.4381	0.3739	0.4638
	0.2	0.1376	0.1424	0.1536	0.1631	0.2259	0.1866	0.2352
	0.1	0.0728	0.0825	0.0952	0.1067	0.0912	0.0806	0.0935
	0.0	0.0571	0.0729	0.0860	0.0936	0.0489	0.0506	0.0492
	-0.1	0.0892	0.0977	0.1054	0.1145	0.0882	0.0797	0.0910
	-0.2	0.1719	0.1688	0.1748	0.1817	0.2183	0.1804	0.2303
	-0.3	0.3485	0.3057	0.3045	0.3036	0.4327	0.3697	0.4611
	-0.4	0.5873	0.5108	0.4876	0.4830	0.6748	0.6226	0.7062
-0.5	0.8006	0.7274	0.6951	0.6775	0.8589	0.8252	0.8781	
100	0.5	0.9749	0.9451	0.9192	0.8983	0.9941	0.9912	0.9964
	0.4	0.8559	0.7724	0.7225	0.6930	0.9419	0.9286	0.9637
	0.3	0.5646	0.4767	0.4348	0.4157	0.7492	0.7059	0.8054
	0.2	0.2485	0.2130	0.2106	0.2120	0.4123	0.3611	0.4539
	0.1	0.0924	0.0926	0.0989	0.1067	0.1403	0.1190	0.1548
	0.0	0.0541	0.0634	0.0726	0.0800	0.0521	0.0501	0.0481
	-0.1	0.1076	0.0997	0.1026	0.1108	0.1343	0.1152	0.1567
	-0.2	0.2992	0.2499	0.2338	0.2311	0.4109	0.3540	0.4664
	-0.3	0.6242	0.5223	0.4811	0.4558	0.7522	0.7051	0.8049
	-0.4	0.8888	0.8111	0.7616	0.7305	0.9441	0.9247	0.9592
-0.5	0.9869	0.9642	0.9434	0.9248	0.9929	0.9922	0.9958	
200	0.5	1.0000	0.9999	0.9992	0.9978	1.0000	1.0000	1.0000
	0.4	0.9954	0.9856	0.9721	0.9567	0.9989	0.9987	0.9999
	0.3	0.8957	0.8167	0.7562	0.7140	0.9683	0.9542	0.9838
	0.2	0.5150	0.4101	0.3728	0.3427	0.7123	0.6668	0.7740
	0.1	0.1394	0.1234	0.1175	0.1144	0.2397	0.2038	0.2777
	0.0	0.0534	0.0574	0.0593	0.0639	0.0499	0.0490	0.0509
	-0.1	0.1649	0.1419	0.1333	0.1350	0.2387	0.2023	0.2713
	-0.2	0.5605	0.4521	0.4031	0.3690	0.7101	0.6607	0.7796
	-0.3	0.9228	0.8419	0.7887	0.7476	0.9670	0.9550	0.9838
	-0.4	0.9967	0.9884	0.9801	0.9674	0.9985	0.9985	1.0000
-0.5	0.9999	0.9997	0.9993	0.9984	1.0000	0.9999	1.0000	

표 4.2: MA(1) 모형에서의 검정력 비교

n	θ	Ljung-Box 검정				F -검정	Bartlett	
		6	12	18	24		검정	회귀검정
50	0.5	0.5591	0.4735	0.4556	0.4502	0.7273	0.7392	0.7058
	0.4	0.4242	0.3745	0.3554	0.3528	0.5870	0.5526	0.5766
	0.3	0.2812	0.2493	0.2548	0.2574	0.4030	0.3396	0.3895
	0.2	0.1637	0.1587	0.1676	0.1767	0.2159	0.1722	0.2043
	0.1	0.0906	0.1002	0.1125	0.1195	0.0854	0.0788	0.0863
	0.0	0.0571	0.0729	0.0860	0.0936	0.0489	0.0506	0.0492
	-0.1	0.0730	0.0891	0.0998	0.1075	0.0910	0.0776	0.0865
	-0.2	0.1283	0.1323	0.1472	0.1621	0.2026	0.1719	0.2149
	-0.3	0.2327	0.2229	0.2301	0.2398	0.3955	0.3480	0.3996
	-0.4	0.3569	0.3258	0.3264	0.3369	0.5855	0.5721	0.5951
	-0.5	0.5158	0.4512	0.4426	0.4400	0.7323	0.7636	0.7348
100	0.5	0.9341	0.8343	0.7631	0.7211	0.9614	0.9808	0.9725
	0.4	0.7865	0.6552	0.5927	0.5602	0.8882	0.9016	0.9099
	0.3	0.5421	0.4297	0.3969	0.3809	0.6987	0.6818	0.7364
	0.2	0.2682	0.2289	0.2166	0.2150	0.4021	0.3481	0.4249
	0.1	0.1046	0.1054	0.1073	0.1159	0.1367	0.1217	0.1490
	0.0	0.0541	0.0634	0.0726	0.0800	0.0521	0.0501	0.0481
	-0.1	0.0881	0.0881	0.0933	0.1022	0.1378	0.1179	0.1504
	-0.2	0.2299	0.1994	0.1955	0.1985	0.4053	0.3472	0.4293
	-0.3	0.4716	0.3849	0.3643	0.3460	0.6949	0.6836	0.7508
	-0.4	0.7450	0.6169	0.5685	0.5408	0.8847	0.9065	0.9209
	-0.5	0.9155	0.8070	0.7398	0.7037	0.9626	0.9832	0.9776
200	0.5	0.9999	0.9972	0.9909	0.9800	0.9997	1.0000	1.0000
	0.4	0.9914	0.9631	0.9264	0.8866	0.9939	0.9975	0.9992
	0.3	0.8818	0.7731	0.7007	0.6440	0.9444	0.9502	0.9720
	0.2	0.5174	0.4086	0.3562	0.3262	0.6804	0.6468	0.7580
	0.1	0.1564	0.1319	0.1272	0.1263	0.2379	0.2052	0.2659
	0.0	0.0534	0.0574	0.0593	0.0639	0.0499	0.0490	0.0509
	-0.1	0.1304	0.1159	0.1134	0.1118	0.2348	0.2032	0.2654
	-0.2	0.4775	0.3740	0.3335	0.3133	0.6921	0.6517	0.7558
	-0.3	0.8580	0.7411	0.6663	0.6125	0.9459	0.9533	0.9728
	-0.4	0.9893	0.9583	0.9176	0.8795	0.9947	0.9984	0.9995
	-0.5	1.0000	0.9973	0.9869	0.9747	0.9996	1.0000	1.0000

F -검정, Bartlett 검정법, 계수의 제곱값이 반응변수인 회귀검정법의 검정력을 비교하였다. 모의실험에서 사용된 자료의 수는 $n = 50, 100, 200$ 이었고 각각에 대해 10,000번 반복하여 검정력을 추정하였다. Ljung-Box 검정법에서는 일반적으로 많이 사용되고 있는 $K = 6, 12, 18, 24$ 를 이용하였다. 모의실험 결과는 표 4.1와 4.2에 주어져 있다. 이들 표의 결과를 정리하면 다음과 같다.

- 백색잡음의 경우, Ljung-Box 검정은 K 가 커짐에 따라 유의수준이 명목수준보다 커지는 것을 볼 수 있다. 특히 자료의 수가 작은 경우 그 차이가 상당히 크기 때문에 $K = 18$ 이상을 사용하는 것은 문제가 있을 수 있다. 그에 반해 제안한 모든 검정은 표본의 수와 관계없이 안정적인 것으로 나타났다.
- AR 과정에서는 $n = 50$ 에서 일부 제외한 모든 부분에서 회귀검정이 높은 검정력을 가지고 있는 것으로 나타났다. 앞에서 언급한 것과 같이 표본의 수가 적은 경우 $K = 18$ 이상의 Ljung-Box 검정방법은 유의수준에서 문제가 있으므로 사실상 모든 부분에서 회귀검정방법이 높은 검정력을 가지고 있는 것으로 판단된다. F -검정과 Bartlett검정의 경우 회귀검정의 검정력보다 높지는 않았지만 Ljung-Box 검정보다는 높은 것으로 나타났다.
- MA 과정에서도 $n = 100$ 과 200 에서 회귀검정이 높은 검정력을 가지고 있는 것을 확인하였다. 또한 $|\theta|$ 값이 작은 경우에는 F -검정방법이, 어느 정도 큰 경우에는 Bartlett 검정방법이 높은 검정력을 가지는 것으로 나타났다. 표에서 언급하지 않았지만 계수의 절대값을 반응변수로 설정한 회귀검정이 $n = 50$ 에서 F 나 Bartlett 검정보다 높은 검정력을 가지는 것으로 나타났다.

5. 결론

이 논문에서는 이산코사인변환을 이용한 정상시계열의 독립성을 검정하는 방법을 소개하였다. 시계열자료가 백색잡음이 아니면 이산코사인변환 계수의 분산이 같지 않다는 원리를 이용하여 계수들을 주파수 영역에 따라 몇 개의 그룹으로 나누고 그룹간의 분산을 비교하였다. 제안된 방법에서 사용된 검정통계량은 기초통계학에서 언급되는 것으로 쉽게 이해할 수 있으며 활용도가 높을 것으로 생각된다. 또한 모의실험에서 제안된 검정 방법은 기존의 Ljung-Box 검정방법보다 정확한 유의수준과 높은 검정력을 가지는 것으로 나타났다.

참고문헌

- 여인권, 윤화형, 조신섭 (2006). 시계열분석을 위한 주파수 공간상에서의 재표집 기법, <응용통계연구>, **19**, 121-134.
- 윤화형 (2006). *Resampling Method of Time Series Data by DCT*, 박사학위논문, 서울대학교 통계학과.

- Box, G. E. P. and Pierce, D. A. (1970). Distribution of residual autocorrelations in autoregressive integrated moving average time series models, *Journal of the American Statistical Association*, **65**, 1509–1526.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M. and Reinsel, G. C. (1994). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 3rd ed., Prentice Hall, San Francisco.
- Chen, W. W. and Deo, R. S. (2004). A generalized portmanteau goodness-of-fit test for time series models, *Econometric Theory*, **20**, 382–416.
- Li, W. K. and McLeod, A. I. (1981). Distribution of the residual autocorrelations in multivariate ARMA time series models, *Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B*, **43**, 231–239.
- Ljung, G. M. and Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models, *Biometrika*, **65**, 297–303.
- Milliken, G. A. and Johnson, D. E. (1992). *Analysis of Messy Data Volume I: Designed Experiments*, Chapman & Hall/CRC, New York.
- Monti, A. C. (1994). A proposal for residual autocorrelation test in linear models, *Biometrika*, **81**, 776–780.
- Pena D. and Rodriguez, J. (2002). A powerful portmanteau test of lack of fit for time series, *Journal of the American Statistical Association*, **97**, 601–610.
- Pena D. and Rodriguez, J. (2006). The log of the determinant of the autocorrelation matrix for testing the goodness of fit in time series, *Journal of Statistical Planning and Inference*, **136**, 2706–2718.

[2007년 1월 접수, 2007년 3월 채택]

A Portmanteau Test Based on the Discrete Cosine Transform*

Sungun Oh¹⁾ Hyemin Cho²⁾ In-Kwon Yeo³⁾

ABSTRACT

We present a new type of portmanteau test in the frequency domain which is derived from the discrete cosine transform(DCT). For the stationary time series, DCT coefficients are asymptotically independent and their variances are expressed by linear combinations of autocovariances. The covariance matrix of DCT coefficients for white noises is diagonal matrix whose diagonal elements is the variance of time series. A simple way to test the independence of time series is that we divide DCT coefficients into two or three parts and then compare sample variances. We also do this by testing the slope in the linear regression model of which the response variables are absolute values or squares of coefficients. Simulation results show that the proposed tests has much higher powers than Ljung-Box test in most cases of our experiments.

Keywords: Bartlett test, discrete cosine transform, F -test, Ljung-Box test, Portmanteau test.

* This Research was supported by the Sookmyung Women's University Research Grants 2006.

This work was supported by Brain Korea21 project in 2006.

1) Graduate student, Department of Statistics, Sookmyung Women's University. Chungpa-dong 2-ga, Yongsan-gu, Seoul, 140-742, Korea

E-mail: ruma0819@sookmyung.ac.kr

2) Graduate student, Department of Statistics, Sookmyung Women's University. Chungpa-dong 2-ga, Yongsan-gu, Seoul, 140-742, Korea

E-mail: coolmin98@hanmail.net

3) (Corresponding author) Associate Professor, Department of Statistics, Sookmyung Women's University. Chungpa-dong 2-ga, Yongsan-gu, Seoul, 140-742, Korea

E-mail: inkwon@sookmyung.ac.kr