

면적을 이용한 타원 호의 분리

류승필[†]

요 약

이미지로부터 타원을 추출하기 위하여 Hough transform을 많이 이용하고 있다. 그러나 이 방법은 시간과 기억 공간을 많이 소모한다. 그리고 기존의 타원분리 방법은 잡음에 예민하거나 많은 breakpoint를 발생시키는 단점이 있다.

이 논문에서는 면적을 이용하여 잡음이 있는 디지털 곡선으로부터 타원을 분리 및 추출하는 빠른 방법을 제시한다. 실험 결과로, 제시된 방법이 잡음을 가지고 있는 곡선으로부터 타원 호의 분리 및 추출이 가능하며, 추출된 타원과 주어진 곡선간의 거리오차평균이 일정 임계값 범위 내에 있는 것을 보여준다.

키워드 : 타원 호의 분리, 타원 호의 추출

Elliptical Arc Segmentation Using Area

Sung-Pil Lyu[†]

ABSTRACT

The Hough transform is a popular method for ellipse detection from image. But the method wastes time and memory space severely. And the existing methods for elliptical arc segmentation are very sensitive to noise or detect improper breakpoints.

In this paper a fast method is proposed for the segmentation and detection of elliptical arcs from digital curve using its area. Experimental results show that the proposed method segments and detects elliptical arcs from noisy curves and the average of the distance errors between the fitted arc and given curve is within a threshold.

Keywords : elliptical arc segmentation, elliptical arc detection

1. 서 론

이미지의 윤곽선을 직선 또는 곡선으로 근사화 하는 것은 패턴인식이나 자료를 축약하는 데에 있어서 매우 중요한 작업 중에 하나이다. 이미지

윤곽선의 근사화(fitting) 방법으로 곡선을 직선 및 원의 일부로 간주하는 근사화 방법들이 많이 연구되고 있지만[1][2][3][4][5][6][7][8], 이미지내의 곡선들 중에는 원보다 더 포괄적인 타원으로 이루어지는 경우가 많다. 타원을 원이나 직선으로 표현하는 경우 얻고자하는 정보를 잃어버리거나, 하나의 곡선을 여러 개의 곡선으로 나누어 표현해야 하므로 자료축약의 측면에서도 부정적

[†] 정 회 원: 세명대학교 컴퓨터학부 교수(교신저자)

논문접수: 2007년 10월 11일, 심사완료: 2007년 11월 8일

* 이 논문은 2005년 세명대학교 학술지원연구비 지원으로 수행되었음

이다.

지금까지 연구된 타원 근사화 또는 타원 추출관련 연구로는 타원으로 알려진 곡선에 대해 오차가 가장 작은 타원방정식을 찾는 LSM(Least Squares Method)을 이용한 연구[9][10]와 배경잡음을 포함한 이미지로 부터 타원을 찾아내는 타원 추출(detection)에 관한 연구들이 [11][12][13][14][15][16] 있다.

LSM을 적용하기 위해서는 주어진 이미지로 부터 타원으로 추정되는 곡선을 분리하는 작업이 선행되어야 하므로 LSM만으로 타원을 추출하는 것은 어렵고, 타원 추출을 위하여 타원의 중심이나, 축의 길이 등 파라미터들을 구하는 타원 추출의 한 과정으로 이용된다. 지금까지 알려진 타원 추출은 거의 HT(Hough Transform) 방법을 기본으로 LSM 및 도형 정보 등을 같이 이용하고 있다[16]. HT방법은 이미지 내의 모든 점들에 대해서, 이 점들을 일부로 하는 가능한 모든 타원들의 중요 파라미터들(중심 위치, 장/단축의 길이 및 방향 등)에 대한 누적 값을 계산하고, 그 중에 누적 값이 월등한 타원을 뽑는(voting) 방법으로 잡음에 매우 강한 방법으로 알려져 있다.

그러나 HT는 이미지의 크기를 밑수로 하고 파라미터의 수를 지수로 하는 $O(n^5)$ 이상의 복잡도를 가지는 기억공간과 처리시간이 요구되므로 [13]. 이를 줄이기 위하여 도형의 특징 등을 이용한 방법들[10][11][12][13][14][15]이 제안되고 있지만 여전히 시간과 공간의 소모가 매우 큰 편이다.

따라서 배경잡음이 많지 않은 이미지의 경우 이미지 전체를 대상으로 HT를 이용하는 방법보다 이미지의 윤곽선을 나타내는 디지털 곡선으로부터 타원을 분리(segmentation)하고, 분리된 타원의 중심과 중요 파라미터를 구하는 것이 바람직하다. 또한 곡선의 분리는 타원의 시작과 끝의 위치를 알 수 있으므로 HT방법에 비해 호의 각도나 도형의 연결 관계 등 보다 많은 정보를 얻을 수 있는 장점이 있다.

지금까지 디지털 곡선으로부터 직선 또는 타원 호를 분리하는 방법으로 곡선을 직선근사화하거나[18], 기울기 또는 곡률의 변화가 큰 점을 기준으로 곡선을 분리하고[19] 분리된 곡선들을 근사

화된 타원과 비교하여 오차의 크기가 임계값 미만이면 해당하는 곡선(또는 직선)들을 타원의 일부로 처리하는 방법들이다. Rosin[7][18]방법은 Lowe[17]의 방법을 체계화하여 원 또는 타원을 분리하는 방법을 제시하였으나, 근사화된 직선과 주어진 곡선과의 거리오차가 작은 경우 주어진 곡선이 타원의 일부임에도 불구하고 직선으로 처리되거나, 도형의 모양에 따라 불필요한 breakpoint(곡선의 분리점)를 발생시키는 단점이 있다[16][19]. 한편, Wan[19]방법은 이를 개선하여 곡률이 크게 변하는 점을 찾아 곡선을 분리하고 이들 곡선에 대해서 근사화된 타원을 적용하여 주어진 임계값 미만이면 하나의 타원 호로 간주하는 방법이다. 곡선의 곡률 및 기울기는 곡선상의 지역적 잡음에 매우 민감하므로 곡률을 이용하는 방법들은 잡음이 거의 없는 고품질의 이미지에 적용하는 것을 전제로 하고 있다[6][19].

본 연구에서는 타원이 가지는 면적의 특성을 이용하여 배경잡음이 없는 이미지의 윤곽선, 즉 디지털 곡선으로부터 타원 호 또는 직선을 분리하는 방법을 제안한다. 제안된 방법은 타원의 기하학적인 특성을 이용하여 중심 및 장, 단축의 길이 및 축의 방향 등 주요 파라미터를 찾는 알고리즘을 제시한다. 제안된 타원 분리방법은 $O(n)$ 에 근접하는 시간 및 공간 복잡도를 가지면서, 오차가 비교적 큰(장축 크기의 10%의 잡음을 가지는) 곡선들에 대해서 구해진 타원과 원래 곡선간의 거리오차 평균이 허용오차 범위 내에 존재하는 것을 실험으로 보인다.

이후의 구성은 2장에서 타원의 분리를 위한 기본적인 원리와 알고리즘을 설명하고, 3장은 본 방법에 대한 성능 및 기존 방법들과의 비교 분석을 기술하며, 4장은 알고리즘을 적용한 실험결과를 보여주고 끝으로 5장에서는 결론을 기술하였다.

2. 면적을 이용한 타원의 분리 및 추출

2.1 타원의 중심후보 영역

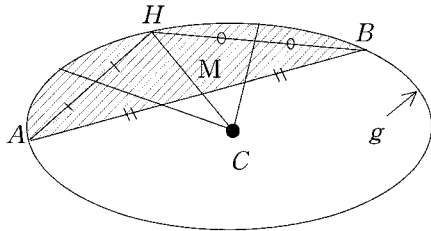
타원 상의 두 점을 연결하는 현의 중심을 통과 하면서 그 호와 현사이의 면(이후 '파이'라

함)의 면적을 이등분하는 선(중심선)은 반드시 타원의 중심을 통과한다(그림 1참조).

여기서 파이의 면적을 \mathcal{D} 로 표시하고 다음과 같이 정의한다.

$\mathcal{D}(g,A,B)$: 타원 g 의 호 \widehat{AB} 와 현 \overline{AB} 내의 영역의 면적(그림 1의 빗금친 영역)

$\mathcal{D}(g,A,B,C)$: 타원 g 의 호 \widehat{AB} 와 선분 \overline{BC} , 선분 \overline{CA} 내의 영역의 면적



<그림 1> 파이 면적, 현의 중심과 타원의 중심

여기서 연속적인 점들의 집합을

$$Z = \{P_0, P_1, \dots, P_n\}$$

로 표현하고, z 를 P_0 부터 P_n 까지 점과 점 사이를 직선으로 연결한 디지털 곡선이라 하자(그림 2참조). 만약 Z 가 중심 C 를 가지는 어떤 타원으로부터 일정 오차 e 이내에 있을 때 z 를 오차 e 이내의 디지털 호라고 부르고 다음과 같이 정의한다.

$$de(Z,C) \leq e \tag{1}$$

또한,

$$Z_{i-1} = \{P_0, P_1, \dots, P_{i-1}\} \subseteq Z, \quad i-1 \leq n$$

라 할 때, $de(Z_{i-1}, C_{i-1}) \leq e$ 를 만족하는 임의의 타원 g 를 가정하자(그림 2 참조). 만약 새로운 점 P_i 가 g 로부터 e 이내에 존재한다면 z_i 또한 $de(Z_i, C_{i-1}) \leq e$ 를 만족하는 디지털호이다.

여기서 P_i 가 g 로부터 e 이내에 존재하기 위해 P_0 와 P_i 을 잇는 직선과 타원 g 가 만나는 점 중에서 P_0 와 가까운 점을 A , P_i 와 가까운 점을 B 라 하고, θ_1 과 θ_2 를 점 A, B 에서 타원의 접선과 직선 $\overline{P_0P_i}$ 과 이루는 각도(그림 2참조)라 할 때, P_0 는 A 로부터

$$w_1 \cong \left| \frac{e}{\sin \theta_1} \right| \tag{2}$$

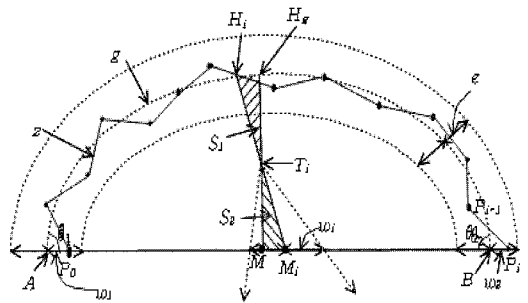
이내에 존재해야하며, P_i 는 B 로부터

$$w_2 \cong \left| \frac{e}{\sin \theta_2} \right| \tag{3}$$

이내에 존재해야 한다. 따라서 타원의 중심선이 직선 $\overline{P_0P_i}$ 와 만나는 점 M_g 는 P_0 와 P_i 의 중심 M_i 로부터

$$w_i = \frac{w_1 + w_2}{2} \tag{4}$$

이내에 존재하게 된다.



<그림 2> 허용 오차를 만족하는 중심선의 분포 영역(가운데 점선 사이 영역)

한편, $\mathcal{D}(g,A,B)$ 와 $\mathcal{D}(z,P_0,P_i)$ 의 면적을 이등분하는 선을 각각 $\overline{H_gM_g}$, $\overline{H_iM_i}$ 라 하고, 두 면적 $\mathcal{D}(g,A,B)$ 와 $\mathcal{D}(z,P_0,P_i)$ 의 크기가 같다고 하면 $\mathcal{D}(A,H_g,M_g) = \mathcal{D}(P_0,H_i,M_i)$ 이다. 그리고, 타원 g 를 중심으로 z 상의 점들이 골고루 분포되어 z 상의 어떤 위치에서도 타원과 z 간의 거리 오차의 합이 0에 가까우면, 같은 호의 각도에 대해서 거의 같은 면적을 가진다. 이 때 직선 $\overline{M_gH_g}$ 의해 분할되는 $\mathcal{D}(g,A,B)$ 와 $\mathcal{D}(z,P_0,P_i)$ 의 크기도 거의 같다. 따라서 $\mathcal{D}(A,B)$ 와 $\mathcal{D}(P_0,P_i)$ 를 이등분하는 직선 $\overline{M_gH_g}$ 와 $\overline{M_iH_i}$ 가 g 와 현 \overline{AB} 가 만드는 면적 S_1 과 S_2 의 면적의 크기는 근접하므로 두 직선 $\overline{M_gH_g}$ 와 $\overline{M_iH_i}$ 이 만나는 점

$$T_i \cong \frac{M_i + H_i}{2} \tag{5}$$

로 둘 수 있다. 따라서 점 T_i 를 지나고 M_i 로부터 w_i 이내를 통과하는 중심선을 가지는 타원은 점 P_i 와 약 e 이내의 거리오차를 가지고 $\mathcal{D}(z, P_0, P_i)$ 와 면적이 같은 파이를 갖는 타원의 후보이다.

만약 이들 타원후보의 중심선들이 지나는 영역을 V_i (꼭짓점을 T_i 로 하는 cone 영역, 그림 2의 점선으로 된 화살표 이내의 영역)라 하면, V_i 는 점 P_i 와 거리오차 e 이내에 있는 타원의 중심후보들이 존재하는 영역이다. 따라서 $de(Z_i, C_i) \leq e$ 를 만족하는 C_i 는 cone들의 공통영역인

$$G_i = V_1 \cap \dots \cap V_i \quad (6)$$

내에 존재한다.

그런데 이 식은 호의 각도가 180도 보다 작은 경우 중심이 현보다 아래에 있으므로 문제가 없지만 호의 크기가 180도 보다 큰 경우에는 중심이 cone보다 더 위에 존재할 수도 있다. 따라서 위의 식을 만족시키기 위해서 호의 각도를 180이하로 유지하는 것이 필요하다. 이를 위해서는 호의 각도가 180도 미만이 되도록 호의 시작점을 P_0 대신 $P_k (0 < k < i)$ 를 시작점으로 하는 호 $\widehat{P_k P_i}$ 에 대해서 cone을 구한 다음 위의 식 (6)을 적용할 수 있다. 여기서 호의 각도를 알기 위해서는 중심의 위치를 알아야하는데 중심의 위치는 뒤에 언급하도록 한다.

앞서 식 (2), (3)에서 θ_1 과 θ_2 를 구하기 위해 다음과 같은 가정을 한다.

(1) $\widehat{H_g A}$ 와 $\widehat{H_g B}$ 가 \widehat{AB} 와 이루는 각도는 H_g 에서 A 및 B 까지의 각도변화의 평균이다.

(2) $\angle H_g AB = \angle H_g P_0 P_i$ 이고, $\angle H_g BA = \angle H_g P_i P_0$ 이다.

만약 이 가정이 성립하면 점 H_g 에서 g 의 접선은 AB 와 평행하므로 g 와 \widehat{AB} 가 이루는 각도는 점 A 와 B 에서 각각

$$\theta_1 = 2 \angle H_g AB = 2 \angle H_g P_0 P_i \quad (7)$$

$$\theta_2 = 2 \angle H_g BA = 2 \angle H_g P_i P_0 \quad (8)$$

가 된다. 위의 가정 (1)의 경우 곡률의 변화가 적을수록 가정에 가까워지고, 가정 (2)는 g 와 z 의 오차가 작을수록 가정에 가까워진다. 다만, 곡률의 변화는 장축대비 단축의 비율이 작을수록 커

지므로 위식 (7)과 (8)의 오차가 커질 수 있다.

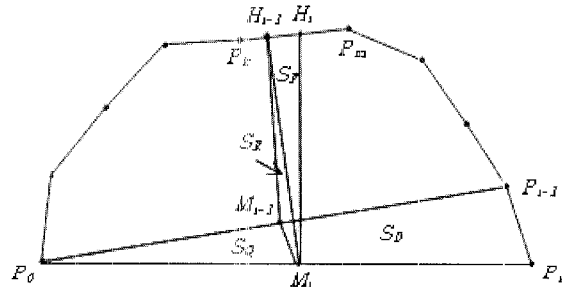
2.2 z의 중심선 구하기

그림 3에서 $\mathcal{D}(z, P_0, P_i)$ 의 면적을 이등분하는 중심선 $\widehat{H_i M_i}$ 에서 점 H_i 는 H_{i-1} , M_{i-1} 등 이전에 구했던 정보를 이용하여 구할 수 있다. 이 방법을 설명하기 위해 'X'를 벡터외적의 scalar 값을 구하는 연산자로 정의한다. 즉,

$$\vec{A} \times \vec{B} = a_x b_y - a_y b_x$$

$$\text{여기서 } A=(a_x, a_y), B=(b_x, b_y)$$

여기서 $\vec{A} \times \vec{B}$ 의 절대값은 A , B 와 원점이 만드는 삼각형의 면적의 2배와 같으므로 이후 이를 면적의 개념으로 사용할 때 $\vec{A} \times \vec{B}$ 를 벡터외적 면적이라 부른다.



<그림 3> 디지털 호의 중심선과 현의 중점

디지털 곡선의 중심선 $\widehat{H_i M_i}$ 는 P_0 , P_i 의 중점 M_i 를 지나고, $\mathcal{D}(z, P_0, P_i)$ 를 이등분하는 선이므로

그림 3에서처럼 S_D , S_P , S_Q , 및 S_R 를 각각 $\triangle P_0 P_{i-1} P_i$, $\triangle M_i H_{i-1} H_i$, $\triangle P_0 M_{i-1} M_i$ 및 $\triangle H_{i-1} M_{i-1} M_i$ 의 면적이라 하면,

$$\mathcal{D}(z, P_0, P_i) = \mathcal{D}(z, P_0, P_{i-1}) + S_D \quad (9)$$

이고,

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(z, P_0, H_i M_i) &= \mathcal{D}(z, P_0, H_{i-1}, M_{i-1}) + S_P + S_Q + S_R \quad (10) \end{aligned}$$

이다. 여기서 $\mathcal{D}(z, P_0, P_i) = 2\mathcal{D}(z, P_0, H_i M_i)$ 이고, $\mathcal{D}(z, P_0, P_{i-1}) = 2\mathcal{D}(z, P_0, H_{i-1} M_{i-1})$ 이므로 $S_D = 2(S_P + S_Q + S_R)$ 이고, 또한 $S_D = 4S_Q$ 이므로, 식(9)과

(10)로부터

$$S_P = S_Q - S_R \quad (11)$$

이다. 따라서 위식 (11)를 벡터외적 면적으로 표현하면

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{H_{i-1}H_i} \times \overrightarrow{H_{i-1}M_i} \\ &= \overrightarrow{P_0M_{i-1}} \times \overrightarrow{P_0M_i} - \overrightarrow{H_{i-1}M_{i-1}} \times \overrightarrow{H_{i-1}M_i} \quad (12) \end{aligned}$$

가 된다. 위식 (12)의 오른쪽 항의 합을 S_{2P} 라 두고, P_k 와 P_m ($0 < k < m < i$)는 Z 내의 점으로 각각 H_{-j} 이전과 H_i 이후에 존재하는 가장 가까운 점이라 하자. 이 때 $m = k + 1$ 이면

$$|\overrightarrow{H_{i-1}H_i}| = \frac{S_{2P}}{Unit(\overrightarrow{P_kP_{k+1}}) \times \overrightarrow{H_{i-1}M_i}} \quad (13)$$

여기서, $|\overrightarrow{H_{i-1}H_i}|$ 는 $\overrightarrow{H_{i-1}H_i}$ 의 크기, $Unit(\overrightarrow{P_kP_{k+1}})$ 은 $\overrightarrow{P_kP_{k+1}}$ 의 단위벡터

이므로,

$$H_i = H_{i-1} + |\overrightarrow{H_{i-1}H_i}| Unit(\overrightarrow{P_kP_{k+1}}) \quad (14)$$

이다. 그리고, $m > k + 1$ 인 경우에는 H_{i-1} 과 H_i 사이에 점 P_{k+1}, \dots, P_{m-1} 들이 존재함을 의미하므로 이 점들과 M_i 가 만드는 삼각형의 벡터외적 면적을 S_{2P} 로부터 제하고 남는 면적을 S'_{2P} 라 두면

$$\begin{aligned} S'_{2P} &= S_{2P} - (\overrightarrow{M_iH_{i-1}} \times \overrightarrow{M_iP_{k+1}} + \\ & \sum_{j=k+1}^{m-2} \overrightarrow{M_iP_j} \times \overrightarrow{M_iP_{j+1}}) \quad (15) \end{aligned}$$

이고,

$$H_i = P_{m-1} + |\overrightarrow{P_{m-1}H_i}| Unit(\overrightarrow{P_{m-1}P_m}) \quad (16)$$

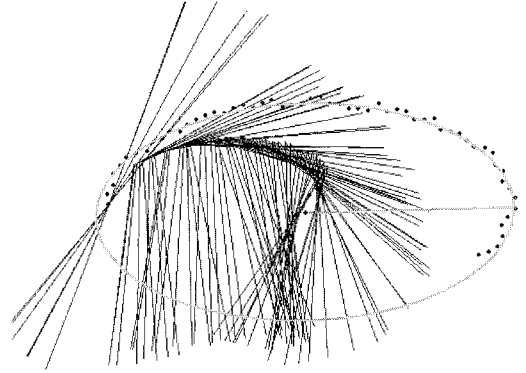
여기서 $|\overrightarrow{P_{m-1}H_i}| = \frac{S'_{2P}}{Unit(\overrightarrow{P_{m-1}P_m}) \times \overrightarrow{P_{m-1}M_i}}$

이다.

Z 내에 최초 3개의 점이 주어지면 현의 중점과 꼭짓점으로부터 H_i 를 구할 수 있으므로 이후 모든 점에 대해서 위 식(15) 또는 (16)으로부터 H_i 를 구할 수 있다.

다음 그림 4는 위의 방법으로 구한 cone 영역들의 교집합에 의한 중심후보영역(그림 4의 가운데

적색 테두리 영역)의 예이다.



<그림 4> cone의 교집합에 의한 중심후보영역의 예

2.3 중심구하기

중심후보영역이 구해지면 이 영역 내에서 최적의 중심을 찾는 것이 필요하다. 그림 5에서와 같이 만약 최적의 타원 g 가 있고, 중심후보영역 G_i 내에 어떤 중심후보 A_j 이 존재할 때 점 A_j 를 지나는 중심선이 z 의 현 $\overrightarrow{P_0P_i}$ 와 만나는 점 A'_j 과 최적의 타원 g 의 중심 M_g 와의 거리 차이는 $|M_gA'_j|$ 이며, T_iA_j 직선상에 존재하는 모든 중심후보는 M_g 에 대해서 같은 오차를 가진다. 만약 중심후보영역의 꼭짓점들이 g 의 중심선을 기준으로 균등하게 분포되어 있다고 가정하면,

$$\overrightarrow{T_iM_g} \times \sum_{j=1}^m Unit(T_iA_j) = 0 \quad (17)$$

여기서, m 은 중심후보영역 G_i 의 꼭짓점 수이며, 이 식을 만족하기 위해

$$\sum_{j=1}^m Unit(T_iA_j) = t_i \overrightarrow{T_iM_g} \quad (18)$$

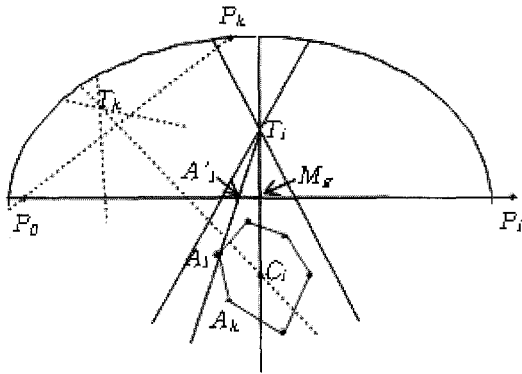
t_i 는 임의의 실수

로 표현할 수 있다. 같은 방법으로 또 다른 점 P_k ($k < i$)와 그것의 cone의 꼭짓점 T_k 에 대해서

$$\sum_{j=0}^m Unit(T_kA_j) = t_k \overrightarrow{T_kM_g} \quad (19)$$

t_k 는 임의의 실수

를 구할 수 있으며 식 (18)와 (2)의 두 중심선 $\overrightarrow{T_i M_i}$ 와 $\overrightarrow{T_k M_k}$ 가 만나는 점이 타원 g 의 중심 C_i 가 된다(그림 5 참조). 식 (19)에서 k 는 임의의 점의 위치이며 예를 들면 $k = n/2$ 을 사용할 수 있다.

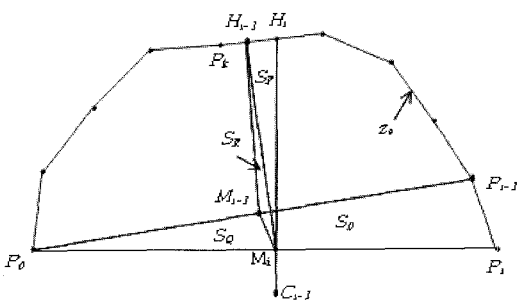


<그림 5> 타원의 중심

2.4 축의 길이 구하기

호의 각도가 180도 이상인 경우에 중심으로부터 z 상의 점까지의 거리(4장의 실험에서는 이웃하는 3점에 대한 평균거리를 사용)를 이용하여 장축 또는 단축의 길이를 구할 수 있다. 그러나, 호의 각도가 작은 경우 장축 또는 단축이 만나는 점이 z 내에 존재하지 않을 수 있다. 그런데 z 의 중심이 주어져 있다면 파이 면적을 이용하여 타원을 확장하여 축의 길이를 구할 수 있다.

그림 6은 그림 3과 거의 같은데 z 의 중심 C_{i-1} 과 H_i 가 알려져 있을 때, 점 P_i 를 구하기 위한 것이다.



<그림 6> 호의 확장

만약 Z 의 끝점을 P_{i-1} 이라할 때, 새로운 점 P_i 를 Z 에 포함시켜 확장된 점들의 집합을 Z_e , 그리고 이 점에 의해 확장된 z 를 z_e 라 하자. 여기서 $\overrightarrow{H_i M_i}$ 는 $\mathcal{D}(z_e, P_0, P_i)$ 를 이등분하는 선이므로 M_i 는 직선 $\overrightarrow{H_i C_{i-1}}$ 위에 존재한다. 따라서 원점 $(0,0)$ 에서 M_i, H_i 에 이르는 벡터를 각각 $\overrightarrow{M_i}, \overrightarrow{H_i}$ 라 하고, 점 H_i 에서 C_{i-1} 로 향하는 단위벡터를 \overrightarrow{N} 이라하면,

$$\overrightarrow{M_i} = \overrightarrow{H_i} + t\overrightarrow{N} \tag{20}$$

여기서 t 는 임의의 실수, $\overrightarrow{N} = \text{Unit}(\overrightarrow{H_i C_{i-1}})$ 로 둘 수 있으며, 식 (12)에서 $\overrightarrow{M_i}$ 대신 위식을 대입하여 t 에 대해 정리하면

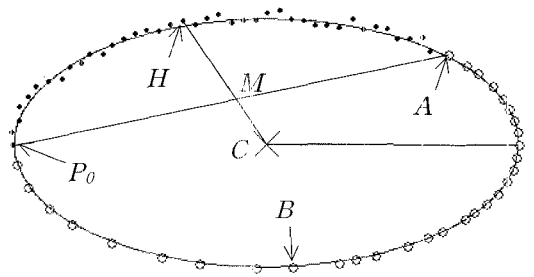
$$t = \frac{\overrightarrow{P_0 M_{i-1}} \times \overrightarrow{P_0 H_i} - \overrightarrow{H_{i-1} M_{i-1}} \times \overrightarrow{H_{i-1} H_i}}{(\overrightarrow{H_{i-1} H_i} + \overrightarrow{H_{i-1} M_{i-1}}) \times \overrightarrow{H_{i-1} N} - \overrightarrow{P_0 M_{i-1}} \times \overrightarrow{P_0 N}} \tag{21}$$

와 같고, 이 때 타원 위의 확장점

$$\overrightarrow{P_i} = \overrightarrow{M_i} + (\overrightarrow{M_i} - \overrightarrow{P_0}) \tag{22}$$

가 된다. 만약 $H_i = P_{k+1}$, $0 < k+1 < n$ 라 하면 위와 같은 방법으로 $H_{i+1} = P_{k+2}$ 라 두고 다음 확장점 P_{i+1} 을 구할 수 있으며, 이를 반복하여 타원을 계속 확장할 수 있다.

여기서 확장점들은 중심 C_{i-1} 를 통과하는 중심선을 기준으로 P_0 로부터 정확히 맞은편에 존재하므로 $\overrightarrow{P_0 P_i}$ 직선상에서 P_i 가 g 로부터의 가지는 오차는 P_0 가 g 로부터 가지는 오차와 서로 같다.



<그림 7> 디지털 호의 확장 예

그림 7은 타원을 확장하여 장축을 추출한 실험 예이며, 그림에서 작은 원으로 표시된 점들이 확장점들이다. 그림 7에서 점 A 는 P_0 와의 중심선이 H 를 통과하는 최초의 확장점이고, B 는 P_0 와의 중심선이 A 를 통과하는 2차(확장점으로부터 생성된) 확장점이다.

한편 그림 7에서 P_0 로부터 확장점 A 에 의해 증가된 파이면적은 중심선이 지나는 Z 상의 점 H 사이의 파이면적의 2배이므로 확장점들의 수는 같은 파이면적에 대해서 그 수가 Z 내의 점들 수의 절반이다. 즉, 그림 7에서 호 \widehat{HA} 내의 점의 수는 \widehat{AB} 내의 점의 수와 같지만 파이 면적은 후자가 전자의 2배이다.

2.5 축의 방향

장축과 단축이 만나는 점의 위치에서 약간의 거리오차가 많은 각도 오차를 발생시키므로 잡음을 가지는 Z 상에서 가장 먼 거리에 있는 점이 장축이 지나가는 점이라 보기 어렵다. 그런데 중심에서 Z 상의 점까지의 거리와 축의 길이를 알면 축과의 각도를 구할 수 있으므로 이를 이용하여 축의 방향을 구한다.

그림 8과 같이 Z 상의 점 P_i 가 중심 C 로부터 거리

$$\rho = \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} \quad (23)$$

여기서 a, b 는 각각 장축과 단축의 길이

라 하면, θ 는 그림 8에서 처럼 $\overrightarrow{CP_i}$ 가 z 의 외접원에 이르는 호의 각도이다. 따라서

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{a^2 - \rho^2}{\rho^2 - b^2}} \quad (24)$$

이고, 이것을 장축에 대한 CP_i 의 각도 ϕ_1 으로 변환하면

$$\phi_1 = \sin^{-1}\left(\frac{b}{a} \sin \theta\right) \quad (25)$$

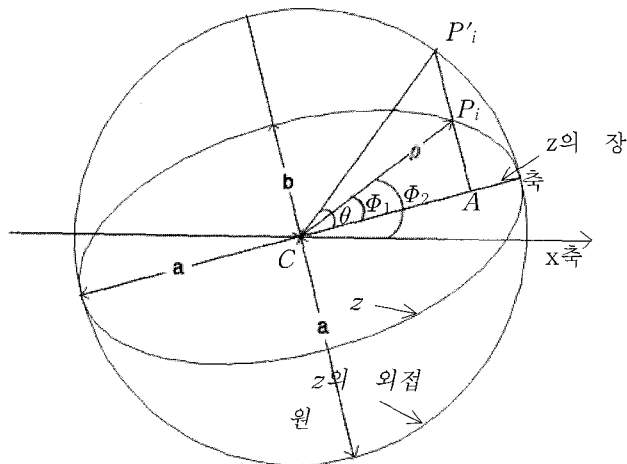
가 된다. 그리고 x 축과 $\overrightarrow{CP_i}$ 의 각도

$$\phi_2 = \sin^{-1}(\vec{x} \times \vec{p}) \quad (26)$$

여기서, \vec{x} 와 \vec{p} 는 중심에서 x 축방향 및 P_i 방향 단위벡터이므로 x 축에 대한 타원의 장축의 각도

$$\psi = \phi_2 - \phi_1 \quad (27)$$

이다.



<그림 8> 축의 각도

위와 같은 방법으로 Z상의 여러 개의 점들로부터 장축의 각도를 구해서 이를 평균하여 장축의 방향으로 사용할 수 있다. 한편 식(24)에서 ρ 가 a또는 b에 근접하는 경우 ρ 변화에 대해 θ 의 변화가 매우 커지므로

$$\frac{b}{t} < \rho < ta, \quad 0 < t < 1 \quad (28)$$

를 만족하는 적절한 t값을 정해서 이를 만족하지 않는 ρ 를 갖는 Z상의 점은 축의 각도계산에서 제외하는 것이 오차를 줄일 수 있다.

4장의 실험에서는 $t=0.9$ 이고 Z 내에서 일정한 격으로 7개의 점에 대해서 위 조건을 만족하는 ρ 에 대해 장축의 평균각도를 축의 방향으로 이용하였다.

다음은 앞 절에서 설명한 타원의 추출 및 분리에 대한 알고리즘이다.

```

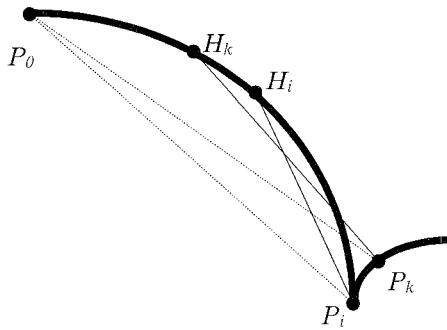
타원 분리 및 추출 알고리즘
(
    Z={P0,...,Pn};
    i=1; //호의 끝 위치 초기화
    j=0; //호의 시작위치 초기화
    S=Pj; //호의 시작점
    G=(실수평면 전영역); //중심후보영역초기화
    while((G!=∅) and (i<=n)) {
        호 SPj의 중심선 영역 V를 구한다;
        Gr = G - V; //제거되는 영역 보존
        G = G ∩ V;
        중심 Ci를 구한다;
        while(∠SCiPi > π) {
            j=j+1; //시작점 위치이동
            S=Pj;
        }
        i=i+1;
    }
    if(G==∅) breakpoint=i-2; //타원의 분리
    else breakpoint=n;
    중심 Cg를 구한다; //디지털호의 최종 중심
    ∠P0CgPi < π이면 호를 연장하여 Ze를 구한다;
    Z 또는 Ze로부터 장축과 단축의 길이를 구한다;
    A의 장축 방향을 구한다;
    타원을 출력한다;
    return breakpoint; //타원 분리점 반환
)
    
```

위의 알고리즘에서 중심 C_i 는 앞 2.3절의 방법을 이용하여 구할 수 있으나 호의 각도가 180도보다 큰 경우에는 중심후보영역 G의 꼭짓점의 평균위치와 큰 차이가 없으므로 빠른 처리를 위해 G의 꼭짓점의 위치 평균을 C_i 로 사용해도 무방하다.

그리고 Z 내에서 breakpoint가 발생한 후에는 $G=\emptyset$ 이므로 Gr은 breakpoint 발생 직전의 중심 후보 영역을 보존하기 위한 임시영역이다. 만약 Z 내에 breakpoint가 발생하면 Gr로부터 중심을 구하고, breakpoint가 없는 경우에는 최종 G로부터 중심 C_g 를 구한다.

2.6 breakpoint 위치조정

만약 디지털곡선 Z상에 여러 개의 타원이나, 직선 등이 같이 존재할 때 위 알고리즘에서 G가 ∅일 때 두 개의 곡선으로 분리되는 breakpoint를 발생시킨다. 그러나 위의 알고리즘에서는 두 곡선이 만나는 점으로부터 허용오차를 벗어나지 않는 범위 내에서 다음 곡선의 일부를 포함하는 경우가 생긴다. 예를 들어 그림 9에서 직관적인 breakpoint위치는 P_i 이지만 P_k 가 곡선 z_i 와의 거리오차가 허용오차 이내에 있으면 같은 곡선의 일부로 간주된다. 그런데 타원이 다른 곡선과 분리되는 지점 이후에는 현의 길이는 점점 길어지지만 호의 각도는 오히려 줄어드는 경우가 많다. 그림 9에서 P_0 를 기준으로 시계방향으로 $\overrightarrow{H_i P_i}$ 의 각도가 $\overrightarrow{H_k P_k}$ (여기서 H_i, H_k 는 각각 $\mathcal{D}(z, P_0, H_i, P_i)$ 와 $\mathcal{D}(z, P_0, H_k, P_k)$ 를 이등분하는 점, 2.4절 참조)각도보다 크게 되는 경우이며, 이와 같이 호가 분리되는 직후에 호의 각도가 계속 감소하는 점들을 breakpoint 대상에서 제외함으로써 breakpoint 위치를 더 정확하게 추출할 수 있다.



<그림 9> breakpoint 대상에서 제외되는 점(P_k)의 예

3. 본방법의 성능분석 및 기존 방법과의 비교

3.1 본방법의 성능 분석

알고리즘에서 $G \cap V$ 구하기 위해 V 의 두 경계선과 만나는 G 의 경계선을 찾아야한다. 디지털 곡선의 경우 픽셀단위로 구성되어 각도의 변화가 크지 않으므로 Z 내에서 호의 진행 방향과 반대 방향(호의각도가 줄어드는 방향)으로 존재하는 점들의 경우가 매우 적다고 보고 이를 무시하면 G 의 경계선과 V 의 경계선의 만남이 거의 순차적으로 일어나므로 처리속도는 거의 n 에 비례한다.

한편, 호의 연장은 같은 면적만큼 확장하기위해 면적의 절반이 되는 Z 내의 점들 수만큼 처리가 필요하다. Z 상의 점들이 편중되어 있는 최악의 경우에 호의 각도가 π 이상 되기 위해서 $n \log \frac{\pi}{\theta}$ (여기서 θ 는 $C_g P_n$ 이 외접원과 이루는 각도, 그림 8참조)개의 확장점들이 필요하다. 즉, 호의 확장을 위한 시간 및 공간복잡도는 $O(n + n \log \frac{\pi}{\theta})$ 이 필요하며, 호의 각도가 $\pi/4$ 이상이면 $3n$ 만의 처리속도 및 메모리가 필요하다.

그리고 중심 C_g (G 의 꼭짓점의 평균위치)와 C_g 계산의 경우 처리속도가 G 또는 G_r 의 꼭짓점의 수에 비례하고 이들은 최악의 경우 $2n$ 개를 넘지 않는다.

그 외에 장축과 단축의 길이 등을 구하기를 위

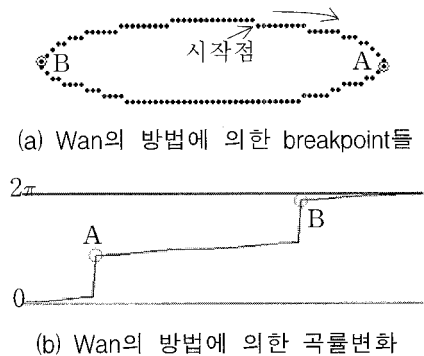
해서 Z_e 상의 모든 점에 대해서 한 번씩 처리과정을 거친다

3.2 기존방법과의 비교

배경을 포함한 모든 이미지 데이터로부터 타원을 찾아내는 방법으로는 HT를 이용하는 방법이 가장 많이 이용되고 있다. 그러나 Rosin[13]이 지적한 바와 같이 이 방법들은 시간 복잡도가 매우 높다. 그리고 Qiao[16]는 기존의 HT 방법들의 많은 단점에 대해서 지적하고, 이를 극복하기 위해 데이터간의 거리를 이용하여 호의 후보(윤곽선)를 찾고 그 윤곽선에 LSM을 적용하여 타원 호를 추출함으로써 최초로 배경잡음이 있는 데이터로부터 호의 각도가 $3\pi/4$ 미만인 여러 개의 타원 호들을 하나씩 찾아내는 방법을 제시하였다.

그러나 위의 방법은 이미지 내에서 타원 성분을 찾지만 물체인식에 있어서 중요한 정보인 직선성분이나, 직선 또는 곡선들이 만나는 점인 breakpoint의 위치 등은 추출하지 못한다.

한편 윤곽선을 대상으로 하는 Rosin[17]의 방법은 같은 곡선의 일부라도 인접한 곡선의 모양에 따라 breakpoint 위치가 다르며 이로 인하여 잘못된 breakpoint가 발생한다[16]. 잘못 분리된 직선성분은 그것이 비록 타원의 일부일지라도 타원보다 직선근사화가 오차가 더 작은 경우 직선으로 근사화되며, 최악의 경우 타원으로 간주될 수 있는 곡선 전체가 모두 직선으로 분리되어 근사화되는 경우도 생긴다[19].



(a) Wan의 방법에 의한 breakpoint들

(b) Wan의 방법에 의한 곡률변화

<그림 10> Wan의 방법($\nu=3, k=0.2$, 반복회수=50) Rosin의 방법과 달리 Wan의 방법[19]은 곡률

의 변화가 큰 점을 기준으로 곡선을 분리한다. 그러나 이 방법은 그림 10과 같이 디지털화에 의한 오차 외에는 잡음이 없는 타원의 경우에도 단축 대비 장축이 크면 점 A 및 B에서 호로 분리될 수 있다.

그리고 Wan의 방법은 smoothing 및 곡률변화 계산을 위하여 파라미터 k (convolution을 위한 상수)와 l (곡률변화 계산을 위한 거리간격) 그리고 곡률변화 계산 반복회수 등에 대한 임계값이 필요한데, 위 그림 10의 임계값은 저자가 실험에 공통적으로 사용한 값들이다.

또한 여러 개의 곡선이 부드럽게 연결된 경우 이들 곡선들을 분리하기 위해서 근사화 적합도(the measurement of goodness of fit) δ , 최대허용오차 ME 등에 대한 threshold 값들도 미리 정해주어야 한다. 특히 Wan의 방법은 δ 값에 매우 민감하여 breakpoint의 위치나 수에 많은 영향을 주며 논문에서 제시한 모든 실험의 입력 곡선이 비슷한 크기와 잡음을 가졌음에도 불구하고 그 값이 각각 다를 뿐만 아니라 그 값을 매우 정밀하게(유효숫자 3자리까지) 정해주어야 한다. 이와 같이 smoothing과 곡선분리를 위해 5개의 임계치를 미리 결정해야하므로 Wan이 언급한 바와 같이 근본적으로 경험적인 ("heuristic in nature"[19]) 요소를 피할 수 없다. 또한 잡음은 곡률에 영향을 매우 많이 주므로 4 장의 그림 11과 같은 잡음이 큰 데이터에는 적용하기 어렵다.

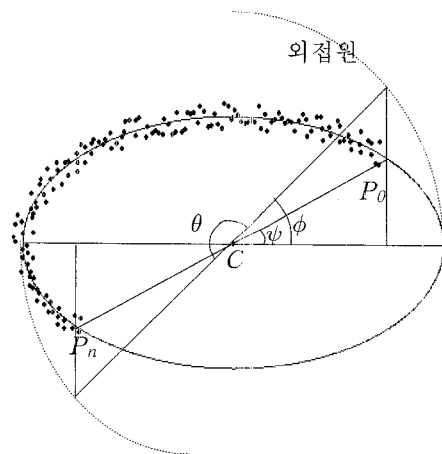
한편, 시간 복잡도에 있어서 Rosin의 방법은 segment의 수를 m , 각 segment내에 있는 디지털 곡선상의 점의 수의 평균을 k 라 하면 $n=mk$ 이다. 이때 각각의 시간복잡도는 $O(m^2k)=O(mn)$ 이 된다. 한편 Wan의 방법은 segment내에 두 개 이상의 곡선이 존재할 경우 이를 분리하기 위해 각 점에 대해서 $p(\geq 1)$ 개의 끝점을 차례로 제거하면서 호 또는 직선을 찾아야 하므로 $O(n^2/p)$ 의 시간복잡도가 필요하다.

본 방법의 경우 곡선의 모양이나 지역적인 곡률의 영향을 받지 않으므로 앞서 언급한 방법들과 같은 breakpoint를 발생하지 않는다. 그리고 허용오차에 대한 임계값만으로 타원 및 직선 추출이 가능하며 시간 복잡도에 있어서도 다른 방법에 비해 우수하다고 볼 수 있다.

4. 실험 및 분석

이 장에서는 본 방법의 성능확인을 위한 실험으로 호의 각도에 따른 정확성과 속도 및 2차원 곡선으로부터 타원의 분리 및 추출에 대한 실험 및 결과를 보인다.

실험을 위한 곡선은 장축의 길이 $a=100$, 단축의 길이 $b=50$ 인 타원 상에 $n=300$ 개의 점을 구하고 그 점에 대해 타원에 수직방향으로 잡음의 폭을 10(타원을 기준으로 ± 5)의 크기로 정하고, 호의 시작각도(외접원에 대한 각도)와 호의 각도를 변화시켜 실험하였다(그림 11 참조). 시작각도는 시작점 P_0 의 좌표를 $(a\cos\phi, b\sin\phi)$ 로 표현했을 때 외접원에 대한 각도 ϕ 를 나타내며, 호의 각도 θ 는 끝점 P_n 이 외접원과 이루는 각도와 ϕ 와의 차이 값이다.



<그림 11> 타원실험 데이터의 예
(시작각도 $\phi = \pi/4$, 호의 각도 $\theta = \pi$)

표 1은 시작 각도와 호의 각도를 변화시켜 구해진 타원과 Z상의 점들과의 거리오차, 중심오차 등 중요 파라미터들의 평균과 표준편차를 보여준다. 표에서 e_d, e_C, e_a 및 e_b 는 각각 Z상의 점과 구해진 타원간의 거리오차, 목표 타원의 중심과 구해진 중심 간의 거리오차, 장축의 길이 오차 및 단축의 길이오차이며 $\sigma_d, \sigma_C, \sigma_a$ 및 σ_b 는 각각에 대한 표준편차이다. 그리고 t 는 처리속도를

나타내며 단위는 msec이다(사용 컴퓨터 : CPU Pentium IV, 1Ghz). 여기서 허용오차 폭 e_i 는 식 (1)의 허용오차 e 의 2배이며 실험에서는 잡음 폭 크기의 2배인 20으로 하였다.

표 1에서 거리오차는 표준편차 이내에서 위의 모든 경우에 허용오차 e_i 를 넘지 않는 것을 보여 준다. 한편 중심의 오차와 축의 길이오차는 호의 각도(θ)가 작을수록 크지만 호의 각도가 π 보다 큰 경우에 급격히 오차가 줄어드는 것을 확인 하였다. 그리고 표 1에서 $\phi=0, \theta=\pi$ 일 때 단축의 오차가 매우 크게 나타나는데 이것은 중심 오차의 방향과 단축 오차의 방향이 일치하므로 단축에 크게 영향을 미친 결과이다.

호의 중심과 호의 끝점들을 연결하는 실제 각도(그림 11의 각도 ψ 참조)의 크기가 클수록 cone들의 중심선 각도차이가 커진다. 이것은 cone들의 공통영역 즉, 중심후보가 줄어들면서 이들이 최적의 중심에 근접해짐을 의미한다. 따라서 시작각도 $\phi=0$ 이고, θ 가 π 보다 작을 때 다른 곡선들에 비해 실제 각도가 작으므로 중심의 오차가 비교적 크게 나타난다. 이와 반대로 호의 시작각도가 $\phi=\pi/2$ 인 경우에는 작은 θ 값에도 불구하고 다른 곡선에 비해 여러 파라미터들의 오차가 작게 나타나는 것을 볼 수 있다.

에 비해 잡음이 큰 관계로 중심오차가 매우 커져서 비교대상에서 제외하였다.

한편 허용오차가 줄면 cone의 각도가 줄어들므로 후보영역의 범위가 줄어들고 이에 따라 오차의 크기도 줄어든다.

표 2는 잡음과 허용오차의 폭(잡음크기의 2배)을 줄여 실험한 결과를 보여 준다. 그리고 그림 12은 표 2의 실험 데이터로부터 추출한 중심들의 분포를 보여주고 있다. 그림 12에서 가운데 작은 원은 목표 타원의 중심이며 외부의 검은 띠는 100개의 Z 를 겹쳐서 그린 점들의 집합이다.

표 1에서 호의 각도에 따라 처리시간이 거의 비례하는 것을 볼 수 있다. 그런데 호의 각도 (θ)의 크기에 따라 Z 내의 점의 수 n 은 비례하므로 처리시간이 Z 내의 점 수 n 에 비례하는 것을 알 수 있다.

한편, 표 2의 경우 잡음이 작을수록 처리시간이 증가하는 것을 볼 수 있는데 이것은 cone의 교차점이 오차가 작을수록 많아지며 cone들의 교차점을 구하기 위한 처리속도가 증가한다. 최악의 경우는 z 내에 잡음이 없는 경우로 cone들이 모두 2개의 중심후보영역 꼭짓점을 만들므로 처리속도가 약 $O(2n)$ 에 가깝다. 잡음이 커지면 cone중심선의 각도변화가 크고 불규칙하므로 꼭짓점의 수가 오히려 줄어든다.

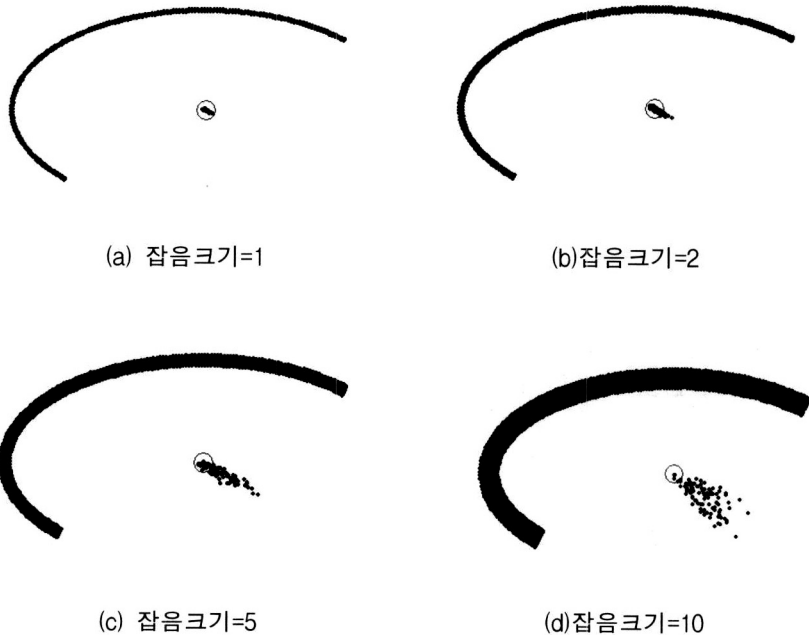
<표 1> 호의 시작각도와 호의 각도에 따른 주요 파라미터들에 대한 오차의 평균 및 표준편차(noise=10, $e_i=20, a=100, b=50$)

ϕ	θ	e_d / σ_d	e_c / σ_c	e_a / σ_a	e_b / σ_b	time(ms)
0	$\pi/2$	3.81 / 2.96	43.59 / 8.45	32.04 / 6.34	10.49 / 5.64	0.30
	π	4.76 / 3.79	33.68 / 12.21	14.07 / 6.96	30.43 / 12.06	0.74
	$3\pi/2$	7.50 / 6.12	8.80 / 3.86	6.94 / 3.10	6.97 / 2.14	0.96
	2π	3.16 / 2.19	1.33 / 0.60	2.86 / 1.18	2.93 / 0.76	1.48
$\pi/4$	$\pi/2$	3.85 / 3.03	30.61 / 21.76	17.74 / 14.22	8.60 / 6.12	0.48
	π	3.58 / 2.98	24.58 / 10.56	22.85 / 10.29	9.60 / 5.61	0.75
	$3\pi/2$	3.78 / 2.88	3.65 / 1.75	2.11 / 1.58	3.19 / 0.95	1.22
	2π	3.34 / 2.39	1.36 / 0.67	3.09 / 0.89	3.26 / 0.98	1.49
$\pi/2$	$\pi/2$	2.92 / 2.07	28.67 / 9.40	24.91 / 9.86	10.77 / 4.70	0.31
	π	3.27 / 2.36	13.05 / 7.78	12.68 / 8.22	3.66 / 1.70	0.78
	$3\pi/2$	3.66 / 2.73	2.39 / 1.21	2.36 / 1.26	3.29 / 1.18	1.18
	2π	3.63 / 2.68	2.41 / 0.99	2.74 / 1.08	2.33 / 1.53	1.48

호의 각도 θ 가 $\pi/2$ 보다 작은 경우는 호의 길이

<표 2> 잡음크기에 따른 주요 파라미터들에 대한 오차의 평균 및 표준편차
 ($\phi=\pi/4$, $\theta=\pi$, $a=100$, $b=50$)

잡음크기	거리오차 / 표준편차	중심오차 / 표준편차	장축오차 / 표준편차	단축오차 / 표준편차	처리속도 (ms)
1	0.29/0.21	1.02/0.68	0.91/0.66	0.41/0.31	0.86
2	0.60/0.43	2.61/1.86	2.37/1.79	1.08/0.84	0.84
5	1.59/1.20	9.80/7.12	9.24/6.75	3.68/2.78	0.78
10	3.58/2.98	24.58/10.56	22.85/10.29	9.60/5.61	0.75



<그림 12> 잡음크기에 따른 중심의 분포변화

그림 13은 디지털 곡선 내에서 타원을 추출한 실험의 예를 보여준다. 그림 13 (a)는 Qiao 실험 데이터[16]이며 1픽셀 이내의 잡음을 갖는 여러 개의 타원이 겹쳐져 있는 인공적인 그림이다. 그리고 그림 13 (c)는 타원에 가까운 나뭇잎의 이미지를 스캐너로 입력한 데이터이며 그림 13 (e)는 종이 테입의 사진이며 경계선이 직선성분을 포함하고 있는 실험의 예이다.

각 이미지의 윤곽선의 길이는 1632, 625 및 1064 픽셀이며, 그림 13의 (b), (d) 및 (f)는 허용오차 $\epsilon_t=3$ 를 적용하여 타원을 추출한 결과이다. 그림 (b), (d) 및 (f)에서 타원의 가운데 직선은 추출된 타원의 장축을 나타낸다. 모든 곡선의 시작점은 곡선의 최상단 좌측점이며, 맨 처음 호와

마지막 호는 합쳐서 다시 처리하였다.

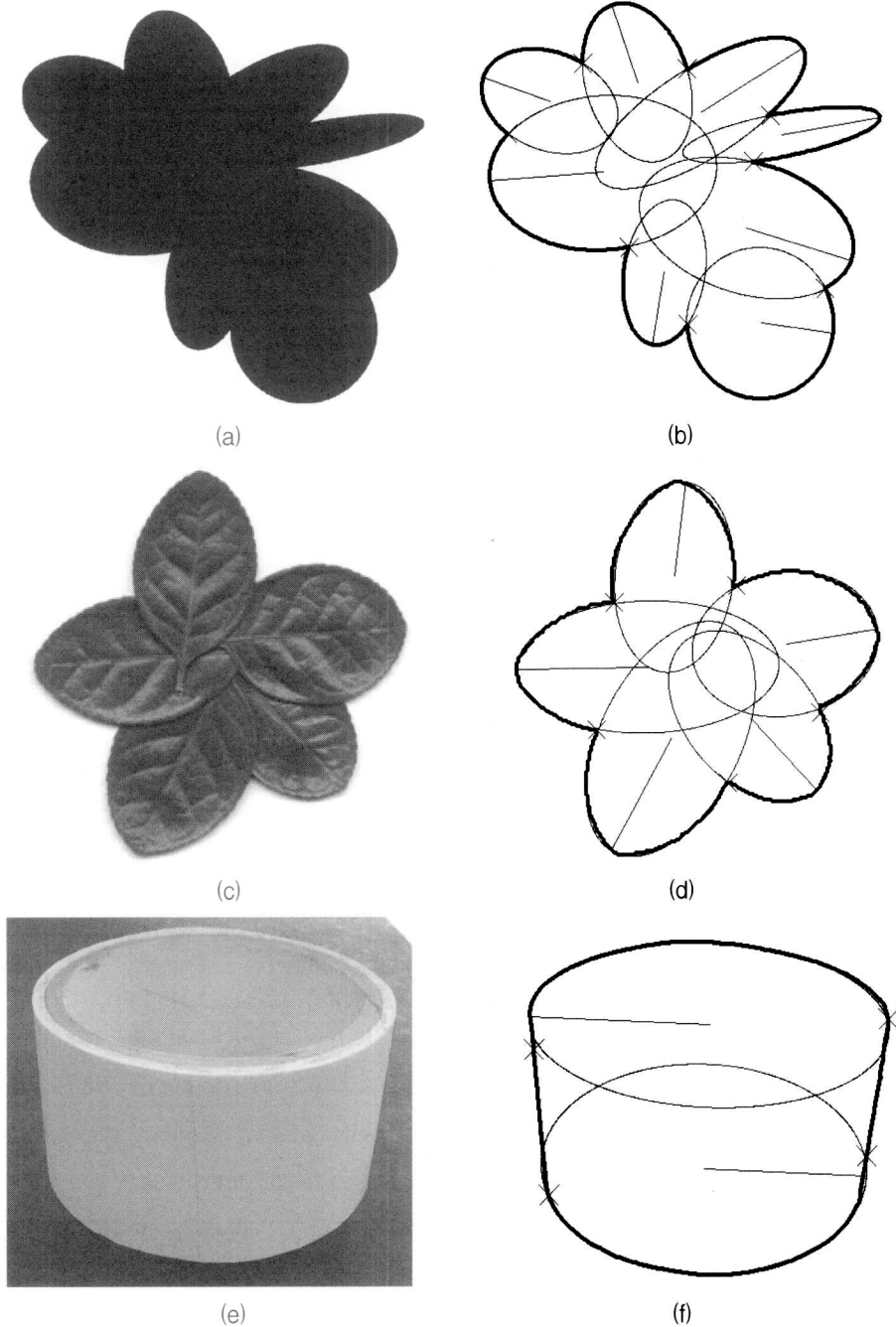
그림 13 (b)와 (d)의 경우 곡선들이 만나는 위치에서 곡률의 변화가 크므로 타원이 분리되는 위치(breakpoint : 그림 9에서 'X'표시 위치)가 실제의 위치와 매우 가까움을 보여주고 있다. 그러나 그림 (f)는 직선과 타원이 연결된 곡선으로 직선과 타원의 경계구분이 어려운 부분에서 breakpoint의 위치가 약간 벗어난다.

그림 (f)에서 추출된 호의 길이를 d 라 할 때 그것의 파이의 면적이 $\epsilon_t*d/2$ 보다 작으면 직선으로 간주하였다.

그림 13의 (e)의 경우 카메라를 접사하여 약 30도 각도로 촬영하였지만 카메라에서 아랫면과 윗면 그리고 앞 쪽과 뒤 쪽의 촬영 각도에 차이가 있다. 그림 (f)에서 추출된 타원은 윗 쪽이

$a=180.6$, $b=79.9$ 이고, 아랫 쪽이 $a=163.4$, $b=100.7$ 로서 이들의 각도를 장단축의 비를 이용하여 지면에 대해 카메라 각도 26.2도와 38.0도를 각각

구할 수 있다. 이와 같이 타원의 분리 및 추출은 이웃 도형간의 거리 및 각도 등 근사화된 3차원 정보를 얻을 수 있다.



<그림 13> 타원분리 및 추출실험 데이터

5. 결 론

이 논문에서 면적을 이용하여 곡선으로부터 타원을 분리하고 분리된 타원의 중심과 축을 찾는 새로운 방법을 제시하였다.

타원의 추출 또는 분리 방법으로 여러 방법들이 발표되었으나, 배경의 잡음을 포함한 이미지로부터 타원을 추출하는 방법은 시간과 공간의 복잡도가 매우 크고 패턴인식의 중요요소인 직선 성분이나, breakpoint의 위치 등에 대한 정보를 제공하지 않는다. 그리고 배경잡음을 포함하지 않는 기존의 곡선 분리 방법들은 이미지 모양에 따라 부적절한 breakpoint를 발생시키거나, 잡음에 민감하면서 경험적이고 많은 임계값들을 요구하는 등의 단점들이 있다.

제안된 방법은 $O(n)$ 에 가까운 처리속도를 보이면서 주어진 디지털 곡선으로부터 직선 및 타원을 분리 및 추출하고, 추출된 타원과 주어진 곡선간의 거리 평균오차가 허용오차 범위를 만족하는 것을 실험으로 보였다.

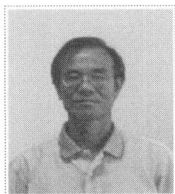
타원은 원이나 직선보다 더 포괄적인 도형이므로 디지털곡선의 근사화에 있어서 보다 유연하고 압축적인 표현이 가능하며, 타원분리 및 추출은 실험에서 보인 바와 같이 도형의 형태정보 뿐만 아니라, 장·단축 비에 의한 물체의 기울기 정보 등 3차원 위치정보를 취득하는 데에 이용될 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] C. M. Williams, "An Efficient Algorithm for the piecewise Linear Approximation of Planar Curves," *Computer Graphic and Image Processing* 6, pp.286-293, 1978.
- [2] K. Wall and P. Danielsson, "A fast method for polygonal approximation of digitized curves," *Computer Graphic and Image Processing* 28, pp.220-227, 1984.
- [3] Kim, H. S. and Kim, J. H., "A two-step circle detection algorithm from the intersecting chords," *Pattern Recognition Letter* 22, pp.627-636, 2001.
- [4] Chju, S.H. and Liaw J.J., "An effective voting method for circle detection," *Pattern Recognition Letter* 26, pp.121-133, 2005.
- [5] Song, J., Lyu, M. R. and Shijie C., "Effective multiresolution arc segmentation: algorithms and performance evaluation" *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transaction on*, Vol.26, No.11, pp.1491-1506, Nov., 2004.
- [6] Lim K. B., Xin K. and Hong G. S., "Detection and estimation of circular arc segments," *Pattern Recognition Letters* 16, pp.627-636, 1995.
- [7] Rosin, P. L. and West, G. A. W., "Segmentation of edges into lines and arcs" *Image and Vision Computing* Vol.7, No.2, pp.109-114, May, 1989.
- [8] C. Ichoku, B. Defontaines, and J. Chorowicz, "Segmentation of digital plane curves:a dynamic focusing approaching", *Recognition Letter* 26, pp.741-750, 1995.
- [9] A. Fitzgibbon, M. Pilu and R.B. Fisher, "Direct Least Square fitting of Ellipse," *IEEE Trans. on PAMI*, Vol.21, No.5, pp.476-480, Mar, 1999.
- [10] P. L. Rosin, "A note on the least square fitting of ellipses," *Pattern Recognition Letters* 14, pp.799-808, Oct, 1993.
- [11] Ho, C. H. and Chen, L. H., "A Fast ellipse/circle detector using geometric symmetry" *Pattern Recognition*, Vol.28, No.1, pp.117-124, 1995.
- [12] R. A. McLaughlin, "Randomized Hough Transform: Improved ellipse detection with comparison," *Pattern Recognition Letter* 19, pp.299-305, 1998.
- [13] P. L. Rosin, "Further Five-Point Fit Ellipse Fitting," *Graphical models and Image Processing* 61, pp.245-259, 1999.
- [14] Y. Lei and K. C. Wong, "Ellipse Detection based on symmetry," *Pattern Recognition*

- Letter 20, pp.41-47, 1999,
- [15] Z. Liu, H. Qiao and L. Xu, "Multiset mixture learning-based ellipse detection," Pattern Recognition 39, pp.731-735, 2006.
- [16] Y. Qiao, S. H. Ong, "Arc_base evaluation and detection of ellipse," Pattern Recognition 40, pp.1990-2003, 2007.
- [17] D.G. Lowe, "Three-dimensional object recognition form single two-dimensional images," Artificial Intelligence 31(3), pp.355-395, 1987.
- [18] P. L. Rosin and G. A. W. West, "Nonparametric segmentation of curves into various representations", IEEE Trans. PAMI, Vol.17 No.12, pp.1140-1153, Dec., 1995.
- [19] W. Wan and J. A. Ventura, "Segmentation of planar curves into straight-line segments and elliptical arcs," Graphical Models and Image Processing, Vol.59, No.6, pp.484-494, Nov. 1997.

류 승 필



1979 서울대학교 전자공학과
(학사)

1987충남대학교 전자공학과
(석사)

1980~1993 한국원자력연구소 계측제어연구실
선임 연구원

1991 충남대학교 전자공학과 (박사)

1993~현재 세명대학교 컴퓨터학부

관심분야: 패턴인식, 인공지능, 시뮬레이션

E-Mail: lsp415@semyung.ac.kr