다항상태 부품으로 구성된 다항상태 시스템의 신뢰도 분석에 관한 연구

이종형*†

* 건양대학교 병원관리학과

Reliability Analysis of Multistate Systems with Multistate Components

Chong Hyung Lee*†

* Department of Hospital Management, Konyang University

Key Words : Multistate System, Multistate Component, Importance, Reliability Bound

Abstract

Most of systems used in real fields are considered as multistate systems with multistate components. As one of methods for performance evaluation of the system, reliability analysis has been popularly used. In this paper, we propose an improved reliability analysis method which is based on state space decomposition method of Aven (1985). In deriving upper bounds, our method uses sets of unspecified states whereas Aven (1985) excludes sets of unacceptance states. Also, closer lower bounds to an exact reliability are obtained by considering of importance of min-path vectors.

1. 서 론

현대사회에서 처리되어야 하는 작업의 내용과 범위는 점차 복잡해지고 넓어짐에 따라, 이를 효율적으로 처리할 수 있는 많은 시스템들이 개발되어 오고 있다. 공장의 생산설비 시스템, 엔진 시스템, 전력발전 시스템과 같은 전통적인 형태의 시스템 뿐만 아니라 수송, 통신, 전력송신, 컴퓨터, 정보통신망 등의 네트워크(network)도 하나의 시스템으로 간주될 수 있다. 시스템을 구조적 관점에서 볼 때 여러 부품들이 연결되어 하나의 시스템을 구성하는 형태로써 시스템이 개발되어 오고 있으며 개발된 시스템의 안정성 및 신뢰성 확보가 절실히 필요한 만큼, 안정성 및 신뢰성을 측정해 줄 수 있는 방법인 시스템 신뢰도(system reliability) 평가도 매우 중요하게 고려되고 있다.

시스템의 신뢰도 평가를 위하여 시스템은 각 부품들 간의 연결구조(structure)와 각 부품들의 상태(state)로 모형화 될 수 있다. 이를 위하여 구조함수(structure function)와 그래프 이론(graph theory)이 사용되며, 구조함수의 경우 부품의 상태에 따라 시스템의 상태를 모형화하게 된다. 그래프를 사용하는 경우에는 부품(node)과 부품간의 연결선(link)을 통하여 모형화가 가능하다. 시스템의 상태는 각 부품들의 상태에 의하여 결정되게 되는데, 부품의 상태는 단순히 가동(working)과 고장(failure)으로 나누는 이항상태(binary state)와 가동, 부분가동 및 고장상태로 가동상태를 세분화하여 반영하는 다항상태(multistate)로 세분화 될 수 있다.

이항상태로 구성되는 부품 및 시스템의 신뢰도 평가에 관한 초기의 연구는 기본적으로 포함-배제(inclusion-exclusion) 방법에 기반을 둔 방법들이

† 교신저자 chlee@konyang.ac.kr

※ 이 논문은 2005년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국 학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2005-003-C00044).

제안되었다. 그러나 포함-배제 방법에 따른 신뢰도 평가방법들은 최소경로(minimal path) 또는 최소절단(minimal cut)의 수가 매우 적은 경우에 적합한 방법이며 최소경로 또는 최소절단의 수가 증가한다면 시스템의 성능평가를 위한 계산량과 계산 소요시간은 기하급수적으로 늘어나게 된다. Abraham(1979), Lock(1987)과 Lock and Wilson(1992)은 이항상태 시스템의 최소경로 집합이 주어진 경우 포함-배제 방법을 사용하지 않고 부울대수(Boolean algebra)에 기반을 둔 서로 소 방법(disjoint method)을 개발 및 개선하였다. 이 방법은 기본적으로 현재 고려하는 집합과 앞으로 고려해야 할 집합들이 새롭게 서로 여집합을 관계를 갖도록 반복하여 만들어 가는 방법이며 포함-배제 방법의 비효율성을 개선하였다. 그러나 이러한 연구들은 시스템 또는 부품의 상태를 완벽한 가동(perfect working)과 완전한 고장(complete failure)으로 지나치게 단순화하는 경향이 있으므로 현실 적용성에 문제점을 안고 있다. 이와 같은 이항상태를 갖는 부품과 시스템의 문제점을 보완하기 위하여 다항상태를 갖는 부품으로 구성된 다항상태 시스템이 Barlow and Wu(1978), Ross(1979), Butler(1982), El-Neweihi et al.(1978), Griffith(1980), Natvig(1982), Hudson and Kapur(1983, 1985)등에 의하여 고려되었다. 이중 El-Neweihi et al.(1978), Natvig(1982), Hudson and Kapur(1983)의 시스템 신뢰도 평가 방법은 기본적으로는 이항상태를 단순히 확장한 경우이며, 알고리즘도 이항상태의 포함-배제 방법에 기반을 두기 때문에 효율성의 향상을 반영하지 못하였다.

Hudson and Kapur(1985), Yarlagadda and Hershey(1991)는 Abraham(1979)의 서로 소 방법에 기반을 둔 이항상태 알고리즘을 다항상태를 갖는 부품으로 구성된 다항상태 시스템의 경우로 적용할 수 있도록 개선하였다. 또한 Doulliez and Jamoulle(1972)은 시스템의 상태공간(state space)을 승인 상태(acceptance state), 비승인 상태(unacceptance state) 및 비규정 상태(unspecified state)로 분류하는 상태공간 분할방법(state space decomposition method)을 제시하였으며 Aven(1985)은 상태공간 분할방법을 사용하여 다항상태 시스템의 신뢰도를 평가할 수 있는 방법을 제안하였다.

Heish and Lin(2003), Lin(2002), Jane et al.(1993), Lin et al.(1995)과 Varshney et al.(1994)은 다항상태 시스템의 최소경로 벡터를 효율적으로 찾는 방법들을 제안하였으나 신뢰도평가에 있어서는 Aven(1985)의 방법을 활용하고 있다.

본 논문에서는 다항상태 부품들로 구성된 다항상태 시스템과 각 부품의 상태가 반영된 최소-경로 벡터가 주어진 경우, 최소-경로 벡터의 중요도(importance)를 반영한 신뢰도 분석 알고리즘을 제안하고자 하며 이를 위하여 상태공간 분할방법을 이용한다. 이를 통하여 정확한 신뢰도에 가까운 신뢰도의 하한(lower bound)을 유도하고자 하며, 신뢰도의 상한(upper bound)은 얻어진 비승인 상태공간을 제거하는 Aven(1985)의 방법과 달리 얻어진 비규정 상태공간을 이용하여 얻어지도록 한다.

2. 기호, 용어와 가정

2.1 기 호

n	부품의 수
M_i+1	부품 i의 상태 수, $i=1, 2, \cdots, n$, $0<M_i<\infty$
X_i	부품 i의 상태를 나타내는 확률변수
x_{ij}	부품 i의 상태 j, $j=0, 1, 2, \cdots, M_i$
S_i	$\{x_{i0}, x_{i1}, \cdots, x_{iM_i}\}$, $i=1, 2, \cdots, n$
S	상태공간, $S=\{\mathbf{x}\ ;\ x_i \in S_i,\ i=1, 2, \cdots, n\}$
$\phi(\mathbf{x})$	부품의 상태벡터 $\mathbf{x}$에 관한 시스템의 상태
$M+1$	시스템의 상태 수, $0<M<\infty$
ϕ_j	시스템의 상태 j, $j=0, 1, 2, \cdots, M$
n_p	시스템의 주어진 상태에 관한 최소-경로 벡터의 수
$\mathbf{y}^l$	시스템의 주어진 상태에 관한 최소-경로 벡터, $l=1, 2, \cdots, n_p$
$R_i(j)$	$\Pr\{X_i \geq x_{ij}\}$, $i=1, 2, \cdots, n$, $j=0, 1, 2, \cdots, M_i$
k	얻어진 비규정 상태공간의 수
$\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$	iff 모든 i에 대하여 $x_i \leq y_i$
$\mathbf{x} < \mathbf{y}$	iff 모든 i에 대하여 $x_i < y_i$인 적어도 하나의 i가 존재하는 경우

2.2 용어

경로 벡터 : $\mathbf{x}$는 시스템의 상태 ϕ_j에 관한 경로벡터 iff $\phi(\mathbf{x}) \geq \phi_j$.

최소-경로 벡터 : 시스템의 상태 ϕ_j에 관한 경로벡터 $\mathbf{x}$는 최소-경로 벡터이다 iff 모든 $\mathbf{y} < \mathbf{x}$에 대하여 $\phi(\mathbf{y}) < \phi_j$.

2.3 가 정

1) 시스템은 다항상태 단조(monotone) 시스템이다. 즉, $\phi(\mathbf{x})$는 $\mathbf{x}$에 관하여 비 감소(nondecreasing)이다.
2) 확률변수 X_i들은 서로 독립이다.
3) 최소-경로 벡터는 주어진다.

3. AVEN의 알고리즘

Aven(1985)의 방법은 Doulliez and Jamoulle (1972)가 제시한 상태공간 분할방법을 사용하여 다항상태 시스템의 신뢰도를 평가할 수 있는 방법을 제안하였다. 상태공간 분할방법은 신뢰도 계산에 사용되는 승인 상태공간, 신뢰도 계산에 사용되지 않는 비승인 상태공간 및 승인 상태공간과 비승인 상태공간으로 분할되어야 할 비규정 상태공간으로 나누어지게 되며, 최소-경로 벡터 이용시 더 이상 신뢰도 증가가 가능한 승인 상태공간이 비규정 상태공간으로 부터 얻어지지 않는다면 정확한 시스템의 신뢰도를 얻게 된다.

상태공간 S의 구성요소로써 고려되는 비규정 상태공간 C, 승인 상태공간 A와 비승인 상태 공간 B는

$$C = \{\mathbf{x} \in S;\ \mathbf{b} \le \mathbf{x} \le \mathbf{b}^0\}$$

$$A = \{\mathbf{x} \in C;\ \mathbf{v}^0 \le \mathbf{x}\}$$

$$B = \{\mathbf{x} \in C;\ \text{적어도 하나의 } i\text{에 대하여 } x_i < v_i\}$$

으로 나타낼 수 있다. $\mathbf{v}^0$는 승인 상태공간의 하한 경계점이며 $\mathbf{b}^0$와 $\mathbf{b}$는 비규정 상태공간의 상한과 하한의 경계점이다. 현재의 비규정 상태공간을 승인 상태공간과 비승인 상태공간으로 분할하기 위하여 식 (1)을 최대화하는 최소-경로 벡터 $\mathbf{y}^l$을 $\mathbf{y}^{l_0}$로 선택한다.

$$max \sum_{i=1}^{n} [b_i^0 - max(y_i^{\,l}, b_i)],\ \ \mathbf{y}^l \le \mathbf{b}^0 \qquad (1)$$

선택된 최소-경로 벡터 $\mathbf{y}^{l_0}$에 관련된 승인 상태공간 및 비승인 상태공간의 새로운 경계점 $\tilde{\mathbf{y}}$, $\mathbf{v}^0$와 $\mathbf{v}$는

$$\tilde{y}_i = min\{y_i^l,\ \mathbf{y}^l \le \mathbf{b}^0\},$$
$$v_i^0 = max\{y_i^{l_0}, b_i\},\ \ v_i = max\{\tilde{y}_i, b_i\} \qquad (2)$$

으로 부터 얻어진다.

신뢰도의 하한 R^l은 얻어진 승인 상태공간들을 이용하여 식 (3)과 같이 얻을 수 있으며, 신뢰도의 상한 R^u는 식 (4)와 같이 비승인 상태공간의 확률 $P(B)$를 구하여 $R^u = 1 - P(B)$로 얻어진다.

$$R^l = R^l + \prod_{i=1}^{n} (R_i(v_i^0) - R_i(b_i^0 + 1)) \qquad (3)$$

$$P(B) = P(B) + \sum_{i=1}^{n} p_i^{(2)} \Big(\prod_{m=1}^{i-1} p_m^{(1)}\Big)\Big(\prod_{m=i+1}^{n} p_m^{(3)}\Big) \qquad (4)$$

여기서 $p_i^{(1)} = R_i(v_i) - R_i(b_i^0 + 1)$, $p_i^{(2)} = R_i(b_i) - R_i(v_i)$과 $p_i^{(3)} = p_i^{(1)} + p_i^{(2)}$이다.

새로운 비규정 상태공간의 유도를 위하여 $v_i < v_i^0$를 만족하는 모든 i를 a_d의 값으로 설정하며, 위의 조건을 만족하는 i가 존재하지 않는 경우 $s = 0$으로 설정한다. 만일 $s \ge 1$이면, $d = 1, 2, \cdots, s$와 $i = 1, 2, \cdots n$에 대하여

$$b_i^0(d+k-1) = \begin{cases} v_i^0 - 1, & i = a_d \text{ 경우} \\ b_i^0, & \text{그 외} \end{cases}$$
$$b_i(d+k-1) = \begin{cases} v_i^0, & i < a_d \text{ 경우} \\ v_i, & \text{그 외} \end{cases} \qquad (5)$$

으로 비규정 상태공간들의 각 경계점을 유도한다.

4. 제안 알고리즘

4.1 신뢰도의 하한 유도

시스템의 최소-경로 벡터들이 주어진 경우 신뢰도의 하한의 향상이 가장 큰 최소-경로 벡터부터 신뢰도 하한의 계산에서 활용하여, 보다 정확한 시스템의 신뢰도에 근접한 신뢰도 하한을 구할 수 있다. 이를 위하여 식 (6)과 같이 비규정 상태공간에 속한 최소-경로 벡터들 중 중요도를 확률로 평가하고, 식 (6)을 최대화하는 최소-경로 벡터 $\mathbf{y}^l$을 $\mathbf{y}^{l_0}$로 선택하여 신뢰도 하한의 계산에 사용한다.

$$H(\mathbf{y}^l) = \prod_{i=1}^{n} [R_i(max(y_i^{\,l}, b_i) - R_i(b_i^{\,0} + 1)],\ \ \mathbf{y}^l \le \mathbf{b}^0 \qquad (6)$$

여기서 $y_i^{\,l}$은 l번째 최소-경로 벡터의 i번째 부품의

상태이다.

예제 1. 시스템의 최소-경로 벡터는 $\mathbf{y}^1=(1,3)$, $\mathbf{y}^2=(2,2)$와 $\mathbf{y}^3=(3,1)$이며 각 부품의 최대 및 최소 상태 벡터는 $\mathbf{b}^0=(4,4)$와 $\mathbf{b}=(0,0)$라고 하자. 또한 각 부품에 대하여 $R_1(4)=0.1$, $R_1(3)=0.2$, $R_1(2)=0.4$, $R_1(1)=0.9$와 $R_2(4)=0.25$, $R_1(3)=0.5$, $R_2(2)=0.7$, $R_2(1)=0.85$으로 주어지는 경우, Aven의 방법은 식 (1)과 식 (2)에 의하여 (2,2)를 첫 번째 최소-경로 벡터 $\mathbf{y}^{l_0}$와 $\mathbf{v}^0$로써 선택하며, 식 (3)에 의하여 첫 번째 신뢰도 하한으로 0.28(=0.4×0.7)을 얻게 된다. 제안하는 방법은 식 (6)과 식 (2)에 의하여 첫 번째 최소-경로 벡터 (1,3)을 $\mathbf{y}^{l_0}$와 $\mathbf{v}^0$로 선택하고 첫 번째 신뢰도 하한으로 0.45(=0.9×0.5)를 얻게 되어 신뢰도의 하한을 보다 정확한 신뢰도에 근접하도록 구할 수 있다.

4.2 신뢰도의 상한 유도

Aven의 신뢰도의 상한을 구하는 방법은 반복하여 얻어지는 비규정 상태공간들을 제거함으로써 얻어진다. 반면에 제안하는 방법은 현재 얻어진 신뢰도의 하한과 신뢰도 하한을 갱신하기 위하여 얻어진 비규정 상태공간들을 이용한다.

현재 신뢰도 하한의 유도에서 사용된 w^*번째 비규정 상태공간으로 부터, $\mathbf{b}^0(d)$, $\mathbf{v}(d)$와 $u(d)=\prod_{i=1}^{n}[R_i(v_i(d))-R_i(b_i^0(d)+1)]$, $d=1,2,\cdots,s$가 얻어졌다고 하자. 이때 신뢰도의 상한 R^u는

$$\begin{cases} H(\mathbf{y}^{l_0},w^*)+\sum_{d=1}^{s}u(d), & w^*=0 \text{ 인 경우} \\ R^u-u(w^*)+H(\mathbf{y}^{l_0},w^*)+\sum_{d=1}^{s}u(d), & \text{그 외} \end{cases} \tag{7}$$

이며, $H(\mathbf{y}^{l_0},w^*)$는 w^*번째 비규정 상태공간으로 부터 생성된 $H(\mathbf{y}^{l_0})$이다.

예제 2. (예제 1의 계속) Aven의 방법을 적용하는 경우, 비승인 상태공간의 확률 $P(B)$는 $\mathbf{y}^{l_0}=\mathbf{v}^0=(2,2)$와 식 (2)으로 부터 유도된 $\tilde{\mathbf{y}}=\mathbf{v}=(1,1)$를 식 (4)에 적용하면 0.235(0.1×1.0+0.15×0.9)으로 얻어진다. 따라서 신뢰도의 상한은 0.765(=1-0.235)이다. 제안하는 방법의 경우 식 (5)에 의하여 첫 번째로 얻어지는 비승인 상태공간의 경계점은 $\mathbf{b}^0(1)=(4,2)$와 $\mathbf{b}(1)=(1,1)$이며, $\mathbf{y}^l\le\mathbf{b}^0(1)$를 만족하는 최소-경로 벡터인 (2, 2)과 (1, 3)으로 부터 $\tilde{\mathbf{y}}(1)=\mathbf{v}(1)=(2,1)$이 유도된다. 따라서 식 (7)로 부터 신뢰도의 상한은 0.59(= 0.45 + 0.4 × 0.35)로써 얻어진다.

4.3 알고리즘

다항상태 부품을 갖는 다항상태 시스템의 신뢰도 분석을 위하여, 정확한 시스템 신뢰도에 보다 가까운 신뢰도의 상한과 하한을 제안하는 알고리즘은 아래와 같다. 여기서 w^*는 k개의 비규정 상태공간들 중 선택된 비규정 상태공간의 인덱스(index)이다. 또한 s는 비규정 상태공간 w^*로 부터 새롭게 생성된 비규정 상태공간의 개수이며 $n(\mathbf{y}^l)$ 은 $\mathbf{y}^l\le\mathbf{b}^0(w^*)$을 만족하는 $\mathbf{y}^l$들의 개수이다.

[단계 1] (초기화 설정)
$R^l=0$, $w^*=0$, $k=0$, $u(w^*)=0$, $b_i^0(w^*)=M_i$, $b_i(w^*)=0$, $\tilde{y}_i(w^*)=min\{y_i^l,\ \mathbf{y}^l\le\mathbf{b}^0(w^*)\}$, $v_i(w^*)=max\{\tilde{y}_i, b_i(w^*)\}$으로 설정한다. 단, $i=1,2,\cdots,n$.

[단계 2]
(최소-경로 벡터 선택)
$i=1,2,\cdots,n$에 대하여

$$H(\mathbf{y}^l,w^*)\equiv\prod_{i=1}^{n}[R_i(max\{y_i^l, b_i(w^*)\})-R_i(b_i^0(w^*)+1)],\quad \mathbf{y}^l\le\mathbf{b}^0(w^*)$$

$$v_i^0(w^*)=max\{y_i^{l_0}, b_i(w^*)\}.$$

(신뢰도의 하한 계산) $R^l=R^l+H(\mathbf{y}^{l_0},w^*)$

[단계 3]
(비규정 상태공간의 유도) 식 (5)에 의하여 $d+k$ 번째 비규정 상태공간의 경계점 $\mathbf{b}^0(d+k)$와 $\mathbf{b}(d+k)$를 유도하고 이로부터 $\tilde{\mathbf{y}}(d+k)$, $\mathbf{v}(d+k)$와 $u(k+d)$를 생성한다.

$$u(k+d)=\prod_{i=1}^{n}[R_i(v_i(k+d))-R_i(b_i^0(k+d)+1)] \tag{8}$$

(신뢰도의 상한 계산) 신뢰도의 상한 R^u는 $d=1,2,\cdots,s$에 대하여 다음과 같이 얻어진다

$$\begin{cases} H(\mathbf{y}^{l_0}, w^*) + \sum_{d=1}^{s} u(k+d), \ w^* = 0 \text{ 인 경우} \\ R^u - u(w^*) + H(\mathbf{y}^{l_0}, w^*) + \sum_{d=1}^{s} u(k+d), \ \text{그 외} \end{cases}$$

임의의 $\mathbf{b}^0(k+d)$에 대하여 $n(\mathbf{y}^l)=1$경우, $\mathbf{v}(k+d)$ 대신 $\mathbf{v}^0(k+d)$를 유도 후 이를 식 (8)에 적용하여 신뢰도의 상한 R^u를 구한다.

<표 1> 제안된 알고리즘에 따른 결과

단계	얻어지는 결과
2	$l^0=1$, $\mathbf{y}^{l_0}=(0,3,3)$, $\mathbf{v}^0(0)=(0,3,3)$, $R^l=0.8836$
3	$s=2$, $a_1=2$, $a_2=3$, $\mathbf{b}^0(1)=(4,2,4)$, $\mathbf{b}(1)=(0,0,1)$, $\tilde{\mathbf{y}}(1)=\mathbf{v}(1)=(2,0,2)$, $u(1)=0.05415$ $\mathbf{b}^0(2)=(4,4,2)$, $\mathbf{b}(2)=(0,3,1)$, $\tilde{\mathbf{y}}(2)=(2,2,1)$, $\mathbf{v}(2)=(2,3,1)$, $u(2)=0.04465$ $R^u=R^l+0.05415+0.04465=0.9824$
4	$w^*=1$, $k=2$
2	$l^0=3$, $\mathbf{y}^{l_0}=(3,0,3)$, $\mathbf{v}^0(1)=(3,0,3)$, $R^l=R^l+0.053016=0.936616$
3	$s=2$, $a_1=1$, $a_2=3$, $\mathbf{b}^0(3)=(2,2,4)$, $\mathbf{b}(3)=(2,0,2)$, $\tilde{\mathbf{y}}(3)=\mathbf{v}(3)=(2,2,2)$, $u(3)=0.000095$ $\mathbf{b}^0(4)=(4,2,2)$, $\mathbf{b}(4)=(3,0,2)$, $\tilde{\mathbf{y}}(4)=(2,2,2)$, $\mathbf{v}(4)=(3,2,2)$, $u(4)=0.000094$ $R^u=R^u-0.05415+0.053016+0.000095+0.000094=0.981455$
4	$R^l=R^l+0.000095+0.000094=0.936805$ $w^*=2$, $k=4$

[단계 4]

(신뢰도 하한 수정) $n(\mathbf{y}^l)=1$을 만족하는 $\mathbf{b}^0(k+d)$에 대하여, 해당 $u(k+d)$들을 신뢰도의 하한에 반영한다. 만일 모든 $\mathbf{b}^0(k+d)$가 사용된 경우 *STOP.*

(진행) 그렇지 않은 경우, 사용되지 않은 $u(k+d)$에 대하여 $u(k+d)$를 최대화하는 $k+d$를 w^*로 설정한다. 또한 $k=k+s$로 설정하고 [단계 2]로 이동한다.

예제 3. 시스템의 최소-경로 벡터는 $\mathbf{y}^1=(0,3,3)$, $\mathbf{y}^2=(2,2,2)$, $\mathbf{y}^3=(3,0,3)$ 및 $\mathbf{y}^4=(3,3,1)$이며 각 부품의 최대 및 최소 상태벡터는 각각 $\mathbf{M}=\mathbf{b}^0=(4,4,4)$와 $\mathbf{b}=(0,0,0)$라고 하자.

또한 각 부품에 대하여 $R_i(4)=0.93$, $R_i(3)=0.94$, $R_i(2)=0.95$, $R_i(1)=0.99$, $i=1,2,3$으로 주어졌다고 하자. 제안된 알고리즘에 따라 <표 1>과 같은 결과가 얻어진다.

<표 1> 이후에는 $\mathbf{b}^0(2)=(4,4,2)$와 $\mathbf{b}(2)=(0,3,1)$를 이용하여 신뢰도의 상한과 하한의 결과를 얻는 과정이 수행된다. 이에 관한 결과의 유도과정은 <표 1>에서 생략하였으나 얻어지는 신뢰도의 상한과 하한의 결과 및 Aven의 방법을 적용하는 경우의 신뢰도 상한과 하한의 결과는 <표 2>에 주어졌다. 알고리즘의 첫 번째 반복에 있어서 Aven의 방법과 제안방법 모두 최소-경로 벡터로써 (0, 3, 3)을 선택하여 신뢰도의 하한이 0.8836으로 동일하게 얻어졌으나, 2번째 반복에서 Aven의 방법과 제안방법은 각각 최소-경로 벡터를 (2, 3, 2)와 (3, 0, 3)으로 선택하게 되어 신뢰도의 하한은 0.89253(Aven방법)과 0.936616(제안방법)으로 얻어진다. 따라서 제안방법을 통한 신뢰도의 하한이 정확한 신뢰도에 보다 근접됨을 알 수 있으며 신뢰도의 상한과 하한간의 차이도 작음을 알 수 있다.

<표 2> AVEN의 방법과 제안된 방법에 따른 시스템 신뢰도의 상ㆍ하한 차이(예제 3의 경우)

반복수	AVEN의 방법			제안된 방법		
	하한	상한	상ㆍ하한 차이	하한	상한	상ㆍ하한 차이
1	0.8836	0.99	0.1064	0.8836	0.9824	0.0988
2	0.89253	0.98765	0.09512	0.936616	0.981455	0.044839
3	0.927847	0.987274	0.059427	0.936805	0.981455	0.04465
4	0.936899	0.982024	0.04125	0.98098	0.981079	0.000094
5	0.981079	0.981079	0.0	0.981079	0.981079	0.0

5. 결 론

본 논문에서는 다항상태 부품으로 구성된 다항상태 시스템의 최소-경로 벡터와 상태공간 분할방법을 이용하여 시스템의 신뢰도 분석이 가능한 알고리즘을 제안하였다. 최소-경로 벡터를 이용하여 신뢰도를 평가하는 경우, 정확한 신뢰도는 모든 최소-경로 벡터가 사용되는 경우에 얻어지게 된다. 제안하는 알고리즘에서는 신뢰도의 상한을 유도하기 위하여 Aven의 비승인 상태공간를 제외하는 방법과 달리 생성되어 있는 비규정 상태공간들을 사용하여 얻도록 하였다. 또한 신뢰도의 하한의 경우, 신뢰도의 하한이 정확한 시스템의 신뢰도로 증가할 때 신뢰도의 향상이 큰 최소-경로 벡터부터 반영되도록 하여, Aven의 방법에 따른 신뢰도의 하한에 비하여 정확한 시스템의 신뢰도에 가까운 하한을 얻을 수 있도록 하였다. 추후에는 알고리즘 복잡도와 컴퓨터 가동시간의 측정을 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] Abraham, J. A.(1979), "An improved algorithm for network reliability", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-28, pp. 58-61.

[2] Aven, T.(1985), "Reliability evaluation of multistate systems with multistate components", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-34, pp. 473-479.

[3] Barlow, R. E. and Wu, A. S.(1978), "Coherent systems with multistate components", *Mathematics of Operations Research*, Vol. 4, pp. 275-281.

[4] Butler, D. A.(1982), "Bounding the reliability of multistate systems", *Operations Research*, Vol. 30, pp. 530-544.

[5] Doulliez, P. and Jamoulle, J.(1972), "Transportation networks with random arc capacities", *RAIRO, Recherche Operationnelle Operations Research*, Vol. 3, pp. 45-60.

[6] El-Neweihi, E., Proschan, F., and Sethuraman, J.(1978), "Multistate coherent systems", *Journal of Applied Probability*, Vol. 15, pp. 675-688.

[7] Griffith, W. S.(1980), "Multistate reliability models", *Journal of Applied Probability*, Vol. 17, pp. 735-774.

[8] Heish, C. C. and Lin, M. H.(2003), "Reliability-oriented multi-resource allocation in a stochastic flow network", *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 81, pp. 156-161.

[9] Hudson, J. C and Kapur, K. C.(1983), "Reliability analysis for multistate systems with multistate components", *AIIE Transactions*, Vol. 15, pp. 127-135.

[10] Hudson, J. C and Kapur, K. C.(1985), "Reliability bounds for multistate systems with multistate components", *Operations Research*, Vol. 33, pp. 153-160.

[11] Jane, C. C., Lin, J. S., and Yuan, J.(1993), "Reliability evaluation of a limited-flow network in terms of minimal cutsets", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 42, pp. 354-368.

[12] Lin, J. S., Jane, C. C., and Yuan, J.(1995), "On reliability evaluation of a capacitated-flow network in terms of minimal pathsets", *Networks*, Vol. 25, pp. 131-138.

[13] Lin, Y. K.(2002), "Using minimal cuts to evaluate the system reliability of a stochastic-flow network with failures at nodes and arcs", *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 75, pp. 41-46.

[14] Lock, M. O.(1987), "A minimizing algorithm for sum of disjoint products", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 36, pp. 445-453.

[15] Lock, M. O. and Wilson, J. M.(1992), "Note on disjoint products algorithm", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 41, pp. 81-84.

[16] Natvig, B.(1982), "Two suggestions of how to define a multistate coherent system", *Advanced Applied Probability*, Vol. 14, pp. 434-455.

[17] Ross, S. M.(1979), "Multivalued state component systems", *Annals of Probability*, Vol. 7, pp. 379-383.

[18] Varshney, P. K., Joshi, A. R., and Chang, P. L.(1994), "Reliability modeling and performance evaluation of variable link capacity networks", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 43, pp. 378-382.

[19] Yarlagadda, R. and Hershey, J.(1991), "Fast algorithm for computing the reliability of communication network", *International Journal of Electronics*, Vol. 70, pp. 549-564.