

공정개선 의사결정을 위한 VSI \bar{X} 관리도의 경제적 설계

송서일* · 김재호* · 정혜진*†

* 동아대학교 산업경영공학과

Economic Design of VSI \bar{X} Control Chart for Decision to Improve Process

Suh-Ill Song* · Jae-Ho Kim* · Hey-Jin Jung*†

* Dept. Industrial Management System Engineering Dong A Univ.

Key Words : SPC, VSI \bar{X} Control Chart, Economic Design, Taguchi, PIC(Process Improvement Criterion)

Abstract

Today, the statistical process control (SPC) in manufacture environment is an important role at the process by the productivity improvement of the manufacturing systems. The control chart in this statistical method is widely used as an important statistical tool to find the assignable cause that provoke the change of the process parameters such as the mean of interest or standard deviation. But the traditional SPC don't grasp the change of process according to the points fallen the near control limits because of monitoring the variance of process such as the fixed sampling interval and the sample size and handle the cost of the aspect of these sample point.

The control chart can be divided into the statistical and economic design. Generally, the economic design considers the cost that maintains the quality level of process. But it is necessary to consider the cost of the process improvement by the learning effects.

This study does the economic design in the VSI \bar{X} control chart and added the concept of loss function of Taguchi in the cost model. Also, we proved that the VSI \bar{X} control chart is better than the FSI \bar{X} in terms of the economic aspects and proposed the standard of the process improvement using the VSI \bar{X} control chart.

1. 서 론

제품 품질을 검사, 제어 그리고 개선하는데 사용되는 많은 기법들 중에 통계적 공정관리(SPC : statistical process control)는 공정의 품질과 제품의 품질을 개선하는데 유용하게 사용되고 있는 문제 해결 도구이다. 통계적 공정관리 기법 중 관리도는 제조 공정의 유지, 개선에 중요한 역할을 한다. 소위 근대적

품질관리는 관리도와 더불어 창출되었으며, 제조현장에서 품질관리는 관리도에서 끝난다고 할 만큼 관리도는 품질관리에서 중요한 부분을 차지하고 있다.

하지만 전통적인 관리도들은 고정된 샘플링 간격과 샘플 크기로써, 공정변동을 감시함으로써 관리한 계 근처에 타점되는 샘플 점들에 대하여 공정의 이상여부를 정확하게 감지하지 못하고 있다. 그리고 관리한계선 근처에 타점되는 점들에 의해 샘플링 구간을 짧게 한다면 경제적인 낭비도 초래한다는 단점을 가지고 있다. 본 연구에서는 이러한 단점을 극복하는 하나의 방법으로써, 타점된 샘플 점들은 관리도상의 위치에 따라서 샘플링 간격을 달리하는

† 교신저자 qclab000@hanmail.net

※ 본 연구는 2005년도 동아대학교 학술연구조성비(공모 과제)에 의하여 연구되었음.

VSI(variable sample interval) \bar{X} 관리도를 사용하였다[9].

전통적인 관리도의 단점인 고정된 샘플 크기와 샘플링 구간에 대한 문제점을 개선하기 위해서 VSS (variable sample size)와 VSI의 관리도의 이론이 나타나기 시작하면서부터 여러 학자들에 의해 많은 연구가 행해졌다. 다양한 샘플링 구간에 대한 개념은 처음으로 Dodge의 “Skip-lot sampling design”이 제시된 후에 품질관리 적용에 관심을 가지게 되었으며, Arnold는 수질오염 수준을 모니터링하기 위하여 VSI 관리도의 특성을 사용하여, 이 분야에서 최초의 연구가 시작되었다. 이 이후로 Costa [2]는 다양한 샘플 크기(VSS)를 갖는 \bar{X} 관리도를 개발하여 수행도 평가를 통해서 우수성을 입증하였으며, 그 후 Reynolds, Amin, Arnold와 Nachlas[9, 1]는 다양한 샘플링 구간을 가지는 \bar{X} 관리도의 특성을 논하였다. Costa[3]는 다양한 샘플링 구간과 샘플 크기를 가지는 VSSI(Variable Sample Size and Interval) \bar{X} 관리도의 특성을 평가하는 절차로 마코브 연쇄를 사용하였다. Prabhu, Montgomery와 Runger[8]는 다양한 샘플링 구간과 샘플 크기를 가지는 \bar{X} 관리도를 논하였다. Park는 Duncan[4]의 경제적 설계 모형을 바탕으로 하여 다중 이상원인이 존재하는 공정에서 단위당 기대 비용을 최소화하는 VSS \bar{X} 관리도의 경제적 설계에 대한 연구를 하였다[7]. Linderman은 다변량 EWMA 관리도의 경제적 통계적 설계에 대한 연구가 이루어졌다[5].

기존에는 공정을 효율적으로 유지하기 위한 경제적 설계가 대부분이었으나 한 사이클이 둘고 같은 사이클이 반복되면 사이클 시간이나 비용이 학습효과에 의해 감소된다는 것을 알 수 있다. 이러한 경우에 현재 품질수준을 유지하는 것과 개선된 품질 수준을 도입하는 것 중 어느 것이 보다 경제적으로 유용한지를 결정해야 한다. 하지만 이러한 경우에 의사결정은 쉬운 일이 아니다. 본 연구에서는 이러한 경우 공정개선의 여부에 대한 기준을 제시하였다.

본 연구는 학습효과에 의한 비용 감소에 초점을 둔 공정 개선을 위한 비용 모델을 VSI \bar{X} 관리도의 경제적 설계에 적용하기 위하여 다음의 절차를 따르고자 한다.

첫째, 공정 품질의 경제적 최적화를 위해 Lerenzen과 Vance(1986)[6]에 의해 개발된 비용모형에 Taguchi의 손실함수 모형[10]을 통합한 경제적 모형을 설

계하여 VSI \bar{X} 관리도에 적용시킨다.

둘째, 경제적 모형의 비용을 최소화하는 VSI \bar{X} 관리도의 설계 모수를 구하고, 비용 면에서 FSI \bar{X} 관리도와 비교하여 VSI \bar{X} 가 경제적으로 효율적이라는 것을 증명한다.

셋째, 공정 개선을 위한 비용모형을 설계하여 공정 개선기준을 구한 후, VSI \bar{X} 관리도에 적용하여 공정 개선 여부를 의사결정하는 방법을 제시한다.

2. VSI \bar{X} 관리도의 경제적 설계

2.1 일반적 가정과 기호정의

VSI \bar{X} 관리도의 경제적인 설계를 위하여 다음과 같은 일반적인 가정을 둔다.

첫째, 공정은 관리상태에 있을 때, 평균 μ 와 표준 편차 σ 를 가진다고 가정하고, 품질특성치의 공정 산출물(output)은 정규분포를 따른다고 가정한다. 샘플 평균 \bar{X} 는 $N(\mu, \sigma^2/n)$ 를 따른다.

둘째, 표준편자는 σ 로 유지되는 반면에 공정 평균은 μ 에서 $\mu \pm \delta\sigma$ 로 공정이 이동하면 이상원인이 발생한다.

셋째, 공정은 스스로 조정되지 않는다. 이상상태의 변화가 발생했을 때, 공정은 자체적으로 안정상태로 돌아 올 수 있다.

넷째, 만일 데이터가 관리한계 밖으로 떨어진다면, 공정은 이상상태라고 가정한다. 이상원인을 찾고 정확한 조치를 취한다.

다섯째, 품질 수준의 목표값은 고객 기대와 시장 상태에 따라 정해진다.

다음은 비용함수에 포함되는 기호를 정의 한다.

2.1.1 품질수준유지를 위한 비용함수 기호

d_1 = 짧은 샘플 구간

d_2 = 긴 샘플 구간

τ = 관리상태에 있는 동안에 i 번째와 $i+1$ 번째 샘플 사이에서 이상원인이 발생하는 기대시간

s = 관리상태에 있는 동안 취해지는 샘플의 기대 수

E = 하나의 항목을 택하는데 소요되는 시간

Y = 혀위경보당 비용

n = 샘플 크기

a = 관리도에서의 샘플당 고정비

b = 각 데이터 점들의 변동비
 T_0 = 신호가 허위경보일 때 조사하는데 소요되는 시간
 T_1 = 이상원인을 발견하는데 소요되는 기대시간
 T_2 = 공정 이동의 원인을 찾고 수리하는데 필요한 기대시간
 r_1 = 1 : 조사하는 동안 제품 생산지속
 0 : 조사하는 동안 제품 생산중단
 r_2 = 1 : 공정을 수리하는 동안 제품 생산지속
 0 : 공정을 수리하는 동안 제품 생산중단
 ATS_0 = 공정이 관리상태에 있을 때 신호의 평균 수
 ATS_1 = 공정이 이상상태에 있을 때 신호의 평균 수
 A = 허용구간 밖에 떨어질 때의 공장내의 재생 또는 폐기비용
 R = 생산률
 \bar{X} = 공정 평균
 Δ = 제품 특성의 양쪽 허용치
 μ_0 = 설계 목표값
 δ = 공정으로부터 이동된 양

2.1.2 공정 개선을 위한 비용함수 기호

T_D = 공정 준비 시간
 T_C = 수집된 데이터에서 변화를 평가하기 위해서 소비된 시간
 T_I = 품질 개선을 위한 공정 사이클 시간
 T_M = 이전 계획을 수정하고 교정하는 시간
 M = 검사하고 평가하기 위해서 변화된 총 수
 y_i = 작동 시간당 i 번째 변화 평가의 증가 비용
 Y_I = 공정에서 제안된 변화를 수행하기 위한 비용
 K = 요구된 공정 개선을 위한 사이클의 총 수
 b = 지수 학습 곡선
 PI = 공정 개선을 위한 총 기대 품질 비용
 PIC = 공정개선기준

2.2 비용 함수

관리상태의 공정에서 발생하는 불량 제품 또는 잘못된 샘플링과 허위 경보에 의한 비용은 결함이라는 항목으로 여기는 형식적인 항목이다. 공정의 목표치가 이동하여 공정이 이상상태가 되면 그때의 변화는 알 수 있으며, 공정은 자체적으로 관리상태로 되돌아갈 수 없다. 비용은 샘플링 비용과 부적합품으로 생산된 제품의 증가된 수준에 의존할 뿐만 아니라

이상원인의 수리와 시스템 고장을 찾는데 드는 비용도 포함되어진다. 수리가 되고 공정이 원상태로 되돌아가면 하나의 품질 주기는 완전히 끝나고 다음 주기가 시작된다. 한 주기에서 드는 시간당 기대비용을 최소화하는 설계 모수들을 결정하는 것이 경제적 모형의 주된 목적이다. 시간당 기대비용은 주기시간에 대한 주기 당 기대비용의 비로써 계산되어진다.

공정의 한 주기를 살펴보면, 주기시간은 다음과 같이 5단계로 구분하여 구해진다.

- ① 이상원인이 발생하기까지의 시간
- ② 다음 샘플을 취할 때까지의 시간
- ③ 샘플과 관리도를 분석하는데 걸리는 시간
- ④ 이상상태의 신호가 발생하기까지의 시간
- ⑤ 이상원인을 발견하고 공정을 수리하는데 걸리는 시간

만약 조사하는 동안에 생산을 중단하지 않고 지속한다면 평균 시간은 $1/\theta$ 로써 간단히 나타낼 수 있지만, 만약 생산을 중단한다면 이상원인이 발생할 때까지의 평균 시간은 $1/\theta$ 에 허위경보가 발생하는 동안 조사하는데 걸리는 시간을 더해줘야 한다. 허위경보를 조사하는데 걸리는 기대시간을 T_0 라고 두면, 허위경보 동안 조사하는데 걸리는 시간은 T_0 에 허위경보의 기대 수를 곱($(T_0(s \cdot d/ATS_0))$)함으로써 구해진다. 여기서 d 는 식 (1)과 같은 조건을 만족한다.

$$p_1 d_1 + p_2 d_2 = d \quad (1)$$

여기서 p_1 은 Z_i 가 짧은 샘플 구간 d_1 에 존재하는 시간의 비를 나타내고, p_2 는 Z_i 가 긴 샘플 구간 d_2 에 존재하는 시간의 비를 나타낸다.

신호가 발생하기 전에 d_1 구간 내에 존재하는 평균샘플수(ANSS : average number of samples to signal)를 $ANSS_1$ 이라 두고, d_2 구간 내에 존재하는 평균 샘플 수를 $ANSS_2$ 라 두면, 그때의 p_1 과 p_2 는 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned} \text{만약 } d_0 &= d_1, & p_1 &= (ANSS_1 + 1)/ATS \\ \text{만약 } d_0 &= d_2, & p_2 &= ANSS_1/ATS \end{aligned} \quad (2)$$

s 는 식 (3)과 같이 관리상태 동안에 취해지는 샘플의 기대 수로써 s_1 은 이상원인이 짧은 샘플 구간 (d_1)에서 발생했을 때의 s 를 말하며, s_2 는 이상원인이 긴 샘플 구간(d_2)에서 발생했을 때의 s 를 말한다.

$$\begin{aligned} s &= p_1 s_1 + p_2 s_2 \\ s_1 &= e^{-\theta d_1} / (1 - e^{-\theta d_1}) \\ s_2 &= e^{-\theta d_2} / (1 - e^{-\theta d_2}) \end{aligned} \quad (3)$$

허위경보에 대해 조사하는 동안 생산을 지속한다면 $r_1 = 1$ 이라 두고, 조사하는 동안 생산을 중단한다면 $r_1 = 0$ 이라 둔다. 그러므로 이상원인이 발생하기 까지의 시간은 식 (4)와 같이 구할 수 있다.

$$1/\theta + (1-r_1)s \cdot d \cdot T_0 / ATS_0 \quad (4)$$

τ 는 샘플 구간 i 번째와 $i+1$ 번째 시점에서 이상원인이 발생할 평균시간을 말한다. τ_1 은 짧은 샘플 구간(d_1) 사이에서 이상원인이 발생할 평균시간을 나타내며, τ_2 는 긴 샘플 구간(d_2) 사이에서 이상원인이 발생할 평균시간을 나타낸다. 따라서 τ 를 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau &= p_S \tau_1 + p_L \tau_2 \\ \tau_1 &= [1 - (1 + \theta d_1) e^{-\theta d_1}] / [\theta(1 - e^{-\theta d_1})] \\ \tau_2 &= [1 - (1 + \theta d_2) e^{-\theta d_2}] / [\theta(1 - e^{-\theta d_2})] \end{aligned} \quad (5)$$

이상원인의 발생과 다음 샘플을 취할 때까지 그 사이의 시간은 식 (6)과 같다.

$$d_i - \tau \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

E 는 샘플과 하나의 항목을 취하는데 걸리는 시간이고, n 개의 항목에 대하여 샘플과 관리도를 분석하는데 걸리는 시간은 nE 이며, 이상상태의 신호가 발생하기 까지의 시간은 $d_i(ARL_1 - 1) = ATS_1 - d_i$ 가 된다. ARL_1 은 공정의 평균이 이동한 이상상태에서의 ARL이고, ATS_1 은 이상상태에서 신호가 발생하기 까지의 평균시간이다. 이상원인을 발견하고 공정을 수리하는데 걸리는 시간은 $T_1 + T_2$ 이다.

그러므로 한 주기 동안 평균 시간(ACT : Average Cycle Time)은 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} ACT &= 1/\theta + (1-r_1)d \cdot s \cdot T_0 / ATS_0 \\ &\quad - \tau + nE + ATS_1 + T_1 + T_2 \end{aligned} \quad (7)$$

C_0 과 C_1 은 공정이 관리상태와 이상상태에 있는 동안 불일치하게 생산된 제품에 의해 생기는 시간당 비용이다. 공정이 조사되거나 수리하는 동안에 멈추지 않고 계속 가동된다고 가정하면, 주기당 기

대비용은 $C_0/\theta + C_1(-\tau + nE + ATS_1 + T_1 + T_2)$ 이지만, 만약 공정이 중단한다면 그때의 주기당 기대비용은 $C_0/\theta + C_1(-\tau + nE + ATS_1)$ 이다. r_1 , r_2 의 개념을 사용하여 주기당 기대비용 A_1 을 일반화하면 식 (8)과 같다.

$$A_1 = C_0/\theta + C_1(-\tau + nE + ATS_1 + r_1 T_1 + r_2 T_2) \quad (8)$$

2.2.1 관리상태의 기대품질비용

설계 목표(ν)로부터 벗어난 공정이 Taguchi가 제안한 2차 손실함수를 사용하여 추정되어 질 때, 단위당 기대품질비용은 식 (9)와 같고, 품질손실(L_{in})은 식 (10)과 같다[6].

$$L(X) = [A/\Delta^2]\nu^2 \quad (9)$$

$$L_{IN} = A[\sigma^2 + (\bar{X} - \mu_0)^2]/\Delta^2 \quad (10)$$

관리상태에서의 사이클당 기대품질비용은 관리기간에서의 생산률로 나타낼 수 있고 식 (11)과 같다.

$$(R/\theta^*) (A/\Delta^2)[\sigma^2 + (\bar{X} - \mu_o)^2] \quad (11)$$

여기서 A 는 허용구간 밖에 떨어질 때의 공장내의 재생 또는 폐기비용이고, R 은 생산률, Δ 는 제품 특성의 허용치, μ_0 는 목표값, δ 는 공정으로부터 이동된 양이다.

2.2.2 이상상태의 기대품질비용

공정이 이상상태에 있을 때, 공정 평균은 0.5의 확률로 $\bar{X} + \delta\sigma$ 로 이동하고, 0.5의 확률로 $\bar{X} - \delta\sigma$ 로 이동한다. 공정 평균과 공정 목표 사이의 편차는 $(\bar{X} \pm \delta\sigma) - \mu_0$ 이다. 단위당 품질손실 (L_{out})은 식 (12)와 같이 추정될 수 있다.

$$\begin{aligned} L_{out} &= 0.5(A/\Delta^2)[\sigma^2 + (\bar{X} + \delta\sigma - \mu_0)^2] \\ &\quad + 0.5(A/\Delta^2)[\sigma^2 + (\bar{X} - \delta\sigma - \mu_0)^2] \\ &= (A/\Delta^2)[\sigma^2 + (\bar{X} - \mu_0)^2 + \delta^2 \sigma^2] \end{aligned} \quad (12)$$

이상상태 기간의 사이클당 기대품질비용은 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned} (RA/\Delta^2)[\sigma^2 + (\bar{X} - \mu_0)^2 + \delta^2 \sigma^2] \\ \times [nE + ATS_1 + \gamma_1 T_1 + \gamma_2 T_2] \end{aligned} \quad (13)$$

Taguchi의 손실함수를 사용하여 A_1 을 추정해보면 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} A_1 &= (R/\theta) * (A/\Delta^2) [\sigma^2 + (\bar{X} - \mu_o)^2] \\ &\quad + (RA/\Delta^2) [\sigma^2 + (\bar{X} - \mu_0)^2 + \delta^2 \sigma^2] \\ &\quad \times [nE + ATS_1 + \gamma_1 T_1 + \gamma_2 T_2] \end{aligned} \quad (14)$$

2.2.3 허위경보와 이상원인을 찾고 수리하기 위한 기대비용

Y 는 허위경보 당 드는 비용이고, W 는 이상원인이 하나 존재할 때, 수리하고 배치하는데 드는 비용이다. 이때 하나의 이상원인이 발생함으로써 수리와 배치와 허위경보에 드는 비용의 총 합 A_2 는 식 (15)과 같다.

$$A_2 = s \cdot d \cdot Y/ATS_0 \quad (15)$$

2.2.4 샘플링하고 계획하기 위한 기대비용

a 는 샘플당 고정된 비용이고, b 는 샘플 단위당 비용이므로, 샘플링과 검사에 드는 기대비용 A_3 는 $[(a+bn)s + ((a+bn)/h)] \times (\text{생산되는 시간})$ 이 된다. 제품을 생산하는 시간은 r_1 과 r_2 가 0인가 1인가에 의존하기 때문에 A_3 는 식 (16)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} A_3 &= [(a+bn)s + ((a+bn)/h)] \\ &\quad \times (1/\theta + nE + ATS_1 + r_1 T_1 + r_2 T_2) \end{aligned} \quad (16)$$

따라서 한 주기당 총 기대비용은 $A_1 + A_2 + A_3$ 가 된다. VSI \bar{X} 관리도에서의 Taguchi의 손실 함수를 적용한 공정 품질을 유지하기 위한 총 기대품질비용 MQC_{VSI} 는 식 (17)과 같다.

$$MQC_{VSI} = (A_1 + A_2 + A_3)/ACT \quad (17)$$

3. VSI \bar{X} 관리도의 공정 개선을 위한 모델

3.1 공정 개선을 위한 기대 사이클 시간

일반적으로, 기술적인 변화는 고정된 자산(공장 또는 장비) 또는 재료 사용의 물리적인 변화와 관계하고 있다. 그런 변화는 존재하는 공장 장비(제조 구조물)의 확장, 수정을 포함한 많은 투자비를 요구할 것이다. 기술적인 변화는 작업 그룹 또는 개별 작업자와 관련있을지도 모른다. 이러한 것에 초점을 둔 변화는 방법이나 기계작동의 정확성과 작업의

스피드의 증가로 수행도를 향상시킬 수 있다.

본 연구는 작업자나 작업 그룹이 장비, 공정구성, 작업방법에 따라 학습에 의해서 발생하는 학습 효과에 따른 기술적인 변화를 고려한 것이다.

Deming의 개선 사이클(P-D-C-A)에 의하면, Do 단계는 현 공정에서의 대체된 계획과 관련이 있다고 하였다. 이것은 공정에서 새로운 방법을 구성하고 조정하는데 소비된 시간으로써 T_D 로 정의한다. 그 때 데이터는 수정되어서 모아진다. 변화는 실제로 수행도를 향상시킨다. 그런 절차는 Check 단계 동안 발생할 것이다. 그 시간은 관리도의 사용에서의 변화를 평가하기 위한 데이터의 수집을 요구한다. 이상상태의 신호가 감지될 관리도의 검정력으로 나타나고, $T_C = hARL_{out}$ 이 된다.

대체된 계획이 평가된 후에, 산출물은 성공적이거나 그렇지 않다고 판단되게 된다. 만일 성공적이라면, 회사는 새로운 방법을 즉시 사용하거나($T_M = 0$) 또는 그런 계획으로부터 수정하기 위한 시간과 최대 생산성을 구하기 위한 노력을 한다($T_M \neq 0$). 반면에 결과적으로 만족하지 못한다면 수정된 계획을 명확히 하거나 조사되어질 것이다. 수정에 있어서 이전 계획에서의 수정과 제거의 시간이 필요하다. 따라서 공정 개선을 위한 기대 사이클 시간은 식 (18)과 같다.

$$E(T_I) = \sum_{i=1}^M (T_{D_i} + T_{M_i} + ATS_1) \quad (18)$$

3.2 공정 개선 비용

학습곡선 기법은 비용이 학습 현상 때문에 감소한다. 총 비용생산은 $C_i = C_1 * i^{-b}$ 로 추정되어진다. 여기서 C_i 는 i 번째 단위의 총 비용이다. C_1 은 첫 번째 단위를 생산하기 위한 비용이다.

이 모델을 공정 개선 비용모델과 통합하여 식 (19)와 같이 정리할 수 있다.

$$E(\Pi) = C_1 K^{1-b} \quad (19)$$

첫 사이클을 위한 기대비용은 제안된 변화의 평균비용과 작동 시간당 i 번째 변화의 평가비용의 평균과 함께 공정 개선을 위한 사이클 시간의 증가를 기본에 둔 수행의 합이다.

그러므로, 첫 사이클 비용은 식 (20)과 같다.

$$C_I = Y_I + \bar{y} \sum_{i=1}^M (T_{D_i} + T_{M_i} + ATS_{I_i}) \quad (20)$$

공정 개선을 위한 총 기대품질비용(PI)은 식 (21)과 같이 추정하고 b는 식 (22)와 같다.

$$PI = Y_I + \bar{y} \sum_{i=1}^M (T_{D_i} + T_{M_i} + ATS_{I_i}) \cdot K^{1-b} \quad (21)$$

$$b = -\log C_2 / [\log 2 \cdot \log C_1] \quad (22)$$

3.3 VSI \bar{X} 관리도의 공정 개선 기준

비용모형은 새로운 공정 품질수준의 유지비용과 투자비용의 두 가지 항목으로 나누어진다. 기업은 새로운 기법이 현 공정의 품질 개선 프로그램에 의해 적합하다면 이행 할 것이다. 공정 평균은 새로운 공정 품질 수준으로 이동할 것이다. 투자비용은 대체된 계획, 수행 비용, 공정 수행도를 평가하기 위한 비용과 소비된 비용으로 나타낸다. 목표값으로부터 더 작은 편차는 품질 비용의 감소를 가져준다.

기본적으로 공정에서 변화된 계획을 수행하거나 수행하지 않거나 또는 어떤 조정을 하거나 변화를 만드는 것과 관련된 것은 유한한 범위에서 이루어질 것이다. $N \rightarrow \infty$ 로써 관심기간동안의 비는 자본 회수요소로써 자본 비용으로 알려졌다. 관심기간동안의 비는 식(23)과 같다.

$$(A/P, i, N)_{N \rightarrow \infty} = \{[i(1+i)^N]/[(1+i)^N - 1]\}_{N \rightarrow \infty} = i \quad (23)$$

경제적인 공정 개선기준(PIC)은 식 (24)와 같다.

$$PIC = \frac{\gamma}{i} (MQC_{VSI0} - MQC_{VSI1}) - \Pi \geq 0 \quad (24)$$

$PIC \geq 0$: 새로운 품질 수준 대체

$PIC \leq 0$: 현재의 품질 수준 유지

여기서 i 는 관심기간 당 관심 비이고, γ 는 관심기간 동안 총 생산시간이다. MQC_{VSI0} 는 현 공정수준을 유지하기 위한 비용이고, MQC_{VSI1} 은 개선된 공정수준을 유지하기 위한 비용이다.

따라서 공정 개선기준(PIC)은 식 (24)에 의해 0보다 크게 되면 새로운 품질수준으로 대체하는 것이 좋고, 0보다 작게 되면 현재의 품질 수준을 유지하는 것이 좋다.

4. 수치 실험 및 분석

4.1 VSI \bar{X} 관리도의 수행도 평가

경제적 설계의 주된 목적은 식 (17)을 최소화하기 위한 설계모수들을 찾는 것이다.

본 연구에서 개발한 VSI \bar{X} 관리도의 경제적 설계의 효율성을 증명하기 위하여 <Table 1>과 같은 비용 및 공정모수를 가지는 수치예제를 통하여 경제적 관리모수를 설정하여 FSI \bar{X} 관리도와 비용측면에서 비교 평가 하였다. 그 결과는 <Table 2>에 나타내었다. 여기서 공정변화는 $\delta = 0.5\sigma \sim 2.25\sigma$ 로 변화시켰고, 이때 비용함수를 최소로 하는 $n, k, k', d_1, d_2, ATS_0, ATS_1$ 을 구하였다.

<Table 1> Control scheme parameters

$\theta = 0.02$	$Y = 977.40$	$a = 0.0$	$b = 4.22$
$R = 10$	$A = 40$	$\Delta = 0.2$	$E = 0.1$
$\bar{X} = 5.0646$	$\mu_0 = 5.0$	$\mu_1 = 5.29325$	
$\sigma = 0.0855$	$T_0 = 5/60$	$T_1 = 5/60$	
$T_2 = 45/60$	$r_1 = 1$	$r_2 = 0$	

<Table 2> Comparison of FSI \bar{X} control chart and VSI \bar{X} control chart cost

shift σ	optimum vector (n, k, k', d_1, d_2)	cost of FSI	cost of VSI
0.50σ	16, 2.2393, 1.1009, 0.10, 2.9368	238.96	234.62
0.75σ	10, 2.5552, 1.2158, 0.10, 2.3233	208.06	202.99
1.00σ	6, 2.7306, 1.1867, 0.10, 1.8083	192.28	186.44
1.25σ	5, 2.9048, 1.3767, 0.10, 1.6346	184.33	176.28
1.50σ	4, 3.0287, 1.4819, 0.10, 1.4551	176.74	169.59
1.75σ	3, 3.1031, 1.4609, 0.10, 1.2671	173.65	164.61
2.00σ	2, 3.1094, 1.2776, 0.10, 1.0628	168.83	161.20
2.25σ	2, 3.2321, 1.5075, 0.10, 1.0391	165.12	158.10

두 관리도를 비교해 본 결과, FSI \bar{X} 관리도 보다 VSI \bar{X} 관리도가 비용이 크게 나왔으며, 관리한계폭도 넓어지고 있다는 것을 알 수 있다.

각 공정평균이동에서 기존 FSI \bar{X} 관리도에 비하여 제안된 VSI \bar{X} 관리도는 평균적으로 2~5% 정도의 비용절감을 가져온다는 것을 알 수 있다.

예를 들어 FSI \bar{X} 관리도는 $\delta = 0.5\sigma$ 인 경우에 $n =$

21, $k=1.8829$, $d=3.1502$ 으로 경제적 최적 모수가 결정되고, 이때 관리주기비용은 238.96이 된다. 즉, 공정이동이 0.5σ 인 경우, 제안된 관리도가 가지는 관리최저비용 234.62 보다 1.85% 비용 낭비가 발생하게 된다.

4.2 VSI \bar{X} 관리도의 공정 개선 기준 적용

공정의 변화를 결정할 때, VSI \bar{X} 관리도의 공정 개선을 위한 모델을 적용한 사례를 들면 이전의 모수는 모두 똑같이 주어지게 되고, 공정의 변화를 기본 전제하에 현 공정에서 평균이 적어도 5.04의 이동이 일어났다고 한다. 시간과 비용계수는 <Table 3>과 같다.

<Table 2>의 $\delta=0.5\sigma$ 일 때, $n=4$, $k=3.0287$, $k'=1.4819$, $d_1=0.100$, $d_2=1.4551$ 의 최적 관리도 모수의 사용으로 새로운 공정품질수준(MOQ_1)의 기대품질비용을 결정한다. 모수는 $\bar{X}=5.04$ 만 변한다. Matlab을 사용하여 구한 기대품질비용은 144.5076/hr로써 추정된다.

<Table 3> Time and cost parameters

$T_D = 2\text{hrs}$	$T_M = 2\text{hrs}$	$M=3$
$y=3$	$Y_I = 5000$	
$b=0.234$ (85% \leq arning rate)		
$i=100\%$	$\gamma=160\text{hrs}$	$\bar{X}=5.04$
$K=0.667$ ($g=60\%$ realization factor)		

첫 사이클 비용은 식 (20)에 의해서 구하면 다음과 같다.

$$C_I = 5000 + 300(27.7235) = 1331705$$

공정 개선의 총 기대품질비용(PI)은 식 (21)에 의하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} PI &= 5000 + 300(27.7235) \times 0.6671 - 0.234 \\ &= 11098.875 \end{aligned}$$

따라서 경제적인 공정개선기준(PIC)은 식 (24)에 의하여 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} PIC &= \frac{160}{0.1} (169.5964 - 144.5076) - 11098.875 \\ &= 29043.205 \end{aligned}$$

그리므로 경제적인 공정 개선 기준에 적용하면 PIC가 0보다 크기 때문에 공정개선을 위한 새로운 공정 품질 수준으로 대체하는 것이 비용상으로 더 이익이 될 것으로 추정할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 기존에 나와 있는 일반적인 VSI 관리도의 비용모형에 Taguchi의 손실함수 개념을 가미하여 VSI \bar{X} 관리도의 새로운 비용모형을 만들었다. 이 모형을 FSI \bar{X} 관리도와 비교 평가하여 효율적이라는 것을 증명하였고, 기존의 공정 개선을 위한 FSI \bar{X} 관리도 모델보다 더욱 효율적인 VSI \bar{X} 관리도에 적용시켜봄으로써 더욱 비용을 감소시키는 결과를 얻었다.

본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, Lorenzen과 Vance의 비용함수에 Taguchi의 손실 함수를 대입시킴으로써 비용과 손실 두 가지 면을 고려하여 기존에 연구되지 않았던 VSI \bar{X} 관리도에 적용하여 FSI \bar{X} 관리도보다 경제적인 측면에서 2%~5% 정도의 비용절감을 가져왔다.

둘째, 이러한 결과에 의해 구해진 공정 유지 비용을 VSI 관리도에서의 지속적인 공정 개선을 위한 모델로 확장 적용하여 현실적으로 더욱 적합한 모델을 제시하였다.

셋째, 예를 통해서 현재의 품질수준을 유지함과 개선된 품질 수준을 적용하느냐에 따른 적용방법을 나타내었다.

따라서 본 연구의 결과에 의해 공정이 이상상태 일 때, VSI \bar{X} 관리도가 FSI \bar{X} 관리도보다 이상원인을 빨리 감지하고 생산현장에서 사용함에 있어서 경제적인 측면에서 효율적이라는 것을 알 수 있다. 그리고 현재의 공정에서 개선된 공정으로의 전환 기준을 제시함으로써 좀더 경제적인 생산이 이루어 질 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] Arnold, J. C. Reynolds, Jr.(2001), "CUSUM Control Charts With Variable Sample Sizes and Sampling Intervals," *Journal of Quality Technology*, Vol. 33 No. 1, pp. 66-81.

- [2] Costa, A. F. B.(1994), “ \bar{X} Charts with Variable Sample Size”, *Journal of Quality Technology*, Vol 26, No. 3, pp. 401-407.
- [3] Costa, A. F. B.(1997), “ \bar{X} Chart with Variable Smple Size and Sampling Intervals”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 29 No. 7, pp. 401-407.
- [4] Duncan, A. J.(1971), “The Economic Design of \bar{X} -Charts When There is a Multiplicity of Assignable Causes”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 66, No. 33, pp. 107-121
- [5] Linderman, K. and Love, T. E.(2000), “Economic and Economic Statistical Designs for MEWMA Control Charts”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 32 No. 4, pp. 410-417.
- [6] Lorenzen, J. M. and Vance, L. C.(1986), “The Economic Design of Control Charts : A Unified Approach”, *Technometrics*, Vol. 28, pp. 3-10.
- [7] Park. C. and Reynolds, M. R.(1994), “Economic Design of a Variable Sample Size \bar{X} Chart”, *Communication in Statistics-Simulation and Computation*, Vol. 23, No. 2, pp. 467-483.
- [8] Prabhu, S. S. and Montgomery, D. C.(1994), “A Combined Adaptive Sample Size and Sampling Interval \bar{X} Control Scheme”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 26, pp. 164-176.
- [9] Reynolds, M. R. and Amin, R. W. et al. (1988), “ \bar{X} Charts with Variable Sampling Interval”, *Technometrics*, Vol. 30, No. 2, pp. 181-191.
- [10] Taguchi, G., Elsayed, E. A., and Hsiang, T. H.(1989), *Quality Engineering in Production Systems*, McGraw Hill, inc.