

## NUFLEX를 이용한 다상유동의 수치해석

유 태 진,<sup>1</sup> 서 영 호,<sup>1</sup> 손 기 현,<sup>\*2</sup> 허 남 건<sup>3</sup>

## NUMERICAL ANALYSIS OF MULTIPHASE FLOW BY NUFLEX

Taejin Yu,<sup>1</sup> Youngho Suh,<sup>1</sup> Gihun Son<sup>\*2</sup> and Nahmkeon Hur<sup>3</sup>

*A general purpose program NUFLEX has been extended for two-phase flows with topologically complex interface and cavitation flows with liquid-vapor phase change caused by large pressure drop. In analysis of two-phase flow, the phase interfaces are tracked by employing a LS(Level Set) method. Compared with the VOF(Volume-of-Fluid) method based on a non-smooth volume-fraction function, the LS method can calculate an interfacial curvature more accurately by using a smooth distance function. Also, it is quite straightforward to implement for 3-D irregular meshes compared with the VOF method requiring much more complicated geometric calculations. Also, the cavitation process is computed by including the effects of evaporation and condensation for bubble formation and collapse as well as turbulence in flows. The volume-fraction and continuity equations are adapted for cavitation models with phase change. The LS and cavitation formulation are implemented into a general purpose program for 3-D flows and verified through several test problems.*

**Key Words :** Level Set 방법(Level Set Method), 다상유동(Multiphase Flow), 캐비테이션 유동(Cavitation Flow), 비직교좌표계 (Non-Orthogonal Coordinate System)

## 1. 서 론

최근들어 컴퓨터의 성능 향상 및 수치해석방법의 발달과 함께 여러 산업 현장에서 발생하는 복잡한 다상 유동에 대한 수치적 해석의 필요성이 대두되고 있다. 특히 캐비테이션과 같은 현상은 유체기계의 효율을 저하시키고 소음, 진동을 발생시킬 뿐만 아니라 유체기계에 치명적인 손상을 주기 때문에 설계시 중요한 고려 사항이 된다.

본 연구에서는 허남건 등[1]이 개발한 유동해석 프로그램(NUFLEX)에 복잡한 이상유동을 해석할 수 있도록 상경계면 추적법을 적용하였으며 또한 캐비테이션 현상을 해석할 수 있는 모델을 추가하였다. STAR-CD[2]나 FLUENT[3]와 같은 상용 프로그램에서 복잡한 상경계면을 추적하는 수치 기법은

VOF (Volume-of-Fluid) 방법이다[4]. 이 방법은 검사체적 내에 액상의 체적비로 정의된 VOF 함수를 사용하여 상경계면을 추적하는 기법으로, 각 상의 체적이 잘 보존되는 장점이 있지만 미분이 불연속인 VOF 함수를 사용하기 때문에 상경계면의 곡률을 정확하게 계산하기 어려운 단점이 있다. VOF 방법의 단점을 개선하기 위하여 Sussman 등[5]은 상경계면으로부터의 거리로 정의된 LS (Level Set) 함수를 사용하여 상경계면을 계산하는 LS 방법을 제안하였다. 미분이 연속인 LS 함수는 상경계면의 곡률을 정확히 계산할 수 있기 때문에 기포와 액적과 같이 표면장력이 중요한 작은 규모의 이상유동의 해석에 효과적이다. 그러나 LS 방법에서는 각 상의 체적을 일정하게 유지하지 못한다는 단점이 있다. 본 연구에서는 LS 방법의 질량보존의 문제점을 개선하고 일반 비직교좌표계로 확장하여 복잡한 이상유동을 해석할 수 있는 프로그램을 개발하였으며 프로그램의 검증을 위해 경사진 표면에서의 액적 거동에 대한 계산을 수행하였다.

주로 난류 영역에서 발생하는 캐비테이션 현상에서 매우 복잡하게 변형하는 액체-기체 상경계면을 국소적으로 직접 해석하는 것은 거의 불가능하기 때문에 캐비테이션 유동의 특

접수일: 2007년 3월 21일, 심사완료일: 2007년 6월 20일.

1 서강대학교 대학원

2 정희원, 서강대학교 기계공학과

3 종신회원, 서강대학교 기계공학과

\* Corresponding author, E-mail: gihun@sogang.ac.kr

성을 적절히 모사할 수 있는 모델 기법이 필요하다. 본 연구에서는 FLUENT 같은 많은 상용코드에서 사용되고 있는 Ashok 등[6]이 제안한 Full Cavitation 모델과 Shin[7]이 제안한 모델을 사용하였다. Full Cavitation 모델의 경우 캐비테이션 해석에서 응축과 증발에 대한 계수를 도입하였고 난류 효과를 포함할 수 있도록 하였다. 본 연구에서는 개발된 프로그램을 검증하기 위하여 본 수치해석 결과와 상용코드인 STAR-CD 또는 FLUENT와 계산 결과를 비교하였다.

## 2. 수치해석

### 2.1 지배 방정식

유동을 지배하는 질량, 운동량,  $k-\epsilon$  난류 모델 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \mu [(\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T] + \rho \mathbf{g} - \sigma \kappa \nabla H \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{u}) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k \right) + 2\mu_t G - \rho \epsilon \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \epsilon \mathbf{u}) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon \right) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t G - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \tag{4}$$

위 식에서  $\sigma$ 는 표면장력 계수,  $\kappa$ 는 상경계면의 곡률,  $H$ 는 계단함수,  $\mu_t$ 는 난류를 포함하는 유효점성계수,  $G$ 는 난류 생성항,  $k$ 와  $\epsilon$ 는 각각 난류에너지와 난류에너지 소산율을 나타낸다.  $\sigma_k, \sigma_\epsilon, C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}$ 는 각각 표준  $k-\epsilon$  난류 모델 방정식의 상수들을 이용하였고 기액혼합물의 밀도는  $\rho = \rho_g + (\rho_l - \rho_g)H$ ,  $\mu = \mu_g + (\mu_l - \mu_g)H$  이다.

#### 2.1.1 상경계면 추적 모델

이상 유동에서 상경계면은 기상에서 음의 값, 액상에서 양의 값을 가지는 거리함수로 정의된 LS 함수( $\phi$ )에 의해 계산된다. 유동을 비압축성으로 가정하면, LS 함수의 이류를 지배하는 방정식은 다음과 같이 표현된다[5].

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} \phi = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = S_t (1 - |\nabla \phi|) \tag{6}$$

$$S_t = \phi_0 / \sqrt{\phi_0^2 + \Delta_m^2} \tag{7}$$

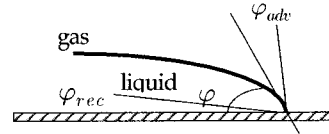


Fig. 1 Contact angle hysteresis.

상경계면( $\phi=0$ )은 식 (5)에 의해 결정되지만,  $H$ 와  $\kappa$ 를 정확하게 계산하기 위해서는 LS 함수를 거리함수 ( $|\nabla \phi|=1$ )가 되도록 식 (6)를 사용하여 보정하는 것이 바람직하다[5]. 식 (7)에서  $\Delta_m$ 는 인접한 격자간의 최단거리,  $\phi_0$ 는 식 (5)의 해다. LS 함수로부터 상경계면의 곡률  $\kappa$ 는  $\nabla \cdot \nabla \phi / |\nabla \phi|$ 로 계단함수  $H$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$H = \max \left[ 0, \min \left[ 1, \frac{1}{2} + \frac{\phi}{3\Delta_n} + \frac{\sin(2\pi\phi/3\Delta_n)}{2\pi} \right] \right]$$

여기서,  $\Delta_n$ 는 상경계면에 수직한 방향의 격자간격이다.

이상 유동 해석에서 상경계면이 고체면과 만나는 경우에 형성되는 접촉각( $\varphi$ ) 조건은 LS 함수의 경계조건이 된다. 격자계가 고체면에 수직하지 않는 일반적인 비직교좌표계에서 효과적으로 적용할 수 있는 접촉각 조건은  $|\nabla \phi|=1$ 을 이용하여 유도된다. 실제 고체면에서 접촉각은 상경계면의 이동방향에 따라 Fig. 1에서 표시한 것처럼 전진(advancing) 접촉각  $\varphi_{adv}$ 과 후진(receding) 접촉각  $\varphi_{rec}$ 사이에서 변하는 현상이 일어난다. 본 연구에서는 접촉각이 ( $\varphi_{rec} \leq \varphi \leq \varphi_{adv}$ )이면 액적-기체-벽면의 접점은 정지되어 있으며, 접점이 이동하는 경우에는 접촉각은  $\varphi = \varphi_{adv}$  또는  $\varphi = \varphi_{rec}$ 을 만족하도록 하였다[8].

#### 2.1.2 캐비테이션 모델

캐비테이션 유동 해석의 경우, 액상의 체적비  $H$ 을 계산하기 위한 식 (8)을 추가하였다.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla H = S \tag{8}$$

여기서  $S$ 는 Full Cavitation 모델인 경우,

$$S = \frac{V_{ch}}{\sigma} \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{1}{\rho_l} \frac{1}{|p_v - p|}} [C_c (p - p_v)^- H + C_c (p - p_v)^+ (1 - H)]$$

이고,  $V_{ch}$ 는 국소난류속도의 변화량이며  $C_c$ 와  $C_c$ 는 각각 증발과 응축에 대한 계수이며, 0.004와 0.01을 사용하였다.

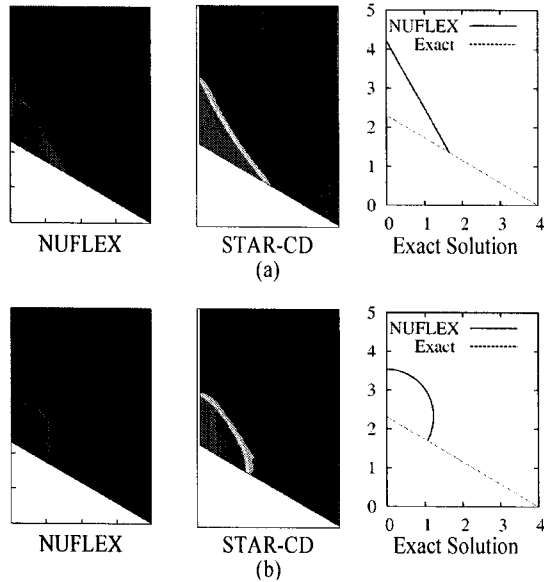


Fig. 2 Comparison of droplet shapes obtained from NUFLEX and STAR-CD at (a)  $\varphi = 30^\circ$  and (b)  $\varphi = 90^\circ$

### 3. 결과 및 검토

#### 3.1 상경계면 추적

본 연구에서 개발한 상경계면 추적법을 이용한 이상유동 해석용 프로그램 및 접촉각 조건의 적용을 위해 유도된 식의 타당성을 확인하기 위하여 Fig. 2와 같이 수평면에 대하여  $30^\circ$  경사진 고체면에서의 액적거동에 대해 다음과 같은 무차원 변수를 사용하여 계산하였다.

$$\frac{\rho_l}{\rho_g} = 10^3, \frac{\mu_l}{\mu_g} = 10^2, Re = \frac{\rho_l u_0^2 l_0}{\mu_l} = 20, We = \frac{\rho_l u_0^2 l_0}{\sigma} = 0.2$$

중력을 고려하지 않은 경우 액적거동은 표면장력에 의해 접촉각을 유지하면서 표면적을 최소화하는 방향으로 진행된다. 점성에 의해 정지상태에 도달했을 때의 액적형상에 대한 엄밀해는 접촉각을 만족하는 조건에서 최소 표면적을 가지는 형태가 된다. 즉 수평면에 대하여  $30^\circ$  경사진 고체면에서의 액적형상은  $\varphi = 30^\circ$ 에서는 직선이며  $\varphi = 90^\circ$ 에서는 원호 형태가 된다. 계산된 정상상태의 액적형상은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 NUFLEX의 결과가 STAR-CD보다 엄밀해와 잘 일치함을 확인할 수 있다. Fig. 3은  $Fr (= u_0^2/gl_0)$ 이 0.2로 중력의 효과를 고려하였을 경우 시간에 따른 액적의 형상을 각각 NUFLEX와 STAR-CD로 계산하여 비교한 것이다. Fig. 3에서 STAR-CD의 경우 액적의 형상이 상당히 불규칙하며 불안

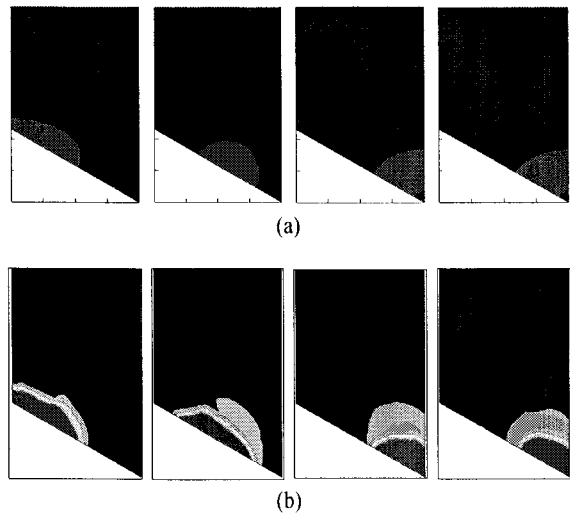


Fig. 3 Comparison of droplet motion obtained from (a) NUFLEX and (b) STAR-CD at  $\varphi = 90^\circ$  and  $Fr=0.2$

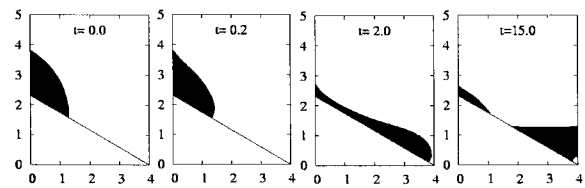


Fig. 4 Droplet motion for  $\varphi_{adv} = 90^\circ$ ,  $\varphi_{rec} = 30^\circ$  and  $Fr=0.1$

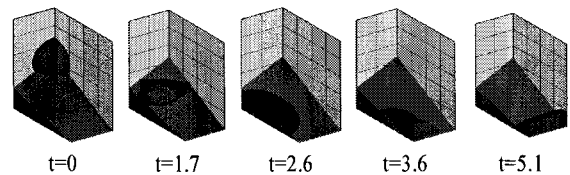


Fig. 5 3-D droplet motion for  $\varphi_{adv} = \varphi_{rec} = 90^\circ$  and  $Fr=0.1$

정하여 정상상태에 도달하지 못하는 반면 NUFLEX의 경우 매끄러운 상경계면을 얻을 수 있음을 볼 수 있다. 접촉각이 상경계면의 이동방향에 따라 다른 값을 가지는 현상(contact angle hysteresis)에 대한 수치모사 결과는 Fig. 4와 같다. 초기 조건( $t=0$ )으로는 무중력 상태에서  $\varphi = 60^\circ$ 의 경우에 계산한 정지상태의 액적형상을 이용하였다.  $Fr$ 은 0.1로 하였으며 Fig. 4에서  $t < 0.2$ 에서 접촉각이  $\varphi_{adv} = 90^\circ$ 와  $\varphi_{rec} = 30^\circ$  사이에 있을 때는 기체-액체-고체 접점은 움직이지 않음을 볼 수 있다. 이후 접점이 이동함에 따라 접촉각은 액적의 선단은  $\varphi_{adv} = 90^\circ$ 를 후미는  $\varphi_{rec} = 30^\circ$ 를 유지하는 것을 볼 수 있다. Fig. 5는 경사진 고체면에서 액적의 거동을 3차원으로 수치해석한 것이다. 계산영역은  $0 \leq x \leq 4$ ,  $0 \leq z \leq 2$ ,  $y_{solid} \leq y \leq 5$ 이며 모든 경계면은 고체로 취급하였다. 액적

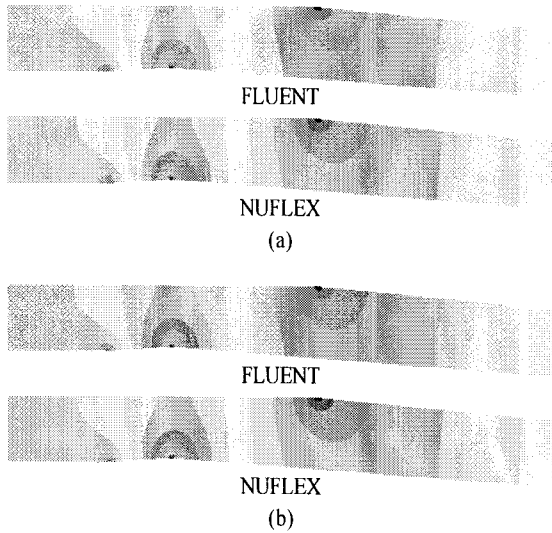


Fig. 6 Comparison of pressure field obtained from FLUENT and NUFLEX: (a) without cavitation and (b) with cavitation

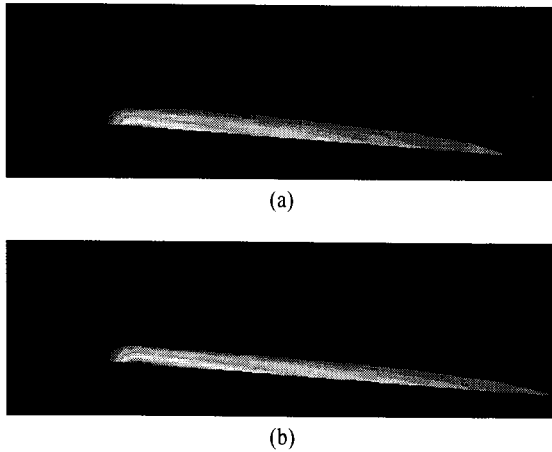


Fig. 7 Comparison of cavity shapes obtained from (a) FLUENT and (b) NUFLEX

은 증력에 의해 경사진 아래면을 따라 미끄러지며,  $t=1.7$  이후에는  $z=2$ 의 면을 따라 이동하다가  $x=4$ 의 면과  $z=0$ 의 면을 차례로 만나는 것을 볼 수 있다. 액체가 계산영역의 가장 아래쪽에 모인 후  $t=5.1$ 에 나타난바와 같이 정상상태에 도달하게 된다. 이 결과로부터 개발된 수치기법의 3차원 이상유동 문제로의 적용 가능성을 확인할 수 있다.

3.2 캐비테이션 유동의 해석

프로그램의 캐비테이션 유동 해석가능성을 살펴보기 위해 수축·확장 채널에서 일어나는 비정상상태의 캐비테이션 현상

을 수치해석 하였다. 채널의 입구 높이는 50mm, 길이는 520mm이고 수축 부분과 확장부분의 각도는 4.3°와 4°이다. 경계조건으로 입구에서는 일정 속도조건, 출구는 일정 압력조건을 그리고 나머지는 벽 조건을 사용하였으며 입구에서 난류 강도는 평균 속도의 1%를 가정하였다. 계산에서  $Re (= \rho u_i h_i / \mu_i) = 5.4 \times 10^5$ ,  $(p_o - p_i) / 0.5 \rho_i u_i^2 = 0.44$  를 사용하였다. Fig. 6은 캐비테이션이 없는 경우와 캐비테이션이 있는 경우에서의 채널 내부의 압력 분포를 각각 FLUENT와 본 수치해석을 통해 얻은 결과와 비교한 것으로 채널 내부에서의 전체적인 압력 분포가 거의 비슷한 것을 알 수 있다. 또한 Table 1은 각각의 계산에서 구해진 압력의 최대값과 최소값을 나타내고 있으며 FLUENT와 본 수치해석 결과가 잘 일치하는 것을 알 수 있다. Fig. 7은 캐비테이션 생성 위치 및 증기영역의 형상을 나타내며 계산결과가 잘 일치함을 볼 수 있다. 증기 생성량의 최대값과 생성된 증기의 총 부피를 비교하였을 때 Table 2에 나타난 것처럼 각각 14%, 8% 정도 차이가 보였다.

5. 결 론

본 연구에서는 복잡한 상경계면을 계산할 수 있는 Level Set 방법을 바탕으로 일반 비직교좌표계에 적용할 수 있는 수치기법을 개발함으로써 기존의 3차원 범용 유동해석 프로그램의 적용범위를 이상유동 해석으로까지 확장하였다.

프로그램의 검증에 위해 경사진 벽면에서의 액적거동에 대한 계산을 수행하였고 정상상태에서 엄밀해가 존재하는 경우의 결과와 비교함으로써 수치방법을 검증하였으며, VOF방법을 이용하는 기존의 상용코드보다 우수한 결과를 얻었다. 그리고

Table 1 Comparison of the maximum and the minimum pressure obtained from FLUENT and NUFLEX

	FLUENT without cavitation	NUFLEX without cavitation	FLUENT with cavitation	NUFLEX with cavitation
$p_{max}$ (kPa)	116	116	116	116
$p_{min}$ (kPa)	70.9	71.0	72.4	72.7

Table 2 Comparison of the maximum vapor fraction and the total vapor volume obtained from FLUENT and NUFLEX

	FLUENT	NUFLEX
$(1 - H)_{max}$	$2.03 \times 10^{-2}$	$2.31 \times 10^{-2}$
Vapor volume	$7.44 \times 10^{-7} m^3$	$8.09 \times 10^{-7} m^3$

불규칙한 고체면과 상경계면이 만날 때 형성되는 접촉각에 대한 조건을 비직교좌표계에서 효과적으로 적용할 수 있음을 액적거동에 대한 계산으로부터 확인하였다.

또한 본 연구에서는 개발한 범용유동해석 프로그램에 캐비테이션 유동을 계산할 수 있도록 확장하였다. 프로그램의 검증을 위하여 수축-확장 채널에서 일어나는 비정상상태의 캐비테이션 현상을 해석하였다. 채널 내부 압력 분포 및 캐비테이션에 대한 계산결과는 상용코드인 FLUENT 결과와 비교적 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

### 참고문헌

- [1] 허남건, 조원국, 윤성영, 김광호, 1994, "일반비직교좌표계를 사용하는 3차원 범용 유동해석 프로그램의 개발," *대한기계학회논문집*, 제18권, 제12호, pp.3345-3356.
- [2] Hirt, C.W. and Nichols, B.D., 1981, "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp.201-225.
- [3] STAR-CD, 1999, version 3.10 Manual, *Computational Dynamics LTD.*
- [4] FLUENT, 2003, version 6.10 Manual, *Fluent Inc.*
- [5] Sussman, M., Fatemi, E., Smereka, P., and Osher, S., 1998, "An Improved Level Set Method for Incompressible Two-Phase Flows," *Comput. Fluids*, Vol.27, pp.663-680.
- [6] Ashok, k. Singhal, Mahesh, M. Athavale, Huiying, Li and Yu, Jiang, 2002, "Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol.124, pp.617-624.
- [7] Shin, B.R., Yamamoto, Y. and Yuan, X., 2004, "Application of Preconditioning Method to Gas-Liquid Two-Phase Flow Computations," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol.126, pp.605-612.
- [8] 손기현, 허남건, 2004, "Level Set 상경계면 추적법을 적용한 3차원 CFD 프로그램의 개발," *한국전산유체공학회*, 제9권, 제3호, pp.73-80.