

역해석기법을 이용한 행어케이블의 장력 추정

Back Analysis Technique for the Estimation of Tension Force on Hanger Cables

김남식¹⁾ · 박동욱²⁾ · 박용명³⁾ · 정진환⁴⁾

Kim, Nam-Sik · Park, Dong-Uk · Park, Yong-Myung · Cheung, Jin-Hwan

국문 요약 >> 현수교 행어케이블의 장력은 현수교의 상태점검에 있어 중요한 요소이다. 현재 케이블의 장력 추정에는 여러 이론식에 의한 간접적인 방법들이 사용되고 있으며, 케이블의 가속도신호로부터 고유진동수를 측정한 후 고유진동수와 장력과의 관계로부터 케이블의 장력을 추정하는 진동법이 대표적이다. 하지만 운동방정식을 기반으로 하는 진동법은 휨강성의 영향이 큰 짧은 케이블의 장력추정에는 적합하지 않다. 본 논문에서는 10m 미만의 짧은 케이블에 대해서도 적용이 가능한 새로운 장력 추정 방법으로 단변분탐색법과, 최적화 기법을 이용한 역해석기법을 제시하였다. 이론에 대한 검증은 위해 국내에 사용 중인 광안대교 행어케이블을 대상으로, 역해석과 진동법에 의한 추정장력들과 설계장력을 상호 비교하였고, 이를 통해 역해석기법이 길이에 상관없이 장력추정에 유용하다는 결론을 얻었다.

주요어 역해석, 직접탐사법, 행어케이블, 인장력, 현수교, 진동법

ABSTRACT >> In general, the tension forces of hanger cable in suspension bridges play an important role in evaluating the bridge conditions. The vibration method, as a conventional one, has been widely applied to estimate the tension forces by using the measured frequencies on hanger cables. However, the vibration method is not applicable to short hanger cables because the frequencies of short cables are severely sensitive to flexural rigidity. Thus, in this study, the tension forces of short hanger cables, of which the length is shorter than 10 meters, were estimated through back analysis of the cable frequencies measured from Gwang-An suspension bridge in Korea. Direct approach to back analysis is adopted using the univariate method among the direct search methods as an optimization technique. The univariate method is able to search the optimal tension forces without regard to the initial ones and has a rapid convergence rate. To verify the feasibility of back analysis, the results from back analysis and vibration method are compared with the design tension forces. From the comparison, it can be inferred that back analysis results are more reasonable agreement with the design tension forces of short hanger cable. Therefore, it is concluded that back analysis applied in this study is an appropriate tool for estimating tension forces of short hanger cables.

Key words Back Analysis, Direct Search Method, Hanger Cable, Tension Force, Suspension Bridge, Vibration method

1. 서론

최근 건설산업분야에서는 강한 인장력을 견딜 수 있는 케이블 소재의 개발과 현수 기술 및 정착장치의 발전으로 과거에는 생각할 수 없었던 긴 시간의 장대 교량들이 설계·시공되고 있으며 뛰어난 성능의 상용 구조해석 프로그램들의 등장으로 장대 교량의 설계·시공 및 유지 관리의 기술이 계

속해서 발전하고 있다. 장대교량의 경우 현수교나 사장교와 같이 거의 대부분의 하중을 케이블이 지지하게 되는 형식으로 제작되고 있으며 그러한 경향에 따라 케이블의 장력 도입과 장력 조절이 커다란 중요성을 지닌다고 볼 수 있다. 따라서 건설 시공현장에서 케이블의 장력 측정뿐만 아니라 완공후의 케이블에 도입된 장력 추정은 전체 구조물의 안정성 검토를 위해 필요한 과정이라고 할 수 있다.

현재 케이블의 장력 추정은 여러 이론식에 의한 간접적인 방법으로 수행되고 있다. 간접적인 장력 추정의 방법으로는 케이블에 수평하중을 가한 후 변위를 측정하여 가해진 하중과 변위의 관계를 이용하여 케이블의 장력을 측정하는 정적인 방법¹⁾과 케이블의 가속도 신호로부터 고유 진동수를 측정한 후 고유 진동수와 장력과의 관계를 회귀분석을 통하여 구한 장력식의 이용으로 장력을 측정하는 진동법(vibration

¹⁾ 정회원·부산대학교 공과대학 사회환경시스템공학부 조교수 (대표저자: nskim@pusan.ac.kr)

²⁾ 정회원·부산대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

³⁾ 부산대학교 공과대학 사회환경시스템공학부 교수

⁴⁾ 정회원·부산대학교 공과대학 사회환경시스템공학부 교수

본 논문에 대한 토의를 2007년 8월 31일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

(논문접수일 : 2006. 11. 28 / 심사종료일 : 2007. 2. 21)

method)이 있다. 이 방법은 케이블에 가속도센서를 사용하여 상진동 및 강제진동에 대하여 용이하게 가속도신호를 측정할 수 있기 때문에 현재 가장 보편적으로 쓰이고 있는 방법이다. 진동법의 경우는 단일진동모드를 이용하는 방법(Zui et al.의 장력식 이용)⁽²⁾과 다중진동모드를 이용하는 방법(Shimada의 장력식 이용)⁽³⁾으로 나눌 수 있는데 2가지 방법 모두 현의 공식을 기초로 한다. 하지만 현의 공식을 이용한 진동법은 식 자체에서 케이블의 휨강성을 고려하더라도 이에 대한 영향이 큰 경우 비교적 커다란 오차를 수반하게 되는 문제점을 가지고 있다. 실제 휨강성의 영향이 큰 짧은 케이블의 장력 추정에는 사용이 불가능하다.

본 논문에서는 실제 국내에 사용 중인 광안대교 행어 케이블을 대상으로 장력 추정을 수행하였다. 길이가 비교적 긴 행어케이블의 경우에는 기존 진동법으로 다중진동모드를 이용한 장력 추정이 일반적으로 타당하다고 판단할 수 있으나, 길이가 10m 미만의 짧은 행어케이블의 경우에는 휨강성의 영향이 크기 때문에 기존 진동법 대신 새로운 장력추정 방법으로 역해석(back analysis)기법을 제시하였다.

사용한 역해석기법⁽⁴⁾은 상용 유한요소 해석프로그램을 이용하여 간단한 모델링과 보정을 통해서 일반적인 수학적 알고리즘을 적용할 수 있게 된다.⁽⁵⁾ 해석모델을 통해서 계산된 진동수와 실제 계측된 케이블 진동수의 오차를 목적함수로 정의하여, 이를 최소화하기 위한 최적화 알고리즘과 보정 계수를 사용하였다. 최적화 알고리즘으로는 비구속 최적화기법 중에서 근사값의 개선을 위해서 다른 변수들을 고정시키고 한번에 하나의 변수만을 변화시켜 나가는 일차원 탐색법, 즉 단변분탐색법⁽⁶⁾을 사용하였다.

본 논문에서는 각 행어케이블에 대해 Truss요소와 Beam요소로 모델링 한 뒤 고유치해석을 통해 고유진동수 값을 산출해 내고, 이를 각각에 대해 역해석하여 기존 진동법에 의한 방법과 장력 추정값을 비교분석함으로써 케이블 길이에 따른 휨강성의 영향과 적절한 모델링 요소에 대하여 검토하였다. 일반적으로 케이블교량에서 케이블 장력추정이 어려움이 있는 짧은 케이블에 대한 장력 추정기법을 제시하고, 역해석을 통해 추정된 장력과 기존 진동법으로 추정된 장력을 비교분석하여 각각의 방법에 대한 신뢰도를 검증하였다.

2. 기존 장력추정 방법

2.1 진동법 I (단일진동모드를 이용)

케이블의 휨강성이 진동모드에 영향을 미치는 정도를 나타내는 무차원 변수 ξ 가 증가할수록 휨강성의 영향은 감소

하여 케이블이 현의 거동에 근접한다. 따라서 케이블에 도입된 장력과 케이블의 길이에 비해 상대적으로 휨강성이 작고($\xi = \sqrt{(T/EI)} \cdot L \geq 17$) 케이블의 새그효과를 무시할 만 한 경우 식 (1)과 같이 1차 단일진동모드를 측정하여 케이블의 장력을 추정할 수 있다.⁽²⁾

$$T = \frac{4W}{g} (f_1 L)^2 \left[1 - 2.20 \frac{C}{f_1} - 0.550 \left(\frac{C}{f_1} \right)^2 \right] \quad (1)$$

여기서 T 는 케이블의 장력, EI 는 케이블의 휨강성, L 은 케이블의 길이, f_1 은 측정된 1차 고유진동수, C 는 $\sqrt{(EIg)/(WL^4)}$ 을 나타낸다.

Fig. 1은 사용 중인 대표적인 국내 사장교 케이블에 대한 ξ 값 분포를 나타낸 것이다. ξ 는 길이에 비례하는 식으로 나타나 있지만, 각 교량마다 T 와 EI 의 값이 다르기 때문에 ξ 는 Fig. 1과 같이 다양한 분포를 가진다. 사장교 케이블의 경우 대체로 ξ 값이 20 이상을 나타내고 있지만, 현수교에서 ξ 값이 매우 작은 행어케이블의 경우에는 기존의 진동법 적용이 적절하지 못하다.

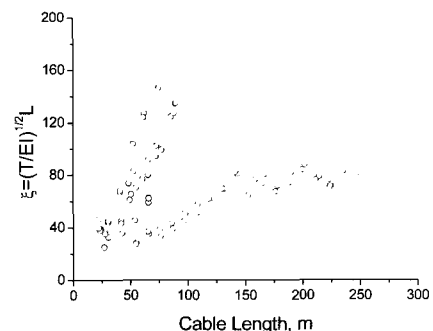
2.2 진동법 II (다중진동모드를 이용)

일반적으로 진동법에서는 케이블의 휨강성, 장력, 질량 등의 영향을 고려하여 운동방정식을 구성하며 케이블의 진동모드에 따라 측정된 고유진동수를 적용하여 케이블의 장력을 추정한다.

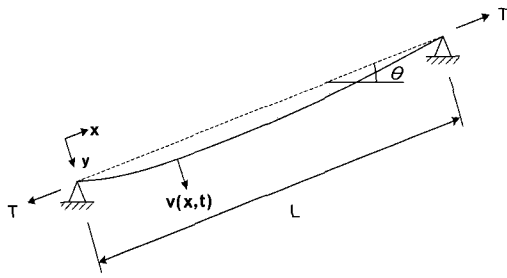
Fig. 2와 같은 케이블모델에서 시간 t , 케이블 하단부로부터 거리 x 만큼 떨어진 지점에서 케이블 현의 수직방향 동적변위 $v(x, t)$ 에 대한 운동방정식은 식 (2)⁽⁷⁾와 같이 구성된다.

$$T \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} = \frac{w}{g} \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

여기서 T 와 EI 는 각각 케이블의 장력과 휨강성을 나타내



(Fig. 1) existing stay cable



<Fig. 2> Simply supported cable model

며, w 는 단위 길이당 중량, g 는 중력가속도이다. 식 (2)의 미분방정식을 케이블의 여러 조건의 영향을 고려하여 풀면 다양한 장력식이 유도되며, 본 연구에서는 Shimada⁽³⁾에 의해 유도된 장력식을 적용하였다. Shimada의 장력 추정기법은 다중진동모드를 사용하여 식 (3)과 같은 장력식을 유도한 후, $(f_n/n)^2$ 과 n^2 이 1차의 선형관계로부터 케이블 장력을 추정하는 것이다. 여기서 n 은 진동모드차수, f_n 은 n 번째 진동모드에 해당하는 케이블의 고유진동수를 의미한다. 따라서 케이블의 고유진동수와 진동모드차수의 1차 선형 회귀 특성을 이용하여 식 (3)에 나타난 1차 선형회귀식의 b 를 구하여 식 (4)와 같이 케이블 장력을 추정할 수 있다.

$$\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 = \frac{Tg}{4wL^2} + \frac{n^2 n^2 EIg}{4wL^4} = b + a \cdot n^2 \quad (3)$$

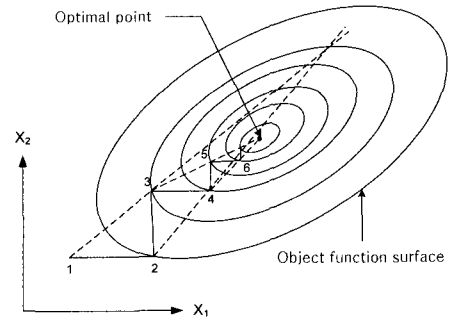
$$T = 4(w/g)L^2 \cdot b \quad (4)$$

3. 역해석 기법

비구속 최적화기법(unconstrained optimization technique) 중 하나인 단변분탐색법(univariate search method)⁽⁸⁾은 근사값을 개선하기 위해 다른 변수들을 고정시키고 한번에 하나의 변수만 변화시키는 것이다. Fig. 3에서와 같이 단 하나의 변수만이 변화되므로 이 방법은 일차원 탐색의 순차적인 적용이라고 볼 수 있다.

최적화 기법은 식 (5)로 정의되는 오차함수인 목적함수 $f(X)$ 의 최적화 방법에 의해 미지의 매개변수 X 를 역해석으로부터 구할 수 있다. 여기서 $\bar{U}_k(X)$ 는 계측치를 나타내며, $U_k(X)$ 는 역해석으로부터 얻어지는 계산치에 해당한다. 본 연구에서 미지의 매개변수 X 를 구하고자 하는 케이블의 장력으로 가정한다면, $\bar{U}_k(X)$ 와 $U_k(X)$ 는 각각 측정된 고유진동수와 역해석에 의해 계산된 고유진동수에 해당한다.

$$f(X) = \sqrt{\sum_{k=1}^n |U_k(X) - \bar{U}_k(X)|^2} \quad (5)$$



<Fig. 3> Searching process of optimal point

오차함수를 최소화하기 위한 최적화 알고리즘에 포함된 반복 연산과정은 다음의 식 (6)과 같이 매개변수를 계산한다.

$$X_{i+1} = X_i + \lambda_i^* S_i \quad (6)$$

여기서 X_i 는 초기 도입 장력을 나타내며 λ_i^* 는 단계길이(step length)이고 S_i 는 탐색방향을 지정한다.

Fig. 4는 역해석기법을 위한 단변분법에 의한 최적화 흐름도를 나타내고 있다. 미지의 매개 변수는 케이블 장력 T_i 이며, 초기치는 설계장력에 임의의 장력오차를 더한 값을 적용하였다. 단계길이(step length) λ_i^* 및 보정계수 β_i 는 각각 식 (7) 및 식 (8)과 같다.

$$\lambda_i^* = T_i(\beta_i - 1) \quad (7)$$

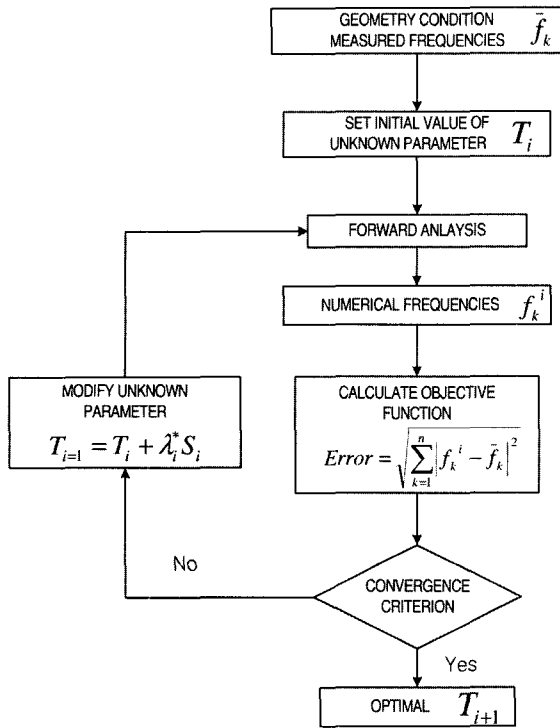
$$\beta_i = \frac{\sum_{k=1}^n W_k^i \frac{\bar{f}_k}{f_k}}{\sum_{k=1}^n W_k^i} \quad (8)$$

여기서 보정계수 β_i 는 i 번째 역해석 단계에서 얻어진 모드 기여도(Modal Participation Factor: MPF) W_k^i 가 반영된 값이며, 1차 진동모드만 고려하여 보정할 경우에는 모드기여도를 적용할 필요가 없다. 또한 탐색방향 S_i 는 식 (9)와 같이 1로 정의할 수 있으며, 수렴기준은 식 (10)과 같이 미지 매개변수 T_i 의 상대오차로 정하였다.

$$S_i = 1 \quad (9)$$

$$\frac{|T_{i+1} - T_i|}{T_i} = \epsilon_T \quad (10)$$

Fig. 4와 같은 계산 절차로 유한요소해석에서 모델링된 행어케이블의 계산진동수 f_k^i 와 교량현장에서 측정된 계측진동수 \bar{f}_k 를 비교함으로써 역해석을 반복적으로 수행할 수 있다.



〈Fig. 4〉 Flow chart on optimization procedure of univariate method

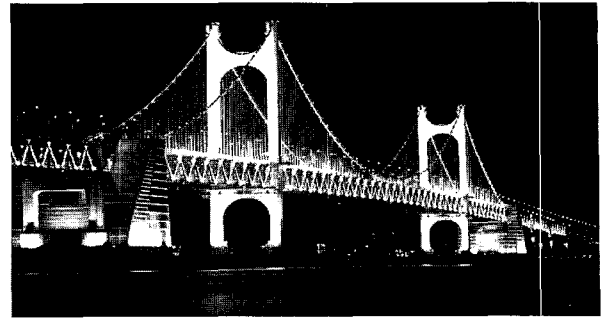
4. 현수교 행어케이블의 장력추정

4.1 행어케이블 진동신호 계측

Fig. 5와 같이 실제 장력추정 대상교량으로 사용한 광안대교는 현수교 형태의 교량으로서 부산광역시에 위치하고 있다. 광안대교의 주요 제원은 Table 1과 같다.

광안대교의 행어케이블은 주탑을 기준으로 경간 중앙으로 갈수록 길이가 점점 짧아지는 형태를 갖고 있다. 따라서 본 논문에서는 아래의 Fig. 6과 같이 긴 케이블뿐만 아니라 중간 케이블, 짧은 케이블을 대표적으로 선정함으로써 케이블 길이변화에 따라서 나타나는 구조적인 특성변화를 분석하여 일반적으로 적용할 수 있는 장력 추정방법을 제시하고자 한다. 장력추정 대상케이블은 4개소의 행어케이블로서 해변측에 위치한 개소를 선정하였다. 각각의 개소에는 한 개의 행어케이블 밴드에 Fig. 7 및 8과 같은 형태로 2개 그룹의 행어케이블이 설치되어 있다. 따라서 총 4개소에 각각 2개의 케이블그룹에 대하여 진동법과 역해석을 수행하였다. 선정된 개소의 행어케이블 제원은 Table 2에 나타나 있다.

Table 2에 표시한 행어케이블의 길이는 양단을 힌지로 가정한 행어케이블의 길이이며, 직경은 케이블의 유효 단면적에 해당하는 환산된 직경이다. 또한 설계장력은 광안대교 행어케이블 설계시방서 상의 장력으로 역해석 모델링을 수행할 때에 각 행어케이블에 도입한 초기 장력값으로 정의할



〈Fig. 5〉 A night view of Gwang An bridge

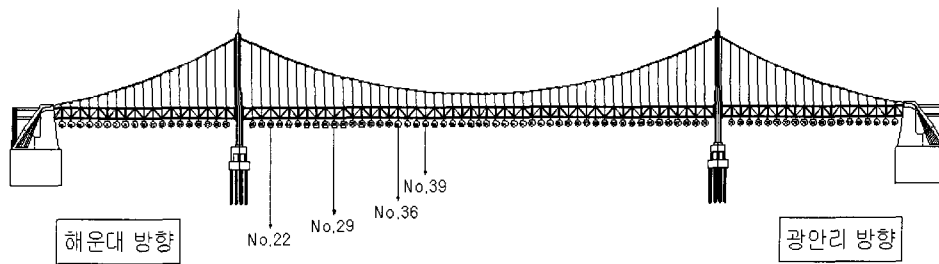
〈Table 1〉 Properties of Gwang An bridge

규모	연장 :900m (중앙경간 500m 측경간 200m 씩 총 3경간·2한지) 폭 : 24m
형식	타정식 현수교
앵커블럭	스트랜드 정착과 케이블 장력을 지탱하는 철근 콘크리트블럭(2기) Concrete 186,276m ³ , 철근 18,467ton
주탑	보강트러스를 매달고 있는 케이블을 떠받치는 강체기둥 기초 : Bell Type 말뚝기초, 높이(평균해수면 기준) : 116.5m (8각형) 규격 : 4×5~6.5×105m, 재질 : 강재 중량 : 6,480톤 설치 : 대블럭가설(3단, 볼트체결)
주케이블	소선직경(5mm), 11,544가닥 Cable(단면직경 60.6cm) → 37 Strand로 구성, 1 Strand : 5mm, 소선 312가닥 장력 24,500ton(12,250×2 Cable)
보강 트러스	각형 및 판형의 강재로 조립된 형구로서 워렌트러스 형식의 교량 총강재중량 : 23,708ton(강상판 9,286ton, 트러스 14,422ton)

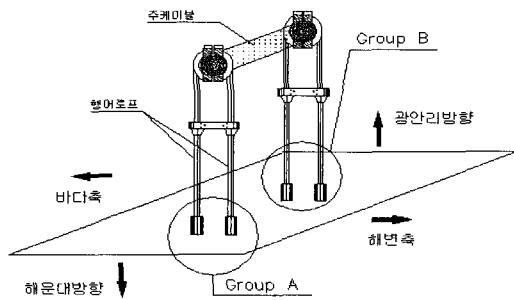
수 있다. 또한 선정된 케이블의 길이와 휨강성의 영향을 나타내는 무차원 변수 ξ 를 비교하면, 36번 및 39번 행어케이블에서 휨강성의 영향이 크게 나타나고 있다.

행어케이블의 교축직각방향으로 가속도센서를 Fig. 9와 같이 설치하여 행어케이블의 가속도 진동신호를 계측하였다. 총 8개 그룹에 대하여 상시진동(ambient vibration)상태에서의 계측조건은 데이터취득속도(sampling rate) 200Hz, 계측시간은 100초 이상으로 설정하여 주파수 해상도(frequency resolution) Δf 는 0.0122Hz로 하였다.

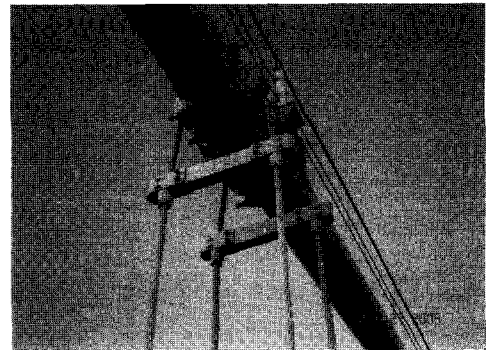
행어케이블의 다중진동모드를 용이하게 얻기 위하여 상시진동상태에서 진동계측을 수행하였다. 그러나 현장에서 측정된 일반적인 케이블의 상시진동신호를 살펴보면, 원하는 진동모드범위를 만족하지 않는 경우가 있으며 측정된 진동모드의 차수를 명확하게 정의하기 어려운 경우가 있다. 또한 현장 여건의 제약으로 인하여 가속도센서가 지점 부근에 설치되는 경우가 일반적이기 때문에 휨강성의 영향이 큰 고차 진동모드가 두드러지게 얻어지는 경우가 있다. 따라서 측정된 진동모드의 차수를 더 명확하게 구별하기 위해서 Fig. 9와 같이 1개의 행어밴드에 연결된 2개의 행어케이블



〈Fig. 6〉 Positions of selected hanger cables



〈Fig. 7〉 Hanger cables for measurement



〈Fig. 8〉 Each position of hanger cable has two groups

〈Table 2〉 Properties of selected hanger cables

Cable ID	length (m)	$\xi = \sqrt{(T/EI)} \cdot L$	diameter (mm)	Young's modulus (kN/mm ²)	weight (kN/mm ³)	design tension (kN)
22-A	50.8505	155.208	49.52	1.3734×10 ²	8.0×10 ⁻⁸	377.685
22-B	50.3753	153.758				
29-A	25.3234	77.293				
29-B	24.9986	76.302				
36-A	9.0173	27.523				
36-B	8.8329	26.960				
39-A	4.8208	14.714				
39-B	4.6985	14.341				



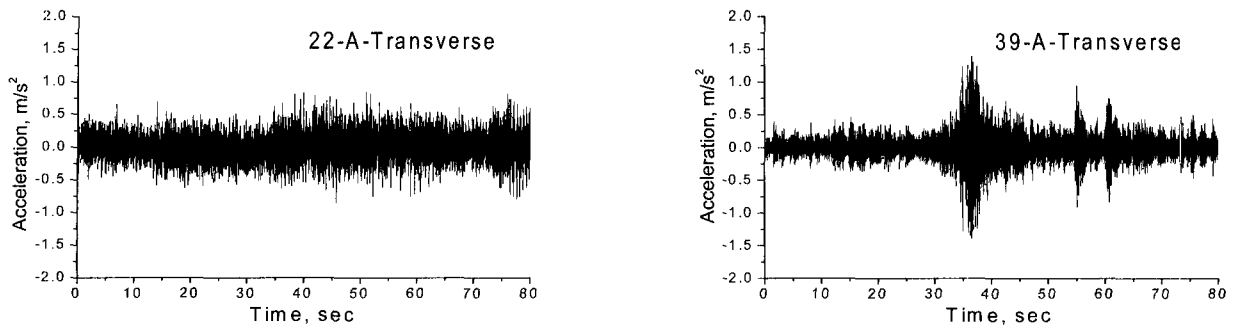
〈Fig. 9〉 Accelerometers installed at hanger cables

에 교축직각방향으로 동시에 가속도신호를 측정하여 주파수분석을 수행하였다. 또한 계측된 고유진동수는 진동법에 있어서 가장 중요한 수학적 요소임과 동시에 역해석을 통한 장력추정에 있어서도 기준이 되는 값이므로, 수차례 반복

측정하여 평균한 값을 사용하였다.

Fig. 10은 22-A, 39-A 행어 케이블의 교축직각방향에서의 상시진동상태로부터 얻어진 가속도 응답신호 중 대표적인 케이스를 나타내며, Fig. 11는 Fig. 10에 나타난 가속도 응답신호의 Power Spectrum을 나타내고 있다.

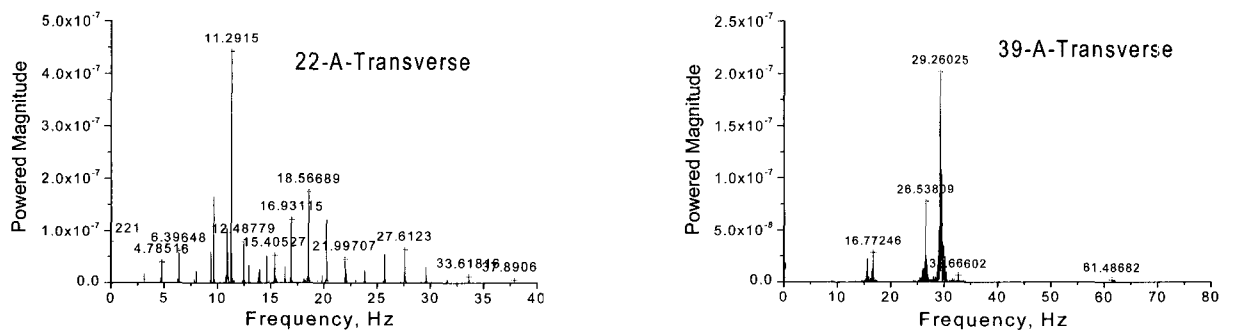
Table 3은 광안대교의 상시진동상태에서 얻어진 행어케이블의 측정된 고유진동수의 평균값을 나타낸 것이다. 1개의 행어밴드에 연결된 2개의 행어케이블은 교축직각방향으로 인접한 2개의 진동모드가 발생한다. 이러한 2개의 진동모드의 특징은 상대적인 위상차가 180°인 비동조모드와 0°인 동조모드가 인접하여 나타나며, 비동조모드의 경우에는 모드기여도가 거의 0으로 나타나는 현상을 보이고 있다. 따라서 Table 3에서는 각 행어케이블의 동조모드에 해당하는 고유진동수를 추출하여 평균한 것이다.



(a) 22-A-1 Transverse Direction

(b) 39-A-1 Transverse Direction

(Fig. 10) Acceleration responses under ambient vibration condition



(a) 22-A-1 Transverse Direction

(b) 39-A-1 Transverse Direction

(Fig. 11) Power Spectra of the measured acceleration responses under ambient vibration condition

(Table 3) Measured frequencies of hanger cables under ambient vibration condition

Mode	Measured Frequency (Hz)							
	22-A	22-B	29-A	29-B	36-A	36-B	39-A	39-B
1st	1.57	1.55	3.22	3.05	9.40	9.20	16.77	16.72
2nd	3.13	3.11	6.45	6.09	16.01	15.47	29.29	30.31
3rd	4.75	4.66	9.62	9.14	23.12	22.60	60.00	63.09
4th	6.33	6.23	12.66	12.01	34.78	34.54	96.70	94.37
5th	7.93	7.81	15.36	14.58	49.17	48.73	-	-
6th	9.46	9.38	18.09	17.21	65.01	65.75	-	-
7th	11.20	10.96	21.37	20.37	84.11	85.44	-	-
8th	12.61	12.38	25.06	23.95	-	-	-	-
9th	13.96	13.72	28.71	27.66	-	-	-	-
10th	15.42	15.18	-	-	-	-	-	-

4.2 역해석기법에 의한 장력추정 결과

본 논문에서는 각 케이블의 길이에 따라 휨강성의 영향을 분석하기 위해서 유한요소해석 모델링은 축력만 작용하는 Truss모델과 휨강성이 지배적인 Beam모델로 나누고 수행하였다. 여기서 Beam모델을 적용한 경우, 우선 지배적인 1차 진동모드만을 반영하여 역해석을 수행하였으며, 또한 모드기여도를 고려한 여러 개의 진동모드를 적용한 역해석을 수행하였다.

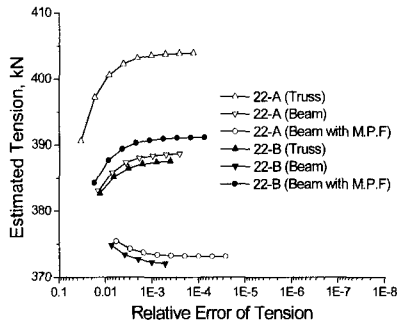
Table 4는 계측진동수와 유한요소해석을 통해서 얻어진 계산진동수를 비교하였으며, 각각의 진동모드에 대한 모드기여도를 함께 나타낸 것이다. 여기서 계산된 고유진동수와 모드기여도는 각각의 행어케이블에 Beam모델을 사용한 경우로서 설계장력을 초기장력으로 가정하여 얻어진 결과이다. 일반적으로 대칭모드를 갖는 홀수차 진동모드에서 모드기여도가 지배적으로 나타나고 있다.

Fig. 12는 행어케이블의 장력 초기치에 대하여 계측진동수와 계산진동수의 오차함수를 목적함수로 설정하여, 식

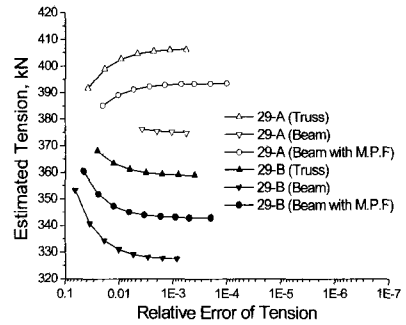
(Table 4) Measured frequencies, Computed Frequencies and mode participation factors of numerical models

단위 : Hz

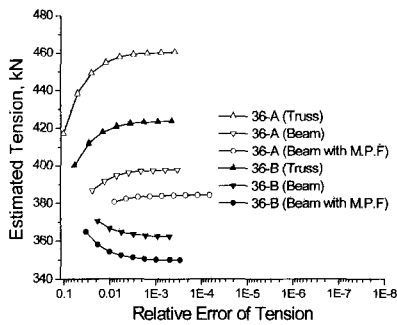
Mode	cable 22-A			cable 29-A			cable 36-A			cable 39-A		
	Measured Frequency	Numerical Model		Measured Frequency	Numerical Model		Measured Frequency	Numerical Model		Measured Frequency	Numerical Model	
		Computed Frequency	Mode Par. Factor (%)		Computed Frequency	Mode Par. Factor (%)		Computed Frequency	Mode Par. Factor (%)		Computed Frequency	Mode Par. Factor (%)
1	1.57	1.54	79.6	3.22	3.14	78.79	9.40	9.18	80.87	16.77	16.78	86.09
2	3.13	3.09	0.001	6.45	6.29	0.02	16.01	17.70	0.97	29.29	31.97	0.12
3	4.75	4.64	9.13	9.62	9.44	9.96	23.12	25.98	10.36	60.00	58.31	4.97
4	6.33	6.19	0.005	12.66	12.59	0.10	34.78	36.30	0.13	96.70	94.60	0.28
5	7.93	7.75	3.51	15.36	15.73	4.43	49.17	48.96	1.87			
6	9.46	9.31	0.013	18.09	18.86	0.13	65.01	63.68	0.23			
7	11.2	10.9	1.97	21.37	22.03	2.33	84.11	80.42	0.82			
8	12.61	12.4	0.024	25.06	25.32	0.02						
9	13.96	14.0	1.34	28.71	28.80	1.03						
10	15.42	15.6	0.034									



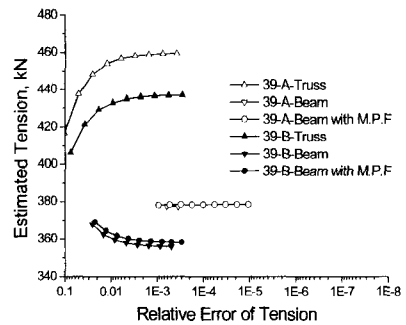
(a) hanger cable No. 22



(b) hanger cable No. 29



(c) hanger cable No. 36



(d) hanger cable No. 39

(Fig. 12) Estimated tension convergence by back analysis using truss & beam models

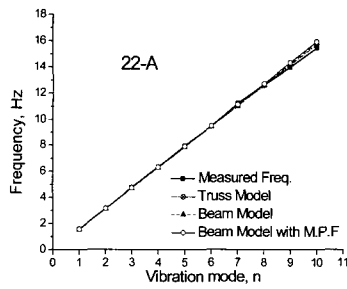
(10)의 수렴기준을 만족하는 역해석 반복수행에 따라 추정된 장력의 수렴과정을 보여주었고 있다. Fig. 12에서 보이는 바와 같이 각 행어케이블 별로 역해석을 수행한 결과, Truss 모델과 Beam 모델(1차 진동모드만을 고려한 역해석), MPF (모드기여도)를 고려한 Beam 모델(여러 개의 진동모드를 고려한 역해석)이 각각 다른 장력값으로 수렴하고 있다. 역해석 과정에 수치적인 문제가 없다고 가정하면, 행어케이블을 어떤 요소로 모델링하는 것이 참값에 수렴하는지에 대한 명확한 판단을 Fig. 12로부터는 추정하기가 곤란하다

역해석에 의한 행어케이블 장력의 수렴치는 Table 5와 같이 정리할 수 있다. 그러나 각 케이블 별로 Truss 모델, Beam 모델, MPF를 고려한 Beam 모델의 역해석 결과가 다르게 나타나기 때문에 Fig. 13과 같이 역해석 결과로부터 얻어진 각 케이블 모델의 진동모드별 고유진동수를 계측진동수와 비교하였다.

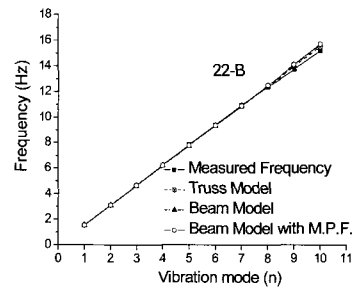
Fig. 13과 같이 각 행어케이블의 역해석 수렴 결과로부터 얻어진 계산진동수와 현장에서 측정된 계측진동수를 진동 모드별로 비교하면, 길이 10m 미만의 36번과 39번 케이블

<Table 5> Back analysis results of truss and beam models

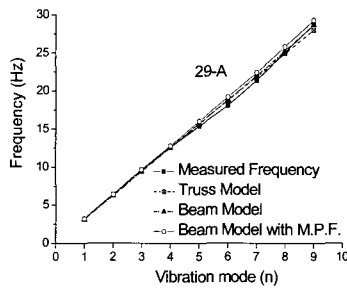
Cable ID	Cable length (m)	Initial tension value for back analysis (kN)	Converged tension force (kN)		
			Truss Model	Beam Model	Beam Model with M.P.F.
22-A	50.8505	377.685	403.9464	388.6941	391.158
22-B	50.3753		387.5469	372.0409	373.138
29-A	25.3234		406.3433	374.7989	393.454
29-B	24.9986		358.9159	327.4201	342.753
36-A	9.0173		460.4571	397.8215	384.444
36-B	8.8329		423.7153	362.4154	349.861
39-A	4.8208		459.4143	377.3144	378.512
39-B	4.6985		437.0136	355.8146	358.152



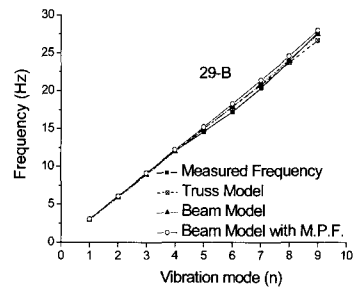
(a) hanger cable No. 22-A



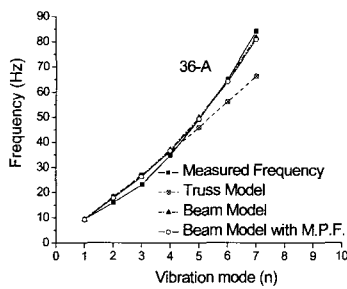
(b) hanger cable No. 22-B



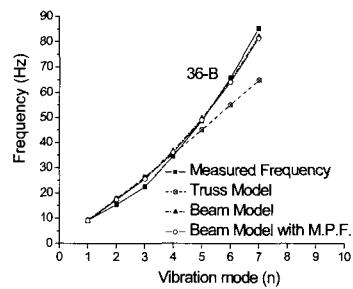
(c) hanger cable No. 29-A



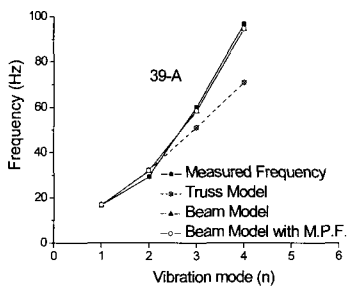
(d) hanger cable No. 29-B



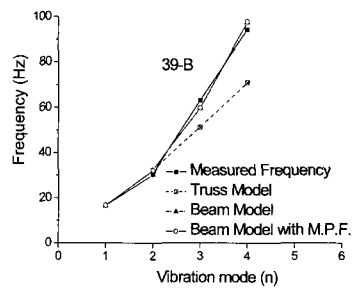
(e) hanger cable No. 36-A



(f) hanger cable No. 36-B



(g) hanger cable No. 39-A



(h) hanger cable No. 39-B

<Fig. 13> Comparison between the measured frequencies and the calculated frequencies by back analysis

의 경우에는 명확히 Beam모델과 MPF를 반영한 Beam모델에서 얻어진 계산진동수가 계측진동수와 일치하는 경향을 확인할 수 있다. 반면 22번 및 29번 케이블의 경우에는 계측진동수가 휨강성이 지배적이지 않은 Truss모델 및 MPF를 반영한 Beam모델의 계산진동수에 근접한 결과를 나타내었다. 따라서 MPF를 고려하지 않은 경우의 역해석을 통한 장력 추정값의 경우 22번 및 29번 케이블은 Truss모델, 36번 및 39번 케이블은 Beam모델을 통한 장력 추정값이 신뢰할 수 있는 결과를 보이고 있으며, MPF를 고려한 Beam모델의 경우 모든 경우에서 신뢰할 수 있는 결과를 보이고 있다.

4.3 장력 추정결과 비교

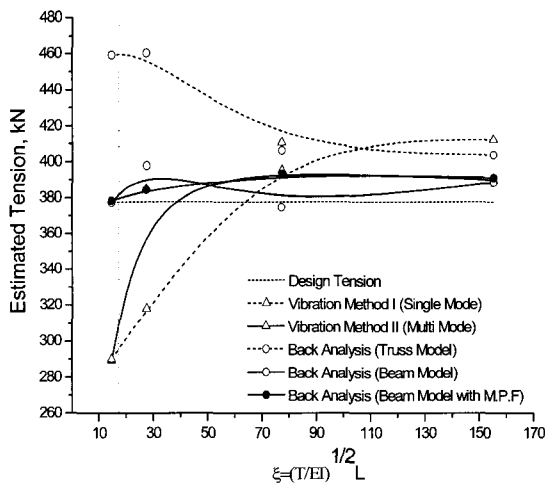
앞서 언급한 해석 방법에 따라 추정된 케이블 장력값과 설계장력과의 차이를 Table 6에 정리하였으며, 이에 대한 결과를 Fig. 14에 보이고 있다. 모든 해석 방법의 경우, ξ 값

이 커질수록 추정 장력값들이 설계장력 부근에서 유사한 값을 보이며, 특히 모드기여도를 고려하여 여러 개의 진동모드를 반영한 Beam모델과 진동법 II를 이용한 추정 장력값이 매우 유사한 값을 보인다. 하지만 ξ 값이 작아질수록 점차 해석 값이 차이가 나타나며, 특히 36번 및 39번 케이블에서는 진동법 I과 역해석 Truss모델의 추정 장력값은 설계장력으로부터 크게 벗어나며, 39번 케이블에서는 진동법 II의 경우도 차이가 크게 나타나는 것을 볼 수 있다. 설계장력과의 차이를 비교하면 짧은 케이블의 경우 20%이상 벗어난 장력이 추정되는 기존의 진동법보다 10%미만의 장력이 추정되는 Beam모델 역해석에 의한 장력추정이 더 타당하다는 것을 알 수 있다. 비교적 길이가 긴 22번과 29번 케이블의 경우에는 진동법이나 역해석 모두 비교적 유사한 결과를 얻을 수 있기 때문에 위의 방법 중 어느 것을 적용하여도 무방하다고 할 수 있다.

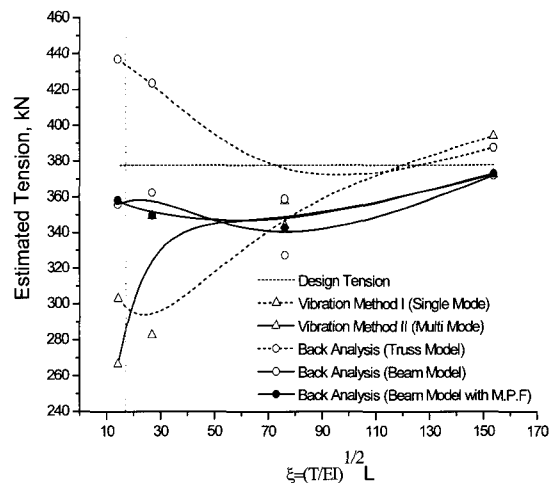
<Table 6> Estimated tension and its difference resulted from vibration methods and back analyses

단위 : kN

Cable ID	ξ	Design tension	Vibration Method				Back Analysis without M.P.F				Back Analysis with M.P.F	
			Single Mode		Multi Mode		Truss Model		Beam Model		Beam Model	
			Computed Tension	Difference (%)	Computed Tension	Difference (%)	Computed Tension	Difference (%)	Computed Tension	Difference (%)	Computed Tension	Difference (%)
22-A	155.208	377.685	412.322	9.171	389.770	5.584	403.946	6.953	388.694	2.915	391.159	3.568
22-B	153.758		394.193	4.371	372.494	-1.374	387.547	2.611	372.041	-1.494	373.138	-1.204
29-A	77.293		410.746	8.754	395.387	4.687	406.343	7.588	374.799	-0.764	393.454	4.175
29-B	76.302		357.789	-5.268	344.029	-8.911	358.916	-4.969	327.420	-13.309	342.753	-9.249
36-A	27.523		317.913	-15.826	384.701	1.858	460.457	21.916	397.821	5.331	384.445	1.790
36-B	26.960		282.754	-25.135	349.517	-7.458	423.715	12.187	362.415	-4.043	349.861	-7.367
39-A	14.714		290.086	-23.194	289.378	-23.381	459.414	21.639	377.314	-0.098	378.513	0.219
39-B	14.341		302.947	-19.788	266.611	-29.409	437.014	15.709	355.815	-5.791	358.152	-5.172



(a) cable group A



(b) cable group B

<Fig. 14> Estimated tension resulted from vibration methods and back analyses

5. 결론

본 논문에서는 진동 유효길이를 정확히 알 수 없는 현수교 행어케이블의 장력을 단일진동모드를 이용한 진동법과 다중진동모드를 이용한 진동법 및 역해석을 통하여 추정하였으며, 이에 대한 결론은 다음과 같다.

22번 및 29번 케이블과 같이 비교적 길이가 길고, ξ 값이 큰 케이블의 경우에 진동법 I은 -8.91~4.69%, 진동법 II는 -5.27%~9.17%, 모드기여도(MPF)를 고려하지 않은 역해석은 -4.97%~7.59%, Beam모델 역해석 중 MPF를 고려하여 여러 개의 진동모드를 이용한 경우 -9.84%~4.18% 범위 내에서 설계장력과 차이를 보이고 있기 때문에, 3가지 방법 모두 장력 추정에 타당함을 알 수 있다. 그러나 36번 및 39번 케이블과 같이 길이가 10m 미만이고 ξ 값이 상대적으로 작은 짧은 케이블의 경우에는 다중진동모드를 이용한 진동법 II의 경우 -25.14%~-15.83%의 오차를, ξ 가 17 미만이 되는 39번 케이블에서는 단일진동모드를 이용한 진동법 I의 경우 -29.41%~-23.38%의 오차를 나타내어 장력 추정에 적절치 못한 방법으로 판정되었고, 긴 케이블에서 신뢰성을 보여준 역해석 기법의 경우에는 1차 진동모드만을 고려한 경우는 -5.79%~5.33%, MPF를 고려한 경우는 -7.37%~1.79%의 오차로 휨강성이 지배적인 짧은 케이블의 경우에도 역시 케이블 장력을 추정하는데 타당한 기법으로 검증되었다. 따라서 역해석 모델링을 통한 진동모드별 고유진동수의 비교에서 보듯이 짧은 케이블은 휨강성이 지배적이기 때문에, 케이블 운동방정식을 이용하는 기존의 진동법보다는 Beam모델을 이용한 역해석기법이 케이블 장력추정에 타당한 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단 협동연구지원사업(KRF- 2004-042-D00191)의 연구비 지원에 의해 이루어졌으며, 지역기술혁신사업 호남/제주권 풍환경모델 및 내풍기술 개발(내풍기술연구단, KWERC)과제('05~'10)의 1세 부과제인 장대교량 내풍기술 클러스터 구축 연구결과의 일부입니다. 또한 광안대교 현장계측을 지원하여 주신 광안대교사업단 관계자분들께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Ahn, S.S. and Lee, I.K., "Static Test Method for Estimating Tensile Force of hanger Cable.", *Proceedings of Korea Society of Civil Engineering*, 2003, pp. 1418-1423.
2. Zui, H., Shinke, T. and Namita, Y., "Practical Formulas for Estimation of Cable Tension by Vibration Method.", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 122(6), 1996, pp. 651-656.
3. Shimada, T., "A Study on the Maintenance and Management of the Tension Measurement for the Cable of Bridge." Ph. Dissertation, Kobe University, 1995.
4. Kim, N.S. and Jeong, W., "Estimation of Tension Forces of Assembly Stay Cables Connected with Massive Anchorage Block.", *Transaction of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*. Vol. 15, No. 3, 2005, pp. 346-353.
5. Giuda, G. and Maier, G., "Direct Search Solution of an Inverse Problem in Elastoplasticity: Identification of Cohesion, Friction Angle and In-situ Stress by Pressure Tunnel Test.", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*. 15, 1980, pp. 1823-1848.
6. Rao, S.S., "Engineering Optimization - Theory and Practice", Wiley - Interscience, 1996.
7. Irvine, M., "Cable Structures.", New York : Dover Publications Ins., 1981.
8. Jeon, Y.S. and Yang, H.S., "Development of Back Analysis Algorithm Using FLAC". *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41, 2004, pp. 441-442.