

사면구조 격자를 이용한 홍수범람 모의 Numerical Simulation of Flood Inundation with Quadtree Grid

김 종 호* / 김 형 준** / 이 승 오*** / 조 용 식****
Kim, Jongho / Kim, Hyung-Jun / Lee, Seung Oh / Cho, Yong-Sik

Abstract

In this study, the flood inundations of the Nam River catchment running through the Uiryong and Haman regions have been simulated using the numerical model based on quadtree grids. The nonlinear Saint Venant equation is employed as the governing equation for a numerical model in this study. The governing equations are discretized explicitly with a finite difference leap-frog scheme on adaptive hierarchical quadtree grids. Results from this study are compared with those of established numerical models such as the HEC-RAS and the FLUMEN. A numerical model is also simulated according to the frequency variations of flood event. Obtained numerical results show good agreements with them of commercial models. It is found from this study that the flood inundations in the studied area can be occurred at a 500 year frequency event.

key words : quadtree grid, flood inundation simulation, Saint Venant equations

요 지

본 연구에서는 사면구조(quadtree) 격자기법을 이용하여 경상남도 의령군과 함안군을 통과하는 남강 유역에서의 홍수범람을 모의하였다. Saint Venant 방정식을 지배방정식으로 사용하였으며, 제방선을 따라 적합화된 계층적 사면구조 격자를 이용하여 leap-frog 기법으로 양해적 유한차분하였다. 본 모형과 상용 프로그램인 HEC-RAS 및 FLUMEN과의 수치결과를 서로 비교하였고, 빈도에 따른 홍수 사상을 다르게 하여 홍수범람을 모의하였다. 그 결과 세 모형의 결과가 거의 일치함을 보였다. 그리고 500년 빈도의 홍수 사상에서 제내지로 홍수가 범람함을 본 연구의 결과에서 알 수 있었다.

핵심용어 : 사면구조 격자기법, 홍수범람모의, Saint Venant 방정식

1. 서 론

우리나라는 매년 홍수로 인하여 연평균 약 140명의 인명피해와 대략 6000억원의 재산피해를 입고 있다(신영호, 2002). 우리나라는 반복되는 홍수를 대비

하고 피해를 줄이기 위해 하천제방, 댐 및 유수지 건설 등 주로 구조적인 홍수방지 대책을 수립·시행함으로써 홍수에 대비해 오고 있다. 그러나 이러한 구조적 대책은 댐과 같은 수리구조물 건설에 따른 환경단체 등의 반대 및 민원발생, 치수구조물의 설계빈도를 초과하는 홍수발생의 우려 그리고 설계빈도를 과도하게

* 한양대학교 대학원 토목공학과 석사과정 (e-mail: jhjeheh@hanyang.ac.kr)

** 한양대학교 대학원 토목공학과 박사수료

*** 한양대학교 토목공학과 박사후과정 연구원

**** 정희원 · 교신저자 · 한양대학교 토목공학과 교수·공학박사

설정하는 경우 구조물의 경제성 문제 등으로 인하여 구조물을 이용한 구조적인 홍수피해 저감 대책은 근본적인 문제 해결에 한계성을 내포하고 있다. 따라서 이러한 구조적 대책의 문제점을 보완하기 위해 홍수범람 구역을 비교적 정확하게 추정하여 홍수로 인한 재해 예방 및 피해를 최소화할 수 있는 홍수지도 제작의 필요성이 제기되고 있다.

최근 국내에서도 정확한 홍수범람구역을 예측하기 위해 많은 연구들이 이루어지고 있다. 이주현 등(2003)이 강우유출모형(HEC-1)과 수리학적 홍수추적 모형인 HEC-RAS 및 지리정보시스템(GIS)을 연계한 수치도형을 개발하였고, 배용훈 등(2005)은 유한체적법이 적용된 2차원 FLUMEN 수치모형을 이용하여 실제 지형에 적용하였다. 또한 한건연 등(2002)은 배수시스템과 지표류 흐름에 대한 두 가지의 모형을 통합하여 도시지역의 침수현상을 모의하였다. 한편, 내수침수에 관한 연구로는 원성연 등(1993)이 ILLUDAS를 이용하여 도시구역의 유출량에 대한 연구를 하였으며, 유재홍 등(2005)은 하천모형과 우수관망모형을 결합하여 내외수 연계모형을 개발하여 홍수범람모의를 하였다.

수치모형을 이용하여 홍수를 모의할 수 있는 하천흐름을 해석할 경우, 국부적인 지형 특성을 고려한 결과를 도출하기 위해서는 효율적이고 상세한 격자 생성 기술이 요구된다. 일반적인 사각 혹은 균등격자들로 이루어진 수치모형은 하천흐름과 같이 복잡한 현상에는 적합하지 않으며, 홍수의 범람 및 침수와 같이 고해상도의 해를 요구하는 경우에는 매우 비효율적이다. 따라서 상대적으로 관심이 적은 지역에서는 상세한 격자 및 계산이 필요 없는 반면, 홍수로 인한 피해가 예상되는 관심 지역에 있어서는 국부적인 격자의 세밀화를 통한 고해상도의 수치결과가 필요하다. 따라서 우리는 관심 있는 임의의 지역에, 원하는 해상도로 효율적이고 경제적인 격자를 조절하고 생성할 수 있는 기술이 필요하다.

본 연구에서는 계층적 구조의 사면구조(hierarchical quadtree)를 이용하여 격자를 구성하고 관심영역을 세분화하였다. Leap-frog 기법과 풍상차분 기법을 이용한 수치모형을 이용하여 경상남도 의령지구에서의 홍수범람 및 침수를 모의하였다. 본 연구에서 모의된 결과를 기존 상용 모델인 HEC-RAS와 FLUMEN의 수치결과와 비교하여 본 모형의 적용성을 검증하였고, 본 모형의 빈도별 수치해석 결과를 제시하고 홍수범람 지역을 예측하여 홍수발생시 발생하는 피해를 최소화할 수 있도록 하였다.

2. 사면구조 격자 기법

계층적 구조의 사면구조 격자를 생성하기 위해서는 먼저, 관심 대상영역을 단위길이의 큰 정사각형에 격화시킨다. 그리고 격자를 관심 영역에 대하여 원하는 해상도로 만들기 위해 씨앗점들을 지정한다. 본 프로그램 내에서 씨앗점이란 격자의 분할 여부를 판단하는 것으로, 정사각형 한 개에 씨앗점이 하나만 포함하게 될 때까지, 단위 길이의 큰 정사각형은 4개의 작은 단위길이의 정사각형으로 분할되는 작업을 계속한다. 분할 과정에서 이웃하는 정사각형간의 길이비는 2:1의 비율을 유지하도록 하여야 한다. 만약, 이웃하는 격자가 2:1의 비율을 만족하지 않으면 인접 격자들은 조건에 맞도록 자동적으로 더욱 분할된다. 이러한 과정을 통해 대상 격자와 이웃하는 격자가 1차 레벨 이상 차이가 나는 것을 제한할 수 있으며, 발생가능한 수치적 오차를 최소화할 수 있어 보존법칙이 정확하게 유지된다(Park, 1999).

계층적 격자구조를 이루고 있는 사면구조는 각각의 격자를 정의하거나 인접한 격자에 대한 정보를 얻고자 할 때 매우 유용한 체계이다. 모든 격자는 기억 지시자(pointer)에 의해 저장되고 뿌리(root) 격자까지의 경로에 대한 정보가 정의되어 있다. 따라서 어떤 주어진 대상 격자와 이웃하는 격자를 분별하기 위해서는 계통도의 상향으로 진행하여 최소 길이의 경로를 통해 하향 진행하여 이웃 격자에 도달하게 된다. 각각의 격자는 계통도 내에서의 절점, 모서리 수, 격자의 고유번호를 기억장소에 보관한다. 그림 1(a)의 "+" 기호는 임의의 지역을 세분화하기 위해 사용된 씨앗점을 의미하며, 각각의 씨앗점이 정사각형 내부에 하나만 존재하도록 2:1 보존 법칙을 따라 격자가 분할된 모습을 나타낸 것이다. 예를 들어 그림 1(a)의 13번 격자를 생각해보면, 그 격자의 북쪽, 동쪽, 남쪽, 서쪽에 위치하는 격자는 7번, 16번, 15번, 12번 격자로 정의하여, 차분식에 필요한 중간격자 변수들의 값을 계산할 수 있게 하였다. 그림 1(b)은 그림 1(a)의 격자가 이루고 있는 계층적인 격자구성을 도식화한 것이다.

3. 지배방정식과 수치모형

3.1 지배방정식

본 연구에서는 홍수파의 파장이 길고 연직방향의 가속도성분이 상대적으로 매우 작을 경우, 3차원 Reynolds Averaged Navier-Stokes 방정식을 수심

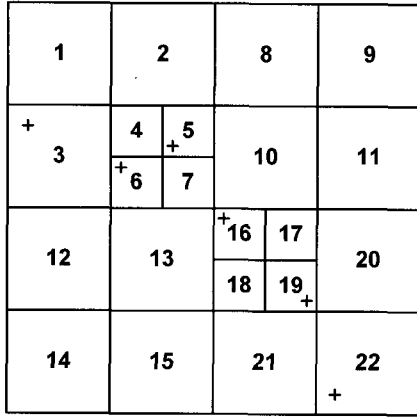


그림 1(a). 사면구조 분할

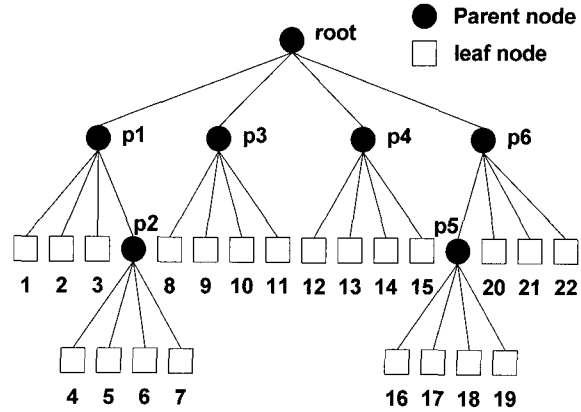


그림 1(b). 사면구조계통도

방향으로 적분하여 얻어지는 2차원 Saint Venant 방정식을 이용하여 2차원 수치모형을 개발하였다. 식 (1) - (3)과 같이 2차원 Saint Venant 방정식은 비보존형 연속방정식과 운동량방정식으로 표현된다. 운동량방정식은 시간과 공간에 따른 운동량의 변화를 나타내는 국부가속도와 이송가속도항, 중력항, 하상경사항 및 마찰경사항 등으로 구성된다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_{ox} - S_{fx}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} = g(S_{oy} - S_{fy}) \quad (3)$$

식 (1) - (3)에서 h 는 수심, u 와 v 는 x 축과 y 축 방향의 수심평균유속이며, g 는 중력가속도, S_0 는 하상경사, S_f 는 마찰경사이다. 운동량방정식의 오른쪽에 포함된 마찰경사는 Manning 공식을 이용하여 식 (4) - (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{fx} = \frac{gn^2}{h^{4/3}} u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (4)$$

$$S_{fy} = \frac{gn^2}{h^{4/3}} v \sqrt{u^2 + v^2} \quad (5)$$

식 (1) - (3)은 비보존형 방정식이므로 차분화하면 보존법칙을 만족할 수 없어 계산과정에서 발생하는 오차가 누적되므로 상당한 계산오차를 가져올 수 있

다. 그러므로 수치모형에서는 다음과 같은 보존형 방정식을 사용한다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial x} = gh(S_{ox} - S_{fx}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial y} = gh(S_{oy} - S_{fy}) \quad (8)$$

식 (6) - (8)은 보존형방정식으로서 질량 및 운동량 보존법칙을 잘 만족시키는 것으로 알려져 있다. 식 (7)과 (8)에서 P 와 Q 는 각각 x 축 방향 및 y 축 방향의 단위폭당 유량으로 수심과 유속을 사용하여 $P = uh$ 와 $Q = vh$ 로 나타낼 수 있다.

3.2 수치모형

본 연구에서는 양해법의 일종인 leap-frog기법과 운동량방정식에 포함된 비선형항의 정확도를 향상시키기 위하여 1차 정확도를 갖는 풍상차분기법(upwind scheme)을 사용하였다(인태훈 등, 2003). Leap-frog기법은 간단한 형태의 2차 정확도 중앙차분 기법으로서, CFL조건을 만족하는 경우에 파동의 이동에 대한 수치해석에서 우수한 결과를 제공한다. 그리고 경계조건의 설정 및 계산상의 편의를 위하여 변수 h, P, Q 의 계산점을 겹치지 않도록 엇갈림 격자(staggered mesh in time and space)를 사용하였다.

Leap-frog기법을 이용한 연속방정식의 차분식은

다음과 같다.

$$\frac{h_C^{n+1/2} - h_C^{n-1/2}}{\Delta t} + \frac{P_E^n - P_W^n}{\Delta x} + \frac{Q_N^n - Q_S^n}{\Delta y} = 0 \quad (9)$$

운동량방정식에 포함된 비선형 이송항을 풍상차분 기법을 사용하여 차분식으로 나타내면 다음과 같다. 지배방정식에 포함된 첨자 C, N, E, S, W는 각각 중앙과 동서남북의 위치를 의미하며, 차분식에서 나타나는 중간격자 값들은 격자의 동서남북의 위치에 따른 9개의 형상(Topology)을 고려하여 선형 보간하여 계산하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{h} \right) &= \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(P_C^n)^2}{h_C^n} - \frac{(P_{WW}^n)^2}{h_{WW}^n} \right] \quad (P_C^n \geq 0) \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(P_{EE}^n)^2}{h_{EE}^n} - \frac{(P_C^n)^2}{h_C^n} \right] \quad (P_C^n < 0) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{h} \right) &= \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(PQ)_C^n}{h_C^n} - \frac{(PQ)_{WW}^n}{h_{WW}^n} \right] \quad (P_C^n \geq 0) \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(PQ)_{EE}^n}{h_{EE}^n} - \frac{(PQ)_C^n}{h_C^n} \right] \quad (P_C^n < 0) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{h} \right) &= \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{(PQ)_C^n}{h_C^n} - \frac{(PQ)_{SS}^n}{h_{SS}^n} \right] \quad (Q_C^n \geq 0) \\ &= \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{(PQ)_{NN}^n}{h_{NN}^n} - \frac{(PQ)_C^n}{h_C^n} \right] \quad (Q_C^n < 0) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{h} \right) &= \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{(Q_C^n)^2}{h_C^n} - \frac{(Q_{SS}^n)^2}{h_{SS}^n} \right] \quad (Q_C^n \geq 0) \\ &= \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{(Q_{NN}^n)^2}{h_{NN}^n} - \frac{(Q_C^n)^2}{h_C^n} \right] \quad (Q_C^n < 0) \end{aligned} \quad (13)$$

4. 수치해석 및 결과

본 연구의 대상영역은 경상남도 의령군 의령읍과 함안군 법수면을 통과하는 남강 유역을 선택하였다(그림 2). 대상 유역은 근처에 남강과 낙동강이 흐르고 있고, 이들 두 강의 작은 경사로 인한 느린 유속 때문에 큰 비만 오면 남강과 낙동강의 수위가 급격히 높

아지는 지형적 특성을 갖는다. 이로 인해 이 지역은 남쪽에서 북쪽으로 흐르는 하천수가 잘 배수되지 못하고 역류하는 현상이 자주 나타나며, 저지대에서는 상습적인 홍수피해가 발생하였다.

홍수가 발생하여 제내지로 범람하거나 제방이 붕괴되면, 제방을 경계로 제내지와 제외지에 서로 다른 유속과 수심차가 발생한다. 본 연구에서는 유속변화와 수면 경사가 큰 제방을 따라 세밀한 격자구조를 갖기 위해, 제방선을 따라 씨앗점을 선정하였다. 모든 격자가 2:1의 보존 법칙을 만족하면서 각 격자에 한 개의 씨앗 점을 포함할 때까지 분할되어 65,710개의 면을 포함하는 사면구조 격자를 생성하였다(그림 3).

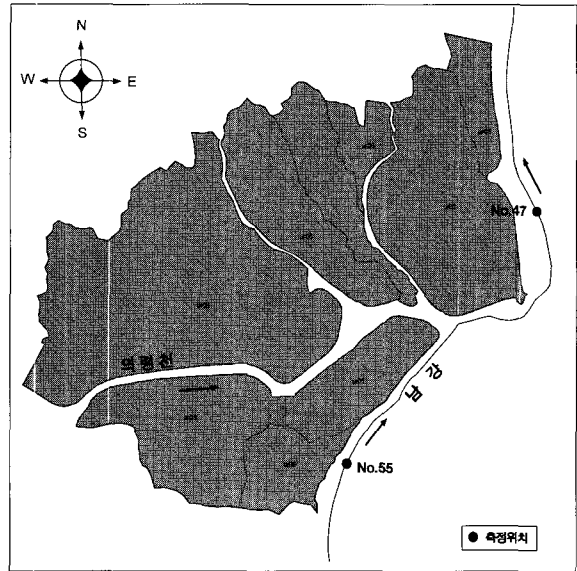


그림 2. 의령지구 측정위치

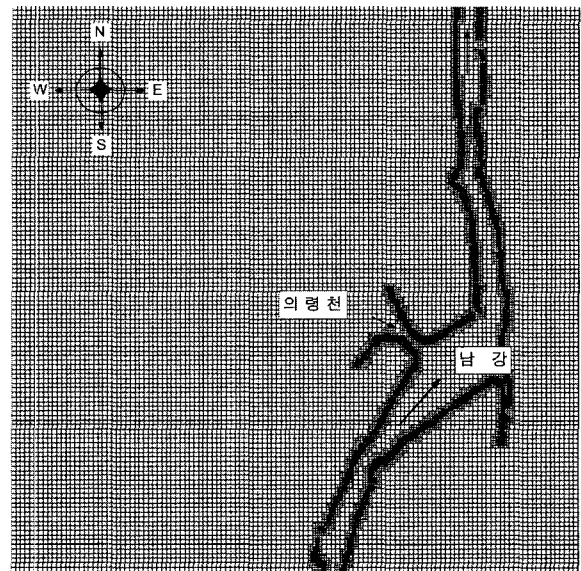


그림 3. 의령지구의 분할된 사면구조 격자

4.1 경계조건 및 초기조건

본 연구에서는 남강 본류와 의령천을 중심으로 모형을 구성하고 수문조건을 이용하여 모의하였다. 모형 구성시 남강으로 유입되는 상류 경계조건은 강우 유출 모형으로부터 유도된 유량수문곡선을 적용하였으며, 하류 경계조건은 수위를 경계조건으로 적용하였다. 또한 의령천 등의 지류는 시간에 따른 홍수량으로 지배방정식 내에 생성항 처리하여 실제 현상을 모의하였고, 조도계수로는 토지 이용 현황에 관한 자료가 미비한 관계로 전 유역에 걸쳐 0.023을 가정하여 모

의하였다(FLUMEN의 조도계수도 0.023으로 가정하여 모의하였음). 제방이 붕괴하는 경우 제방고는 주변 제내지의 지반고로 가정하였고, 수렴속도를 빠르게 하고 초기에 발생하는 진동을 억제하고자 초기조건을 수위가 9m인 경우로 가정하여 모의하였다. 모형에 적용된 수문곡선들은 그림 4에서 그림 6까지에서 보듯이, 50년, 100년, 200년과 500년의 수문 빈도를 갖으며, 그 각각의 빈도에 따라 수치 모의하여 결과를 비교할 수 있게 하였다. 빈도별 남강의 상류 및 하류 경계조건과 의령천의 상류 경계조건을 그림 4에서 그림 6까지에 나타내었다.

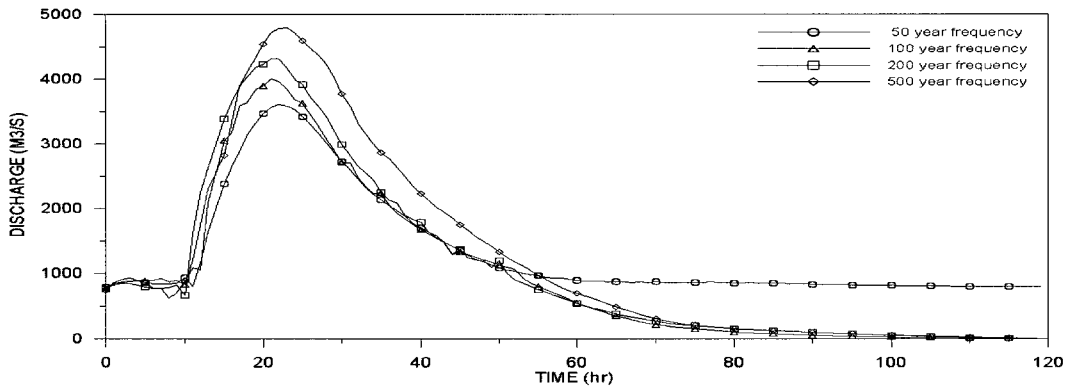


그림 4. 빈도별 남강 상류 경계조건

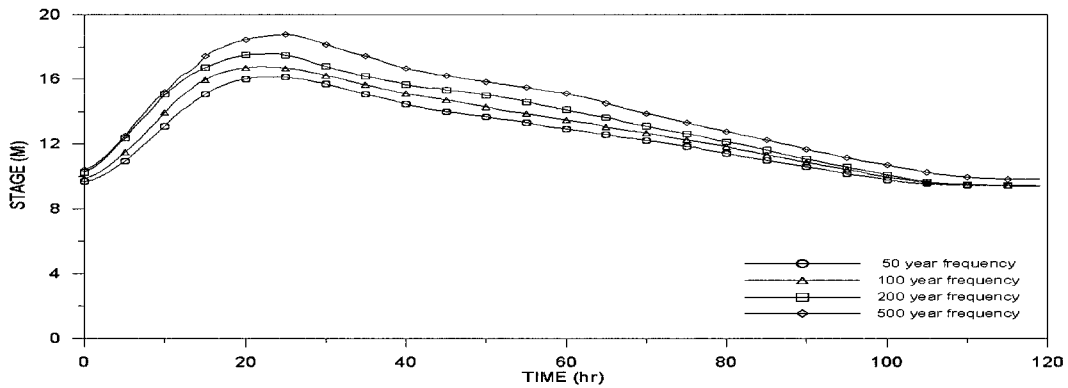


그림 5. 빈도별 남강 하류 경계조건

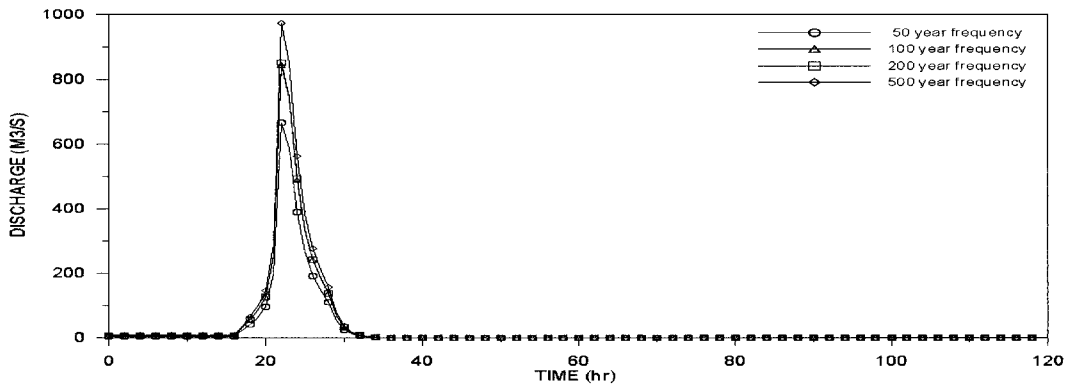


그림 6. 빈도별 의령천 상류 경계조건

4.2 각 모형의 수치 모의 비교

먼저 본 모형의 수치모의 결과를 비교 검증하기 위하여, HEC-RAS 모형의 부정류 모의결과와 FLUMEN 모형의 2차원 모의결과를 이용하여, 본 수치모형의 결과와 비교하였다. FLUMEN 모형은 불규칙 삼각망 격자를 이용한 보존형 천수방정식에 유한체적법을 적용한 것으로, 스위스의 Beffa(1994)에 의해 개발되어 스위스, 독일, 오스트리아 등에서 홍수범람해석에 널리 사용되는 모형이다. 실제로 관측된 자료가 존재하지 않았기 때문에 상용화된 기존 모형의 수치결과와 비교하였으며, 제외지 중 상류부와 하류부의 두 지점을 선정하여 100년 빈도에서의 수치해석 결과를 비교하였다. 초대 수위와 시간에 따른 경향성을 비교해 보면, 세 개의 모형이 0.3m의 오차 내에서 거의 같은 값과 비슷한 경향을 갖는 것을 볼 수 있다. 다만 모의가 진행됨에 따라 상류부에서는 FLUMEN 결과와 잘 일치하는 반면, 하류부에서는 본 모형이 다른 모형에 비해 감수부에서의 수위가 감소하지 않고 다소 크게 나타남을 볼 수 있는데, 이는 하류부 수위의 영향이 상류쪽으로 영향을 미쳐 수위가 크게 나타난 것으로 생각된다. 그러나 홍수 범람에 직접적인 영

향을 미치는 침투 수위 및 도달 시간 등의 결과는 세 모형이 서로 거의 일치하므로 홍수범람 현상을 적절히 모의하고 있음을 알 수 있다.

4.3 빈도별 범람 모의 비교

그림 9와 그림 10은 그림 4에서 그림 6까지에 도시한 빈도별 경계조건에 따른 홍수위의 변화를 각각 상류부와 하류부에서 비교한 것이다. 빈도가 증가함에 따라 침투수위 및 시간별 홍수위가 커지고 있는 일반적인 현상을 보이고 있다. 실제로 의령지구의 제방 높이는 대략 18m 정도에서 형성되어 있으므로, 최대 홍수위가 18m 가 넘는 500년 빈도에서는 제내지로 홍수가 범람될 것임을 예상할 수 있다. 모의시작 후 24시간에서 최대 홍수범람을 보이며, 실제로 각 빈도별 홍수 범람도를 작성하여 보면, 50년 빈도부터 200년 빈도까지의 경계조건에 따른 수치 모의 결과는 그림 11에서처럼 200년 빈도의 홍수량까지는 제내지로 홍수가 범람되지 않아 이에 대한 피해가 매우 미미할 것으로 예상된다. 그러나 500년 빈도의 홍수량에서는 제외지의 수위가 상대적으로 높아 그림 12에서와 같이 제내지로 범람하는 것으로 모의되었으며, 그 침수

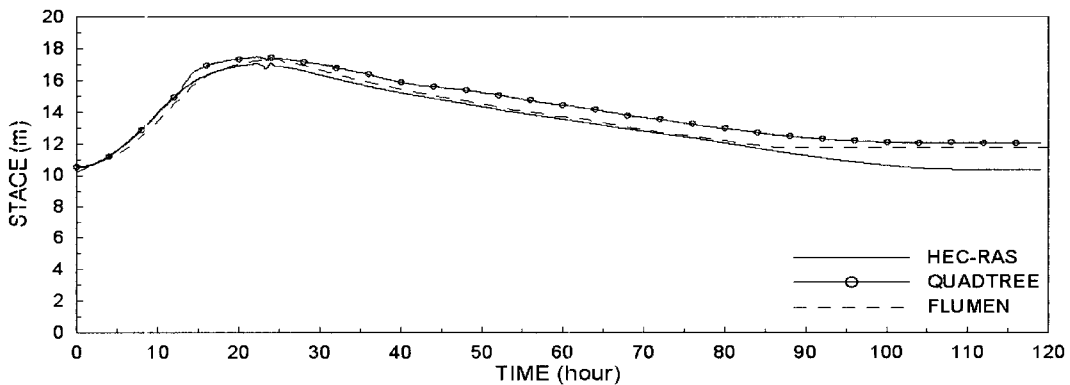


그림 7. No. 55 에서의 모형별 수위수문곡선(100년 빈도)

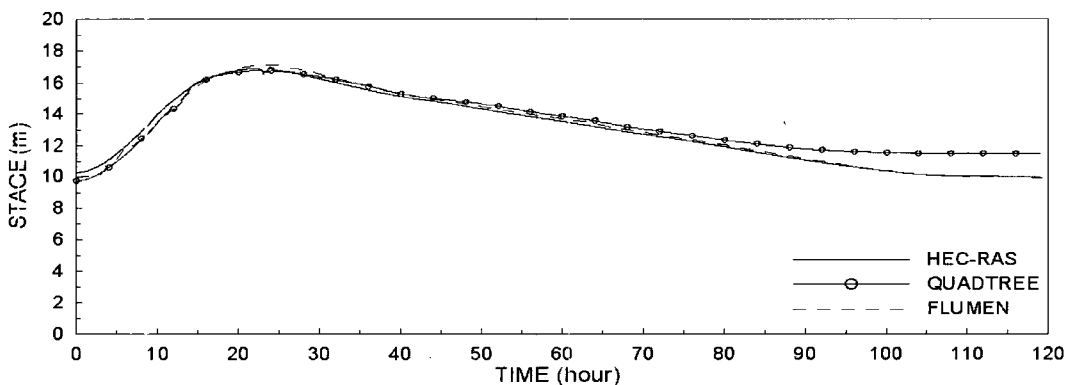


그림 8. No. 47 에서의 모형별 수위수문곡선(100년 빈도)

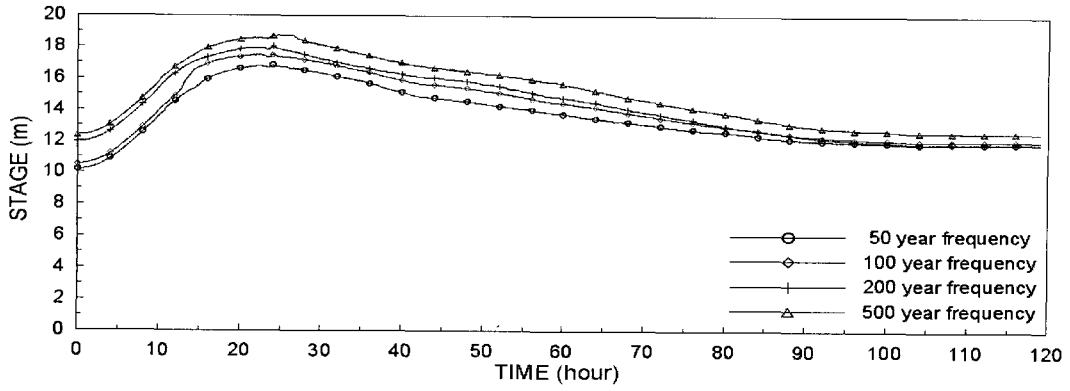


그림 9. No. 55 에서의 빈도별 수위수문곡선(100년 빈도)

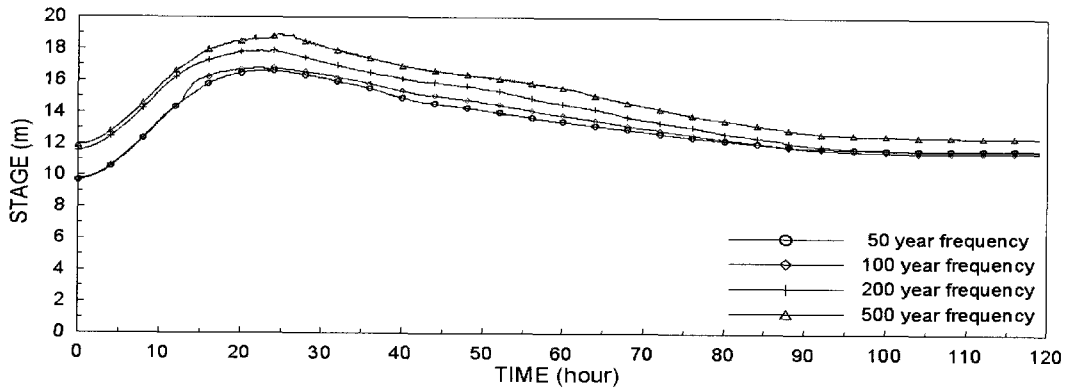


그림 10. No. 47 에서의 빈도별 수위수문곡선(100년 빈도)

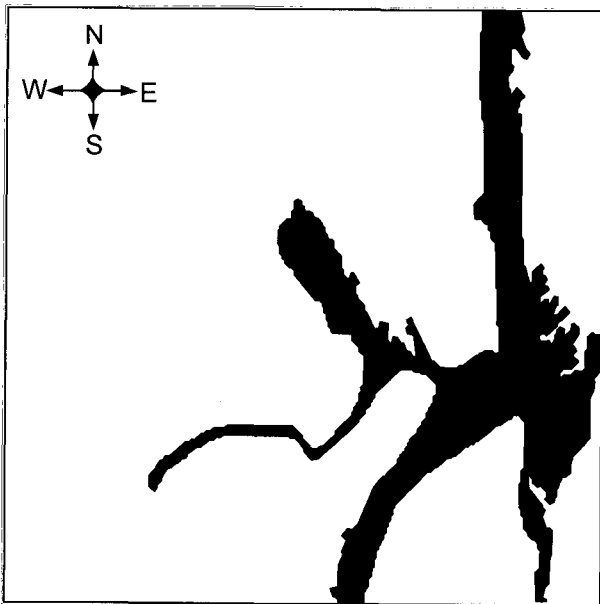


그림 11. 200년 빈도에서의 침수 범람도

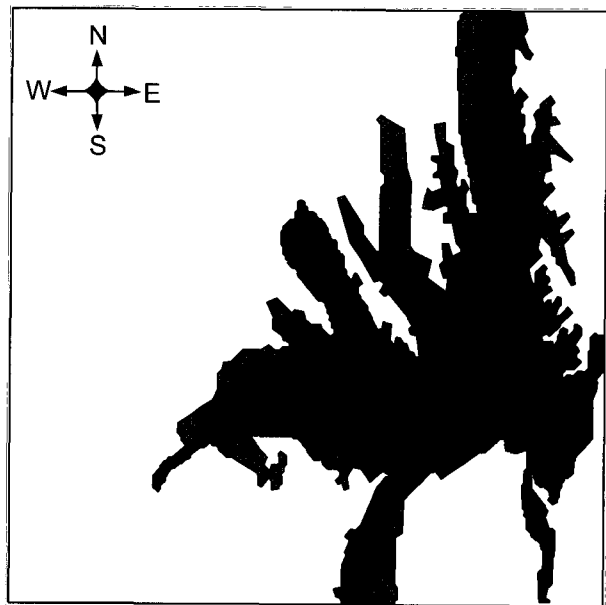


그림 12. 500년 빈도에서의 침수 범람도

면적을 계산하여 보면 7.83 km² 으로 나타났다. 따라서 500년 빈도 이상 내지는 이상 기후로 인한 강우사

상이 실제로 발생한다면 홍수 범람으로 인한 인명 및 재산 피해가 발생할 것으로 예측할 수 있다.

표 1. 500년 빈도에서의 의령지구 범람 면적

위 치	침수심	침수면적 (km ²)
의령지구	0~2	4.20
	2~4	1.35
	4~6	1.07
	6~8	0.61
	8~10	0.59
	전체침수면적	7.83

5. 결론

본 연구에서는 사면구조 격자를 이용하여 경상남도 의령지구에서의 홍수범람 모의에 적용하였다. 사면구조 격자의 생성은 삼각망 격자나 곡선형 격자의 생성보다 빠르고 용이하며, 실제 하천 문제에 적용하였을 때 복잡한 지형을 균일한 격자보다 세밀하고 자세하게 표현할 수 있었다. 또한 본 연구에서 개발한 수치모형과 기존 상용 모형과의 수치 결과를 비교해 보면, 하류부에서의 감수부 수위는 약간 높게 나타났으나, 홍수 범람에 직접적인 영향을 미치는 침수 수위 및 도달 시간 등의 결과는 거의 일치하였음을 볼 수 있었다. 그리고 본 모형을 상용 모형들과 비교한 후, 각 빈도에 따른 홍수 사상에 대하여 제내지로의 범람 유무를 알아보았다. 수치 코의 결과 200년 빈도에까지의 홍수 사상에서는 기존의 제방이 홍수를 적절하게 방어하고 있음을 알 수 있었으나, 500년 빈도 이상에서는 제방보다 최대 홍수위가 더 높아져 제내지로 약 8 km² 면적정도가 제방을 월류하여 범람하였음을 알 수 있었다. 이와 같은 홍수범람으로 인해 인명 및 재산 피해가 예상되므로, 이에 대한 보다 구체적인 홍수 피해 대책을 계획 및 수립하고 실행함이 요구될 것으로 사료된다. 이번 연구를 바탕으로 앞으로의 연구에서는, 격자 크기에 따른 안정성 문제를 해결할 수 있는 local time stepping과 같은 기법을 적용하여, 격자들 간의 레벨 차이를 더욱 크게 하고 효율성 측면에서 더 높은 격자를 생성할 수 있도록 해야 할 것이다. 또한 제방의 붕괴양상이 시간에 따라 점진적으로 변화함을 고려한다면 더 합리적인 결과를 얻을 수 있을 것이다.

감 사 의 글

본 연구는 소방방재청의 재정적 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

배용훈, 고덕구, 조용식 (2005). "FLUMEN 모형을 이용한 홍수범람모의." 한국수자원학회논문집, 제38권, 제5호, 한국수자원학회, pp. 355-364.

신영호 (2002). "홍수지도 시범제작 방안." 한국수자원학회지, 제35권, 제4호, 한국수자원학회, pp. 38-49.

원성연, 윤용남 (1993). "도시유역의 홍수량 산정을 위한 도시유출모형 연구." 대한토목학회논문집, 제13권, 제5호, 대한토목학회, pp. 135-146.

이주현, 최종진, 이희철, 이은태 (2003). "고해상도 수치고도모형을 활용한 홍수범람도의 작성." 대한토목학회논문집, 제23권, 제6B호, 대한토목학회, pp. 471-478.

인태훈, 박구용, 조용식 (2003). "Quadtree 격자를 이용한 근해지진해일의 처오름높이 계산." 한국수자원학회논문집, 제36권, 제4호, 한국수자원학회, pp. 693-701.

유재홍, 김형준, 조용식 (2005). "홍수범람모의를 위한 내외수 연계모형 개발." 한국방재학회논문집, 제5권, 제4호, 한국방재학회, pp. 1-8.

한건연, 최규현, 이창희 (2002). "도시침수해석을 위한 2차원 모형의 개발." 한국수자원학회 학술발표회 논문집(I), 한국수자원학회, pp. 275-280.

Cho, Y.-S. and Yoon, S.-B. (1998). "A modified leap-frog scheme for linear shallow-water equations." Coastal Engineering Journal, Vol. 40, No. 2, pp. 191-205.

Park, K.-Y., (1999). Quadtree grid numerical model of nearshore wave-current interaction. Ph. D. thesis, Oxford University.

Park, K.-Y. and Borthwick, A.G.L., (2001). "Quadtree grid numerical model of nearshore wave-current interaction." Coastal Eng. Vol. 42, pp. 219-239.

◎ 논문접수일 : 2006년 12월 27일

◎ 심사의뢰일 : 2006년 12월 28일

◎ 심사완료일 : 2007년 05월 01일