Journal of Korean
Data & Information Science Society
2007, Vol. 18, No. 2, pp. 471 ~ 479

A Proportional Odds Mixed－Effects Model for Ordinal Data[1)]

Jaesung Choi[2)]

Abstract

This paper discusses about how to build up mixed-effects model for analysing ordinal response data by using cumulative logits. Random factors are assumed to be coming from the designed sampling scheme for choosing observational units. Since the observed responses of individuals are ordinal, a proportional odds model with two random effects is suggested.

Estimation procedure for the unknown parameters in a suggested model is also discussed by an illustrated example.

Keywords : Cumulative Logit, Mixed Model, Ordered Data, Random Effects

1. 서론

개체의 일변수 또는 다변수에 대한 반응이 유한개의 이산 범주들로 이루어지고 관측자료가 범주들의 도수로 표현될 때 범주형 자료를 의미한다. 범주형 자료는 개체의 반응을 나타내는 한 특성의 관측자료일 때 각 범주에 속할 확률의 추론에 관심을 갖게 된다. 그러나 수집된 자료가 다변량의 반응에 대한 관측자료일 때 변량간의 관련성을 파악하기 위한 일반적인 방법은 모형에 근거하여 변수들 간의 연관성의 정도를 추론하게 된다.

여기서는 개체의 반응을 나타내는 반응변수가 하나 있고 개체의 반응에 영향을 주는 독립변수 또는 설명변수가 존재할 때 범주형 자료를 분석하는 방법을 생각해 보기로 한다. 개체의 한 특성에 대한 반응이 셋 이상의 다범주로 주어지고 이들 범주간에 일정한 순서를 생각할 수 있을 때 주어진 자료는 순서형 자료이다. 순서형 자료를 분

---

1) The present research has been conducted by the Bisa Research Grant of Keimyung University in 2006.

2) Professor, Department of Statistics, Keimyung University, 1000 Sindang-Dong, Daegu 704-701, Korea : jschoi@kmu.ac.kr

석하기 위한 다양한 분석방법중 로짓모형에 근거한 분석방법을 생각해 본다. 로짓모형은 자료에 대한 해석이 용이하고 로짓으로 자료변환이 쉽고 편리하다는 이점이 있다. 셋 이상의 다범주로 분류된 순서자료에서 로짓으로의 변환과정은 어떤 유형의 로짓을 이용할 것인 가를 고려해야 한다.

순서형 자료에 대한 로짓변환은 인접범주 로짓변환, 연속비 로짓변환 또는 누적 로짓변환을 이용한 로짓분석 모형을 이용하여 변수들 간의 관련성을 추론할 수 있다. 반응범주간의 순서를 고려한 로짓변환중 어떤 변환을 이용하는 가의 선택은 각 반응범주의 로짓에 영향을 주는 독립변수들의 효과가 동일한 가 상이한 가를 가정하는 데 있다. 상이한 효과를 가정하는 경우에 로짓변환의 선택은 반응범주의 특성에 따라 인접범주간의 로짓이나 연속비 로짓변환의 선택이 행해진다. 연속비 로짓변환은 반응범주간의 관계가 함수적 의미를 가질 때 의미가 있다고 본다. 누적로짓 변환은 반응범주간의 순서를 고려할 때 개별범주의 누적로짓 변환에 일양적이고 동일한 효과를 가정할 수 있는 가에 달려 있다.

누적로짓을 이용하는 모형에는 모형에 포함된 독립변수들의 성격에 따라 다양하게 분류된다. 누적확률의 승산비를 누적승산비라 부른다. 누적승산비의 로그가 설명변수들 간의 거리에 비례하는 고정상수로 표현되면 가정된 모형을 비례승산 모형이라 부른다. 순서형 반응변수의 관측범주에 영향을 미치는 독립변수들이 다수 있을 때 독립변수가 취하는 관측값들이 고정값인 가 아닌 가에 따라 고정요인과 확률요인으로 구분될 수 있다.

본 논문에서는 표본추출계획 또는 실험계획과 관련된 확률요인과 처치로서의 고정요인을 고려한 혼합효과 모형에서의 자료분석 방법을 논의하고자 한다. 또한 순서형 자료를 고려하고 있기 때문에 수집된 자료는 적어도 셋 이상의 유한 개의 범주로 구성되는 다가자료(polytomous data)를 의미한다. 다가자료는 자료의 특성상 이가자료(binary data) 또는 이항자료(grouped binary data)와는 달리 자료구조의 복잡성 때문에 분석방법도 용이하지 않음을 알 수 있다. 순서형 다가자료의 구조적 특성을 고려한 다양한 모형들 및 분석방법들은 McCullagh and Nelder(1989) 와 Agresti(1990)에서 논의되고 있다. Im and Gianola(1988)는 이원지분계획으로 부터 발생하는 분산성분들을 추정하기 위하여 이항자료에 대한 혼합효과 모형을 다루고 있으나 순서형 다가자료를 분석하기 위한 비례승산 혼합효과 모형에 관한 논의는 찾아 보기가 쉽지 않다. 개체 또는 실험단위의 반응에 대한 단순척도(pure scale)의 관측반응이 다가의 범주로 주어질 때, 실험 또는 조사로 부터 수집된 자료는 다가자료를 구성하게 되고 이들이 반응범주의 도수로 표현되면 다항자료(multinomial data)라 한다.

본 연구는 관심모집단의 개체에 대한 반응이 순서형 다가범주중 하나로 관측되고 또한, 반응에 영향을 미치는 고정요인들의 효과를 추론하기 위한 모형설정에서 자료수집을 위한 표본추출계획이 결정될 때 모형구축에 어떻게 고려되어야 하는 가에 관심을 두고 있다. 즉, 표본추출계획으로 부터 개체들의 반응에 영향을 미치는 요인들이 존재하고, 이들 요인들이 확률요인들로 간주될 때 혼합모형의 제시와 함께 모형내 미지모수들을 추론하는 방법을 논의하고자 한다.

2. 모형의 논의

개체의 반응과 관련한 몇 가지 가정들을 생각해 본다. 첫째 처치가 행해진 개체의 반응이 유한개의 순서가 주어진 범주를 갖는 관측값으로 나타난다고 가정하자. 둘째로 순서형 변수의 각 반응범주에 속할 확률이 관심요인들에 의해 어떻게 영향을 받는가를 파악하기 위한 변환으로 누적로짓 변환을 가정한다. 셋째로 확률요인들은 이원지분계획의 표본추출계획으로 부터 발생하는 요인들임을 가정한다. 확률요인은 개체의 반응에 영향을 미치는 독립변수로 유한개의 수준만이 실험에 고려되고 유한개의 수준들이 모집단으로부터 임의로 추출되었다고 가정하기 때문에 그 효과들은 확률효과들로 간주된다. 이러한 가정과 관련한 혼합모형의 제시를 위하여 다음과 같은 실험환경을 가정한다. 여기서 혼합모형의 의미는 처치구조에서 고정효과를 갖는 일부 고정요인들이 있고 두 개의 분산성분을 갖는 모형을 의미한다. 실험환경의 가정으로 개체 또는 실험단위의 반응이 순서형의 다범주(multi-category)로 관측되고 각 반응범주의 확률에 영향을 미치는 독립변수로 세 개의 요인 A, B와 C를 고려한다. 요인 A는 $i=1,2,\cdots,a$ 개의 수준들로 이루어진 고정요인(fixed factor)이고 요인 B와 C는 표본추출방법과 관련하여 발생하는 확률요인들로 가정한다. 요인 B는 $j=1,2,\cdots,b$ 개의 수준들로 주어지고 요인 C는 $k=1,2,\cdots,c$ 개의 수준들로 이루어진다. 개체에 대한 반응은 $t=1,2,\cdots,l$ 개의 순서형 범주들로 주어지는 반응변수 Y로 나타낸다.

연구자의 관심모집단에서 개체의 네가지 특성 A, B, C와 Y에 대한 조사는 네 변수 A, B, C와 Y의 결합확률분포로 표현되거나 요인 A, 요인 B 그리고 요인 C의 주어진 수준하에서 조건부 확률분포로도 표현될 수 있다. 즉, $\{\pi_{t|ijk}\}$이다. 순서형 반응변수 Y의 각 범주에 속할 확률에 영향을 미치는 세 요인들의 효과를 추론하기 위하여 실험을 행한 후 자료를 수집한다. 관심모집단에서 자료수집을 위해 먼저 지역들의 집단에서 일정크기의 지역 b개를 선정한 후 선정된 지역 j내 구역집단에서 임의로 c개의 구역을 선정하는 이원지분계획을 이용하여 개체들을 추출한다고 하자. 여기서 개별지역은 몇 개의 구역들로 이루어진다고 가정한다. 선정된 구역 k내의 모든 개체들 또는 일부개체들이 표본으로 추출되어 자료가 수집된다. 이러한 표본추출계획으로 인하여 개체의 반응확률에 영향을 미치는 두 가지 요인들이 발생하게 된다. 하나는 반응확률에 있어서 지역간의 변동을 나타내는 지역요인과 다른 하나는 지역내 구역간의 변동을 나타내는 구역요인이다. 이들 요인들의 수준이 임의로 추출되기 때문에 확률요인들로 간주된다. 따라서, 개체의 반응에 영향을 미치는 요인들의 효과는 고정요인의 수준이 반응에 영향을 미치는 고정효과와 두 확률요인들의 수준들이 반응에 영향을 미치는 확률효과를 생각할 수 있다. 순서형 반응변수 Y의 관심범주들에 속할 확률들은 이들 요인들의 효과의 정도를 파악하기 위한 혼합모형으로 주어진다. 모형제시를 위한 다원분류표에서 n_{ijk}를 지역 j내 구역 k에서 요인 A의 처치 또는 수준 i가 행해진 실험단위들의 수라 두자. 따라서 n_{ijk}개 실험단위에서 순서형 반응변수 Y의 l개 범주들의 관측도수는 n_{ijkt}로 주어지고 $\{n_{ijkt}\}$는 다항분포를 따르게 된다. 자료분석 모형들의 비교를 위해 반응변수가 명목형이고 고정요인이 또한 명목형 변수일 때를 생각해 보기로 한다. 이때의 자료분석 모형은 다음과 같이 기술된다.

$$g(P(Y=t|ijk)) = \alpha_t + \beta_{it}{}^A + \beta_{jt}{}^B + \beta_{kt}{}^{C(B)} \tag{2.1}$$
$$i=1,2,...,a,\ j=1,2,...b,\ k=1,2,...,c,\ t=1,2,...,l-1.$$

여기서 $g(\bullet)$는 기준범주를 갖는 기준범주 로짓 연결함수이고, α_t는 반응변수 Y가 범주t로 반응할 때의 절편을 나타내며 $\{\beta_{it}{}^A\}$는 요인 A의 고정효과를 $\{\beta_{jt}{}^B\}$와 $\{\beta_{kt}{}^{C(B)}\}$는 각기 요인 B와 C의 확률효과를 나타낸다. 요인 B와 C는 지분관계이므로 이들 간의 교호작용은 없다고 가정한다. 이들 확률효과들은 각기 $N(0,\sigma_B{}^2)$와 $N(0,\sigma_{C(B)}{}^2)$를 따른다고 가정한다. 그러나, 고정요인이 순서형이고 반응 또한 순서형으로 주어질 때 자료를 분석하기 위한 모형은 변수들의 순서성을 고려한 모형이어야 한다.

$$g(P(Y=t|ijk)) = \alpha_t + \lambda_t u_i + \beta_{jt}{}^B + \beta_{kt}{}^{C(B)} \tag{2.2}$$
$$i=1,2,...,a,\ j=1,2,...b,\ k=1,2,...,c.$$

단, $\{u_i\}$는 요인 A의 수준들과 동일한 순서를 갖는 단조점수들이고 λ_t 는 연결함수 g로 변환된 값들에 대하여 u_i 에 따른 기울기이다. 반응변수가 셋 이상의 다범주를 갖는 순서형 변수이므로 다양한 변환함수를 이용할 수 있다. Agresti(1990)는 반응범주들이 자연스러운 순서를 가질 때, 그 순서를 이용할 수 있는 세 가지 유형의 로짓변환을 소개하고 있다. 그 세 가지는 인접범주 로짓, 연속비 로짓 그리고 누적로짓이다. 본 논문은 누적로짓을 이용한 혼합효과 모형을 자료에 적합시켜 보고자 한다. 누적로짓은 다음과 같이 정의한다.

$$L_t = \mathrm{logit}[F_t(x)] = \log\frac{F_t(x)}{1-F_t(x)},\ t=1,2,\ \dots\ l-1.$$

단, $F_t(x) = \pi_1(x) + \ \dots\ + \pi_t(x)$인 범주$t$ 까지의 누적확률을 나타낸다.

누적로짓을 이용할 때 식 (2.2)는

$$L_{t|ijk} = \alpha_t + \lambda u_i + \beta_j{}^B + \beta_k{}^{C(B)},\ t=1,2,\ \dots\ ,l-1. \tag{2.3}$$

으로 주어진다. 이때, 서로 다른 요인들의 수준에서 동일 로짓의 차는

$$\begin{aligned} L_{t|ijk} - L_{t|i'j'k'} &= \alpha_t + \lambda u_i + \beta_j{}^B + \beta_k{}^{C(B)} - \alpha_t - \lambda u_{i'} - \beta_{j'}{}^B - \beta_{k'}{}^{C(B)} \\ &= \lambda(u_i - u_{i'}) + (\beta_j{}^B - \beta_{j'}{}^B) + (\beta_k{}^{C(B)} - \beta_{k'}{}^{C(B)}) \end{aligned}$$

이고 $E(L_{t|ijk} - L_{t|i'j'k'}) = \lambda(u_i - u_{i'})$ 임을 보여주고 있다. 단, $i \neq i'$, $j \neq j'$ $k \neq k'$ 이다. 즉, 두 누적로짓의 기대차는 단순히 고정요인의 수준간의 차에 비례함을 나타내므로 식 (2.3)은 비례승산모형(proportional odds model)으로 간주된다.

두 누적로짓의 차이가 로그누적 승산비임을 감안할 때, 로그누적 승산비는 단순히 고정요인 A의 두 수준간에 효과차를 나타내고 있다. 또한 식 (2.3)은 모수 λ가 양수일 때, 각 누적로짓은 u_i가 증가함에 따라 커지게 되고 따라서 각 누적확률이 증가하게 된다. u_i가 증가할 때 누적로짓이 커진다는 의미는 반응변수 Y의 낮은 범주에 상대적으로 더 많은 확률이 주어짐을 의미한다. 즉, u_i가 클 때 반응변수의 관측값은 작게 되는 경향을 나타내므로 양수인 모수 λ가 u_i가 커짐에 따라 반응변수 Y의 큰 값이 대응하는 좀 더 일반적인 의미를 갖도록 하기 위해 λ 대신 $-\lambda$ 로 대체한다. 다시 말하면, $-\lambda$ 로 대체하면 u_i가 커짐에 따라 Y의 관측값도 순서적으로 큰 값이 대응하게 되는 현상을 나타낸다. 이때, 식 (2.3)은

$$L_{t|ijk}=\alpha_t-\lambda u_i-\beta_j^{\ B}-\beta_k^{\ C(B)},\ t=1,2,\ \ldots\ ,l-1 \tag{2.4}$$

으로 주어진다.

3. 촛불집회의 자료예

촛불집회의 TV 보도에 대한 국민들의 반응을 조사하기 위해 지역집단에서 일부 지역을 임의로 추출하고 추출된 지역 내 일부 기초 자치단체 구역을 선정한다. 선정된 기초자치단체내 일부 시민을 추출한 다음 반응을 조사한다고 가정하자. 이때 뉴스보도에 대한 시각은 상당히 부정적인 시각, 객관적이고 사실적인 시각, 편파적이라고도 볼 수 있으나 긍정적인 시각의 세 범주로 관측된다. 시민들의 반응과 관련한 자료수집을 위해 전국 광역자치단체에서 임의로 3개 광역자치단체를 추출한다. 추출된 광역자치단체 내에서 2개 기초자치단체를 임의로 추출한다. 선정된 기초자치단체에서 일부시민을 임의로 추출하여 반응을 조사하게 된다. 이때 시민들의 세 개 반응범주에 속할 확률은 광역자치단체 간의 변동에 따른 영향을 받을 수 있고 또한 광역자치단체 내 지역자치단체 간의 변동에 따른 영향을 예상할 수 있다. 반응범주의 확률에 영향을 미칠 수 있는 고정요인으로 촛불집회와 관련한 언론매체의 접촉회수를 고려한다. <표 3.1>은 이들 세 개 요인을 고려한 생성자료표이다.

<표 3.1> 촛불집회의 생성자료

광역자치단체(B)	기초자치단체(C)	접촉회수(A)	반응(Y) 부정적	중립적	긍정적
서울	중구	0	20	30	50
		1	35	26	48
		2	22	47	65
		3	19	27	45
	강남구	0	24	31	60
		1	27	18	48
		2	15	47	48
		3	19	32	51
광주	광산구	0	45	22	18
		1	27	26	49
		2	52	17	24
		3	24	36	45
	동구	0	27	25	37
		1	25	36	52
		2	32	27	35
		3	32	18	55
대구	남구	0	43	22	36
		1	42	18	57
		2	38	16	38
		3	42	17	28
	수성구	0	36	22	48
		1	42	18	26
		2	54	20	19
		3	38	24	35

위 자료를 분석하기 위하여 식 (2.4)를 적합시켜 보기로 한다. 식 (2.4)는 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$L_{t|ijk} = \alpha_t - \lambda u_i - \sigma_B z_j - \sigma_{C(B)} z_k \tag{3.1}$$

단, $t=1,2$ 이고 z_j와 z_k는 각기 $N(0,1)$인 표준정규변수들이다. j는 세 개의 광역자치단체를 나타내고 k는 광역자치단체내 두 개의 기초자치단체를 의미한다. 생성자료표의 자료를 분석하기 위한 모형으로 식 (3.1)을 이용하기로 한다. 광역자치단체 j,

지역자치단체 k, 그리고 요인 A의 수준 i에서 각 범주내 관측도수를 n_{ijkt} 라 두면 세 요인의 모든 수준결합에서 관측도수들의 분포는 다음과 같은 곱 다항분포를 따르게 된다.

$$\prod_{j=1}^{3}\prod_{k=1}^{2}\prod_{i=1}^{4}\left\{\frac{n_{ijk}!}{n_{ijk1}!n_{ijk2}!n_{ijk3}!}F_{1|ijk}{}^{n_{ijk1}}(F_{2|ijk}-F_{1|ijk})^{n_{ijk2}}(1-F_{2|ijk})^{n_{ijk3}}\right\} \quad (3.2)$$

여기서 $F_{t|ijk}$ 는 범주 t 까지의 누적확률을 나타낸다.

식 (3.2)에 누적로짓 혼합모형식 (3.1)을 적용하면 조건부 우도함수, CLH 는

$$\begin{aligned} CLH= & \\ & \prod_{j=1}^{3}\prod_{k=1}^{2}\prod_{i=1}^{4}\left\{\frac{n_{ijk}!}{n_{ijk1}!n_{ijk2}!n_{ijk3}!}\left\{\frac{\exp(\alpha_1-\lambda u_i-\sigma_B z_j-\sigma_{C(B)}z_k)}{1+\exp(\alpha_1-\lambda u_i-\sigma_B z_j-\sigma_{C(B)}z_k)}\right\}^{n_{ijk1}}\right. \\ & \left\{\frac{\exp(\alpha_2-\lambda u_i-\sigma_B z_j-\sigma_{C(B)}z_k)}{1+\exp(\alpha_2-\lambda u_i-\sigma_B z_j-\sigma_{C(B)}z_k)}-\frac{\exp(\alpha_1-\lambda u_i-\sigma_B z_j-\sigma_{C(B)}z_k)}{1+\exp(\alpha_1-\lambda u_i-\sigma_B z_j-\sigma_{C(B)}z_k))}\right\}^{n_{ijk2}} \\ & \left.\left\{1-\frac{\exp(\alpha_2-\lambda u_i-\sigma_B z_j-\sigma_{C(B)}z_k)}{1+\exp(\alpha_2-\lambda u_i-\sigma_B z_j-\sigma_{C(B)}z_k)}\right\}^{n_{ijk3}}\right\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

이다. 모수들의 최우추정값은 조건부 우도함수를 확률효과들인 광역자치단체의 수준들과 관련된 효과들과 기초자치단체들의 수준과 관련한 효과들에 대하여 적분하여 주변우도함수를 구한다. 주변우도함수를 MLH 라 둘때,

$MLH = \int\left\{\cdots\left\{\int\left\{\int CLH\phi(z_1)dz_1\right\}\phi(z_2)dz_2\right\}\cdots\phi(z_3)dz_3\right\}$ 이다.
단, $\phi(z_i)$는 표준정규변수의 분포를 나타낸다.

적분이 정규분포에 대해 행해지기 때문에 Gauss-Hermite 공식으로 근사적인 적분값을 구하고 주변우도함수를 대수변환한 후 미지모수들에 대해 편미분하여 연립방정식들을 구한다. 이들 연립방정식들의 해는 Nelder and Mead(1965)의 심플렉스 방법을 이용하여 얻어진다. 이 모든 과정은 수값을 대입한 수치연산 알고리즘에 의해서 행해지고 다음과 같이 구해진다.

$\widehat{\alpha_1}$=-1.5069(0.08357), $\widehat{\alpha_2}$=-1.1018(0.2785),
$\hat{\lambda}$=0.5031(0.2785), $\widehat{\sigma_B}$=1.4113(0.2785), $\widehat{\sigma_C}$=0.8156(0.2785)이다.

괄호안은 추정량의 표준오차에 대한 추정값을 나타내고 있다. 누적로짓 혼합모형 (3.1)의 적합성을 알아보기 위한 측도로써 이용되는 이탈도의 값은 205.9이고 해당하는 자유도는 43이다. 이탈도는 모형이 타당할 때 근사적으로 χ^2 분포를 따른다. χ^2 분

포의 평균은 자유도 이므로 이탈도의 값을 자유도로 나누어 주면 평균이탈도를 구하게 된다. 평균이탈도가 1에 근사하면 적합된 모형은 자료분석에 타당한 모형으로 간주할 수 있게 된다. 위 자료 예에서는 평균이탈도가 1로부터 상당히 떨어져 있으므로 여러 다양한 모형을 적합시켜 자료분석에 타당한 모형을 살펴볼 수는 있겠으나 반응에 영향을 미치는 요인들의 결합수준의 수에 비해 관측되는 로짓의 수가 많지 않은데 기인할 수 있기 때문에 순서형 다가자료에 대한 누적로짓 혼합모형을 적합시키는 방법을 제공하는 데 의미를 두고 있다.

4. 결론

본 논문은 실험 또는 관측조사를 통하여 수집되는 자료가 다차원의 범주형 자료이고 개체의 반응을 나타내는 반응변수는 다가의 순서형 반응변수임을 전제로 하고 있다. 따라서 변수들은 반응변수와 개체의 반응에 영향을 미치는 독립변수들로 구분한다. 개체의 반응에 영향을 미치는 요인들로 고정요인과 확률요인 모두 고려하며 확률요인들은 관측단위들인 표본을 추출하기 위한 이원지분계획으로부터 발생하는 요인들이다. 개체의 반응이 순서형으로 주어질 때, 가능한 로짓변환 중에서 누적로짓 변환을 가정하고 모형의 설정과정을 논의하고 있다. 누적로짓 변환의 가능성은 또한 고정요인의 수준들이 양적으로 표현될 수 있을 때 비례승산모형으로 취급될 수 있음을 보여주고 있다. 두 개의 확률효과를 포함한 비례승산 모형내 미지모수들을 추정하기 위한 방법을 촛불집회의 예로써 구체적으로 논의하고 있다.

감사의 글

본 논문을 세심하게 심사하여 주신 두 분 심사위원께 감사드립니다.
특히 모형의 논의과정에서 미흡했던 부분을 수정, 보완할 수 있게끔 도움을 주신 점에 대해 감사의 마음을 표합니다.

참고 문헌

1. 최재성 (2004). A Mixed model for ordered response categories, 한국데이터정보과학회지 , 제15권 2호, 339-345.
2. Abramowitz, M. and Stegun, I. (1972). *Handbook of mathematical functions*, p.924, Dover Publications, New York.
3. Agresti, Alan. (1990). *Categorical data analysis*, John Wiley and Sons,Inc., New York.
4. Griffith, P and Hill, I.D. (1985). *Applied Statistics Algorithms*. New York:John Wiley & Sons. 79-87.
5. Hosmer, W. David, and Lemeshow, Stanley. (2000). *Applied logistic regression* (2nd edition), John Wiley and Sons, Inc., New York.
6. Im, S. and Gianola, D. (1988). Mixed models for binomial data with an application to lamb mortality, *Applied Statistics*, Vol. 37, 196-204.
7. McCullagh, P. and Nelder, J. A. (1989) *Generalized linear models* (2nd

edition). Chapman and Hall, London.
8. Nelder, J. A. and Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization, *Comput. J.*, 7, 308-313.

[2007년 4월 접수, 2007년 5월 채택]