

Process Capability Analysis by a New Process Incapability Index

Hee Jung Kim¹⁾ · Gyo-Young Cho²⁾

Abstract

Process Capability Indexes(PCI) are used as the measure for evaluation of process capability analysis and is the statistical method for efficient process control. The fourth generation PCI(C_{psk}) is constructed from C_{pmk} by introducing the factor $|\mu - T|$ in the numerator as an extra penalty for the departure of the process mean from the preassigned target value T . And Process Incapability Indexes(PII) are presented by inverting PCI and include the information of PCI.

This paper introduces the PII C_{ss}^* to provide manager with various information of process and include Gage R&R. PII C_{ss}^* is presented by inverting PCI C_{psk} and include the information of PCI C_{psk} .

Keyword : Process Capability Analysis, Process Incapability Index, Six-Sigma

1. 서 론

공정능력(Process Capability)이란 공정이 관리상태에 있을 때 그 공정에서 생산되는 제품의 품질변동이 어느 정도인지 나타내는 양이며, 이를 하나의 수치로 표현한 것이 공정능력지수이다[박성현(1995)]. 공정능력은 주로 4M(man, machine, material, method)에 의하여 영향을 받는다.

또한, 오늘날의 생산 공정은 여러 종류의 제품을 자동화된 공정에서 혼합하여 필요한 제품을 바로바로 생산하는 방식을 주로 사용하고 있으며, 검사시스템은 다양한 제품을 유연하고 정밀하게 측정할 수 있도록 자동화되는 추세이다. 그리고 이 시스템을 보전, 수리하기 위해 검사공정에 대한 관리도는 한층 중요해지고 있는 것이 사실이며

1) 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과 대학원 석사
E-mail : hejkim@knu.ac.kr

2) 교신저자 : 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과 교수
E-mail : gycho@knu.ac.kr

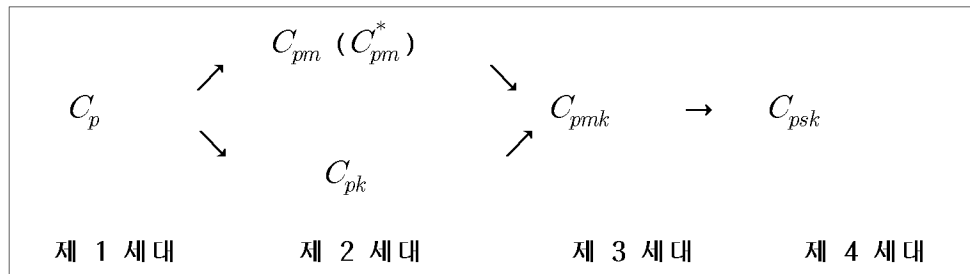
이에 따라 검사공정에 대한 능력분석도 요구된다.

이에 공정능력 분석과 검사시스템 능력 분석에 대한 정보를 동시에 얻기 위한 방법으로 최근에는 비공정능력지수를 통한 공정능력 분석방법이 언급되고 있다. 하지만, 공정능력지수는 제 4 세대 지수인 C_{psk} 까지 도입되어 있는 반면, 비공정능력지수는 제 3 세대 공정능력지수 C_{pmk} 에서 유도된 C_{kk}^* 까지만 거론되고 있다. 본 논문에서는 Gage R&R 분석(검사시스템의 정밀도 분석)을 포함한 보다 정밀한 공정능력분석을 위해 제 4 세대 공정능력지수 C_{psk} 에서 유도된 비공정능력지수 C_{ss}^* 을 제안하고, Gage R&R 분석 시 기존의 이용방법인 평균과 범위방법(Average and Range Method)이 아닌 분산분석 방법(ANOVA Method)을 통해 공정능력분석에 보다 정확한 정보를 제공하고자 한다. 또한, 수치 예제를 통해 비공정능력지수 C_{ss}^* 가 기존의 비공정능력지수 C_{pp}^* 와 C_{kk}^* 보다 공정변화에 훨씬 민감하고 정확함을 보이고자 한다.

2. 공정능력지수

2.1 제 4 세대 공정능력지수

공정능력지수(Process Capability Index)란 공정 능력(6σ)과 규격 폭과의 비율로서 공정이 규격에 맞는 제품을 생산할 수 있는 능력이 충분한지를 나타내는 지수이다. <그림 1>은 지금까지 도입된 공정능력지수의 흐름을 나타낸다.



<그림 1> 공정능력지수 흐름도

본 논문에서는 제 4 세대 공정능력지수인 C_{psk} [김호준, 송서일(1998)]를 이용하여 비공정능력지수 C_{ss}^* 를 유도해 내하고자 한다.

2.2 기존의 비공정능력지수

비공정능력지수(PII : Process Incapability Index)란 공정의 비공정능력(Process Incapability)을 측정하여 역으로 공정능력을 파악하는 지수로 공정의 미세한 변화를 측정할 수 있어 공정능력지수보다 더 정밀하고 정확하게 공정능력을 파악할 수 있는 장점이 있다.

Greenwich & Jahr-Schaffrath(1995)가 비공정능력지수 C_{pp} 를 처음으로 제안했으며,

윤덕균, 민성진(1999)에 의해 Gage R&R 분석까지 하기 위해 C_{pp}^* 로 수정되었고, 관계식은 다음과 같다. $C_{pp}^* = 0$ 일 때 가장 이상적이고 바람직한 공정이 된다.

$$\begin{aligned} C_{pp}^* &= \left(\frac{1}{C_{pm}^*}\right)^2 = \left(\frac{\tau}{D_p}\right)^2 = \left(\frac{\mu - T}{D_p}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D_p}\right)^2 \\ &= \left(\frac{\mu - T}{D_p}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{Puct}}}{D_p}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{gage}}}{D_p}\right)^2 = C_{ia} + C_{ip} + C_{ig} \quad , \end{aligned}$$

여기서 $\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}$, $D_p = \min\left(\frac{USL - T}{3}, \frac{T - LSL}{3}\right)$.

신현재, 이중재(2001)는 C_{pp}^* 의 단점을 보완하기 위해 C_{kk}^* 을 Gage R&R 분석을 포함한 비공정능력지수로 정리하였다. C_{kk}^* 의 관계식은 다음과 같으며, 역시 0일 때 가장 이상적인 공정이 된다.

$$\begin{aligned} C_{kk}^* &= \left(\frac{1}{C_{pmk}^*}\right)^2 = \left(\frac{\tau}{D_k}\right)^2 = \left(\frac{\mu - T}{D_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D_k}\right)^2 \\ &= \left(\frac{\mu - T}{D_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{Puct}}}{D_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{gage}}}{D_k}\right)^2 = C_{kia} + C_{kip} + C_{kig} \quad , \end{aligned}$$

여기서 $\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}$, $D_k = \min\left(\frac{USL - \mu}{3}, \frac{\mu - LSL}{3}\right)$

2.3 C_{psk} 에 대한 비공정능력지수 C_{ss}^* 제안

비공정능력지수 C_{ss}^* 는 제 4세대 공정능력지수 C_{psk} 의 역수의 제곱으로 표현되며 제 3세대까지의 공정능력지수보다 실제공정능력을 가장 잘 반영하고 공정의 치우침에 상관없이 공정을 진단할 수 있는 C_{psk} 의 정보를 포함하고 있다. 또한 생산 및 검사공정의 비공정능력을 측정, 분석하고 이 분석값을 이용하여 역으로 공정능력을 평가하며 이 정보를 다시 공정에 피드백시키는 비공정능력지수로서 $C_{ss}^* = 0$ 일 때 가장 이상적이고 바람직한 공정이 된다.

C_{ss}^* 는 아래와 같이 정의되어지며, 공정의 전체 변동이 자세히 표현됨에 따라 세밀한 공정능력 분석이 가능하다.

$$\begin{aligned} C_{ss}^* &= \left(\frac{1}{C_{psk}^*}\right)^2 = \left(\frac{\tau}{D_s}\right)^2 = \left(\frac{\mu - T}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D_s}\right)^2 = \left(\frac{\mu - T}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{Puct}}}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{gage}}}{D_s}\right)^2 \\ &= C_{sia} + C_{sip} + C_{sig} \quad , \end{aligned}$$

여기서 $\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}$,
 $D_s = \min\left(\frac{USL - \mu - |\mu - T|}{3}, \frac{\mu - LSL - |\mu - T|}{3}\right)$

$C_{sia} = \left(\frac{\mu - T}{D_s}\right)^2$: 목표치로부터 공정평균의 이탈크기를 나타내는
공정부정확지수(process inaccuracy index)

$C_{sip} = \left(\frac{\sigma_{\Pi_{uct}}}{D_s}\right)^2$: 생산 공정(제품)의 변동 크기를 나타내는
생산공정비정밀지수 (process imprecision index)

$C_{sig} = \left(\frac{\sigma_{gagc}}{D_s}\right)^2$: 검사 공정의 변동 크기를 나타내는
검사공정비정밀지수 (gage imprecision index)

위와 같이 검사 공정에 대한 공정능력을 포함시킨 새로운 비공정능력지수 C_{ss}^* 는 여러 원인에 따른 많은 정보를 제공한다. 하지만, 각 원인에 대한 분산으로 분할하기 위해서는 동일한 제품에 대하여 반복적인 검사, 측정을 필요로 하고 얻어진 데이터로부터 총변동을 구하고 각각의 분산을 구하는 절차가 필요하다. 그러므로 여기서 제안된 비공정능력지수 C_{ss}^* 는 불량제품 발생 시 이로 인한 손실비용이 검사비용보다 더 큰 경우의 공정이나 자동차의 브레이크와 같은 사람의 생명에 치명적인 영향을 줄 수 있는 제품을 생산하는 공정, 그리고 검사가 자동화되어 반복 측정에 많은 시간이 소요되지 않고 전수 검사하는 검사시스템에 이상이 발생하면 많은 제품에 대하여 잘못된 검사를 수행할지도 모르는 공정 등에 적용하는 것이 바람직하다.

3. Gage R&R 분석방법

Gage R&R (Repeatability & Reproducibility)은 계측기의 반복성과 재현성을 동시에 평가하는 것으로 Gage R&R 분석방법은 공정에서 발생하는 산포(Variation) 중 계측시스템 오류로 발생하는 산포의 크기가 얼마인지 조사할 수 있는 분석방법이다. 총변동(Total Variation)은 공정변화에 의한 변동, 계측시스템에 의한 변동, 기타 요인에 의한 변동으로 나누어지는데, 기타요인에 의한 변동은 아주 미세하기 때문에 보통 없는 것으로 간주한다. 계측시스템에 의한 변동 즉, 계측 산포는 계측기에 의한 산포(Repeatability)와 계측자에 의한 산포(Reproducibility)로 나누어지고, 계측자에 의한 산포에는 계측자와 부품과의 교호작용, 계측자 고유의 작용이 포함된다.

$$\begin{aligned} \text{공정의 전체변동 } (\sigma^2) &= \text{제품자체의 변동 } (\sigma_{product}^2) + \\ &\quad \text{측정과정 중에 생기는 변동 } (\sigma_{gage}^2) \\ \text{측정시스템 분산 } (\sigma_{gage}^2) &= \text{반복성에 의한 변동 } (\sigma_{repeatability}^2) + \\ &\quad \text{재현성에 의한 변동 } (\sigma_{reproducibility}^2) \end{aligned}$$

여기서, $\sigma_{reproducibility}^2$ 은 재현성을 나타내는 것으로 동일한 검사장비를 이용하여 다른 조건, 즉 운영자가 다르거나 또는 환경, 시간이 다를 때 기인한 변화를 나타내고,

$\sigma_{repeatability}^2$ 은 반복성을 나타내는 것으로 검사장비 그 자체의 고유 정밀도를 반영하는 것이다.

Gage R&R 분석 기법에는 \bar{X} -R 방법과 분산분석 방법이 있다. \bar{X} -R 방법은 계측자와 부품간의 교호작용이 없다는 가정 하에 이루어진다. 또한 샘플 수가 작을 때 가능하며 손으로 계산하는 과정이므로 시간이 다소 걸리고 반올림 등에 의해 수치가 정확하지 않다. 이에 반해 분산분석 방법은 교호작용을 테스트하게 되므로 더 정확한 공정산포를 제공할 수 있게 된다. Gage R&R 평가는 반복이 있는 실험설계라고 할 수 있다. 분산분석 방법에 의한 공정산포는 아래의 방법에 의해 추정되어진다.

공정에서 a 개의 랜덤 추출된 부품을 랜덤 선택된 b 명의 측정자가 각각의 부품을 n 번 실험 측정했을 때, 모형은 다음과 같다.

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad ,$$

여기서 τ_i : 부품(part)의 효과, $i = 1, \dots, a$, $\tau_i \sim N(0, \sigma_\tau^2)$

β_j : 측정자(operator)의 효과, $j = 1, \dots, b$, $\beta_j \sim N(0, \sigma_\beta^2)$

$(\tau\beta)_{ij}$: 부품(part)과 측정자(operator)간의 교호작용에 의한 효과,
 $(\tau\beta)_{ij} \sim N(0, \sigma_{\tau\beta}^2)$

ϵ_{ijk} : error (반복에 의한 효과), $k = 1, \dots, n$, $\epsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$

τ_i , β_j , $(\tau\beta)_{ij}$, ϵ_{ijk} 는 모두 독립인 랜덤 변수들이다. 그리고, Variance components 는 $V(y_{ijk}) = \sigma_\tau^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\tau\beta}^2 + \sigma^2$ 으로 표현된다.

Source	df	Sum of Square	Mean Square
Parts(부품)	a - 1	SS_{Parts}	$\frac{SS_{Parts}}{a - 1}$
Operators(재현성)	b - 1	$SS_{Operators}$	$\frac{SS_{Operators}}{b - 1}$
Parts*Operators	(a-1)(b-1)	SS_{P*O}	$\frac{SS_{P*O}}{(a-1)(b-1)}$
Error(반복성)	ab(n - 1)	SS_{Error}	$\frac{SS_{Error}}{ab(n-1)}$
Total		$SS_{Total} = SS_{Parts} + SS_{Operators} + SS_{P*O} + SS_{Error}$	

Mean Square 에 대한 기대값은

$$E(MS_{Parts}) = \sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta}^2 + bn\sigma_\tau^2$$

$$E(MS_{Operators}) = \sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta}^2 + an\sigma_\beta^2, \quad E(MS_{P*O}) = \sigma^2 + n\sigma_{\tau\beta}^2$$

$$E(MS_{Error}) = \sigma^2$$

이고, Variance Components 는 기댓값으로 부터 추정된 값으로 다음과 같이 표현되어진다.

$$V(\widehat{y_{ijk}}) = \widehat{\sigma}_\tau^2 + \widehat{\sigma}_\beta^2 + \widehat{\sigma}_{\tau\beta}^2 + \widehat{\sigma}^2, \quad \widehat{\sigma}^2 = MS_{Error}, \quad \widehat{\sigma}_{\tau\beta}^2 = \frac{MS_{P^*O} - MS_{Error}}{n},$$

$$\widehat{\sigma}_\beta^2 = \frac{MS_{Operators} - MS_{P^*O}}{an}, \quad \widehat{\sigma}_\tau^2 = \frac{MS_{Parts} - MS_{P^*O}}{bn}$$

교호작용효과를 제외한 후, 공정산포를 다시 추정할 때는 다음과 같은 관계식에 의해 각각의 산포를 얻을 수 있다.

$$\sigma_{재현성} = \sqrt{\frac{V_{재현성} - V_{반복성}}{an}}, \quad \sigma_{반복성} = \sqrt{V_{반복성}}$$

$$\sigma_{gage} = \sqrt{\sigma_{반복성}^2 + \sigma_{재현성}^2} = \sqrt{\frac{V_{재현성} + V_{반복성}(an-1)}{an}}$$

$$\sigma_{부품} = \sqrt{\frac{V_{부품} - V_{반복성}}{bn}}, \quad \sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{부품}^2 + \sigma_{gage}^2}$$

이와 같은 공정산포 관계식을 주어진 공정의 샘플 데이터에 적용하여 비공정능력지수 C_{ss}^* 를 구하고, Gage R&R 분석을 한다.

Total Gage R&R의 % Tolerance 값 (% RR = 5.15 σ_{gage})은 계측자와 계측기 산포의 크기 합계와 규격공차(tolerance)를 비교한 값으로서 이 값이 10% 미만일 경우 계측시스템은 우수하다고 하고, 30% 이상일 경우 계측 시스템은 현재의 규격을 측정하는데 타당하지 못하다고 판정한다.

Gage R&R 의 % Tolerance 값이

10% 미만일 경우 : 적합. 즉, 개선의 필요 거의 없음.

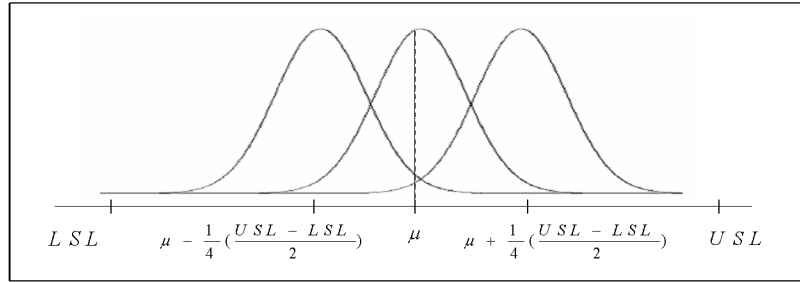
10% - 30% 일 경우: 보통. 즉, 공정에 대한 재평가 및 계측기 검토 후에 사용 여부 결정.

30% 이상일 경우 : 부적합. 즉, 보아 넘기기 어려운 변동요인이 존재. 개선 조치가 필요.

4. C_{ss}^* 판정 기준

공정평균의 이동을 어디까지 허용하느냐 하는 문제는 현재 많은 논란이 되고 있으며 6시그마 경영기법에서 적용하고 있는 1.5σ 변화 크기의 허용 또한 개선의 여지가 크다고 할 수 있다. 이에 본 논문에서는 1.5σ 가 아니라 한쪽 규격에 대하여 1/4 크기의 평균 이동을 허용하는 관점에서 앞에서 제안된 새로운 비공정능력지수의 판정기준을 <표 1>과 같이 제안한다. 그러나 사용하는 조건에 따라서는 이 판정기준을 조정해 줌으로써 각 기업에 적합한 기준을 제시할 수 있다. 새로 제안된 비공정능력지수

C_{ss}^* 에 대한 판정기준은 21세기형 경영혁신기법인 6시그마의 개념을 적용하여 공정능력에 따른 단계로 분류, 설정하고 생산 공정에 대한 상태 파악 및 작업자에게 공정향상을 위한 동기부여를 제공할 수 있을 뿐만 아니라 고부가가치를 창출하기 위한 산업에 필수적으로 요구되는 검사공정에 대하여 상태 파악 및 향상을 위한 정보를 제공한다.



<그림 2> 한쪽 규격에 대하여 1/4 크기의 평균 이동

<표 1> 비공정능력지수 C_{ss}^* 에 대한 판정기준 (목표치 $T =$ 공정의 중심 m)

	C_{sia}	C_{sip}	C_{sig}
가장 이상적인 공정	0	0	0
6 σ 경영기법 (1/4크기의 평균이동 허용)	$C_{sia} < 2.25$	$0 < C_{sip} < 1.0$	$C_{sig} < 0.000004$

5. 수치 예제

앞에서 제안된 비공정능력지수 C_{ss}^* 를 기존의 논문에서 이용되어 온 데이터 (Montgomery & Runger(1993 a, 1993 b), 백재욱, 조진남(1996)의 논문에서 사용되어진 수치 데이터를 사용하여 기존의 비공정능력지수와 비교하여 공정능력분석 시 훨씬 더 민감하고 정보를 잘 제공함을 보이고, Gage R&R 분석까지 고려할 수 있음을 보이고자 한다.

1) 공정능력분석을 위한 반복측정

제조공정과 검사공정의 능력 분석을 위해 생산공정에서 20개의 부품이 무작위로 선택되고 각 부품이 특정검사장비를 사용하여 2차례 반복 측정된 데이터의 요약 통계량은 $\bar{X} = 22.3$, $\bar{R} = 1.0$ 이다. 주어진 데이터로부터 각각의 분산은 다음과 같은 절차를 통해 구할 수 있다.

$$\widehat{\sigma}_{goge} = \bar{R}/d_2 = 1.0/1.128 = 0.887, \quad \widehat{\sigma}_{total} = 3.172$$

$$\widehat{\sigma_{\Pi_{uct}}} = \sqrt{\widehat{\sigma_{total}^2} - \widehat{\sigma_{gage}^2}} = \sqrt{3.172^2 - 0.887^2} = 3.046$$

위에서 구한 분산요소들을 이용하여 목표치가 변화함에 따른 비공정능력지수 C_{ss}^* 는 아래와 같이 구할 수 있다.

$USL = 60, LSL = 5, \mu = 22.3$ 일 때, 목표치 T 값에 따른 C_{ss}^* 값을 알아본다.

$$\begin{aligned} C_{ss}^* &= \left(\frac{1}{C_{psk}}\right)^2 = \left(\frac{\tau}{D_s}\right)^2 = \left(\frac{\mu - T}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{D_s}\right)^2 \\ &= \left(\frac{\mu - T}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Pi_{uct}}}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{gage}}{D_s}\right)^2 = C_{sia} + C_{sip} + C_{sig} \quad , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \tau &= \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2} \quad , \\ D_s &= \min\left(\frac{USL - \mu - |\mu - T|}{3}, \frac{\mu - LSL - |\mu - T|}{3}\right) \end{aligned}$$

i) $USL - T = T - LSL$: 목표치가 공정의 중심일 때. ($T = 32.5$)

$$D_s = 2.3667, \quad |\mu - T| = 10.2, \quad C_{sia} = 18.5744, \quad C_{sip} = 1.6499,$$

$$C_{sig} = 0.1405 \quad \therefore C_{ss}^* = 20.3648$$

ii) $\mu = T$: 목표치와 공정 평균이 같을 때. ($T = 22.3$)

$$D_s = 5.7667, \quad |\mu - T| = 0, \quad C_{sia} = 0 \quad , \quad C_{sip} = 0.2779 \quad ,$$

$$C_{sig} = 0.0237, \quad \therefore C_{ss}^* = 0.3016$$

iii) $T = 34.8$ 인 경우

$$D_s = 1.6, \quad |\mu - T| = 12.5, \quad C_{sia} = 61.0352, \quad C_{sip} = 3.61,$$

$$C_{sig} = 0.3073, \quad \therefore C_{ss}^* = 64.9525$$

iv) $T = 27.5$ 인 경우

$$D_s = 4.0333, \quad |\mu - T| = 5.2, \quad C_{sia} = 1.6622 \quad , \quad C_{sip} = 0.5681 \quad ,$$

$$C_{sig} = 0.0484, \quad \therefore C_{ss}^* = 2.2787$$

i)에서 iv)까지 구한 목표치 변화에 따른 비공정능력지수 C_{ss}^* 를 기존의 비공정능력지수와 비교하면 <표 2>와 같다.

<표 2> 기존 비공정능력지수와 비교

	C_{pp}^*	C_{ia}	C_{ip}	C_{ig}	C_{kk}^*	C_{kia}	C_{kip}	C_{kig}
$T = 34.8$	2.36	2.21	0.131	0.0111	5.001	4.699	0.2789	0.02363
$T = 32.5$	1.36	1.24	0.11	0.00935	3.431	3.129	0.2789	0.02363
$T = 27.5$	0.66	0.48	0.165	0.0140	1.116	0.813	0.2789	0.02363
$T = 22.3$	0.3	0	0.279	0.0236	0.303	0	0.2789	0.02363

	C_{ss}^*	C_{sia}	C_{sip}	C_{sig}
$T = 34.8$	64.9525	61.0352	3.61	0.3073
$T = 32.5$	20.3648	18.5744	1.6499	0.1405
$T = 27.5$	2.2787	1.6622	0.5681	0.0484
$T = 22.3$	0.3016	0	0.2779	0.0237

이 수치 데이터의 평균은 22.3이고, 공정의 중심은 32.5이다. 목표치가 공정의 중심인 32.5인 경우, 비공정능력지수 C_{ss}^* 는 20.3648인 반면 C_{pp}^* 는 1.36이고 C_{kk}^* 는 3.431이다. C_{sia} 값이 18.5744이고 공정평균이 목표치로부터 크게 이탈되어 공정에 이상이 생겼음에도 불구하고 C_{pp}^* 와 C_{kk}^* 는 공정상태를 제대로 파악하지 못하고 있다. 즉, 공정평균이 목표치로부터 이탈하는 정도에 따라 공정상태를 가장 민감하게 표현할 수 있는 것이 비공정능력지수 C_{ss}^* 이다.

2) 재현성과 반복성의 분리측정을 위한 반복측정

20개의 부품이 무작위로 선택되고 각 부품이 특정검사장비를 사용하여 측정자 3명이 2차례 반복 측정한 데이터의 요약은 <표 3>과 같다.

<표 3> Gage R&R 분석을 위한 반복측정 데이터의 요약

측정자 1	측정자 2	측정자 3
$\bar{X}_1 = 22.30$ $R_1 = 1.00$	$\bar{X}_2 = 23.275$ $R_2 = 1.25$	$\bar{X}_3 = 22.60$ $R_3 = 1.20$

비공정능력지수 C_{ss}^* 가 공정능력분석은 물론 Gage R&R 분석까지 할 수 있어 공정상태를 보다 정밀하게 파악할 수 있음을 보이고자 한다. 검사공정의 Gage R&R, 즉 반복성과 재현성을 분리평가하기 위하여 무작위로 20개의 부품을 선택하고, 랜덤 선택된 세 명의 측정자가 동일 계측기로 측정한 데이터는 위의 <표 5>와 같다.

우선, Gage R&R 분석방법 중 \bar{X} -R 방법으로 각각의 분산요소들을 다음과 같은 절차를 통해 구한다.

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \frac{1}{3}(\bar{R}_1 + \bar{R}_2 + \bar{R}_3) = \frac{1}{3}(1.00 + 1.25 + 1.20) = 1.15 \\ \widehat{\sigma_{repeatability}} &= \bar{R}/d_2 = 1.15/1.128 \doteq 1.02, \\ \bar{X}_{\max} &= \max(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3) = 23.275 \\ \bar{X}_{\min} &= \min(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3) = 22.30 \\ R_{\bar{X}} &= \bar{X}_{\max} - \bar{X}_{\min} = 23.275 - 22.30 = 0.975 \\ \widehat{\sigma_{reproducibility}} &= \frac{R_{\bar{X}}}{d_2} = \frac{0.975}{1.693} \doteq 0.576 \\ \widehat{\sigma_{gage}^2} &= \widehat{\sigma_{repeatability}^2} + \widehat{\sigma_{reproducibility}^2} = (1.02)^2 + (0.576)^2 \doteq 1.372 \\ \widehat{\sigma_{total}^2} &= (3.295)^2 \doteq 10.857 \\ \widehat{\sigma_{product}^2} &\doteq \widehat{\sigma_{total}^2} - \widehat{\sigma_{gage}^2} = 10.857 - 1.372 = 9.485 \end{aligned}$$

위의 계산에서 얻어진 분산요소들을 정리하면,

$$\widehat{\sigma_{total}} = 3.295, \widehat{\sigma_{gage}} = 1.171, \widehat{\sigma_{product}} = 3.080$$

이다. 반면, 위의 수치 데이터를 가지고 ANOVA 방법에 의해 Gage R&R 분석을 해 본다. <표 4>은 부품과 관측자간의 상호작용 유무를 테스트 한 것이다. 교호작용 효과에 대한 p-value값이 0.8614로 부품과 관측자간의 교호작용은 없다고 간주해도 된다.

<표 4> 부품과 관측자간의 교호작용 유무 실험 결과

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
part	19	1185.425000	62.390789	62.92	<.0001
obsrb	2	19.950000	9.975000	10.06	0.0002
part*obsrb	38	27.050000	0.711842	0.72	0.8614

<표 5>은 교호작용을 무시한 후 다시 ANOVA 방법에 의해 얻어진 결과이다. 이 결과들을 가지고 공정산포를 구하는 관계식에 의해 각각의 분산요소들을 구하면 다음과 같다.

<표 5> 교호작용 배제한 실험 결과

Source	DF	Sum of		F Value	Pr > F
		Squares	Mean Square		
Model	21	1205.375000	57.398810	64.99	<.0001
Error	98	86.550000	0.883163		
Corrected Total	119	1291.925000			
	R-Square	Coeff Var	Root MSE	measure	Mean
	0.933007	4.135391	0.939768		22.72500
Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
part	19	1185.425000	62.390789	70.64	<.0001
obsorb	2	19.950000	9.975000	11.29	<.0001

$$\hat{\sigma}_{product} = 3.202, \hat{\sigma}_{repeatability} = 0.940, \hat{\sigma}_{reproducibility} = 0.477, \\ \hat{\sigma}_{gage} = 1.054, \hat{\sigma}_{total} = 3.371$$

ANOVA 방법에 의해 얻어진 공정산포를 \bar{X} -R 방법에 의한 공정산포와 비교를 해 보면, 우선 각 변수의 효과가 있는지를 알 수 있고, 교호작용 유무테스트를 통한 보다 정확한 정보를 제공하며, 공정산포 역시 크게 차이가 나는 것은 아니지만 보다 정확 하게 계산되어 비공정능력지수를 통한 공정능력분석에 세밀한 정보를 기여할 수 있 다. 그러므로, ANOVA 방법에 의한 공정산포를 구하는 것이 보다 정확한 정보를 얻 는데 도움이 될 것이다.

Total Gage R&R의 % Tolerance 값 (% RR = 5.15 σ_{gage})을 계산하면, 5.15 * (1.054) = 5.4281 이다. 이는 10% 미만이므로 계측 시스템은 현재의 규격을 측정하는 데 타당하며 개선이 거의 필요 없다.

$USL = 60, LSL = 5, \mu = 22.725$ 일 때, 재현성과 반복성의 분리에 의한 Gage R&R분석을 통해 $(USL-T)=(T-LSL)$ 일 때의 C_{ss}^* 의 값을 알아보고 기존의 비공정능 력지수와 비교해 보면 <표 6>과 같다.

$$D_s = \min\left(\frac{60 - 22.725 - |22.725 - 32.5|}{3}, \frac{22.725 - 5 - |22.725 - 32.5|}{3}\right) = 2.65$$

$$C_{sia} = \left(\frac{9.775}{2.65}\right)^2 = 13.606, \quad C_{sip} = \left(\frac{3.202}{2.65}\right)^2 = 1.460, \quad C_{sig} = \left(\frac{1.054}{2.65}\right)^2 = 0.158$$

$$C_{sig} = \left(\frac{1.054}{2.65}\right)^2 = 0.158, \quad repeatability = \left(\frac{0.94}{2.65}\right)^2 = 0.126$$

$$reproducibility = \left(\frac{0.477}{2.65}\right)^2 = 0.0324, \quad \therefore C_{ss}^* = 15.224$$

<표 6> 재현성과 반복성 분리측정에 의한 기존 비공정능력지수와 비교

C_{pp}^*	C_{ia}	C_{ip}	C_{ig}	Repeatability	Reproducibility
1.272	1.137	0.122	0.013	0.011	0.0027
C_{kk}^*	C_{kia}	C_{kip}	C_{kig}	Repeatability	Reproducibility
3.063	2.737	0.294	0.032	0.025	0.0065
C_{ss}^*	C_{sia}	C_{sip}	C_{sig}	Repeatability	Reproducibility
15.224	13.606	1.460	0.158	0.126	0.0324

재현성과 반복성의 분리 측정의 경우, 공정평균이 공정의 목표치(공정의 중심)와 큰 차이가 있지만, C_{pp}^* 와 C_{kk}^* 는 이 점을 제대로 반영하지 못하고 있다. C_{ss}^* 는 15.224로 공정에 이상이 있음을 나타낸다. 그리고, 검사 시스템에는 큰 결함은 없었지만 위의 결과 수치에서 0.126과 0.0324로 반복성과 재현성에 의한 영향이 전혀 없다고 할 수 없다.

6. 결 론

세계 시장 속에서 제조업분야의 기업이 살아남으려면 공정능력이 우수해야하고 불량률을 최대한 줄여야 한다. 이를 실현하기 위해서는 공정능력이 정확히 분석되어야 하며 공정의 질을 떨어뜨리는 원인이 제대로 찾아내어져야 한다. 이 논문에서 제시한 비공정능력지수 C_{ss}^* 는 이를 수행하는 데 부족함이 없다고 판단되어진다. 공정의 목표치와 평균 및 공정의 치우침 정보를 반영한 비공정능력지수 C_{ss}^* 는 C_{pp}^* , C_{kk}^* 보다 공정능력을 보다 민감하게 파악하며 Gage R&R 분석을 통한 재현성과 반복성의 평가도 할 수 있어 공정능력 분석에 정밀한 정보를 제공할 수 있고, 공정을 관리하는데 도움이 된다. 즉, 비공정능력지수 C_{ss}^* 는 공정의 좋고 나쁨을 잘 파악하며 반복성과 재현성에 대한 분석을 통해 공정에 해가 되는 원인을 찾는 데 도움을 준다. 앞으로 많은 제조업 공정에서 공정능력 분석에 비공정능력지수 C_{ss}^* 가 활용되리라 예상된다.

참고 문헌

1. 김호준, 송서일(1998), “비정규 공정에 대한 공정능력의 새로운 측도: C_{psk} ”, 품질경영학회지 제 26권 제1호, 1998년 3월, p.48-59
2. 박성현(1995), “통계적 품질관리”, 민영사, 서울.
3. 백재욱, 조진남(1996), “계측기 능력분석과 실험계획법”, 품질경영학회지 제24권 제3호, p.145-159
4. 신현재, 이중재(2001), “Gage R&R을 포함한 비공정능력지수 모형의 개발에 관한 연구”, 품질경영학회지, 2001
5. 윤덕균, 민성진(1999), “검사/계측시스템의 능력분석을 포함한 공정능력지수

- 개발과 적용”, 한국품질경영학회 추계학술대회 발표논문집, 1999, p.39-52
6. Greenwich, M. and Jahr-Schaffrath, B.L.(1995), "A Process Incapability Index", *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 12, No. 4, p.58-71
 7. Montgomery, D. C., Runger, G. C.(1993 a), "Gauge Capability Analysis and Designed Experiments. Part I : Basic Methods", *Quality Engineering*, Vol. 6, No. 1, p.115-135
 8. Montgomery, D. C., Runger, G. C.(1993 b), "Gauge Capability Analysis and Designed Experiments. Part II : Experimental Design Models and Variance Component Estimation", *Quality Engineering*, Vol. 6, No. 2, p.289-305

[2007년 3월 접수, 2007년 5월 채택]