Journal of Korean
Data & Information Science Society
2007, Vol. 18, No. 2, pp. 289 ~ 300

Estimation of VaR in Stock Return Using Change Point[1)]

Seung S. Lee[2)] · Ju H. Jo[3)] · Sung S. Chung[4)]

Abstract

The stock return is changed by factors of inside and outside or is changed by factor of market system. But most studies have not considered the changes of stock return distribution when estimate the VaR. Such study may lead us to wrong conclusion. In this paper we calculate the VaR of price-to-earnings ratios by the distribution that have considered the change point and used transformation to satisfy normal distribution.

Keywords : Change Point, Transformation, VaR Estimate

1. 서론

최근 금융기관들은 금융시장의 개방화와 자율화가 본격 추진됨에 따라 금리, 환율, 주가 및 시장가치의 변동성 증가 등이 위험에 노출되고 있다. 이런 이유로 위험을 측정할 수 있고 관리하기에도 편리한 예상 최대 손실 규모인 VaR(Value at Risk)에 관심이 높아지고 있다.

VaR는 데이터의 확률분포(probability distribution) 가정 하에 이루어지며, 이 때 확률분포는 정규분포를 가정하면 계산이 매우 용이하다. 이런 이유로 주가수익률의 분포가 정규분포보다 두터운 꼬리를 보임에도 VaR의 추정 시 정규분포를 이용하려는 연구가 끊임없이 이루어지고 있다. 더불어 실제 주가 수익률은 기업의 내외적 요인

---

1) 이 논문은 2006년도 정부(과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. R01-2005-000-10752-0)
2) 전라북도 전주시 덕진구 덕진동 1가 644-14 전북대학교 통계정보과학과 박사과정
E-mail: pinokio129@chonbuk.ac.kr
3) 전라북도 전주시 덕진구 덕진동 1가 644-14 전북대학교 통계정보과학과 석사
E-mail: ricewine@naver.com
4) 교신저자 : 전라북도 전주시 덕진구 덕진동 1가 644-14 전북대학교 통계정보과학과 교수 (응용통계연구소)
E-mail: sschung@chonbuk.ac.kr

이나 시장제도 등의 변화로 인해, 평균과 분산이 변하고 있어 주가수익률의 VaR 추정 시 분포의 변화 시점을 고려한다면 더 정확한 추정이 이루어질 것이라 생각된다. 따라서 본 논문은 변수변환을 통해 정규성을 높인 주가수익률 자료에 분포의 변화를 고려하여 VaR를 추정하였다. 이를 위해 본 논문이 제시한 기법과 분포의 변화를 고려하지 않은 경우와 변수 변환 기법만을 사용하여 추정한 VaR의 타당성을 비교하였다.

2. 이론적 배경

이 장에서는 본 논문에서 사용될 개념들에 대한 이론적 배경으로서 VaR(Value at Risk)와 변수변환, 분포의 변화시점에 대해 살펴보고자 한다.

2.1 VaR(Value at Risk)

금융자산의 증권화와 각종 파생상품의 등장과 통합적인 위험관리 기법의 필요성이 증대됨에 따라 그에 대한 대비책으로 개발되어진 VaR는 향후 불리한 시장가격 변동이 특정 신뢰수준 내에서 발생하는 경우 금융기관이 보유하고 있는 금융자산 포트폴리오의 예상 최대 손실규모를 의미한다. 여기서 신뢰수준이란 실제 손실이 VaR를 넘지 않을 확률을 의미하여 신뢰수준이 높을수록 VaR의 크기는 커진다. 또한 보유기간은 보유자산의 변화량을 측정하는 기간을 의미하여 보유기간이 길수록 변화량이 증가하므로 VaR도 증가하게 된다.

VaR는 금융상품들로 구성된 포트폴리오가 일정한 미래기간 동안에 일정한 신뢰수준 하에서 정상적인 시장 움직임으로 인해 얻을 수 있는 최대의 손실가능성을 객관적인 하나의 숫자로 제시하기 때문에 위험관리적인 측면에서 매우 유용한 수치이다. 이런 VaR를 계산하기 위해서는 보유기간과 신뢰수준을 선택되어야 하는데, 보유기간과 신뢰수준은 일정한 규칙에 의해 정해지지 않고 각 기업의 특성을 고려하여 임의적으로 결정하게 된다. 참고로 J.P.Morgan의 Risk Metrics에서는 95%의 신뢰수준과 1일의 보유기간을 사용하고, 바젤위원회(Basel Committee)는 99%의 신뢰수준과 10일의 보유기간을 사용하도록 권장하고 있다.

VaR의 추정은 수익률에 일정한 분포의 가정이 없는 비모수적 방법과 정규분포를 가정하는 모수적 방법으로 나뉜다.

비모수적 방법을 통한 주가 수익률의 VaR 추정은 일별 수익률이 동일하고 독립적인 분포를 따른다고 가정하여 데이터를 순서대로 정렬한 뒤 하위 p%에 해당하는 수익률을 계산하여 현재 가치와 곱하여 계산한다. 즉,

VaR = (전 데이터의 수× p %) 번째 낮은 수익률 × 현재의 가치

이다. 그러나 이 방법은 새로운 자료가 추가되는 경우에 전체적인 분포를 갱신해야 하는 단점과 가까운 미래의 수익률에 대한 정확성 여부는 확신할 수 없는 단점이 있다.

모수적 방법을 통한 주가 수익률의 VaR 추정은 수익률분포를 정규분포로 가정하고 표준편차를 이용하여 계산되는데, 주어진 분포는 표준정규분포로 변환시켜 사용하며, VaR의 추정은 표준화된 수익률의 100p를 의미하는 Z_p와 표준편차(σ)를 곱하여 계산

된다. 즉,

$$\text{VaR} = Z_p \times \sigma \times \text{ 현재의 가치}$$

이다. 그러나 95% 신뢰수준에서 VaR를 계산할 경우 VaR를 초과하는 손실이 발생할 가능성은 5%이지만, 실제로는 VaR를 초과하는 손실이 발생할 가능성은 정확히 5%가 아닌 단점이 있다. 그렇기 때문에 VaR를 계산하는 모형이 개발되면 일정기간 동안 자료를 축적하여 그 모형의 정확성을 검증할 필요가 있다. 이를 사후검증이라 하는데, VaR의 추정치와 실제 가치를 비교하여 모형의 정확성 여부를 판단하는 기준이 된다.

본 논문은 Kupiec(1995)의 방법을 이용하여 VaR 모형의 정확성 검정을 실시하였다. 이는 총 관찰치의 수를 T라 하고 실제손실이 신뢰수준 100(1-p)%인 VaR를 초과하는 횟수를 N이라 가정하고, 계산된 Var의 타당성을 검정하는 채택역(acceptance region)을 다음의 로그 우도비(log-likelihood ratio)를 이용하여 계산한다.

$$-2\ln[(1-p)^{T-N}p^N] + 2\ln[(1-(\frac{N}{T})^{T-N}(\frac{N}{T})^N]$$

즉, 위의 우도비를 통해 구해진 채택역과 실제 N을 비교하여 가설 '계산된 VaR가 타당하다'를 검정한다. 참고로 위의 로그 우도비 분포는 근사적으로 자유도가 1인 카이제곱분포를 따른다.

2.2 변수 변환 기법

데이터가 정규분포를 따른다고 가정하면 VaR의 계산은 매우 용이하다. 하지만 주가수익률 분포는 정규분포에 비해 두터운 꼬리를 가지고 있음이 Fama(1965)에 의해 밝혀져 있어, 본 논문은 VaR 추정 시 정규분포를 가정하고자 변수변환기법을 이용한다. 변수변환기법은 Box-Cox변환(1964), John과 Draper(1980)의 Modulus변환, Yeo-Johnson 변환(2000)등이 알려져 있는데, 이 중 Modulus변환은 양쪽 꼬리부분이 두터운 대칭적 분포에 적용하면 효과가 좋은 변환으로 알려져 있다. 이에 Modulus변환 기법을 적용한 정추미(2005)의 사례를 이용하여 주가수익률의 정규성 가정을 만족시켰다.

Modulus 변환 식은 다음과 같으며,

$$\Psi(x,\lambda) = \begin{cases} sign(x)\log(|x|+1),\ \lambda = 0 \\ sign(x)\dfrac{(|x|+1)^{\lambda}-1}{\lambda},\ \lambda \neq 0 \end{cases}$$

sign(x)는 0보다 크거나 같으면 1, 작으면 -1의 값을 가지는 함수이다.

여기서 최적의 변환 모수(λ)는 최대 우도 추정량을 통해 추정된다. 또한 신뢰수준 100(1-p)%에서 VaR는 변환 모수(λ)를 통해 자료를 정규분포에 근사시킨 후 정규분포의 100p백분위수를 추정한 뒤 추정된 백분위수를 다시 역 변환하여 계산한다.

즉, 자료의 최대우도추정량을 구하고 평균이 $\hat{\mu}(\hat{\lambda})$, 표준편차가 $\hat{\sigma}(\hat{\lambda})$인 정규분포에서 100p 백분위수인 $q_p(\hat{\lambda})$을 다음과 같이 계산하여

$$q_p(\hat{\lambda}) = \hat{\mu}(\hat{\lambda}) + Z_p \times \hat{\sigma}(\hat{\lambda})$$

이 백분위수를 다시 역변환하여 원래 자료에 대한 백분위수 q_p를 계산한다.
이때 현재 투자액을 W라 하면 이산수익률의 VaR는 Wq_p이고, 연속 수익률의 VaR는 W$(\exp(q_p)-1)$이 된다.

2.3 변환 시점(change point)

자료가 시간에 따라 순서적으로 발생될 때, 자료의 특성이 어떤 사건이나 현상에 의해 이전의 흐름과 다른 변화가 발생할 때 변화가 일어난 미지의 시점 t를 찾아내는 문제는 매우 다각적으로 연구되어왔다. 이러한 변화시점 추정법은 크게 비모수적 방법과 모수적 방법으로 나누어 볼 수 있는데, 비모수적 방법은 변화시점에 점추정을 경험적인 분포함수를 이용한 방법으로 변화시점 이전과 이후의 분포함수의 차이가 최대가 되는 점을 찾아 변화시점으로 이용한Carlstein(1988)의 예가 있으며, 모수적 방법은 Rasmussen(2001)의 선형회귀식의 유의한 변화를 가져오는 시점을 탐지하기 위한 베이지안 검정기법과, 방승욱 등(2001)과 조용대와 이필상(2001)의 최대우도 추정법을 이용한 주가수익률 변화시점을 추정법 등이 널리 알려져 있다. 특히 모수적 방법의 변화시점에 대한 추정은 최대우도추정법이 가장 바람직한 결과를 나타냄을 확인되었다 (김경무,1998).

이에 본 논문은 방승욱 등(2001)과 조용대와 이필상(2001)의 최대우도 추정법을 참고하여 유도하였던 분포의 변화시점을 r번으로 확장하여 일반화하여 분포의 변화시점 추정하였다. 데이터의 분포가 미지의 변화시점을 기준으로 r번 변하는지를 검정하기 위한 가설은 아래와 같이 설정하였다.

H_0 :주가수익률분포가 미지의 변화시점을 기준으로 r-1번 변한다.

H_1 :주가수익률분포가 미지의 변화시점을 기준으로 r번 변한다. (단, $1 \le r < n$)

이때 미지의 분포변화시점을 변화시켜가며 탐색한 결과가 H_0을 기각할 수 없으면 주가수익률은 r개의 정규분포로 설명 가능하며, H_0이 기각되면 r+1개의 정규분포로 설명 가능하다.

정규분포를 가정하는 분포의 변화시점 추정방법은 먼저 귀무가설 하에 변화시점이 r-1번 존재하여 서로 다른 r개의 정규분포의 우도함수(likelihood function)를 가정 한 뒤, 최대우도 추정법을 통해 정규분포의 모수 μ_j와 $\sigma_j^2\,(j=1,2,\cdots,r)$을 추정한다. 또 동일한 방법으로 변화시점이 r번 존재하여 서로 다른 r+1개의 정규분포를 가정 한 뒤 최대우도 추정법을 통해 정규분포의 모수 μ_j와 $\sigma_j^2\,(j=1,2,\cdots,r)$을 추정한다. 앞의 두 최대 우도 함수 즉, 변화시점이 r-1번 존재할 때의 최대 우도함수와 변화시점이 r번 존재할 때의 최대 우도함수를 비교를 통해 변화시점을 추정한다.

다음 식은 우도비 검정을 위한 검정 통계량이며, l_{r-1}과 l_r은 분포시점이 $r-1$과 r인 경우의 최대우도 함수이다.

$$\lambda_{r-1,r} = \frac{l_{r-1}}{l_r}$$

여기서 우도비 검정(likelihood ratio test)을 위한 통계량은 $-2\log\lambda_{r-1,r}$이고, 이 통계량은 자유도가 3인 카이제곱 분포를 따르게 된다(Wilks,1938). 전체분포에서 귀무가설을 기각하기 위해서는 95% 신뢰 수준 하에서 $-2\log\lambda_{r-1,r}$이 $\chi^2_{0.05}(3)=7.815$보다 커야한다. 즉, 미지의 분포변화시점은 반복적으로 변화시점을 바꿔가며 귀무가설에 해당하는 우도함수와 대립가설에 해당하는 우도함수를 비교함으로써 최적의 분포변화시점을 찾아 나간다.

3. VaR의 추정

본 논문에서 VaR를 추정하는데 사용된 자료는 KOSPI 200지수, KOSDAQ 50지수, 대신증권, 신한지주에 대한 2002년 1월부터 2004년 12월까지의(739개 데이터) 주가 일별수익률 자료이다. 또한 추정된 VaR의 타당성을 살펴보기 위한 사후검증 데이터로 2005년 1월부터 2006년 1월까지의 (255개 데이터)의 주가 일별수익률 자료를 사용하였다. 주가수익률 계산 시 연속수익률 $\log(\frac{p_t}{p_{t-1}})$과 이산 수익률 $\frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}}$이 사용되는데, 결과에는 큰 차이가 없어 본 논문에서는 주가수익률로 연속수익률을 사용하였다.

3.1 주가 수익률에 대한 정규분포 적합성 검정

주가수익률의 분포형태를 살펴보기 위하여 기술통계량을 나타낸 결과는 <표3-1>과 같다. 이를 통해 주가수익률의 첨도가 정규분포에 비해 크게 나타나는데, 주가수익률의 양쪽 꼬리부분이 정규분포보다 두터움을 나타낸다.

<표 3-1> 주가수익률에 대한 기술통계량

기업	N	평균	표준편차	왜도	첨도
KOSPI200	739	0.0003	0.01796	-0.203	1.055
KOSDAQ50	739	-0.0009	0.01980	-0.279	1.590
대신증권	739	-0.0003	0.03393	0.223	2.460
신한지주	739	0.0003	0.03017	0.013	1.685

<표 3-1>를 통해 실제 금융 시계열 자료가 정규분포보다 뾰족한 중심과 두터운 꼬리를 가지고 있기 때문에 정규분포 가정 하에서 VaR를 추정한다면 실제 위험과 다른 결과를 보임을 알 수 있었다.

3.2 Modulus 변환된 주가 수익률에 대한 정규분포 적합성 검정

실제 주가수익률 분포가 정규분포에 비해 높은 중심과 두터운 꼬리를 가지고 있음으로 주가수익률 데이터에 정규분포를 따르도록 변수변환을 접목시켜 보았다. 특히 John과 Draper(1980)의 Modulus 변환은 대칭적이지만 양쪽 꼬리부분이 두터운 자료에 적용시키면 효과가 좋은 변환으로 알려져 있어, 본 논문은 적절한 변환모수 λ을 선택한 다음, Modulus변환을 이용하여 분포의 첨도를 조절하여 주가수익률의 분포를 정규분포에 적합시켰다.

변환모수 λ을 이용하여 Modulus 변환된 주가수익률 데이터의 분포형태를 살펴본 <표 3-2>는 변환 없이 전체 주가수익률을 사용했던 <표 3-1>의 결과에 비해서 첨도가 확연하게 줄어들음을 알 수 있었다. 그러나 VaR계산 시 표준편차 계산의 근거가 되는 수익률의 분포가 정규분포와는 다른 성질을 지니고 있어 실제 위험과 다른 결과를 나타낼 수 있음을 알 수 있었다.

<표 3-2> Modulus변환된 주가수익률에 대한 기술통계량

기업	λ	N	평균	표준편차	왜도	첨도
KOSPI200	0.5703110	739	0.0062	0.79293	-0.179	0.032
KOSDAQ50	0.3948637	739	0.0070	0.71963	-0.178	0.029
대신증권	0.3774827	739	-0.0050	0.70956	0.143	0.182
신한지주	0.5131645	739	0.0003	0.76636	-0.004	0.171

3.3 변화 시점 이후의 주가수익률에 대한 정규분포 적합성검정

실제 주가수익률은 기업의 내외적 요인이나 시장 제도 등의 변화로 인해서 주가수익률의 평균과 분산이 변한다. 또한 현재시점은 최근 데이터들의 분포형태를 따르므로, 분포 변화시점을 고려하여 변화 시점 이후의 최근 데이터들을 분포에 이용하는 것이 적절할 것으로 판단된다. 여기서 분포변화시점을 찾는 기본논리는 검정통계량 $-2\log\lambda_{r-1,r}$의 값이 $\chi^2_{0.01}(3)=11.345$와 $\chi^2_{0.05}(3)=7.815$보다 큰 경우들 중에서 가장 큰 값에 해당되는 시점을 분포변화시점으로 판단하면 된다.

실제 주가수익률 자료에 대하여 분포변화시점을 추정한 결과는 <표 3-3>와 같다. KOSPI200은 2003년 4월 28일 근방에서 분포변화시점이 존재할 경우의 검정통계량이 45.347로 11.345보다 크게 나타났다. 또 2004년 7월 30일 근방에서 분포변화시점이 존재할 경우의 검정통계량은 11.646으로 11.345보다 크게 나타나, 현재시점의 자료는 2004년 7월 30일 이후의 분포를 따른다고 생각된다. 그러므로 KOSPI200 데이터의 VaR를 추정 시 전체 데이터를 사용하는 것보다 현재시점의 분포를 의미하는 2004년 7월 30일 이후의 데이터를 사용하는 것이 보다 나은 결과를 보일 것이다. KOSDAQ50은 2004년 7월 28일 근방에서 분포변화시점이 존재할 경우의 검정통계량이 39.993으로 11.345보다 크게 나타났고, 분포변화시점이 2개 존재할 경우의 검정통계량은 5.271로 11.345보다 작았다. 따라서 2004년 7월 28일 근방에서 가장 마지막으로 분포의 변화가 일어났다고 생각된다.

<표 3-3> 주가수익률 분포 변화시점 추정 결과

기 업	분포변화시점이 1개일 경우		분포변화시점이 2개일 경우	
	분포변화시점 (t1)	검정통계량 ($-2\log\lambda_{01}$)	분포변화시점 (t1,t2)	검정통계량 ($-2\log\lambda_{12}$)
KOSPI200	2003년 4월 28일	45.347	2003년 5월 12일 2004년 7월 30일	11.646
KOSDAQ50	2004년 7월 28일	39.993	2002년 8월 5일 2004년 6월 11일	5.271
대신증권	2003년 5월 30일	94.374	2002년 11월 14일 2003년 11월 28일	2.824
신한지주	2004년 6월 10일	25.996	2002년 8월 6일 2004년 6월 2일	4.903

$\chi^2_{0.01}(3) = 11.345,\quad \chi^2_{0.05}(3) = 7.815$

추정된 분포변화시점을 기준으로 변화시점이전 주가수익률 데이터와 변화시점이후의 주가수익률 데이터에 대한 분포형태를 살펴보기 위한 기술통계량은 <표 3-4>과 같다.

결과를 살펴보면 KOSPI200과 KOSDAQ50, 그리고 신한지주는 분포변화시점 이후의 주가수익률 분포가 분포변화시점 이전의 주가수익률 분포에 비해 평균이 증가하는 형태를 보였으며, 대신증권은 평균이 감소하였다. 표준편차는 모든 기업이 분포변화시점 이후에 감소하는 형태를 보였으며, 첨도 역시 줄어들었다. 이를 통해 분포변화시점을 기준으로 주가수익률의 변동폭이 감소함을 알 수 있다.

<표 3-4> 분포변화시점 이전과 이후의 주가수익률에 대한 기술통계량

기업		N	평균	표준편차	왜도	첨도
KOSPI200	변화시점이전	634	0.0000	0.01872	-0.174	0.879
	변화시점이후	105	0.0020	0.01230	-0.184	0.788
KOSDAQ50	변화시점이전	632	-0.0013	0.02076	-0.259	1.328
	변화시점이후	107	0.0017	0.01247	0.489	0.591
대신증권	변화시점이전	347	0.0004	0.04177	0.206	1.609
	변화시점이후	392	-0.0010	0.02505	0.070	0.219
신한지주	변화시점이전	598	-0.0002	0.03174	0.027	1.532
	변화시점이후	141	0.0028	0.02229	0.183	0.505

위의 결과들을 통하여 주가수익률의 분포변화시점이 존재하며, 분포변화시점을 기준으로 주가수익률분포에 변화가 있음을 확인할 수 있었다.

제4장 실증 분석

이 장에서는 실제적으로 전체 주가수익률의 VaR 추정과 변수변환 후 주가수익률의 VaR, 분포변화시점을 고려한 VaR의 추정 결과를 비교하였다.

4.1 Var 추정

주가수익률 데이터를 이용하여 위의 세 가지 경우에 대해서 비모수적인 방법과 정규분포를 이용하여 VaR를 추정해 보았다. 다음의 <표 4-1>은 95%와 99% 신뢰수준에서 보유기간을 1일로 설정하여 VaR를 계산한 결과이다.

<표 4-1> 주가수익률 분포변화시점 적용전과 후의 VaR 결과

기 업	VaR (95%신뢰수준)				
	변화시점 적용 전		Modulus 변환후	변화시점 적용 후	
	비모수 방법	정규분포		비모수 방법	정규분포
KOSPI200	3.073184	2.951947	2.874835	2.083755	2.014259
KOSDAQ50	3.668683	3.254142	3.257990	1.661553	2.041514
대신증권	5.116174	5.576993	5.442830	4.237827	4.115717
신한지주	4.720176	4.959699	4.804876	3.091468	3.652820
기 업	VaR (99%신뢰수준)				
	변화시점 적용 전		Modulus 변환후	변화시점 적용 후	
	비모수 방법	정규분포		비모수 방법	정규분포
KOSPI200	4.585817	4.174995	4.387930	3.045484	2.848805
KOSDAQ50	5.474942	4.602395	5.100617	2.628416	2.887352
대신증권	7.943176	7.887648	8.533882	6.442972	5.820937
신한지주	7.985280	7.014596	7.363203	5.650941	5.166252

<표 4-1>의 결과를 정리하면 다음과 같다.

(i) 신뢰수준이 높을수록 VaR의 크기는 커지는 것을 알 수 있다.

(ii) 비모수적인 방법을 이용한 VaR 추정 결과와 정규분포를 이용한 VaR 추정 결과는 서로 큰 차이를 보이지 않았다.

(iii) 분포변화시점을 고려하지 않고 전체데이터를 사용했을 경우의 VaR의 결과와 Modulus변환을 시행하였을 때의 VaR의 결과는 분포변화시점을 적용하여 변화시점 이후 데이터를 이용한 VaR의 결과에 비해 컸다.

4.2 VaR의 정확성 검정

추정된 VaR가 얼마나 정확한지 확인하여 보았다. VaR의 정확성 검정 시 VaR를 계산할 때 사용했던 자료를 가지고서 정확성을 계산하면 왜곡된 결과를 초래할 수 있다. 따라서 본 논문은 2002년 1월부터 2004년 12월까지 739개의 주가수익률 데이터를 이용하여 VaR를 추정하고, 추정된 VaR의 정확성 검증은 2005년 1월부터 2006년 1월

까지 255개의 주가수익률 데이터를 이용하여 실시하였다. VaR의 정확성 검증을 위해 사후검증(backtesting)방법의 하나인 Kupiec방법을 이용하였으며, 검증에 사용된 Kupiec의 채택역은 <표 4-2>와 같다.

<표 4-2> Kupiec의 채택역

VaR 신뢰수준*	총 기간 =255일에 대한 허용가능 초과횟수	
	95% 신뢰수준**에서 초과횟수	99% 신뢰수준**에서 초과횟수
99%	$N<7$	$N<8$
95%	$6<N<21$	$4<N<23$

*신뢰수준 100(1-p)% 은 VaR계산에 이용된 신뢰수준을 의미함.
**신뢰수준 100(1-α)%은 모형의 정확성을 기각하는 의사결정 기준으로서의 신뢰수준을 의미함.

주가수익률의 사후검증을 위한 자료(T=255)의 경우 95% VaR 신뢰수준에서 VaR를 초과하는 횟수는 이론상으로 $N = pT = 0.05 \times 255 = 13$번 기대된다. 그러나 표본추출의 추정오차를 감안하면, 초과횟수(N)가 95%신뢰수준에서는 $[6 < N < 21]$의 구간에 포함되고, 99%신뢰수준에서는 $[4 < N < 23]$의 구간에 포함되는 한 '추정된 VaR 모형이 타당하다'는 가설을 기각할 수 없다(Kupiec,1995). 만일 95%신뢰수준에서 N이 21이상이면 VaR 모형이 위험을 과소평가하고 있음을 의미하고, N이 6이하이면 VaR 모형이 지나치게 보수적임을 의미한다.

<표 4-3>은 추정된 VaR 모형의 사후검증 결과 VaR를 초과하는 횟수(N)를 나타낸 결과이다. 결과를 살펴보면 분포변화시점을 고려하지 않고 전체데이터를 사용했을 경우와 Modulus 변환후의 초과횟수에 비해서 분포변화시점 적용후의 초과횟수가 눈에 띄게 증가했음을 알 수 있다. 이는 분포변화시점 적용후의 VaR 추정값이 줄었기 때문에 VaR를 넘는 초과횟수가 증가한 것으로 생각된다.

<표 4-3> VaR의 초과횟수

기 업	99% VaR 신뢰수준에서 초과횟수(N)				
	변화시점 적용 전		Modulus 변환후	변화시점 적용 후	
	비모수 방법	정규분포		비모수 방법	정규분포
KOSPI200	0	1	1	9	9
KOSDAQ50	2	3	3	25	19
대신증권	7	7	7	13	15
신한지주	3	2	2	13	8

<표 4-3>의 초과횟수에 대한 결과를 Kupiec의 채택역과 비교하여 VaR모형을 검증한 결과는 <표 4-4>와 같다.

<표 4-4> VaR(95%)의 타당성여부

기 업	95%신뢰수준에서 타당성 여부				
	변화시점 적용전		Modulus 변환후	변화시점 적용후	
	비모수 방법	정규분포		비모수 방법	정규분포
KOSPI200	No	No	No	Yes	Yes
KOSDAQ50	No	No	No	No	Yes
대신증권	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
신한지주	No	No	No	Yes	Yes
기 업	99%신뢰수준에서 타당성 여부				
	변화시점 적용 전		Modulus 변환후	변화시점 적용 후	
	비모수 방법	정규분포		비모수 방법	정규분포
KOSPI200	No	No	No	Yes	Yes
KOSDAQ50	No	No	No	No	Yes
대신증권	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
신한지주	No	No	No	Yes	Yes

<표 4-4>의 결과를 정리하면 다음과 같다.

(i) 분포변화시점을 고려하지 않고 전체데이터를 사용하여 VaR를 추정했을 경우에 95%와 99% 신뢰수준에서 '대신증권'을 제외한 나머지의 VaR모형이 타당하지 않은 결과를 나타내었다. 즉, 초과횟수가 대부분 6이하로 나타나 위험을 과대평가하고 있었다.

(ii) Modulus변환 후의 VaR 역시 95%와 99% 신뢰수준에서 '대신증권'을 제외한 나머지의 VaR모형이 타당하지 않은 결과를 나타내었다. 즉, 초과횟수가 대부분 6이하로 나타나 위험을 과대평가하고 있음을 알 수 있다.

(iii) 분포변화시점을 고려하여 변화시점 이후의 주가수익률 데이터를 이용해 VaR를 추정했을 경우는 비모수적인 방법을 이용한 'KOSDAQ50'에서 위험을 과소평가하고 있었고, 나머지 모든 기업들의 VaR모형은 타당한 결과를 나타내었다.

위의 결과를 종합적으로 판단해보면, 주가수익률을 분포변화시점을 고려하지 않고 VaR를 추정하거나 변수변환을 통해 VaR를 추정하는 것보다 분포변화시점을 고려하여 변화시점 이후의 분포를 이용하여 VaR를 추정하는 것이 더 타당한 결과를 나타내었고, 또한 비모수적인 방법을 이용하여 VaR를 추정하는 보다 정규분포를 이용하여 VaR를 추정하는 것이 더 타당한 결과를 나타내었다.

5. 요약 및 결론

투자로 인한 위험을 측정하고 관리하는 방법론인 VaR는 보유기간과 신뢰수준이 주어졌을 때 최대손실금액을 산출하는 통계량으로 미래의 손실 발생규모를 통계적 방법을 사용하여 예측함으로써 각종 위험을 종합적으로 측정·관리할 수 있게 도와준다.

본 논문에서는 주가수익률에 대한 VaR를 추정하는 방법으로 분포가 변화하는 시점을 고려하여 변화시점 이후의 데이터를 이용해 VaR를 추정하도록 하였다. 더불어 변

화 시점을 고려하지 않은 경우의 VaR의 추정과 Modulus변환을 적용시킨 후 VaR의 추정 결과의 타당성을 Kupiec의 채택역을 사용하여 검증하였다.

검증을 실시한 결과, 분포변화시점을 고려하지 않고 전체 주가수익률의 VaR를 추정한 결과와 Modulus변환을 통해 VaR를 추정한 결과 모두 위험을 과대평가하고 있었다. 이에 반해 본 논문에서 제안하는 방법인 분포변화시점을 고려하여 VaR를 추정한 결과는 타당하여 주가수익률 데이터의 VaR를 추정할 때, 분포의 변화시점을 고려하여 VaR를 추정하는 것이 현재시점에서의 VaR를 추정하는데 타당하다고 판단되었다.

그러나 본 논문은 제시한 분포의 변화를 고려하여 현재시점에 유의한 분포만을 이용하여 타당한 주가수익률의 VaR를 추정하였으므로, 분포가 변화한지 얼마 되지 않는 시점에서 변화된 분포를 규정하기 곤란하였다. 따라서 본 논문의 결과를 다른 기법과 병행하여 비교해 보는 작업도 필요하다고 생각된다. 또한 지금까지 이용하였던 최대우도추정법 외에도 베이지안 방법을 사용하여 분포변화시점을 추정해보는 것도 의미가 있을 것으로 판단된다.

참고 문헌

1. 김경무 (1998). 변화시점이 있는 영과잉-포아송모형에서 돌출대립가설에 대한 우도비검정, 한국 데이터정보과학회, 제9권 2호, 247-253.
2. 김경숙, 손영숙 (2004). 정규확률변수 관측치열에 대한 베이지안 변화점 분석, 한국통계학회논문집, 제17권 2호, 281-301.
3. 방승욱, 강호정, 이우백 (2001). 주식수익률 행태의 구조변화에 관한 연구, 한국산업경제학회지, 제14권 5호. 1-13.
4. 정추미 (2005). 변수변환을 이용한 주가수익률 VaR 추정, 전북대학교 석사학위논문.
5. 조용대, 이필상 (2001). 주식수익률 시계열의 구조변화시점추정에 관한 연구, 한국재무학회지, 제14권 2호, 131-160.
6. Box, G. E. P. and Cox, D. R. (1964). An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society*, series B, 26, 211-252.
7. Carlstein, E. (1988). Nonparametric change-point estimation, *The Annals of Statistics*, 16, 188-197.
8. Fama, E. F.(1965). The Behavior of Stock Market Prices, *Journal of Business*, 38, 34-105.
9. John, J. A. and Draper, N. R. (1980). An Alternative Family of Transformations, *Applied Statistics*, 29, 190-197.
10. Jorion, P. (2001). *Value at Risk : The New Benchmark for Controlling Market Risk*, 2nd ed., McGraw-Hill.
11. Kupiec, P. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models, *The Journal of Derivatives*, 3, 2, 73-84.
12. Rasmussen, P. (2001). Bayesian estimation of change points using the general linear model, *Water Resources Research*, 37, 11, 2723-2731.
13. Wilks, S. S. (1938). The large sample distribution of the likelihood ratio

for testing composite hypotheses, *Annals of Mathematical Statistics*, 9, 60-62.
14. Yeo, I. K. and Johnson, R. A. (2000). A new family of power transformations to improve normality or symmetry, *Biometrika*, 87, 954-959.

[2007년 2월 접수, 2007년 3월 채택]