대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 17 권 제 2 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 17, No. 2, 179-199. May 2007

초등학교 5학년 수학영재와 일반아의 확률판단 비교

최 병 훈* · 이 경 화**

본 연구는 초등학교 5학년 수학영재와 일반아의 확률판단 능력과 근거를 비교하는 것을 목표로 하였다. 적절한 비교 준거를 개발하기 위해 선행연구에서 제시하는 확률판단 검사문항을 수정하고 보완하였다. 개발된 검사문항을 이용하여 확률교육을 받지 않은 수학영재 170명, 일반아 228명을 대상으로 검사를 실시한 후, 확률판단의 차이와 확률판단에 영향을 미치는 요인에 대하여 분석하였다. 분석 결과 수학영재가 일반아에 비해 정답률이 높았으나 일부 문항에 대해서는 일반아의 정답률이 더 높게 나타났다. 정답에 대한 확신의 정도는 대체로 수학영재가 더 높았다. 확률판단에 영향을 미치는 요인으로 수학영재는 논리적 추론과 수학적 지식의 활용을 들 수 있으며, 일반아는 직관적 판단 등이 활용되는 것으로 나타났다.

Ⅰ. 서 론

제 7차 교육과정과 영재교육진흥법을 배경으로 하여 각 지역의 교육청 및 대학에서는 영재교육원 및 영재학급을 설립하여 운영하고 있다(한국교육개발원, 2000, 2003). 이와 더불어 영재교육을 위한 다양한 연구가 진행되고 있는데, 특히 수학분야에서는 수학영재의 판별 및 선발에 관한 연구(황동주, 2005; 이경화, 2003a; 송상헌, 1998; 김홍원 · 김명숙 · 송상헌, 1996; 서정표, 1993), 수학영재를 위한 교육과정 및 프로그램 개발에 관한 연구(최종현 · 송상헌, 2005; 이경화, 2003b; 한국교육개발원, 2000, 2003; 나귀수, 2000), 수학영재의 지적 · 정의적 특성을 알기 위한 연구(김지원 · 송상헌, 2004; 류성림, 2004; 강신포 · 김판수 · 유화전, 2003; 김민강, 2003; 김홍원 · 윤초희 · 윤여홍 · 김현철, 2003; 이경화, 2001; 최영기 · 도종훈, 2001; 송상헌, 2000)등이 이루어졌다. 이와 같은 연구들은 수학영재의 선발방법과 선발 후 교육을 위한 프로그램 개발이나 프로그램 적용을 통해 나타나는 영재들의 특성에 초점을 두고 있다. 그러나 수학영재가 미리 학습하지 않은 내용에 대해 어떻게 반응하는지, 일반학생들과 어떤 차이를 보이는지에 대한 비교연구는 수행되지 않았다. 선행학습의 직접적인 영향이 없을 때에도 영재아들이 일반아들보다 우수한 성취를 보이는지, 어떤 점에서 우수한지 알아본다면 수학영재의 특성을 기존의 연구에서와는 다른 각도에서 확인할 수 있을 것이다.

확률 개념은 학교 교육과정을 통한 학습이 이루어지기 전에 일상생활 속에서 먼저 경험되고, 수학의 다른 영역과 밀접하게 관련되며, 다른 여러 학문 분야에서 널리 이용된다(김기춘, 1995). 그러므로 확률 개념은 학습의 영향과 무

* 대구동성초등학교, aquinas99@tgedu.net
** 한국교원대학교, khmath@knue.ac.net

관하게 수학영재아가 일반아와 어떤 차이를 보이는지 연구하는 데 적합한 소재이다. 일반적으로 학습과 확률 개념의 발달의 관계에 대한 관점은 크게 두 가지로 구분된다. Piaget & Inhelder(1975)는 형식적 조작기 이후에 확률 개념 이해에 필수적인 조건을 모두 갖추게 되기 때문에 연령이 높아지면 자발적으로 확률 개념이 발달한다고 보았다. 이에 반해 Fischbein (1975)은 확률 개념이 인지 발달 단계의 진전에 따라 획득되는 것이 아니라 체계적인 교육에 의해 발달한다고 보았다. 본 연구에서는 확률 교육을 받지 않은 수학영재와 일반아의 확률 판단과 그 판단에 미치는 영향을 분석함으로써 이 두 관점 중 어느 것이 우리나라 현재의 아동에게서 더 우세하게 나타나는지 알아볼 것이다. 이와 더불어 수학영재가 학습하지 않은 내용에 대해 어떤 방식으로 대처하고 판단 근거를 개발하는지 알아봄으로써 수학영재의 사고 특성에 대한 체계적인 정보를 얻고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 수학영재

수학영재에 대한 정의는 연구자에 따라 조금씩 다르게 나타난다. 이경화(2001)는 일정한 수준의 수학적 사고력 또는 창의력, 과제집착력, 문제 해결력 등을 갖추고 있으며 영재 판별 절차를 통하여 선발되는 아동을 수학영재라 정의하였고, 송상헌(1998)은 선천적으로 타고난 소질과 적성 및 후천적으로 학습한 수학에 대한 기초 지식을 배경으로 하여 수학적인 문제를 해결하고자 하는 지적, 정의적인 행동 특성이 수학적 사고 기능과 긍정적으로 조화롭게 작용하여 수학적 과제를 창의적으로 수행할 수 있는 잠재적 가능성을 가진 자를 수학영재라 하였다. 그리고 김홍원 외(1996)는 수학 영역에서 뛰어난 업적을 이루었거나 이룰 것으로 예상되는 사람으로, 정규 학교 프로그램 이상의 특별한 교육 프로그램과 서비스를 필요로 하는 사람을 수학영재라 하였다. 이러한 수학영재의 정의를 바탕으로 본 연구에서는 지적능력, 과제집착력, 창의성 등이 또래의 일반아동에 비해 높은 성취수준을 갖고 있으며 특히 수학에 관심이 많고 창의적으로 문제를 해결할 수 있는 잠재적 가능성을 가진 자로써 별도의 판별 절차를 통하여 영재교육기관에 선발되어 소정의 교육을 받는 자를 수학영재라고 하였다.[1]

2. 학습과 확률 개념의 발달의 관계에 대한 두 가지 관점

확률개념 발달에 대한 대표적인 연구는 Piaget & Inhelder(1975)의 연구와 Fischben(1975)의 연구이다. Piaget & Inhelder에 따르면, 아동의 확률 개념 획득 여부는 우연과 필연을 구별하는 능력의 소유 여하에 따라 판단된다. 전조작기의 아동은 우연과 필연을 구별할 수 없는데, 이 시기의 아동은 사건의 원인과 결과, 연역적 관계와 같은 논리적 관계를 구성하는 능력이 결여되어 있기 때문이다. 구체적 조작기의 아동은 '우연성'과 '필연성'의 차이를 이해하며, 원소 수가 적은 경우에 확률 계산을 할 수 있다. 그러나 이 단계의 아동은 비율 개념을 이해하지 못하며 경험적 직관에 기초해 문제를 해결한다. 형식적 조작기의 아동은 논리-수학적 사고가 가능하며 비율 개념을 사용하여

---

1) 이 정의는 연구대상을 선정하기 위한 조작적 정의라고 할 수 있으며, 일반적인 의미에서의 수학영재 정의는 아니다(III. 연구방법 참조).

확률 계산을 한다. 또한 구체적 조작을 넘어서는 사건에 대해서도 올바른 확률 개념을 적용해 문제를 해결한다. Piaget & Inhelder의 연구결과를 종합해보면, 아동은 형식적 조작기 이후에 확률 개념 이해에 필수적인 조건을 모두 갖추게 된다.

Fischbein(1975)은 확률 개념의 발달에 관한 다른 관점을 주장하였다. Fischbein은 확률 개념의 발달이 자연스럽게 조작적인 확률 개념을 소유하게 되는 것이 아니라 학교에서의 교수학적인 중재, 곧 학습을 통해서 확률 이론의 기본적인 아이디어와 계산 규칙을 이해하고 그에 터하여 확률 개념이 발달한다고 하였다(이경화, 1996, 재인용). 본 연구에서는 영재아의 특성을 간접적으로 파악하기 위하여 이 두 가지 관점 중 어느 것이 우세한지 파악하려고 한다. 영재아들이 선행학습한 양에 의해 일반아와 구분되는지 아니면 학습하지 않은 확률 개념 발달의 질적인 차이에 의해 일반아와 구분되는지에 대해 알아보고자 한다.

3. 확률판단

Kahneman, Slovic & Tversky(1982)에 의하여 수행된 연구에 따르면, 확률적인 판단을 내릴 때 대부분의 사람들이 대표성(representativeness), 정보의 이용가능성(availability)의 전략을 사용한다. 먼저 대표성 전략은 표본이 그 크기에 관계없이 모집단과 유사할 것을 기대하거나, 표본을 추출하는 과정이 무작위성을 반영하기를 기대하는 것을 가리킨다. 예를 들어, '전체 교사의 3분의 1이 여자'라고 하면, '세 명의 교사 중에서 한 명은 반드시 여자'라고 기대한다. 또한 동전 6개를 던지면 HHHTTT(H: 앞면, T: 뒷면) 보다는 HTTHHT로 나타날 가능성이 더 높다고 생각하는 경향을 가리킨다. 두 번째로 정보의 이용가능성 전략은 판단을 내릴 때 개인적으로 이용할 수 있는 정보에 영향을 받는 것을 가리킨다. 예를 들어, 최근에 교통사고를 목격한 경험이 있는 사람은 그렇지 않은 사람보다 교통사고 확률에 대해서 훨씬 높게 추측하는 경향이 있다. 정보를 떠올릴 수 있는 정도, 곧, 개인적으로 그 정보를 얼마나 이용가능한가 하는 것이 확률 추정에 영향을 주는 것이다. apple과 같이 a로 시작하는 영어 단어가 diagram과 같이 a가 세 번째에 오는 단어보다 많을 것이라고 생각하는 것도 이 전략을 사용하기 때문이라고 한다. a로 시작하는 영어 단어를 더 쉽게 떠올릴 수 있기 때문에 이와 같이 판단한다는 것이다(김남희 · 나귀수 · 박경미 · 이경화 · 정영옥 · 홍진곤, 2006, 재인용).

어떤 사건의 확률을 추측할 때, 과거에 경험했던 여러 가지 경우가 가능한 상황에서, 과거에 관측된 상황이 앞으로도 계속 관측될 것으로 생각하는 경향을 긍정적 최근효과라 하고, 과거에 관측되어지지 못한 상황이 이제는 관측될 것으로 생각하는 경향을 부정적 최근효과라고 한다. 또한 주사위를 던졌을 때, 같은 숫자의 쌍을 얻을 확률과 다른 숫자의 쌍을 얻을 확률이 같다고 생각하는 것을 복합사건과 단순사건의 혼동이라고 한다. 접속오류(the conjunction fallacy)는 곱사건의 확률을 판단하는 상황에서 발생한다. 심장병을 앓을 확률과 55세 이상인 노인이 심장병을 앓을 확률 가운데 어느 쪽이 더 확률이 높을까라는 문제에 두 번째 사건의 확률이 더 높다고 판단하는 오류가 곧 접속오류이다. 한 가지 사건에 대한 사건보다 두 가지 사건이 동시에 발생하는 확률이 작다는 것을 모르기 때문에 이러한 오류가 발생한다(Kahneman et al., 1982). 또한 표본크기의 효과(effect of sample size)라고 불리는 확률판단은 표본의 크기가 클수록 더 신뢰할만한 확률값을 얻을 수 있다고

생각하는 경향을 가리킨다(최지선, 2003).

조건부확률의 판단 오류에 대한 연구도 이루어졌다. 예를 들어, '항아리 속에 흰 공 2개, 검은 공 2개가 있다. 처음 꺼낸 공이 흰 공일 때, 꺼낸 공을 다시 넣지 않고 두 번째 꺼낸 공이 흰 공일 확률은 얼마인가? 두 번째 꺼낸 공이 흰 공일 때, 첫 번째 꺼낸 공이 흰 공일 확률은 얼마인가?'라는 질문이 있다고 하자. 두 질문은 동일한 수학적 의미를 내포하고 있으나, 학생들은 첫 번째 질문에는 1/3이라고 답하지만, 두 번째 질문에는 1/3이라고 선뜻 답하지 못한다. 나중에 일어난 사건은 그보다 먼저 일어난 사건에 영향을 주지 않는다고 생각하기 때문에 이러한 현상이 나타난다. 이러한 의미에서 이와 같은 조건부확률판단을 시간축 효과(the effect of the time axis) 또는 Falk 현상(The Falk Phenomenon)이라고도 부른다(Shaughnessy, 1992).

4. 확률판단에 영향을 미치는 요인

선행연구를 종합할 때, 확률판단에 영향을 미치는 주된 요인은 다음 네 가지로 분류할 수 있다.

첫째, 학생의 문제 이해 능력이다. Green (1983)은 학생들이 '적어도', '확실한', '불가능한'과 같은 확률 관련 용어를 이해하고 사용하는 능력이 부족함을 확인하였다. Fischbein & Sainati의 연구에서도 학생들이 확률 관련 용어의 정의를 분명하게 제시하지 못하였다. Hansen의 연구에서도 확률 관련 용어를 이해하기 위한 언어 능력이 부족한 것이 확률 학습을 어렵게 한다고 보고하였다(최규금, 2001, 재인용).

둘째, 학생이 가지고 있는 일반적인 수학적 지식의 양이다. 확률을 계산하기 위해서는 집합 개념, 산술과 대수 개념, 기하 개념 등 다양한 수학적 배경지식이 바탕이 되어야 한다. 그러나 이러한 수학적 배경지식이 확률학습 이전에 정확하게 확보되지 않으면 확률판단에 오류를 일으킨다(Antoine, 2000; 최규금, 2001, 재인용).

셋째, 학생의 일상생활 경험이다. 경험에 의존하여 사고한다면 구체적인 대상과 연관되어 있기 때문에 타당성을 검증받을 수 있고 명백해 보인다. 아직 확률학습 경험이 없는 학생들에게는 일상생활 속에서의 경험에 근거한 정보가 확률 개념 또는 지식보다 확률판단에 더 많은 영향을 미칠 수 있다(최지선, 2003). 또한 일상생활 속의 경험은 접근성과 친밀도가 높아서 기억으로부터 인출되기도 쉽기 때문에 확률판단에 큰 영향을 미친다(최규금, 2001).

넷째, 학생의 논리적 추론 능력이다. 논리적 추론은 많은 경우에 수학 문제를 풀 수 있는 바탕이 되지만 그와 반대로 인과적 사고, 과대일반화, 유추적 사고, 제한된 주의집중 등으로 인해 오류의 원인이 되기도 한다(최지선, 2003).

이 연구에서는 영재아와 일반아가 확률판단의 근거로 위의 네 가지 요인 중 어떤 것에 더 많이 의존하는가, 어떤 방식으로 의존하는가 하는 것을 파악하고자 한다. 이는 영재교육을 위한 그리고 확률교육을 위한 시사점으로 정돈될 수 있을 것이다.

III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구는 대구광역시의 지역교육청 영재교육원 및 대학부설 영재교육원 12개 학급 중 11개 학급의 초등학교 5학년 수학영재(213명중 170명)와 30학급이상이 되는 학교들 중에서 지역교육청별로 학교를 임의선정하여(3개 지역은

2개 학교, 1개 지역은 1개 학교) 이루어졌다. 지역교육청별로 선정된 각 학교에서는 5학년 1개반을 택하여 전체 231명중 228명을 대상으로 하였다. 연구의 목적상 자발적으로 발달시킨 확률판단 능력을 파악하는 것이 중요하기 때문에, 확률학습 경험이 있는 수학영재 43명과 일반아 3명을 제외한 학생들을 최종 연구 대상으로 선정하였다.[2)]

2. 연구 방법 및 검사도구

본 연구에서는 5학년 학생들의 확률판단을 비교하기 위해 검사 도구를 통한 조사연구와 면담을 병행하였다. 검사도구는 Borovcnik, Bentz, & Kapadia(1991)의 연구(이경화, 1996, 재인용), Fischbein & Schnarch(1997)의 연구, Kahneman & Tversky의 연구(김정은, 2001, 재인용), Shaughnessy(1981)의 연구, Shaughnessy & Bergman(1993)의 연구, 최규금(2001)의 연구에서 활용된 문항을 수정하고 보완하여 제작하였다.

선행연구에서 확인한 확률판단 중 '대표성 전략', '표본크기의 효과', '최근효과', '이용가능성 전략', '복합사건과 단순사건', '접속오류', '시간축의 효과'와 관련되는 문항을 선별하여 총 13문항으로 제작하였다.

문헌검토를 토대로 제작한 검사 도구에 대해서는 문항 수의 조절, 문항 진술상의 문제점, 난이도 조정 등의 측면에서 전문가 1인과 교사 3인의 검토를 거쳤다. 그리고 1차 예비검사를 실시한 후, 다시 수정·보완하였다. 검사지의 신뢰도를 알아보기 위해 Cronbach' α값을 계산한 결과값은 0.6144로 나왔다.

3. 검사 실시 및 자료 분석

5학년 학생들을 대상으로 검사지에 대한 제반 정보, 곧 적절한 검사 시간, 검사 문항의 진술 형태, 검사 실시상의 유의점, 확률적 판단에 영향을 미치는 요인에 대한 분석를 마련을 위한 기초 정보를 얻기 위해 먼저 예비 검사를 실시하였다. 예비 검사를 통해 문제점을 수정한 후, 2006년 6월 7일부터 7월 7일 사이에 본 검사를 실시하였다(<표 Ⅲ-1> 참조). 검사 시간은 60분이었으며, 수학영재들은 영재학급 담당 교사가 그리고 일반아들은 연구자가 진행하였다. 추가 면담도 연구자가 직접 진행하였다.

<표 Ⅲ-1> 본 검사 실시 일정

구분 \ 대상		수학영재		일반아	
		조사	면담	조사	면담
실시 학급수(인원수)		11 학급(170/213)		7 학급(228/231)	
지역	가	6월21일	7월 7일	6월 26일	7월 3일
	나	6월 7일	6월 21일	6월 19일	6월 27일
	다	6월 14일	6월 28일	6월 29,30일	7월 6일
	라	6월 7일	6월 21일	7월 1일	7월 7일
	대학부설	6월 10일	6월 24일	·	·
연구자 참여		×	○	○	○

2) 검사지 마지막 부분에 확률학습 경험이 있는지 여부를 스스로 답하도록 한 후(<부록> 참조), 경험이 있다고 표시한 학생을 제외하였다. 그러므로 관련 서적이나 웹자료를 통해 확률 관련 정보를 학습한 적이 있는 학생을 완전하게 배제한 것으로는 보기 어렵다.

자료 분석은 문항별 응답률을 백분율로 나타낸 자료, 확률판단에 대한 확신의 정도를 '전혀 확신하지 못한다', '약간 확신하지 못한다', '보통이다', '약간 확신한다', '매우 확신한다'로 표시하게 한 후 1점부터 5점까지 점수화하여 평균을 구한 자료를 토대로 하였다. 또한 두 집단의 평균에 대한 유의미한 차를 알아보기 위해 독립표본 t-검정을 사용하였다.

확률판단에 영향을 미치는 요인은 선행연구로부터 도출한 4가지 요인과 예비 검사, 본 검사에서 확인된 2가지 요인을 추가하여 분석하였다(<표 Ⅲ-2>). 분석기준 적용의 객관성을 확보하기 위해 채점자간 신뢰도를 검증하였다. 동일한 문항에 대해 대학원에서 초등수학교육을 전공한 교육경력 5년인 2명의 여교사에게 연구의 목적과 연구 문제를 설명한 후, 임의선정한 각 문항별 수학영재 20명, 일반아 20명의 검사지를 제공하여 독립적으로 유형을 분류하도록 하였다. 그리고 SPSS/WIN10.1을 사용하여 Pearson 상관계수를 구한 결과가 <표 Ⅲ-3>과 같다.

<표 Ⅲ-3> 3명의 채점자간 상관계수

	연구자	A교사
A교사	.795*	
B교사	.794*	.780*

*p<.01

<표Ⅲ-3>에서 연구자와 A교사의 신뢰도는 0.795이며, A교사와 B교사의 신뢰도는 0.780, 연구자와 B교사의 신뢰도는 0.794이다. 이는 p<.01 수준에서 유의한 것으로 나타났다. 이를 통해 채점자간 신뢰도가 높은 것을 알 수 있었다.

Ⅳ. 결과 분석

5학년 수학영재와 일반아의 확률판단을 반응

<표Ⅲ-2> 확률판단에 영향을 미치는 요인

범주	내용
수학적 지식	- 분수 개념을 활용하여 확률판단 - 비나 비례식으로 확률판단 - 수의 대소 비교를 통하여 확률판단 - 사칙연산을 이용하여 확률판단
논리적 추론	- 인과적 사고로 확률판단 - 몇 가지 사실을 바탕으로 전체 결과를 예측 - 유사한 사실을 바탕으로 한 유추적 사고
일상생활 경험	- 직접적인 경험을 활용하여 확률판단 - 간접적인 경험을 활용하여 확률판단
우연적인 현상	- 운, 물체의 높이, 사람의 힘, 세기 등 다른 요소로 확률판단 - 무작위 현상으로 이해하여 확률판단
직관적 판단	- 그림이나 표에 의존하여 감각적으로 확률판단 - 타당한 이유 없이 느낌이나 생각에 의존하여 확률판단
문제 이해	- 문제의 언어적 서술부를 정확하게 파악하여 확률판단 - 주어진 조건이나 용어를 다른 방법으로 이해하여 확률판단

특징과 판단에 대한 확신 정도, 면담을 통한 판단 근거로 나누어 분석하였다.

1. 반응 특징

수학영재와 일반아의 문항별 정답률은 <표Ⅳ-1>과 같다.

<표 Ⅳ-1> 전략별 정답률

판단 전략	구분 / 문항	정답률 수학영재	정답률 일반아
대표성	1번	**20%**	2.5%
	9번	**40%**	10.5%
표본크기 효과	2번	43.5%	**52.5%**
	10번	24.1%	12.3%
최근효과	3번	69.4%	29.4%
이용가능성	4번	21.2%	10.5%
	11번	**16.5%**	13.2%
복합사건과 단순사건	5번	40.6%	**46.5%**
	12번	32.3%	28.1%
접속오류	6번	32.9%	13.2%
	13번	70.6%	36.4%
시간축 효과	7, 8번	29.4%	11.4%

두 집단의 정답률을 비교한 결과, 수학영재의 정답률이 일반아에 비해 큰 차이로 높았던 문항은 1번, 9번이며, 3번, 6번, 7번, 8번, 13번의 경우에도 상당한 차이로 영재아의 정답률이 높았다. 이에 비해 2번과 5번의 경우에는 비록 큰 차이는 아니지만 오히려 일반아의 정답률이 높게 나오기도 했다. 정답률 차이에 비추어볼 때, 수학영재아는 대표성 전략에 따른 오류를 일반아에 비해 어느 정도 피하고 있는 것으로 볼 수 있으며, 최근 효과와 시간축 효과에 따른 판단 전략 사용에도 신중하다는 것을 알 수 있다. 그러나 1번, 4번, 11번 문항에 대해서는 영재아나 일반아 모두 잘못된 판단 전략에 비추어 확률판단을 함으로써 오류를 범하고 있다. 이는 대표성, 이용가능성 전략에 따른 확률 판단 오류가 영재아나 일반아 모두에게 심각하게 나타난다는 것을 의미하며, 교육적인 조치에 의해서 극복되어야 할 부분이라는 것을 시사한다.

<표 Ⅳ-2> 정답률 차이가 큰 문항(1번, 9번)의 응답률

문항	보 기	수학영재 (N=170) 인원	수학영재 (N=170) %	일반아 (N=228) 인원	일반아 (N=228) %
1번	①	11	6.5	15	6.6
	②	95	55.9	148	65
	③ (정답)	34	20	6	2.5
	④	30	17.6	59	25.9
	무응답	0	0	0	0
9번	①	2	1.1	19	8.3
	②	91	53.5	158	69.3
	③ (정답)	68	40	24	10.5
	④	9	5.4	27	11.9
	무응답	0	0	0	0

영재아와 일반아의 정답률 차이가 크게 나타난 1번과 9번 문항에 대한 응답을 좀 더 자세히 살펴보면, 상당수의 영재아(55.9%)와 일반 학생들(65%) 모두 동전을 5번 던져서 '앞, 앞, 앞, 앞, 앞' 보다는 '뒤, 앞, 앞, 뒤, 앞'을 얻을 가능성이 훨씬 크다고 봄으로써 대표성 전략에 의존하는 경향이 비슷한 정도임을 알 수 있다. 반면에 정답을 선택하지 못한 상당수의 일반아들(25.9%)이 ④를 선택한 것은 문제의 의미를 전혀 이해하지 못한 경우가 영재아에 비해 상당히 많았음을 의미한다. 이는 학습하지 않은 생소한 문제에 대한 영재아의 문제 이해 능력이 일반아보다 상대적으로 높음을 시사한다. 역시 대표성 전략의 사용 여부를 알아보는 9번 문항의 경우에 영재아들은 대표성 전략에 의존하는 비율(53.5%)이 1번과 유사하나 문제의 의미를 이해하지 못하는 학생들의 비율(5.4%)이 1번에 비해 현저하게 낮아지면서 정답률(40%)이 높아졌다. 일반학생들의 경우에도 1번에 비해 ④를 선택하

는 학생들이 줄어든 대신 정답률이 높아졌다. 동일하게 대표성 전략에 의존하여 확률을 판단하는가 여부를 알아보는 문항인데 1번에 비해 9번 문항의 정답률이 높은 원인에 대해서는 두 가지 추측이 가능하다. 첫째, 학습효과가 있을 수 있다는 점이다. 앞서 확률판단 문제를 해결하면서 영재아나 일반아가 문제 상황에 익숙해지고 확률판단 방법에도 어느 정도 익숙해짐으로써 좀 더 적절한 판단을 하였을 가능성이 있다. 둘째, 9번 문항의 내용이 일상생활과 더 관련성이 높기 때문에 쉽게 판단하였을 가능성이 있다. 실제로 면담을 통해 알아본 일반학생들의 판단 근거를 보면 신문이나 TV에서 간접적으로 확인한 당첨번호와 관련짓는 경향이 있었다.

<표 Ⅳ-3> 일반아가 수학영재보다 높은 정답률을 보인 문항(2번, 5번)의 응답률

문항	보 기	수학영재 (N=170)		일반아 (N=228)	
		인원	%	인원	%
2번	① (정답)	74	43.5	120	52.5
	②	29	17	62	27.2
	③	58	34.2	21	9.2
	④	9	5.3	25	11.1
	무응답	0	0	0	0
5번	① (정답)	69	40.6	106	46.5
	②	10	5.9	21	9.3
	③	54	31.8	24	10.5
	④	33	19.4	76	33.3
	무응답	4	2.3	1	0.4

예상과 달리 일반아가 수학영재보다 정답률이 더 높았던 2번과 5번 문항에 대한 자세한 응답률은 <표 Ⅳ-3>과 같다. 수학영재는 3개 중의 2개와 30개 중의 20개가 동일한 크기를 나타내기 때문에 '가능성이 같다'고 생각하여 ③을 많이 선택(34.2%)한 반면에, 일반아들은 ②를 선택한 경우가 많았다(27.2%). 이는 일반아들이 비율적인 사고를 토대로 판단하지 않았음을 의미한다. 5번의 경우에도 영재아가 주로 선택한 오답과 일반아가 주로 선택한 오답이 차이가 있었다. 영재아들은 두 주사위를 던져서 5와 6을 얻을 가능성과 6과 6을 얻을 가능성이 동등하다고 잘못 판단함으로써 표본공간을 충분하게 구성하지는 못했다. 그러나 5와 6, 6과 6을 순서대로 나온다고 보았으리라고 추측할 수 있다. 그러므로 영재아들에게 표본공간을 구성하는 원리, 곧, 순서를 고려해야 하는가 그렇지 않은가를 판단하게 한다면 확률 개념을 발달시키도록 할 수 있다. 이에 비해 일반아들은 확률판단을 보류한 ④를 선택함으로써 문제의 의미를 파악하지 못하는 수준에 머무르고 있는 것으로 볼 수 있다. 결론적으로 2번과 5번에 대해 영재아들이 일반아에 비해 낮은 정답률을 보인 것은 비율적 사고와 순서에 대한 고려라는 수학적인 사고에 기인한 것이며, 교육적인 조치를 통해 쉽게 교정할 수 있는 측면으로 볼 수 있다.

<표 Ⅳ-4> 영재아의 정답률이 특히 낮은 문항 (11번)의 응답률

문항	보 기	수학영재 (N=170)		일반아 (N=228)	
		인원	%	인원	%
11번	①	69	40.6	106	46.5
	②	58	34.1	65	28.5
	③ (정답)	28	16.5	30	13.2
	④	1	0.5	9	3.9
	무응답	14	8.2	18	7.9

영재아의 정답률이 특히 낮았던 11번 문항은 이용가능성 전략과 관련된 것이었다. 수학영재의 40.6%와 일반아의 46.5%가 선택한 오답인 ①은 '철수의 알파벳 수가 더 많다'라는 표면적인 이유에 근거하여 판단하였음을 시사한다. 또 한편으로는 '경우의 수'를 구한다는 의미를 전혀 파악하지 못하여 정답률이 낮았다고도 분석할 수 있다.

2. 확신의 정도 분석

확률판단이 기존에 가지고 있었던 지식, 감각, 경험에 근거한 추측 등 불완전한 형태의 해결 방법에 토대를 두고 있기 때문에 자신의 판단에 대한 확신의 정도가 어느 정도인가를 파악한다면 영재아와 일반아의 수학에 대한 기본 관점을 확인하는 근거가 될 수 있다. 먼저 두 집단이 각각 해결한 문항에 대해 얼마나 확신하는지 알아보았다. 여기서는 이 중 정답을 선택한 경우의 확신의 정도에 대해서만 분석하기로 한다. 검사 문항에 제시한 보기 5가지를 점수화하여 정답을 선택한 학생들에 대한 확신의 정도의 평균을 독립표본 t-검정에 따라 유의미한지 확인하였다. 그 결과는 <표 Ⅳ-5>와 같다.

앞서 분석한 바와 같이, 대표성 전략에 관한 문항 1, 9의 경우, 영재아가 일반아보다 정답률이 매우 높았던 반면에 확신의 정도는 오히려 일반아가 높은 것으로 나타났다. 이는 수학영재아가 대표성 전략을 배제하고 올바른 해석에 따라 확률판단을 하고는 있지만 그 판단에 대해 일반아보다 확신하지는 않았다. 이는 대표성 전략에 의존하는 심리적 경향이 영재아에게도 여전히 높음으로써 확률 학습에 어려움을 야기할 수 있음을 시사한다. 대표성을 제외한 나머지 판단 전략에 대해서는 영재아들이 일반아에 비해 높은 확신에 근거하여 확률판단을 내리고 있음을 알 수 있다. 수학영재가 일반아

<표 Ⅳ-5> 정답에 대한 확신의 정도

판단전략	문항	대상	빈도 (N)	평균 (M)	표준편차 (SD)	t	*p*
대표성	1	수학영재	34	3.7647	.95533	-.769	.460
		일반아	6	4.0000	.63246		
	9	수학영재	68	3.3382	1.08738	-.309	.758
		일반아	24	3.4167	1.01795		
표본크기 효과	2	수학영재	74	3.6438	.87194	3.086	**.002****
		일반아	120	3.2500	.85258		
	10	수학영재	41	3.2195	.98773	1.622	.109
		일반아	28	2.8214	1.02030		
최근효과	3	수학영재	118	3.9831	.91505	2.006	**.046***
		일반아	67	3.7015	.92138		
이용 가능성	4	수학영재	36	3.4167	1.02470	1.154	.253
		일반아	24	3.1250	.85019		
	11	수학영재	28	3.5714	1.19965	2.625	**.011***
		일반아	30	2.7667	1.13512		
복합과 단순사건	5	수학영재	69	3.6957	.82790	2.903	**.004***
		일반아	106	3.2830	.97350		
	12	수학영재	55	3.6182	1.06268	3.995	**.000*****
		일반아	64	2.8125	1.12511		
접속오류	6	수학영재	56	3.9107	.97751	4.109	**.000*****
		일반아	30	3.0667	.86834		
	13	수학영재	120	4.0333	.95207	5.816	**.000*****
		일반아	83	3.2410	.95752		
시간축 효과	7,8	수학영재	50	3.8200	.93000	2.442	**.017***
		일반아	26	3.3654	.67168		

$^{*}p<.05$, $^{**}p<.01$, $^{***}p<.001$

보다 문제를 해결하는 동안 자신의 답에 대해 확신하는 정도가 더 높다는 것은 보다 명확한 판단의 근거를 가지고 있으면서 자신감을 가지고 문제를 해결한다는 것을 의미한다. 이는 영재아가 학습한 지식의 양과 상관없이 자신감을 가지고 새로운 지식 또는 관점을 발달시킨다는 근거가 되며, 인지적 영역뿐만 아니라 정의적 영역에서도 일반아에 비해 매우 뛰어나다는 것을 알 수 있게 한다.

3. 확률판단에 영향을 미치는 요인 분석

보다 직접적으로 영재아가 어떤 근거로 확률판단을 내리는지 파악하기 위해 확률판단에 영향을 미치는 요인을 조사해보았다. 여기서는 선행연구 결과를 수정하고 보완하여 수학적 지식, 논리적 추론의 활용, 일상생활 경험, 우연적인 현상, 직관적 판단, 문제 이해 능력 등 6가지 유형의 판단 요인으로 분류하였다. 그 결과는 <표 Ⅳ-6>과 같다.

대표성 전략에 관한 문항에서 수학영재는 주로 수학적 지식(1번: 47.1%, 9번: 33.8%)과 논리적 추론(1번: 38.2%, 9번: 38.3%)을 이용하여 정답을 선택하였으나 일반아는 우연적인 현상(1번: 33.3%, 9번: 79.1%)이라고 판단하여 정답을 선택하였다. 또한 오답을 선택하는 경우에도 수학영

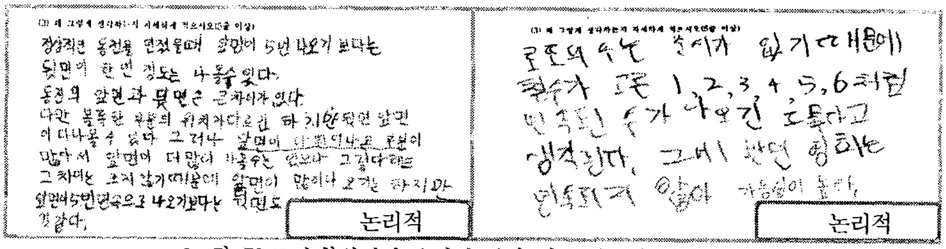
<표 Ⅳ-6> 확률판단에 영향을 미치는 요인

확률판단전략			대표성		표본크기 효과		최근 효과	이용가능성		복합사건과 단순사건		접속오류		시간축 효과
요인	대상	반응＼문항	1번	9번	2번	10번	3번	4번	11번	5번	12번	6번	13번	7,8번
수학적 지식	수학영재	정답(%)	47.1	33.8	46.0	46.4	0	8.3	21.4	4.3	7.3	0	1.7	12.0
		오답(%)	7.4	0	57.4	21.6	5.8	29.5	42.2	5.2	10.8	0.9	0	13.4
	일반아	정답(%)	0	4.2	15.0	14.3	1.5	0	3.3	0	1.5	0	2.4	3.8
		오답(%)	1.0	3.9	31.5	27.6	0.6	25.6	31.1	3.3	1.3	0	0	3.1
논리적 추론	수학영재	정답(%)	38.2	38.3	37.8	48.8	83.9	83.3	25.0	63.8	78.1	100	94.2	72.0
		오답(%)	38.2	57.9	26.0	46.5	48.1	53.5	35.2	47.4	57.7	87.7	83.7	68.2
	일반아	정답(%)	33.3	0	22.5	35.7	46.3	45.8	20.0	12.3	26.6	76.7	57.8	61.6
		오답(%)	15.2	12.7	13.9	18.6	18.6	23.1	16.1	19.0	11.8	93.4	79.1	30.4
일상생활 경험	수학영재	정답(%)	0	0	1.4	0	0.9	0	0	7.2	0	0	0	0
		오답(%)	6.6	14.7	0	0	5.8	0	0	4.1	1.8	0	6.1	0.8
	일반아	정답(%)	16.7	0	19.2	3.5	1.5	8.3	0	19.8	17.2	3.3	13.3	0
		오답(%)	17.6	27.0	9.3	0	5.0	1.5	0.6	12.4	5.9	0	7.9	2.1
우연적인 현상	수학영재	정답(%)	14.7	25.0	5.4	0	12.7	0	14.3	8.7	7.3	0	0	2.0
		오답(%)	21.3	9.8	7.3	7.7	26.9	3.1	0.8	25.8	22.5	0.9	0	4.2
	일반아	정답(%)	33.3	79.1	15.0	0	38.8	12.6	16.7	32.1	9.4	0	3.6	3.8
		오답(%)	44.6	21.1	24.1	9.6	31.1	7.5	5.0	43.8	53.6	0	0	27.8
직관적 판단	수학영재	정답(%)	0	2.9	9.4	4.8	2.5	5.6	25.0	14.5	7.3	0	4.1	14.0
		오답(%)	24.3	17.6	8.3	20.7	13.4	10.0	17.2	8.2	2.7	9.6	10.2	8.4
	일반아	정답(%)	16.7	12.5	28.3	39.4	11.9	25.0	40.0	34.9	42.2	0	14.5	30.8
		오답(%)	19.8	32.8	17.6	39.9	44.7	11.6	42.8	11.6	14.3	5.6	13.0	29.4
문제해석능력	수학영재	정답(%)	0	0	0	0	0	2.8	14.3	1.5	0	0	0	0
		오답(%)	2.2	0	1.0	3.5	0	3.9	4.6	9.3	4.5	0.9	0	5.0
	일반아	정답(%)	0	4.2	0	7.1	0	8.3	20.0	0.9	3.1	20.0	8.4	0
		오답(%)	14.8	2.5	3.6	4.3	0	30.7	4.4	9.9	13.1	1.0	0	7.2
인원	수학영재	정답(명)	34	68	74	41	118	36	28	69	55	56	120	50
		오답(명)	133	102	95	116	52	129	128	97	111	114	49	119
	일반아	정답(명)	6	23	120	28	67	24	30	106	64	30	83	26
		오답(명)	218	199	104	188	161	199	180	121	153	196	139	194

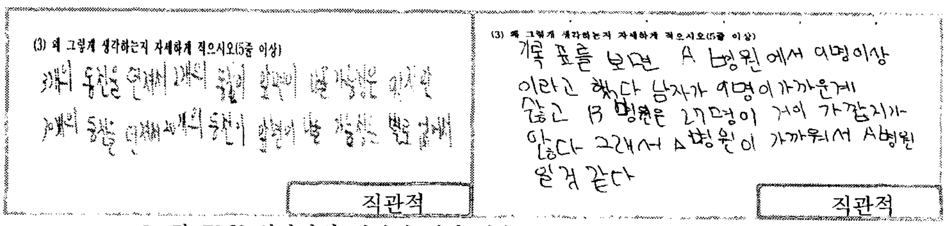
재는 논리적 추론(1번: 38.2%, 9번: 57.9%)이, 일반아는 우연적인 현상(1번: 44.6%), 직관적 판단(9번: 32.8%)이 판단에 영향을 미친 요인으로 나타났다. 예를 들어, 수학영재는 9번 문항에 대해 '추첨기기는 어떤 수든 상관없이 6개의 숫자를 고른다. 기계는 어느 수든 뽑을 수 있으므로 어느 숫자를 고르든 6개를 고를 확률은 모두 같다고 생각한다'라고 판단 근거를 제시하였다. 이와 같이 모든 수가 뽑힐 확률이 같다는 것을 인지하면 표본공간에 대한 이해의 토대가 마련되지만, 일반아처럼 단지 직관적으로 판단한다면 표본공간으로 연결하기가 어려울 것이다. 이는 영재아의 학습 속도가 일반아에 비해 빠른 이유를 설명해주는 한 가지 근거를 제공해주는 것으로 볼 수 있다. 영재아는 확률을 아직 배우지 않았지만 Laplace가 제시한 동등한 가능성의 원리를 스스로 도출하고 있으며, 이를 통해 균등한 가능성 공간으로서의 표본공간을 구축할 수 있을 것으로 판단된다(이경화, 1996).

1번과 9번에 대한 오답의 경우에도, 수학영재는 '앞면이 튀어나온 부분이 많아서 더 많이 나올 수는 있으나 그 차이는 크지 않다'거나 '로또의 수는 순서가 없기 때문에'라는 논리적 근거를 제시하지만([그림 Ⅳ-1]), 일반아는 운이나 기적 등 우연 현상에 관련된 직관적 판단근거를 제시하였다. 이는 영재아가 아직 배우지 않은 내용에 대해서 잘못된 판단을 내릴 때조차도 논리적 추론에 의존하는 반면에 일반아는 논리적 추론보다는 직관적 판단에 보다 많이 의존한다는 것을 말해준다.

표본크기의 효과에 관한 문항에서도 비슷한 현상을 발견할 수 있다. 수학영재는 수학적 지식(2번: 46.0%, 10번: 46.4%), 논리적 추론(2번: 37.8%, 10번: 48.8%)에 의해 정답을 선택하였으나 일반아는 직관적 판단(2번: 28.3%, 10번: 39.4%)과 논리적 추론(2번: 22.5%, 10번: 35.7%)에 의존하였다. 오답의 경우에 대해 살펴보면, 수학영재는 정답을 선택한 근거와 비슷한 근거를 이용해서 판단하였지만 일반아는 직관적 판단(10번: 39.9%)에 근거하고 있음을 알 수 있다. 수학영재가 분수 또는 분수 계산을 바르게 활용함으로써 확률 개념을 발달시키는 반면, 일반아는 [그림Ⅵ-2]와 같이 근거가 불분명한 직관적 판단에 의존하는 경우가 많았다.



[그림 Ⅳ-1] 수학영재의 오답에 대한 이유(대표성 전략 관련)



[그림 Ⅳ-2] 일반아의 정답에 대한 이유(표본 크기의 효과 전략 관련)

영재아와 일반아 모두 비교적 낮은 정답률을 보였던 이용가능성 전략 관련 문항에서는 특이하게도 수학영재가 논리적 추론(4번: 83.3%, 11번: 25.0%)과 더불어 직관적 판단(11번: 25.0%)에 근거하여 확률을 판단하는 경향이 나타났다. 이는 정답을 제시한 일반아에게서도 비슷하게 나타나는 현상이었다. 정답률이 낮았던 11번 문항에서 왜 수학영재가 직관적 판단에 의존하였는지 면담을 통해 확인해 보았다. 면담에 참여한 학생들은 문제에 제시된 정보가 무엇을 의미하는지 이해하기 어려웠으며, 단지 '알파벳의 개수'만을 보고 직관적으로 판단하는 것이 유일한 접근이었다고 말했다. 이로부터 다른 판단 전략에 비해 이용가능성 전략이 확률 학습 과정에서 자발적으로 발달시키기 어려운 가장 어려운 내용일 수 있음을 알 수 있다.

복합사건과 단순사건 전략 관련 문항에서도 수학영재는 논리적 추론(5번: 63.8%, 12번: 78.1%)을, 일반아는 우연적인 현상(5번: 32.1%)과 직관적 판단(5번: 34.9%, 12번: 42.2%)을 사용하여 정답을 선택하였다. 오답의 경우에는 수학영재가 논리적 추론(5번: 47.4%, 12번: 57.7%)을 가장 많이 사용한 반면, 일반아는 우연적인 현상(5번: 43.8%, 12번: 53.6%)을 가장 많이 사용하였다. 예를 들어, 수학영재는 '첫 번째 주사위를 a, 두 번째를 b라고 하면 5, 6은 a5, b6과 a6, b5가 있지만 6, 6은 a6, b6밖에 없다'라는 매우 논리적이고 수학적인 설명을 제시하였다. 이에 반해 일반아는 5와 6은 서로 다른 수이기 때문에 일어날 가능성이 더 클 것 같다는 직관적 판단에 근거하여 정답을 선택하였다. 오답의 경우에도, 수학영재는 '11과 12는 가능성이 같다. 왜냐하면 12는 6+6이 나와야 하고, 11은 6+5가 나와야 성립된다'라는 논리적인 이유를 제시하였다. 일반아는 주사위를 던지는 힘의 세기, 방향 등 수학에서 기본적으로 가정하고 있는 것을 의심하면서 우연적인 현상으로만 판단하였다.

접속오류 관련 문항에서도 역시 영재아가 수학적 지식이나 논리적 추론에 근거하여 판단한 반면, 일반아는 경험에 의존하여 판단하는 것으로 나타났다. 예를 들어, 영재아는 두 가지 사건이 동시에 일어나는 것은 한 가지 사건이 일어날 확률보다 더 작다는 것을 명시적으로 제시하였지만, 일반아는 '우수한 성적으로 고등학교를 졸업하고 군대에서 환자를 돌본 경험이 있다고 해도 의과대학에 들어가는 것은 힘들다. 아무나 의과대학에 들어갈 수 있으면 아무나 의사가 될 수 있다'와 같이 자신의 경험에 기초해서 답하였다.

Ⅴ. 논의 및 결론

본 연구는 수학영재와 일반아의 확률판단의 차이와 확률판단에 영향을 미치는 요인의 차이를 알아봄으로써 수학영재의 사고 특성, 학습과정에서의 특성, 확률 학습 과정에 대한 시사점 등을 파악하는 것을 목표로 하였다. 이제 연구결과를 선행연구결과와 비교하여 논의하고자 한다.

첫째, Piaget & Inhelder(1975)와 Fischbein(1975)의 관점은 확률교육 관련 연구에서 계속적으로 대립되는 것으로 다루어져왔으며, 각각의 관점에 따라 확률교육의 방향이 다소간 다르게 설정되어 왔다. 이 연구에서 동일 연령의 수학영재와 일반아의 응답률을 비교해 본 결과, 수학영재가 동일 연령의 일반아에 비해 학습하지 않은 확률판단 문항에 대한 논리적 추론 능력이 매우 뛰어나다는 것을 알 수 있었다. 특히 확률교육을 받지 않고도 접속오류, 최근효과 등의 판단 전략 관련 문항에 대해서 높

은 해결력을 보였다. 그러나 대표성, 이용가능성 전략에 있어서는 수학영재라고 해도 낮은 정답률을 보였으며, 일반아와 비슷한 유형의 추론에 근거하여 오답을 내고 있음을 확인하였다. 그러므로 학습을 통하지 않고도 어느 정도 개발시키는 확률 개념이 있는 반면, 영재아들조차 학습을 통해서만 획득할 수 있는 개념이 있음을 알 수 있었다.

둘째, Fischbein et al.(1991)의 연구나 Konold et al.(1993)의 연구에서는 학생들이 동전을 던진 결과에 대하여 우연적인 현상이라고 믿으면서도, 다른 한편으로는 어느 정도 앞면과 뒷면이 혼합되어 있어야 자연스럽게 생각한다고 보고하였다. 이 연구에서도 일반아의 경우에 이와 같은 믿음을 가지고 있는 경우가 많이 발견되었고, 상당수의 수학영재도 유사한 경향을 보인다는 것을 확인하였다. 이는 우연현상에 대한 직관적인 의미 규정과 수학적인 해석이 부조화를 이루는 것으로 볼 수 있으며, 수학영재조차도 신념과 수학 사이의 갈등을 조절하는 기회가 있어야만 확률 개념을 발달시킬 수 있음을 의미한다.

셋째, 선행연구에서는 동전의 앞면이 계속 나왔을 때 다음 시행에서 뒷면을 기대하는 이른바 부정적 최근효과로 인한 오답은 연령이 증가하면서 점차 줄어든다고 하였다(Fishbein & Schnarch, 1997; 최규금, 2001). 이 연구에서 확인한 바에 의하면, 수학영재아들은 부정적 최근효과에 의한 오답(17.6%)보다는 사건의 독립성을 바르게 파악함으로써 바르게 답하는 경우(69.4%)가 현저하게 많았다. 수학영재에게는 사건의 독립성과 종속성에 관한 논의와 이를 토대로 한 조건부확률 관련 학습이 이른 시기에 쉽게 이루어질 수 있음을 시사한다.

넷째, 영재아와 일반아 모두 이용가능성 전략 관련 문항의 해결력은 Shaughnessy(1981)의 연구에서 지적된 바와 같이 매우 낮았다. 영재아조차 문제의 의미를 파악하는 것이 쉽지 않았음을 면담에서 확인할 수 있었다. 이는 단지 경우의 수를 앞서 가르치고 이어서 확률을 가르친다는 내용 계열화 방법을 재고해야 함을 시사한다. 특히 수학영재를 대상으로 교육 내용을 선정할 때조차도 이용가능성 전략에 따라 오답을 낼 가능성이 높음을 감안해야 할 것이다. 다만 11번 문항의 경우, Shaughnessy(1981)의 연구를 토대로 작성된 것이지만 문제의 의미가 혼동의 여지가 있음을 연구의 제한점으로 밝혀둔다. 철수가 더 많은 알파벳을 가지고 있어서 모을 수 있는 경우의 수도 더 많을 것이라고 생각하였다는 것은 확률적 사고가 아니라 외적인 특징에만 근거하여 부적절하게 내린 판단이었지만 '모을 수 있는 경우의 수'라는 용어의 정의가 분명하지 않아서 발생하는 문제일 수도 있기 때문이다.

다섯째, 복합사건과 단순사건 전략 관련 문항인 5번의 정답률이 수학영재아에 비해 일반아가 오히려 높았던 것은 주사위의 눈이 나오는 순서를 적절하게 고려하지 못하였기 때문으로 판단된다. 수학영재아는 논리적인 추론, 예를 들어, 주사위가 5, 6 순서로 나오는 것이 6, 6 순서로 나오는 것과 동등하다고 보았기 때문에 오답에 이른 것으로 밝혀졌다. 이는 단지 직관적인 판단에 의존하여 오답을 선택한 일반아의 사고 과정과는 구분되는 것으로 보인다. 특히, 두 주사위를 던졌을 때의 표본공간이 다음 세 가지 종류로 정돈되었다는 역사적인 사실에 비추어보아도 정답은 아니지만 의미 있는 추론을 하였다고 판단할 수 있는 근거가 된다. 주사위 두 개를 던졌을 때 생각할 수 있는 표본공간으로 첫 번째 경우는 전체 경우의 수가 36인 Maxwell-Boltzmann 모델, 두 번째 경우는 전체 경우의 수가 24인 Bose-Einstein 모델, 세 번째

경우는 전체 경우의 수가 18인 Fermi-Dirac 모델이 있다(Borovcnik, Bentz, and Kapadia, 1991; 이경화, 1996, 재인용).

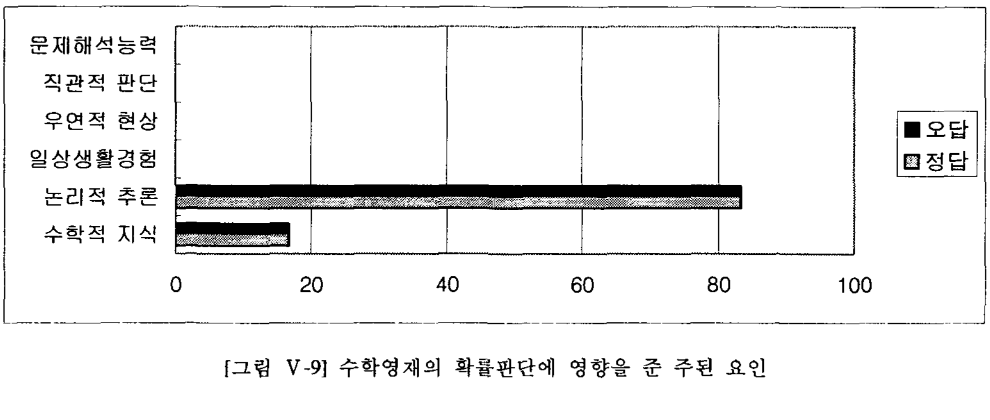
마지막으로, 류성림(2004)의 연구, 김홍원 외(2003)의 연구에서 주장한 바와 같이 수학영재는 일반아에 비해 논리-수학적 지능이 뛰어나다는 것을 구체적으로 확인할 수가 있었다. 수학영재는 [그림 V-1]와 같이 정답을 선택하건 오답을 선택하건 논리적 추론과 기존에 발달시킨 수학적 지식을 주된 판단 근거로 활용하였다.

주목할 만한 사항은 수학영재의 주된 판단 근거가 수학적 지식보다는 인과적 사고, 일반화, 귀납적 추론 등 논리적 추론이었다는 점이다. 이것은 확률 지식이 수학적 지식과 관련을 맺고 있으면서도 동시에 폭넓은 논리적 추론과 연결되어 있음을 시사하며, 논리적 추론에 익숙하지 않은 일반아에 비해 수학영재아는 자발적으로 확률판단 능력을 발전시킬 수 있음을 의미한다. 또한 일반아의 입장에서는 논리적 추론 능력이 부족함으로써 확률 학습에 곤란을 겪을 수 있음을 알 수 있다. 확률 학습의 실패 원인은 수학 학습의 부족 뿐만 아니라 논리적 추론 능력의 결여에서 찾을 수도 있음을 알 수 있다.

지금까지의 논의 결과를 토대로 본 연구의 결론을 다음과 같이 내릴 수 있다.

첫째, 수학영재는 학습하지 않은 내용인 확률판단 문제에 대해서 일반아보다 높은 해결력을 보여주었으며, 자신의 판단에 대한 확신의 정도도 높은 것으로 나타났다. 그러나 일반아와 비슷한 정답률을 보인 문항도 있으므로 수학영재 스스로 발전시킬 수 있는 확률 개념과 교육적 조치를 필요로 하는 확률 개념이 존재함을 알 수 있었다. 정답률에 비추어볼 때, 대표성 전략, 이용가능성 전략에 따른 부적절한 확률판단의 경향은 수학영재아들조차 상당수 지니고 있으므로 교육적인 조치가 필요하다고 할 수 있다. 일반아의 경우에는 대부분의 문항에 대해 부적절한 확률판단을 내리는 경우가 발견되었으므로, 일반적인 경우에 Piaget & Inhelder(1975)의 주장보다는 Fischbein(1975)의 주장이 확률 개념 발달 모델로서 더 적합하다고 볼 수 있다.

둘째, 수학영재아의 특성 중 하나인 논리적 추론 능력은 수학 문제해결력의 토대가 된다는 것을 알 수 있었다. 본 연구에 사용된 문항에 대해 오답을 낸 경우에도 영재아들은 논리적 추론을 활용하여 그 근거를 제시했으며, 일반아의 경우에는 논리적 추론 능력의 결여로 충분하게 자신의 판단에 대한 근거를 설명하지 못했다. 정답률과 무관하게 논리적 추론 능력, 글로 수학적인 근거를 설명하는 능력의 차이가



[그림 V-9] 수학영재의 확률판단에 영향을 준 주된 요인

크다는 것을 알 수 있었으며, 이것이 일반아 교육에서 적극적으로 검토되어야 함을 알 수 있었다. 다시 말하여, 확률 학습의 실패는 단지 관련 지식의 부족에서 그 원인을 찾을 것이 아니라 배경이 되는 논리적 추론 능력, 수학적인 표현 능력 등에서도 원인을 밝히고 교정하려는 노력이 필요하다. 이 연구에서 나타난 수학영재의 불완전한 논리적 추론과 오류의 예는 일반아들이 확률 학습을 어려워하는 이유를 이해하는 데 그리고 가설 학습 경로를 파악하는 데 도움이 될 것으로 판단된다. 물론 수학영재를 위한 확률 학습 내용을 선정하고 조직하는 데에도 시사점을 제공한다.

지금까지 수학영재와 일반아의 확률판단을 비교분석하였다. 예상했던 바와 같이 수학영재는 일반아보다 높은 해결력을 보여주었다. 그러나 수학영재도 기존의 연구에서 제시한 여러 가지 형태의 편견, 불완전한 논리적 추론에 따른 오류를 가지고 있으며, 특히 대표성과 이용가능성 전략 활용 면에서는 일반아 못지않게 교정이 필요함을 확인하였다. 또한 일반아에게 부족한 논리적 추론 활용의 구체적인 예를 영재아로부터 얻을 수 있었다. 이 연구와 유사하게 수학영재와 일반아의 세부적인 사고 특성 비교 연구를 통해 수학적 능력의 의미, 수학영재성의 의미, 수학적 능력과 논리적 추론의 관계 등에 대한 정보를 밝힐 필요가 있다.

참고문헌

강신포 · 김판수 · 유화진(2003). 초등학교 수학영재 및 일반 아동의 정의적 특성 비교 연구. **학교수학, 5**(4), 441-457.

김기춘(1995). **확률개념 지도에 관한 연구**. 서울대학교 석사학위논문.

김남희 · 나귀수 · 박경미 · 이경화 · 정영옥 · 홍진곤(2006). **수학교육과정과 교재연구**. 서울: 경문사.

김민강(2003). **수학영재의 신념, 태도 및 정서적 특성에 관한 연구**. 서울대학교 석사학위논문.

김정은(2001). **중학생의 확률 직관에 의한 오개념 유형 분석**. 이화여자대학교 석사학위논문.

김지원 · 송상헌(2004). 한 수학 영재아의 수학적 사고 특성에 관한 사례 연구. **수학교육학연구, 14**(1), 89-110.

김홍원 · 김명숙 · 송상헌(1996). **수학 영재 판별 도구 개발 연구(I): 기초연구편**. 한국교육개발원.

김홍원 · 윤초희 · 윤여홍 · 김현철(2003). **초등 영재학생의 지적 · 정의적 행동 특성 및 지도 방안 연구**. 한국교육개발원.

나귀수(2000). 수학 영재교육 프로그램 개발을 위한 연구: 렌줄리의 3부 심화 학습 모형을 중심으로. **학교수학, 2**(1), 311-331.

남승인(2000). 초등학교 저학년 영재지도 방안. **한국수학교육학회지 시리즈 F 수학교육학술지, 5**, 21-37.

류성림(2004). 초등 수학 영재의 다중지능 분석에 관한 연구. 수학교육 43(1). 35-50.

류희찬 · 조완영 · 김인수 공역(2003). **고등수학적 사고**. 서울: 경문사. (영어 원작은 1991년 출판).

서정표(1993). **수학 영재의 판별절차 및 기준에 관한 연구**. 한국교원대학교 석사학위논문.

송상헌(1998). **수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구**. 서울대학교 박사학위논문.

______(2000). 수학 영재아들을 위한 행동특성 검사지의 개발과 활용에 관한 연구. **학교수**

학 2(2), 427-457.

이경화(1996). **확률 개념의 교수학적 변환에 관한 연구.** 서울대학교 박사학위논문.

______(2001). 초등수학 우수아의 특성과 지도 자료의 예시. **수학교육학연구, 11**(1), 37-50.

______(2003a). 수학 영재아의 선발에 관한 연구. **수학교육, 7**(3), 139-150.

______(2003b). 수학 영재교육 자료의 개발과 적용 사례 연구. **수학교육학연구, 13**(3), 365-382.

이정연(2005). **조건부 확률개념의 이해에 관한 연구.** 서울대학교 석사학위논문.

이종희, 김윤영, 김선희, 김부미, 김기연(2002). 중학생의 수학적 오류 분석 및 교수학적 처방을 위한 학습지도 방법 개발. 교과교육 공동연구소편, **교과교육 연구 활성화 방안 연구**, 1579-1740.

최규금(2001). **학년에 따른 확률 오개념의 변화.** 이화여자대학교 석사학위논문.

최영기 · 도종훈(2001). 수학영재들의 특성 비교분석: 서울대학교 과학영재센터 영재대상. **사대논총-서울대학교 62**, 149-168.

최종현 · 송상헌(2005). 주제 탐구형 수학 영재 교수 · 학습 자료 개발에 관한 연구. 학교수학, 7(2). 169-192.

최지선(2003). **중등학교 수학 학습에서 나타나는 오개념에 대한 고찰.** 서울대학교 석사학위논문.

한국교육개발원(2000). **영재 교수-학습 자료 개발 연구: 초 · 중 영재학교/영재학급용.** 한국교육개발원.

______(2003). **영재 심화 교수-학습 자료: 초등학교 6학년용.** 한국교육개발원.

황동주(2005). **수학 영재 판별의 타당도 향상을 위한 수학 창의성 및 문제 해결력 검사 개발과 채점 방법에 관한 연구.** 단국대학교 박사학위논문.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children.* Dordrecht: Reidel.

Fischbein, E. & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(1), 96-105.

Fischbein, E., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 523-549.

Green, D. (1983). A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. In Grey, D., Holmes, P., Barnett, V., & Constable, G. (Eds.), *Proceedings of the first international conference on teaching statistics*(pp. 766-783). Sheffield: Teaching Statistics Trust.

Kahneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. (1982). *Judgement under uncertainty: heuristics and biases*, Cambridge: Cambridge University Press.

Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., Lohmeier, J., & Lipson, A. (1993). Inconsistencies in students' reasoning about probability. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*, 392-414.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*, London: Routledge and Kegan Paul. [English translation, originally published in 1951].

Shaughnessy, J. M. (1981). Misconceptions of probability: from systematic errors to systematic experiments and decisions, In Shulte. A. P & Smart. J. R (Eds.), *Teaching Statistics and Probability.* Reston, VA: NCTM.

________(1992). Research in Probability and statistics: Reflections and directions. In D. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* NY: Macmillan Publishing Company.

Tarr, J. E., & Jones, G. A. (1997). A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence. *Mathematics Education Research Journal, 9*(1), 39-59.

A Comparison of Mathematically Gifted and Non-gifted Elementary Fifth Grade Students Based on Probability Judgments

Choi, Byoung Hoon (Daegu Dongsung Elementary School)
Lee, Kyung Hwa (Korea National University of Education)

The purpose of this study was to discover differences between mathematically gifted students (MGS) and non-gifted students (NGS) when making probability judgments.

For this purpose, the following research questions were selected:

1. How do MGS differ from NGS when making probability judgments(answer correctness, answer confidence)?

2. When tackling probability problems, what effect do differences in probability judgment factors have?

To solve these research questions, this study employed a survey and interview type investigation. A probability test program was developed to investigate the first research question, and the second research question was addressed by interviews regarding the program.

Analysis of collected data revealed the following results.

First, both MGS and NGS justified their answers using six probability judgment factors: mathematical knowledge, use of logical reasoning, experience, phenomenon of chance, intuition, and problem understanding ability.

Second, MGS produced more correct answers than NGS, and MGS also had higher confidence that answers were right.

Third, in case of MGS, mathematical knowledge and logical reasoning usage were the main factors of probability judgment, but the main factors for NGS were : use of logical reasoning, phenomenon of chance and intuition.

From findings the following conclusions were obtained.

First, MGS employ different factors from NGS when making probability judgments. This suggests that MGS may be more intellectual than NGS, because MGS could easily adopt probability subject matter, something not learnt until later in school, into their mathematical schemata.

Second, probability learning could be taught earlier than the current elementary curriculum requires.

Lastly, NGS need reassurance from educators that they can understand and accumulate mathematical reasoning.

* **Key words** : mathematically gifted students(수학영재), probability judgment(확률판단)

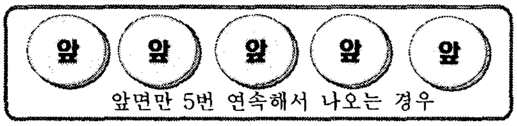
논문 접수: 2007. 3. 20
심사 완료: 2007. 5. 4

<부록> 검사문항

1. <동전 문제 1>

(1) 정상적인 동전 1개를 연속해서 5번 던졌을 때, <A>와 <B> 중 어느 것이 일어날 가능성이 클까요? .... (　　)

<A>



앞면만 5번 연속해서 나오는 경우

<B>

뒤앞앞뒤앞이 나오는 경우

① <A>　② <B>　③ 똑같다.　④ ①,②,③과 다른 답

2. <동전문제 2>

(1) 다음의 보기 <A>, <B> 중 어느 경우의 가능성이 클까요?……(　　)

< A >

3개의 동전을 던졌을 때 적어도 2개 이상 앞면이 나오는 경우

< B >

30개의 동전을 던졌을 때 적어도 20개 이상 앞면이 나오는 경우

① <A>　② <B>　③ 똑같다　④ ①,②,③과 다른 답

3. <동전문제 3>

(1) 정상적인 동전을 던지면 나올 수 있는 경우는 앞면과 뒷면입니다. 순철이가 동전을 던졌더니 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 모두 앞면이 나타났습니다. 다섯 번째 던지면 다음 중 어느 것이 일어날 가능성이 클까요? .... (　　)

① 앞면　② 뒷면　③ 앞면과 뒷면이 나타날 가능성이 같다　④ ①,②,③과 다른 답

4. <대표 문제>

(1) 7월 10일은 철수네 마을에서 대표를 뽑는다고 합니다. 그런데 대표의 후보는 10명이라고 합니다. 10명의 후보들 중에서 대표를 8명 뽑는 방법의 수와 2명 뽑는 방법의 수 중 어느 경우의 수가 더 많을까요? (　　)

① 8명　② 2명

③ 8명의 대표를 뽑는 방법의 수와 2명의 대표를 뽑는 방법의 수는 같다.　④ ①,②,③과 다른 답

5. <주사위 문제>

(1) 주사위의 눈이 1-6까지 적힌 두 개의 주사위를 동시에 굴렸습니다. <A>, <B> 중 어떤 결과가 나올 가능성이 더 클까요? …… (　　)

<A>

하나는 5의 눈과 다른 하나는 6의 눈이 나올 가능성

<B>

두 개의 주사위 모두 6의 눈이 나올 가능성

① <A>　② <B>　③ <A>와 <B>가 나올 가능성은 같다　④ ①,②,③과 다른 답

6. <철수의 꿈>

(1) 철수의 꿈은 의사가 되는 것입니다. 그리고 사람들을 도와주는 것을 좋아합니다. 철수가 고등학생이었을 때, 적십자 동아리에 속해 있었습니다. 고등학교를 우수한 성적으로 졸업하고, 군대에 가서는 환자를 돌보는 역할을 맡았습니다. 군대 생활을 마치고 철수는 대학교에 입학했습니다. 다음 중 철수에게는 어떤 가능성이 더 크다고 생각합니까?………(　　)

① 철수는 의과대학의 학생이다.　　　② 철수는 대학생이다.

7-8. <구슬문제>

크기가 같은 흰색 구슬과 검은 색 구슬이 각각 두 개씩 들어 있는 주머니가 있습니다. 이 주머니에서 한 개의 구슬을 꺼낸 후, 집어넣지 않고 또 꺼낸다고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

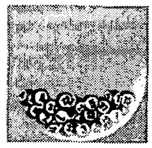
7. (1) 처음에 꺼낸 구슬이 흰색이라고 가정할 때, 두 번째로 꺼낸 구슬도 흰색일 가능성은 얼마입니까? …… (　)

① $\frac{1}{2}$　　② $\frac{1}{3}$　　③ $\frac{1}{4}$　　④ ①,②,③과 다른 답

8. (1) 두 번째로 꺼낸 구슬이 흰색이라고 가정할 때, 처음에 꺼낸 구슬도 흰색일 가능성은 얼마입니까? …… (　)

① $\frac{1}{2}$　　② $\frac{1}{3}$　　③ $\frac{1}{4}$　　④ ①,②,③과 다른 답

9. <로또 복권 문제>



(1) 다음 그림은 로또복권 추첨기기입니다. 로또복권은 전체 40개 숫자 중 로또복권 추첨기기가 고른 6개의 숫자와 모두 같을 때 당첨됩니다. 철수가 1, 2, 3, 4, 5, 6을 골랐고, 영희는 39, 1, 17, 33, 8, 27을 골랐다고 할 때, 누가 당첨될 가능성이 클까요? ………………… (　　)

① 철수　　② 영희　　③ 철수와 영희가 당첨될 가능성은 같다　　④ ①,②,③과 다른 답

10. <병원 문제>

(1) 영희네 마을에는 2개의 병원이 있는데, <A>병원은 하루에 평균 15명의 아기가 태어나고, <B>병원은 하루에 평균 45명의 아기가 태어납니다. 남자 아기와 여자 아기가 태어날 가능성은 모두 똑같지만, 어떤 날은 태어난 아기의 60%이상이 남자아기인 날도 있고, 어떤 날은 60%가 안 되는 날도 있다고 합니다. 두 병원의 남자 아기가 태어난 날들을 1년 동안 기록했을 때, 기록한 날이 1년 중 하루에 태어난 아기의 60% 이상이 아들인 날이 더 많을 것이라고 예상되는 병원은 어느 병원일까요? (　　　)

<두 병원의 남자아기가 태어난 날의 기록일지의 예>

일수	<A>병원에 태어난 남자아기 수	60%이상 되는 날	일수	<B>병원에 태어난 남자아기 수	60%이상 되는 날
1	10	○	1	27	○
2	8	×	2	25	×
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
365	7	×	365	20	×
합계		?	합계		?

(남자아기가 60%이상 되려면 <A>병원에서는 태어난 아기가 9명보다 많은 경우를 말하는 것이고, <B>병원의 경우는 태어난 아기가 27명보다 많은 것을 의미한다.)

① <A> 병원　　② <B> 병원　　③ 두 병원 모두 같다.　　④ ①,②,③과 다른 답

11. <알파벳의 개수>

(1) 철수가 <A>의 1, 2에서 한 개씩 문자를 꺼내 모아 놓는 경우의 수와 영희가 <B>의 1, 2, 3, 4, 5, 6에서 한 개씩 문자를 꺼내 모아 놓는 경우의 수 중 누구의 경우가 더 많이 모아 놓을 수 있을까요? …………( )

<A>

1	a , b , c , d , e , f , g , h
2	i , j , k , l , m, n , o , p

<B>

1	a , b
2	c , d
3	e , f
4	g , h
5	i , j
6	k , l

① 철수(<A>) ② 영희(<B>)

③ 철수(<A>)와 영희(<B>)의 경우의 수는 모두 같다. ④ ①,②,③과 다른 답

12. <주사위 2>

(1) 주사위의 눈이 1-6까지 적힌 두 개의 주사위를 동시에 굴려서 나온 눈의 합을 구했습니다. 다음 중 어떤 결과가 나올 가능성이 더 클까요?…( )

① 눈의 합이 11이 되는 경우 ② 눈의 합이 12가 되는 경우

③ 눈의 합이 11이 되는 경우와 12가 되는 경우는 가능성이 같다. ④ ①,②,③과 다른 답

13. <심장병 문제>

(1) 희철이는 병원에 갔습니다. 병원에서 어떤 사람을 만났을 때, 다음 중 어느 경우가 가능성이 더 크다고 생각하나요?........................ ( )

① 어떤 사람이 심장병을 앓고 있을 가능성

② 어떤 사람이 55세 이상이고 심장병을 앓고 있을 가능성

※ 확률과 관련한 내용을 학교나 학원에서 배웠습니까? ………( )

① 배운 적이 없다. ② 6학년 2학기에 나오는 내용을 배웠다.

③ 중학교 2학년에 나오는 내용을 배웠다.

④ 기타 ( )

※설문에 응해주셔서 대단히 감사합니다.