

3차원 MT 모델링 기법의 비교 분석

한누리¹ · 남명진² · 김희준³ · 송윤호^{4*} · 서정희⁵

¹서울대학교 지구환경시스템공학부

²Dept. of Petroleum and Geosystems Eng., The University of Texas at Austin

³부경대학교 환경탐사공학과

⁴한국지질자원연구원 지하수지열연구부

⁵별세, 전 서울대학교 지구환경시스템공학부

A Comparative Study of 3D MT Modeling Methods

Nuree Han¹, Myung Jin Nam², Hee Joon Kim³, Yoonho Song^{4*} and Jung Hee Suh⁵

¹Dept. of Civil, Urban & Geosystem Eng., Seoul National University

²Dept. of Petroleum and Geosystems Eng., The University of Texas at Austin

³Dept. of Environmental Exploration Eng., Pukyong National University

⁴Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources

⁵Deceased, Formerly Dept. of Civil, Urban & Geosystem Eng., Seoul National University

요약: 이 논문에서는 Mackie *et al.* (1994), Sasaki (1999) 및 Nam *et al.* (2007)이 개발한 3차원 자기지전류 탐사 모델링 알고리즘의 특징을 자세히 비교 분석하고자 한다. Mackie *et al.* (1994)과 Sasaki (1999)의 알고리즘은 유한차분법(FDM)에 기초한 반면, Nam *et al.* (2007)의 알고리즘은 변유한요소법(EFEM)에 기초하고 있다. 이들 세 가지 방법으로 COMMEMI 3D-2 모형의 해를 구하고 적분방정식법의 해와 비교하였으며, 또한 세 가지 격자에 대해 세 개 주파수에서 계산시간을 비교하였다. FDM에 기반을 둔 두 가지 기법에서는 EFEM을 이용하는 경우보다 빠른 시간에 해를 계산할 수 있으며 이때 계산된 겉보기비저항과 위상은 전체적으로 적분방정식법의 해와 잘 일치하였으며 이상체 근처에서만 작은 차이를 보인다. 한편 EFEM에 기초한 알고리즘도 비교적 합리적인 시간 내에 매우 정확한 해를 계산할 수 있으며 지형을 포함한 경우에도 해를 계산할 수 있는 장점이 있다.

주요어: 3D, MT, 모델링, FDM, FEM, COMMEMI 모형

Abstract: This paper compares the characteristics of three different algorithms for three-dimensional (3D) magnetotelluric (MT) modeling. These methods are developed by Mackie *et al.* (1994), Sasaki (1999) and Nam *et al.* (2007). The first and second methods are based on the finite difference method (FDM), while the last one the finite-element method (FEM). MT responses, apparent resistivities and phases, for a COMMEMI 3D-2 model show a good agreement with integral equation solutions and only minor discrepancies are found over the anomalous bodies in the 3D model. The computation time of the two methods based on FDM is short and the static divergence correction contributes to speed up. The FEM modeling scheme is accurate but slow.

Keywords: 3D, MT, modeling, FDM, FEM, COMMEMI model

서론

3차원 자기지전류(magnetotelluric; MT) 모델링은 MT 반응의 물리적 의미의 파악뿐만 아니라 지하의 3차원 전기비저항 분포를 재구성하기 위한 역산법의 개발을 위해서도 필수적이

2006년 12월 31일 접수; 2007년 4월 4일 채택

*Corresponding author

E-mail: song@kigam.re.kr

Address: Groundwater & Geothermal Resources Division

Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources (KIGAM),

30 Gajeong-dong, Yuseong-gu, Daejeon, 305-350 Korea

다. 최근 십여 년 간 컴퓨터의 급속한 발전과 함께 거대한 선형 시스템에 대한 반복 해법(iterative solver)의 개발 등 수치 계산 환경의 발전에 힘입어 다양한 3차원 모델링 기법들이 개발되었다(Wannamaker, 1991; Xiong, 1992; Mackie *et al.*, 1994; Sasaki, 1999; Mitsuhashi and Uchida, 2004; Nam *et al.*, 2007). 이들 3차원 MT 모델링 알고리즘을 비교 분석하는 것은 보다 효율적인 모델링 기법의 개발을 위해 필수적이다. Smith and Pain (1999)은 과도 전자탐사 모델링 기법의 정확성에 대해 비교 분석하였고, Siripunvaraporn *et al.* (2002)은 3차원 MT 모델링에서 staggered grid (Yee, 1966)의 종류에 따

른 정확도를 분석하였다. 또한, Zhdanov *et al.* (1997)은 COMMEMI (Comparison of Modeling Methods for Electro Magnetic Induction) 프로젝트를 통해서 여러 가지 2차원 및 3차원 전자탐사 모델링 알고리즘을 비교하였고, Avdeev (2005)는 최근 몇 년간 개발된 모델링 방법의 추이에 대해 IEM과 FDM, FEM을 중심으로 요약 정리하였다.

이 연구에서는 비교적 최근에 Mackie *et al.* (1994), Sasaki (1999) 및 Nam *et al.* (2007)에 의해 개발된 3차원 MT 모델링 알고리즘에 대해 비교 분석하고자 한다(각각 MACKIE, SASAKI 및 NAM이라 명명). MACKIE와 SASAKI는 유한차분법(FDM)에 NAM은 변유한요소법(edge FEM; EFEM)에 기초하고 있다. 가장 먼저 개발된 MACKIE는 세계적으로 널리 이용되고 있으며(e. g., 양준모 등, 2003; Newman *et al.*, 2003; Siripunvaraporn *et al.*, 2002), SASAKI는 한국과 일본을 중심으로 많이 이용되고 있다(e. g., Uchida *et al.*, 2001; 이태종 등, 2003). 이들 두 방법은 FDM에 기초하므로 EFEM에 기초한 NAM에 비해 빨리 해를 계산할 수 있다는 장점이 있다. NAM은 지형의 기복을 포함할 수 있으므로, 지형에 의해 왜곡된 MT 반응을 모델링할 수 있다는 장점이 있다.

이 론

MACKIE에서는 전자기장의 시간의존성을 $\exp(-i\omega t)$ 로 가정하고 아래와 같은 Maxwell 방정식 중 Ampere의 법칙과 Faraday의 법칙의 적분형을 staggered grid (Yee, 1966)를 이용하여 차분적으로 계산한다.

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \iint \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (1)$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \iint i\omega \mu \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{E} 는 전기장, \mathbf{H} 는 자기장, \mathbf{J} 는 전류밀도, σ 는 전기전도도, μ 는 투자율, ω 는 각주파수이다. \mathbf{S} 와 \mathbf{l} 은 각각 적분 영역의 넓이와 이를 둘러싼 길이이다. Staggered grid를 이용할 때에는 전기장을 모서리에 자기장을 면에 할당하거나(제 1형; Fig. 1(a)), 자기장을 모서리에 전기장을 면에 할당하는(제 2형; Fig. 1(b)) 두 가지 방법이 있는데(김희준 등, 2004), MACKIE에서는 제 2형을 사용하여 자기장을 모서리의 중앙에 정의하고 전기장과 전류밀도를 면의 중앙에서 면에 수직한 방향으로 정의하고 있다. 경계면에서 연속인 전류밀도로부터 물리적으로 모순이 생기지 않는 등가 전기장을 계산하기 위해서는 두 격자의 경계면에서 등가 전기전도도를 아래와 같이 정의한다.

$$\bar{\sigma}_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} = \frac{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}}{\Delta x_i / \sigma_{i,j,k} + \Delta x_{i-1} / \sigma_{i-1,j,k}} \quad (3)$$

여기서 Δx 는 x 방향 격자의 길이이고, $\bar{\sigma}$ 는 등가 전기전도도, 아래첨자는 길이 및 전기전도도가 정의된 위치를 나타낸다.

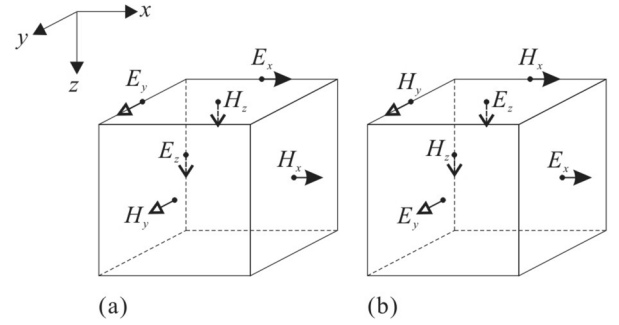


Fig. 1. Two types of staggered grid. In type 1 (a) the electric field is sampled at the center of cell edge, while in type 2 (b) the magnetic field is sampled at the center of cell edge.

(3)식과 같이 정의된 등가 전기전도도를 이용하여 모서리의 중앙에서 정의된 자기장의 x 성분을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & i\omega\mu_0 H_x(i+\frac{1}{2}, j, k) \left[\frac{\Delta y_j + \Delta y_{j-1}}{2} \right] \left[\frac{\Delta z_k + \Delta z_{k-1}}{2} \right] \\ & = \left[\rho_{i,j-1,k} \frac{\Delta z_{k-1}}{2} + \rho_{i,j,k} \frac{\Delta z_k}{2} \right] \left[\frac{H_x(i+\frac{1}{2}, j, k)}{\Delta y_j} + \frac{H_x(i+1, j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta x_i} - \frac{H_x(i+\frac{1}{2}, j+1, k)}{\Delta y_j} - \frac{H_x(i, j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta x_i} \right] \quad (4) \\ & - \left[\rho_{i,j,k} \frac{\Delta y_j}{2} + \rho_{i,j-1,k} \frac{\Delta y_{j-1}}{2} \right] \left[\frac{H_x(i, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta x_i} + \frac{H_x(i+\frac{1}{2}, j, k+1)}{\Delta z_k} - \frac{H_x(i+1, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta x_i} - \frac{H_x(i+\frac{1}{2}, j, k)}{\Delta z_k} \right] \\ & - \left[\rho_{i,j-1,k} \frac{\Delta z_{k-1}}{2} + \rho_{i,j-1,k-1} \frac{\Delta z_{k-1}}{2} \right] \left[\frac{H_x(i+\frac{1}{2}, j-1, k)}{\Delta y_{j-1}} + \frac{H_x(i+1, j-\frac{1}{2}, k)}{\Delta x_i} - \frac{H_x(i+\frac{1}{2}, j, k)}{\Delta y_{j-1}} - \frac{H_x(i, j-\frac{1}{2}, k)}{\Delta x_i} \right] \\ & + \left[\rho_{i,j-1,k-1} \frac{\Delta y_{j-1}}{2} + \rho_{i,j-1,k} \frac{\Delta y_j}{2} \right] \left[\frac{H_x(i, j, k-\frac{1}{2})}{\Delta x_i} + \frac{H_x(i+\frac{1}{2}, j, k)}{\Delta z_{k-1}} - \frac{H_x(i+1, j, k-\frac{1}{2})}{\Delta x_i} - \frac{H_x(i+\frac{1}{2}, j, k-1)}{\Delta z_{k-1}} \right] \end{aligned}$$

여기서 ρ 는 전기비저항, Δy , Δz 는 각각 y , z 방향 격자의 길이이다. (4)식과 같은 방법으로 자기장의 y 및 z 성분에도 차분식을 구성하고, 그 세 식을 모으면 자기장에 대한 연립 방정식을 구성할 수 있다. 이렇게 계산된 자기장으로부터 전기장은 (1)식을 이용하여 계산한다.

한편 SASAKI에서는 시간의존성이 $\exp(i\omega t)$ 일 때 Maxwell 방정식의 미분형으로부터 전기장에 대해 아래와 같은 Helmholtz 방정식을 구성하고 이를 staggered grid를 이용하여 차분적으로 전기장을 계산한다.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + i\omega\mu_0 \sigma \mathbf{E} = 0 \quad (5)$$

Staggered grid 제1형을 이용하여 모서리의 중앙에 전기장을 정의하고 면의 중앙에서 면에 수직한 방향으로 자기장을 정의하는데(Fig. 1(a)), 이와 같은 배치에서는 전기장의 접선(tangential)성분이 정의되므로 연속조건이 자동적으로 만족된다(김희준 등, 2004). (5)식을 차분식으로 전개하기 위해서는 모서리의 중앙에 정의된 전기전도도가 필요하며, 이는 인접한 네 개 요소의 전기전도도로부터 아래와 같이 계산한다.

$$\bar{\sigma}_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta y_j \Delta z_k + \sigma_{i,j-1,k} \Delta y_{j-1} \Delta z_k + \sigma_{i,j,k-1} \Delta y_j \Delta z_{k-1} + \sigma_{i,j-1,k-1} \Delta y_{j-1} \Delta z_{k-1}}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} \quad (6)$$

(6)식의 평균 전기전도도를 이용하여 (5)식을 전개하면 모서리의 중앙에 정의된 전기장의 x 성분은 다음과 같다(Sasaki, 1999).

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{(E_y(i+1, j+\frac{1}{2}, k) - E_y(i, j+\frac{1}{2}, k))}{\Delta x_i} - \frac{(E_x(i+\frac{1}{2}, j+1, k) - E_x(i+\frac{1}{2}, j, k))}{\Delta y_j} \right. \\ & \left. - \frac{(E_y(i+1, j-\frac{1}{2}, k) - E_y(i, j-\frac{1}{2}, k))}{\Delta x_i} + \frac{(E_x(i+\frac{1}{2}, j, k) - E_x(i+\frac{1}{2}, j-1, k))}{\Delta y_{j-1}} \right\} / \Delta' y_j \\ & + \left\{ \frac{(E_z(i+1, j, k+\frac{1}{2}) - E_z(i, j, k+\frac{1}{2}))}{\Delta x_i} - \frac{(E_x(i+\frac{1}{2}, j, k+1) - E_x(i+\frac{1}{2}, j, k))}{\Delta z_k} \right. \\ & \left. - \frac{(E_z(i+1, j, k-\frac{1}{2}) - E_z(i, j, k-\frac{1}{2}))}{\Delta x_i} + \frac{(E_x(i+\frac{1}{2}, j, k) - E_x(i+\frac{1}{2}, j, k-1))}{\Delta z_{k-1}} \right\} / \Delta' z_k \\ & + i\omega\mu\bar{\sigma}_{i+\frac{1}{2}, j, k} E_x(i+\frac{1}{2}, j, k) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

$$\Delta' y_j = (\Delta y_j + \Delta y_{j-1})/2, \quad \Delta' z_k = (\Delta z_k + \Delta z_{k-1})/2$$

MACKIE에서와 동일하게 (7)식과 같은 방법으로 전기장의 y , z 성분에 대해서도 차분식을 구성하고 각각의 성분에 대한 차분식을 합하면 전기장에 대한 연립방정식을 구성할 수 있다. 계산된 전기장으로부터 자기장은 (2)식을 이용하여 계산할 수 있다.

NAM에서는 SASAKI와 같은 방식으로 구성된 Helmholtz 방정식을(5)식) EFEM을 이용하여 풀고 있다. 먼저, 모서리에서 전기장을 정의한 뒤 Galerkin법을 이용하여 (5)식에 대한 변분식을 유도하여 각 요소에 대한 요소방정식을 구한다. 육면체 요소의 12개 모서리에 정의된 변기저함수(edge shape function)를 이용하여 요소계수행렬 \mathbf{A}^e 의 (i, j) 성분을 계산하면 아래와 같다(Nam *et al.*, 2007).

$$A_{ij}^e = \int_{V^e} [(\nabla \times \Phi_i^e) \cdot (\nabla \times \Phi_j^e) + i\omega\mu_0 \sigma \Phi_i^e \cdot \Phi_j^{eT}] dv \quad (8)$$

여기서 Φ_i^e 는 e 번째 요소의 i 번 모서리에서 정의된 변기저함수로서, 지형의 기록을 표현하기 위해서 모서리의 방향에 따라서 서로 다른 함수가 되고, i 번 모서리에서만 접선성분의 값이 1이고, 다른 모서리에서는 접선성분의 값이 0이다. 이와 같은 성질로부터 전기장의 접선성분은 연속이고 법선(normal) 성분은 불연속이라는 경계조건이 만족되므로(Jin, 2002) 격자점 기반의 FEM을 이용할 때 발생하는 벡터 기생해(vector parasite; Nedelec, 1980)가 발생하지 않는다.

FDM 및 FEM에 기반을 둔 기법들은 모두 최종적으로는 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ 의 행렬식을 푸는 문제로 귀결된다. FDM에 기초한 MACKIE와 SASAKI의 경우에 \mathbf{A} 는 한 행에 0이 아닌 값이 최대 13개 존재하는 산재(sparse) 대칭 복소행렬이다(Sasaki, 1999). \mathbf{A} 에서 복소수는 대각 성분에만 존재하고 나머지 성분

은 실수이다. 반면 EFEM을 기반으로 한 NAM의 경우에는 \mathbf{A} 에 0이 아닌 값이 최대 33개 존재하며, 대각 성분 및 대각 성분과 같은 방향 모서리에 해당하는 8개 성분은 복소수이고, 대각성분과 수직방향 모서리에 해당하는 24개 성분은 실수이다(남명진, 2006). 이 행렬식의 해법으로써 위의 세가지 방법은 모두 반복해법을 이용하였으며, 빠른 시간에 안정적으로 해를 구하기 위해서 선처리(preconditioner)를 사용하고 있다. MACKIE에서는 반복해법으로 MINRES (Minimum Residual approximation)를 이용하고 incomplete Cholesky 분해를 선처리로 이용하였으며(Mackie *et al.*, 1994), SASAKI에서는 반복해법으로 BICG (Bi-conjugate Gradient)법을, 선처리로 MACKIE와 동일하게 incomplete Cholesky 분해법을 이용하였다(Sasaki, 1999). 한편, NAM에서는 선처리로 계수행렬을 대각행렬로 근사하는 Jacobi법을 이용하였는데(e. g., Xiong *et al.*, 1999), 이 경우에 수렴을 위해 많은 반복이 필요하지만, 선처리 기법의 적용이 손쉬우며 각 반복단계에서 선처리에 필요한 계산시간이 적게 든다는 장점이 있다(남명진, 2006). 반복해법으로는 SASAKI와 동일한 BICG법을 이용하였다.

전자기장의 3차원 문제에서는 주파수가 낮아질수록 조건수(condition number)가 커지고 수치해의 정확도가 떨어지게 된다. 이는 (5)식에서 주파수가 매우 낮아질 경우 전기전도도를 나타내는 항이 없어지게 되므로 이 식이 풀리지 않게 된다는 점에서 쉽게 이해할 수 있다(김희준 등, 2004). 또한 FDM에서는 공기층의 전기전도도를 0이 아닌 매우 작은 값으로 근사하기 때문에 이로 인한 수치 오차가 식을 더욱 약조건으로 만든다(Mackie *et al.*, 1994). 이와 같은 수치적인 문제를 해결하고자 FDM에 기초한 두 가지 기법에서는 Smith (1996)가 제안한 발산보정(divergence correction)을 이용하고 있다. 발산보정에서는 임의의 벡터의 회전(curl)에 발산을 취하면 0이 됨을 이용하여 전기장 혹은 전류밀도와 자기장에 대한 발산이 0이 되는 조건을 추가하고 있다(Smith, 1996).

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \text{ or } \nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) = 0 \quad (10)$$

수치적 오차로 인해 발산이 0이 되지 않는 것은 물리적으로는 임의의 송신원이 존재하는 것으로, 이와 같은 물리적 오류가 생기는 원인은 staggered grid에서는 지하 매질의 물성을 완벽히 구현한 것이 아니라 (3)과 (6)식에서와 같이 평균 전기전도도라는 가정을 이용하여 수치해를 계산하기 때문이다(남명진, 2006; Li and Spitzer, 2002). 따라서 반복 계산 중에 발산보정을 수행하면 수치적 오차를 줄여서 수렴 속도를 증가시키고, 또한 물리적으로 의미 있는 해를 구할 수 있다. MACKIE에서는 (9)식과 같이 자기장에 대한 발산 보정을 수행하였으며, SASAKI에서는 지하 매질에서는 (10)식의 좌측항과 같이 전류밀도에 대해서, 공기층에서는 (10)식의 좌측항과 같이 전기장에 대해서 발산 보정을 수행하였다. 한편, EFEM에서 사용하

는 변기저항수는 수치해의 발산이 0이 되도록 고안되었으므로 요소 내에서 발산은 0이고(Jin, 2002), FDM과는 달리 물성을 평균하지 않고 각 요소의 전기전도도는 모두 독립적으로 정의되므로(Sugeng *et al.*, 1999) 위에서 설명한 문제가 발생하지 않는다. 따라서 NAM에서는 발산보정은 이용하지 않았으며 주파수가 매우 낮은 경우에 나타나는 수치 오차의 문제는 배정도(double precision; 유효숫자 16자리)에서 계산함으로써 해결하고 있다(남명진, 2006).

수치 실험

위에서 설명한 세 가지 기법을 이용하여 COMMEMI 3D-2 모형(Fig. 2)에 대한 겉보기비저항과 위상을 0.001 Hz에서 계산하고, Wannamaker (1991)가 계산한 IEM의 해와 비교하였다. 비록 IEM의 해가 해석해와 같이 정확한 해는 아닐 지 모르지만, 일반적으로 수치해의 정확도가 가장 높다고 알려져 있어서(김희준 등, 2004) 정확한 해석해가 존재하지 않는 3차원의 경우에 많은 연구에서 IEM의 해를 비교 기준으로 하고 있다(e. g., Mackie *et al.*, 1994; Sasaki, 1999; Mitsuhashi and Uchida, 2004). 모든 계산은 3 GHz CPU와 1 GB RAM이 장착된 Pentium IV 개인용 컴퓨터에서 수행하였다.

Fig. 2에 COMMEMI 3D-2 모형과 사용한 격자를 나타내었다. 전체 모델링 영역은 x, y, z 방향으로 각각 120 km, 120 km, 100 km 이고, 세 가지 기법에서 모두 x 방향으로 28개, y 방향으로 21개, z 방향으로 18개 (11개의 지하 층과 7개의 공기층)의 격자를 이용하였다. 전기비저항의 경계면 근처에서는 더 작은 격자를 이용하고 경계면에서 멀어지면서 격자 간격을 증대시켰다. 각 방향으로 가장 작은 격자 간격은 1.25 km, 2 km, 0.5 km로 이는 0.001 Hz에서 1 ohm-m 전도성 이상체의 경우에 표피심도의 각각 0.078배, 0.125배, 0.031배에 해당한다. 이 격자 구성은 Mackie *et al.* (1993)과 동일하다.

모형의 중앙을 지나면서 x 축에 평행한 축선(Fig. 2)에서 세 가지 기법으로부터 계산한 겉보기비저항과 위상을 Fig. 3에 나타내었다. FDM에 기반한 두 가지 기법으로 계산한 겉보기비저항은 전체적으로 IEM의 해와 잘 일치하였다. 다만, MACKIE로부터 계산한 해는 저항성 이상체 위에서 다른 방법들에 비해 약 15 ohm-m 정도 큰 값을 나타내었으며, SASAKI를 이용해서 계산한 해는 같은 구간에서 IEM에 비해 약 4 ohm-m 정도 작은 값을 나타내었다. NAM으로 계산한 겉보기비저항은 모든 구간에서 IEM의 해와 매우 잘 일치하고 있다. 한편, MACKIE로 계산한 위상은 저항성 이상체 위에서 IEM의 위상보다 약 $1\sim 2^\circ$ 가량 큰 값을 나타내고 있다. Mackie *et al.* (1993)은 같은 모형에 대해 0.001 Hz, 0.01 Hz, 0.1 Hz 세 개의 주파수에서 MT 반응을 IEM의 해와 비교해 보았으며, 모든 주파수에서 저항성 이상체 위의 반응이 IEM의 값과 약간의 차이가 있음을 확인하였다. 이들은 이와 같은 차이가

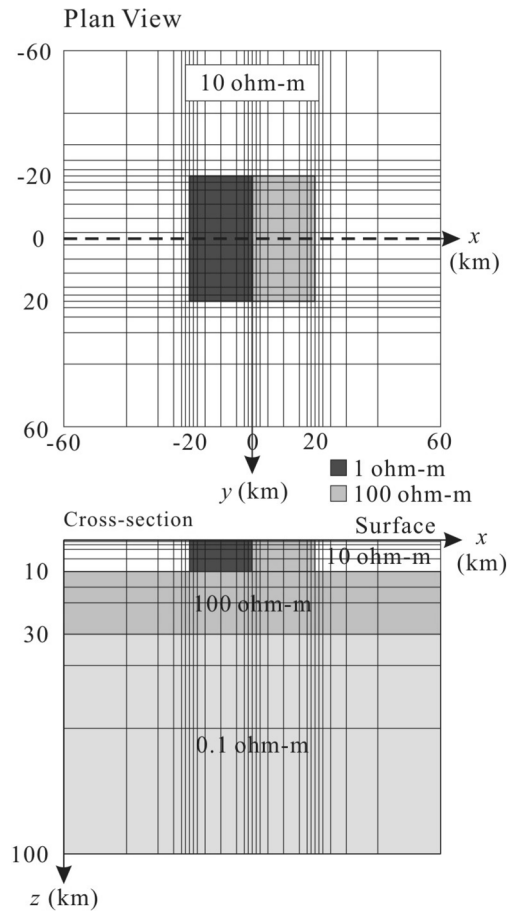


Fig. 2. Plan view and cross-section of the COMMEMI 3D-2 model with the horizontal and vertical discretization. The model consists of $28 \times 21 \times 18$ cells and the smallest grid size is 1.25 km in the horizontal direction and 0.5 km in the vertical direction.

생기는 원인이 MACKIE와 IEM이 전기장을 정의하는 위치가 서로 다르고, 사용하는 격자가 달라서 생기는 차이일 것이라고 분석하였지만, 전도성 이상체에 비해 저항성 이상체 위에서 더 큰 차이가 생기는 원인은 알 수 없다고 하였다. 0.001 Hz에서 SASAKI를 이용해 얻은 위상은 저항성 이상체에서 IEM의 위상보다 약간 작지만 그 차이는 크지 않고, NAM을 이용해서 얻은 위상은 IEM의 위상과 잘 일치하고 있다. 겉보기비저항과 위상의 비교로부터 FDM에 기초한 두 가지 방법은 IEM의 해와 약간의 차이는 있지만 대체적으로 잘 일치함을 알 수 있었고, 이들에 비해 EFEM에 기초한 방법은 IEM의 해와 거의 정확히 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

수치 모델링에서는 정확한 해를 제공하는 것도 중요하지만 계산 시간을 줄이는 것이 모델링 기법의 효율을 결정하는 매우 중요한 요소이다. 수치 모델링에서 대부분의 계산 시간은 대규모의 선형 연립방정식을 푸는 데에 소요되므로 사용하는 해법과 선처리의 영향을 크게 받는다. 이 외에도 수렴 여부를 판단하는 기준, FDM의 경우에는 발산보정을 수행하는 빈도에 따라서도 계산시간이 영향을 받는다. MACKIE에서는 반복 해

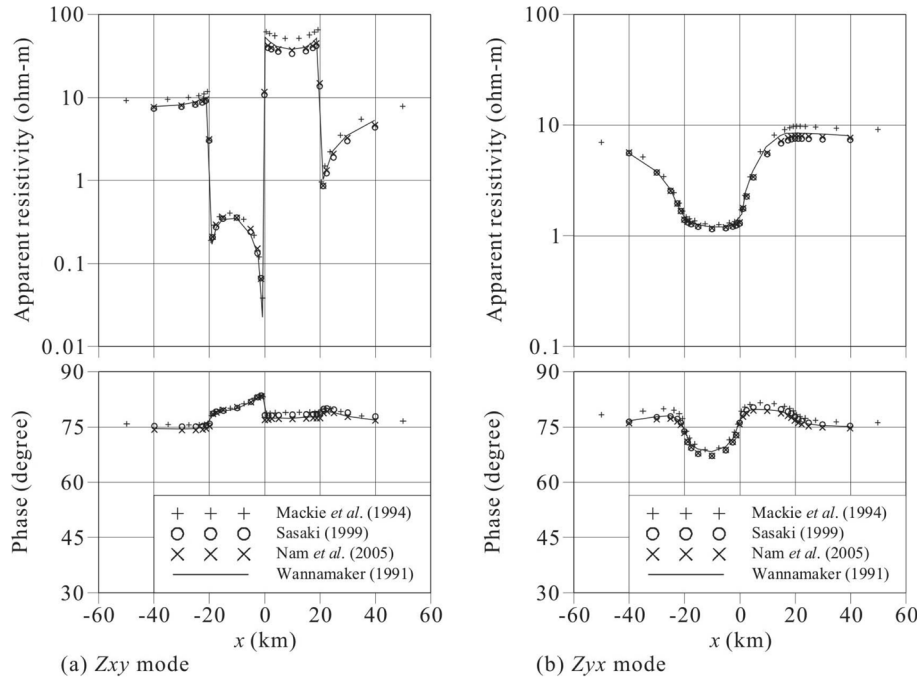


Fig. 3. Apparent resistivities (top row) and phases (bottom row) for the Z_{xy} mode (a) and Z_{yx} mode (b) along $y=0$ at 0.001 Hz.

Table 1. Comparison of computation time (sec) between methods of Macke *et al.* (1994) and Sasaki (1999) for three meshes.

Mesh	Frequency (Hz)	Z_{xy} mode		Z_{yx} mode	
		Mackie <i>et al.</i> (1994)	Sasaki (1999)	Mackie <i>et al.</i> (1994)	Sasaki (1999)
$28 \times 21 \times 18$	0.001	0.70	0.98	1.31	1.20
	0.01	1.64	1.31	2.13	0.97
	0.1	1.27	0.69	1.72	0.52
$56 \times 42 \times 29$	0.001	12.98	30.44	27.61	32.77
	0.01	26.38	28.41	48.58	21.98
	0.1	17.55	11.41	19.89	12.34
$74 \times 61 \times 37$	0.001	35.13	86.55	73.78	84.34
	0.01	71.83	92.47	71.70	89.88
	0.1	51.92	40.02	59.67	34.31

법인 MINRES법에서 다음의 자기장 변화량에 대한 rms 오차가 10^{-4} 보다 작아지면 해가 수렴한 것으로 판단하고 있다 ((11)식).

$$\|\mathbf{H}_i - \mathbf{H}_{i-1}\|^2 / \|\mathbf{H}_{i-1}\|^2 < 10^{-4} \quad (11)$$

여기서 \mathbf{H}_i 는 i 번째 반복에서의 자기장이다. 한편, 반복 해법으로 해를 구하는 중간에 발산보정을 수행하는 시기에 대해서는 행렬식의 잔차 ($\|\mathbf{r}_i\| = \|\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_i\|$)에 대한 rms 오차인 $\|\mathbf{r}_i\|^2 / \|\mathbf{b}\|^2$ 를 이용하고 있다. 잔차가 MINRES법의 반복 중 이전 단계의 값보다 증가하고 반복 해법의 반복 횟수가 정해진 횟수 이상으로 증가하면 발산보정을 수행한다. SASAKI에서는 다음과 같이 잔차에 대한 rms 오차가 10^{-9} 보다 작아지면 수렴한 것으로 판단하며,

$$\|\mathbf{r}_i\|^2 / \|\mathbf{b}\|^2 < 10^{-9} \quad (12)$$

BICG법을 20회 반복한 후 해가 수렴하지 않으면 발산 보정을 수행하고 있다.

Table 1에 세 가지 격자에 대해 세 개 주파수에서 MACKIE와 SASAKI의 계산시간을 비교하였다. 이 세 가지 격자는 0.001 Hz, 0.01 Hz, 0.1 Hz에서 IEM의 해와 잘 일치하는 결과를 보이는 것으로, 정확한 모델링 결과를 얻기 위해서는 각각의 주파수에 따라 서로 다른 격자를 이용해야 하나, 여기서는 주파수에 따른 계산 시간 비교를 위해 같은 격자에서 모델링을 수행하였다. 일반적으로 격자 개수가 증가함에 따라 계산 시간이 증가하고, 주파수가 감소하면 앞서 설명한 수치 에러로 인해서 반복적 해법의 특성상 일반적으로 계산 시간이 증가한

다. Table 1에서 볼 수 있는 바와 같이 격자 개수가 증가함에 따라 계산시간이 증가하고, 주파수가 감소하면 앞서 설명한 수치오차로 인해서 반복적 해법의 특성상 일반적으로 계산 시간이 증가한다. 그러나 주파수와 계산 시간의 관계가 완전히 선형적인 관계라고 할 수는 없으며 수치오차적 견지에서 큰 차이가 없다면 반복적 해법으로 풀고자 하는 선형 시스템의 특성에 따른 영향이 더 크게 좌우할 수도 있다. CG 법의 경우 conjugate gradient 방향으로 이동하면서 해를 찾기 때문에 몇 번의 이동으로 해가 계산될지는 그 문제의 특성에 의해 좌우된다. Table 1에서 몇몇 경우 0.001 Hz에서의 계산 시간이 0.01 Hz에서보다 빠른 것은 앞서 설명한 관점에서 이해할 수 있을 것이다. 이와 달리 낮은 주파수에서 발산보정이 더 효율적(Smith, 1996)이기 때문이라는 관점에서 생각한다면, 발산보정은 지배방정식에 내재한 수치오차를 줄인다고 보다는 FDM의 물리적 모순을 감소시킨다는 효과일 것이다. 왜냐하면 수치오차가 크게 영향을 미치지 않는 배경밀도에서 계산하는 MACKIE의 경우가 수치오차에서 자유로울 수 없는 SASAKI의 경우보다 0.001 Hz에서 계산 시간이 대부분 더 빠르며 그 차이 또한 SASAKI보다 크기 때문이다.

일반적으로 EFEM은 FDM에 비해 행렬식의 밴드폭이 더 크기 때문에 필요한 메모리도 크고 계산시간도 길어진다(Li and Spitzer, 2002). NAM에서는 잔차의 rms 오차가 10^{-11} 보다 작아지면 수렴한 것으로 판단하고 있다. 격자 개수가 작은 경우 ($28 \times 21 \times 18$)에 0.001 Hz의 계산시간은 xy 분극과 yx 분극에서 각각 91.67초, 92.25초로 FDM에 기반한 두 가지 기법에 비해 70 ~ 130배의 시간이 소요되었다. 0.1 Hz의 경우에 xy 분극과 yx 분극에서 계산시간은 각각 18.48초, 13.86초로 FDM에 기반한 두 가지 기법에 비해 10 ~ 25배 정도의 시간이 소요되었지만, 20초 내의 짧은 시간에 해를 계산할 수 있었다.

결 론

이 연구에서는 FDM에 기초한 두 가지 3차원 MT 모델링 알고리즘과 EFEM에 기초한 한 가지 알고리즘에 대해서 지배방정식과 발산보정, 반복해법, 수렴 조건 등을 중심으로 모델링 방법의 전반에 대해 상세히 비교 분석하였다. FDM에 기초한 두 가지 기법은 IEM의 해와 전체적으로 잘 일치하였으며, COMMEMI 3D-2 모형에서 이상체가 존재하는 구간에서는 작은 차이를 나타내기도 한 반면, EFEM에 기초한 기법은 IEM의 해와 모든 구간에서 매우 잘 일치하였다. FDM의 경우에는 EFEM에 비해 매우 빠른 시간 내에 해를 계산할 수 있고, 3차원 MT 역산에 널리 이용되고 있다. EFEM에 기반한 경우에도 FDM에 비해서는 계산시간이 길지만 비교적 합리적인 시간에 정확한 해를 구할 수 있으며, 지형을 고려할 수 있으므로 3차원 MT 탐사의 지형효과 및 지형을 고려한 3차원 MT 역산 연구에 있어 중요하다.

사 사

이 연구는 한국지질자원연구원의 기본사업 지열수 자원 실용화 기술 개발 사업 및 2006년 교육인적자원부의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행되었다(KRF-2006-311-D00985).

참고문헌

- 김희준, 남명진, 송윤호, 서정희, 2004, MT법의 3차원 모델링 개관, 물리탐사, **7**, 148-154.
- 남명진, 2006, MT 탐사의 3차원 지형효과 분석 연구, 공학박사 학위논문, 서울대학교.
- 이태중, Uchida, T., Sasaki, Y., 송윤호, 2003, 3차원 MT 역산에서 정적효과와 특성 고찰, 물리탐사, **6**, 199-206.
- 이태중, 송윤호, Uchida, T., 2005, 포항 지열개발 지역 MT 탐사 자료의 2차원 및 3차원 해석, 한국지구시스템공학회지, **42**, 297-307.
- 양준모, 오석훈, 이덕기, 권병두, 윤용훈, 2003, 한반도 내의 전도성 구조를 고려한 3차원 지자기 모델링 및 차이 지시자의 적용, 한국지구과학회지, **24**, 440-448.
- Avdeev, D. B., 2005, Three-dimensional electromagnetic modeling and inversion from theory to application, *Surveys in Geophysics*, **26**, 767-799.
- Jin, J., 2002, *The finite element method in electromagnetics*, 2nd ed., John Wiley & Sons.
- Li, Y., and Spitzer, K., 2002, Three-dimensional DC resistivity forward modeling using finite elements in comparison with finite-difference solutions, *Geophys. J. Int.*, **151**, 924-934.
- Mackie, R. L., Madden, T. R., and Wannamaker, P. E., 1993, Three-dimensional magnetotelluric modeling using difference equations: Theory and comparisons to integral equation solutions, *Geophysics*, **58**, 215-226.
- Mackie, R. L., Smith, J. T., and Madden, T. R., 1994, Three-dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: The magnetotelluric example, *Radio Science*, **29**, 923-935.
- Mitsuhata, Y. and Uchida, T., 2004, 3D magnetotelluric modeling using the T- finite element method, *Geophysics*, **69**, 108-119.
- Nam, M. J., Kim, H. J., Song, Y., Lee, T. J., Son, J. S., and Suh, J. H., 2007, 3D magnetotelluric modelling including surface topography, *Geophysical Prospecting*, **55**, 277-287.
- Nedelec, J. C., 1980, Mixed finite elements in R3, *Numr. Math.*, **35**, 315-341.
- Newman, G. A., Recher, S., Tezkan, B., and Neubauer, F. M., 2003, 3D inversion of a scalar radio magnetotelluric field data set, *Geophysics*, **68**, 791-802.
- Rodi, W., and Mackie, R. L., 2001, Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion, *Geophysics*, **66**, 174-187.
- Sasaki, Y., 1999, Three-dimensional frequency-domain electromagnetic modeling using the finite-difference method, *Butsuri-*

- Tansa*, **52**, 421-431. (in Japanese with English abstract)
- Sasaki, Y., and Uchida, T., 2001, Application of 3-D magnetotelluric inversion to real data with static shifts, *Proceedings of the 105th SEGJ Symposium*, 234-237. (in Japanese)
- Siripunvaraporn, W., Egbert, G., and Lenbury, Y., 2002, Numerical accuracy of magnetotelluric modeling: A comparison of finite difference approximations, *Earth Planets Space*, **54**, 721-725.
- Smith, J. T., 1996, Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields, Part II: Biconjugate gradient solution and an accelerator, *Geophysics*, **61**, 1319-1324.
- Smith, R., and Paine, J., 1999, Three-dimensional transient electromagnetic modeling - A user's view, in Oristaglio, M., and Spies, B., Ed., *Three-Dimensional Electromagnetics*, Soc. Expl. Geophys., 1-25.
- Sugeng, F., Raiche, A., and Xiong, Z., 1999, An edge-element approach to model the 3D EM response of complex structures with high contrasts, *Proc. 3-D EM II*, 25-28.
- Uchida, T., Lee, T. J., Sasaki, Y., Honda, M., Andan, A., and Andan, A., 2001, Three-dimensional inversion of magnetotelluric data at the Bajawa geothermal field, eastern Indonesia, *SEG expanded abstracts*, **20**, 1497-1500.
- Wannamaker, P. E., 1991, Advances in three-dimensional magnetotelluric modeling using integral equations, *Geophysics*, **56**, 1716-1728.
- Xiong, Z., 1992, Electromagnetic modeling of 3-D structures by the method of system iteration using integral equations, *Geophysics*, **57**, 1556-1561.
- Xiong, Z., Raiche, A., and Sugeng, F., 1999, Efficient solutions of full domain 3-D electromagnetic modeling problems, *Proc. 3-D EM II*, 3-7.
- Yee, K. S., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equation in isotropic media, *IEEE Trans. Anten. Prop.*, **AP-14**, 302-307.
- Zhdanov, M. S., Varentsov, I. M., Weaver, J. T., Golubev, N. G., and Krylov, V. A., 1997, Methods for modeling electromagnetic fields. Results from COMMEMI-th international project on the comparison of modeling methods for electromagnetic induction, *J. Applied Geophys.*, **37**, 133-271.