

확장 Born 근사에 의한 소형루프 전자탐사법의 신속한 2.5차원 모델링

조인기^{1*} · 송성호² · 서정희³

¹강원대학교 지구물리학과

²한국농촌공사 농어촌연구원

³서울대학교 지구시스템공학과

Rapid 2.5D Small-Loop EM Modeling by Extended Born Approximation

In-Ky Cho^{1*}, Sung-Ho Song² and Jung Hee Suh³

¹Dept. of Geophysics, Kangwon National University

²Rural Research Institute, Korea Rural Community & Agriculture Corporation

³Dept. of Geosystem Engineering, Seoul National University

요약: 소형루프 전자탐사법은 다양한 현장에 성공적으로 적용되어 온 효과적인 물리탐사법으로 특히 천부 지반조사나 환경오염대의 정성적 조사에 널리 사용되고 있다. 최근 들어, 지하의 지질구조를 보다 정량적으로 파악하고 역산에 근거한 영상화 기법이 도입되면서 소형 루프 전자탐사 자료에 대한 모델링과 역산이 시도되고 있다. 하지만 2.5차원 소형 루프 전자탐사 자료의 모델링은 여러 개의 파수에서 그 해를 구한 다음 다시 공간영역으로 변환하는 과정이 요구되며, 이 경우 적지 않은 계산시간이 소요된다. 본 논문에서는 이러한 변환이 필요 없는 확장 Born 근사법에 의한 2.5차원 소형루프 전자탐사 알고리즘을 개발하고 이를 HCP 배열 소형루프 전자탐사에 적용하여 그 타당성을 검증하였다.

주요어: 소형루프 전자탐사, 모델링, 확장 Born 근사

Abstract: The small-loop electromagnetic technique has been used successfully for many geophysical qualitative investigations, particularly for shallow engineering and environmental surveys. Recently, various geophysical imaging methods based on numerical modeling and inversion have been tried in order to get more quantitative subsurface structure. However, conventional 2.5D small loop EM modeling takes a lot of time because responses should be calculated for several wave numbers and transformed into space domain. In this study, we developed a 2.5D HCP small loop EM modeling algorithm using extended Born approximation, which does not require transformation. Also, we checked its validity by comparison with other numerical results.

Keywords: small-loop EM, modeling, extended Born approximation

서 론

소형루프 전자탐사법은 여러 물리탐사법 중 가장 널리 사용되고 있는 방법 중의 하나로, 송수신 간격의 변화(geometric sounding) 또는 주파수 변화(frequency sounding)를 이용하여 지하의 전기전도도 분포에 관한 정보를 얻어내는 방법이다. 이 방법은 송수신원으로 소형 루프를 사용하는 비접촉식으로 기동성과 현장작업의 편의성이 뛰어나다는 장점으로 지하의 층서구조나, 이상대의 개략적 분포 상태를 파악하는데 효과적인 방법으로 알려져 있다. 하지만 최근 천부 지하구조에 대한 정

밀하고 정량적인 정보를 제공해 줄 수 있는 다양한 해석방법의 개발이 요구되고 있으며, 소형루프 전자탐사법의 해석도 점차 역산에 근거한 정량적 해석이 시도되고 있다.

소형루프 전자탐사 자료의 역산은 주로 지하를 1차원 구조로 가정하는 1차원 역산에 대한 다양한 연구(설순지 등, 2002; 조인기, 임진택, 2003a, b)가 발표된 바 있으며, 근간에는 2.5차원(조인기, 서정희, 1998; 조인기, 심현미, 1998; 고평범, 1998; 권형석, 2001; 정승환 등, 2002) 혹은 3차원 모델링 및 역산(Hohmann, 1975; 조인기, 최경화, 1999; Sasaki and Meju, 2006; Sasaki *et al.*, 2007)에 대한 연구가 이루어지고 있다. 특히 2.5차원 모델링과 역산에 관한 연구는 유한차분법(Sasaki and Meju, 2006), 유한요소법(고광범, 1998; 권형석, 2001) 등은 미분방정식법을, Song *et al.* (2001)과 정승환 등 (2002)은 파수영역에서 확장 본 근사법을 사용하여 모델링과

2007년 9월 18일 접수; 2007년 10월 14일 채택

*Corresponding author

E-mail: choik@kangwon.ac.kr

Address: Dept. of Geophysics, Kangwon National University,
192-1, Chunchon, Kangwon, Korea

역산에 관한 연구를 수행한 바 있다.

한편 효과적인 역산 프로그램의 개발을 위해서는 모델링의 정확성과 빠른 계산시간이 요구된다. 특히 소형루프 전자탐사의 경우 송신원과 수신기 사이의 간격이 매우 작아 유한차분법이나 유한요소법을 적용한 경우 세밀한 요소분할이 요구되며, 공기층까지 요소분할을 해야 하므로 계산시간이 길어질 수밖에 없다는 단점이 있다. 반면 적분방정식법은 모델링의 경우 이상체가 존재하는 영역만을 분할하게 되므로 상대적으로 계산시간을 절약할 수 있다. 물론 적분 방정식법의 경우 배경 매질의 전기전도도를 미리 알고 있어야 한다는 단점이 있다. 이 논문에서는 비록 정확도에서는 적분방정식법이나 파수영역 확장 본 근사법(Song *et al.*, 2001)에 미치지 못하지만 계산시간이 짧아 향후 역산 프로그램의 개발에 있어 효과적인 확장 본(Born) 근사법을 사용하여 반무한 공간에서의 수평루프 전자탐사법에 대한 모델링 프로그램을 개발하였다.

확장 본(Born) 근사법

적분방정식법에 의한 전자탐사 모델링에서 가장 중요한 과정은 지하 이상체 내에서의 전기장의 계산으로, 전기장은 다음과 같은 제2종 Fredholm 적분방정식을 만족한다(Hohmann, 1975).

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_p(\mathbf{r}) + \int_v \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \sigma_a(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{v}' \quad (1)$$

(1)식에서 σ_b 는 반무한 공간 매질의 전기전도도, $\sigma_a(\mathbf{r}') = \sigma(\mathbf{r}') - \sigma_b$ 로 주변 매질과 이상체간의 전도도 차이이며, 그린텐서는

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{\sigma_b} [k_b^2 \mathbf{I} + \nabla \nabla] \mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2)$$

로 주어진다. (2)식에서 $k_b^2 \approx -i\omega\mu\sigma_b$, ω 는 신호원의 각 주파수, 스칼라 그린함수

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\exp(-ik_b|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} + \text{image terms} \quad (3)$$

이다. 반무한 공간에 대한 모델링을 수행하기 위해서는 지표 경계면에 의한 영상항(image terms)을 반드시 고려해야 한다.

(1)식의 해를 구하기 위해서는 우선 이상체를 여러 개의 미소 육면체로 분할한 다음, 각 미소체 내부에서 물성변화가 없고, 전기장이 일정하다고 가정하게 된다. 이러한 가정 하에 (1)식은 선형방정식으로 나타낼 수 있으며, 이 선형방정식의 해가 각 미소체 중심에서의 전기장이 된다.

확장 본 근사법은 보다 간단하게 각 미소체 중심에서의 전기장을 계산해 낼 수 있는 근사법으로, 일반적인 본 근사법에 비하여 그 정확성이 뛰어나며, 적분방정식법에 비하여 계산시간을 절약할 수 있는 효과적인 방법이다. 확장 본 근사법에서는 이상체 내부에서의 전기장을 다음과 같이 송신원에 의한 1

차 전기장과 탈분극텐서의 곱으로 정의한다(Habashy *et al.*, 1993).

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \approx \Gamma(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_p(\mathbf{r}) \quad (4)$$

(4)식에서 탈분극 텐서는

$$\Gamma(\mathbf{r}) = [\mathbf{I} - \int_v \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \sigma_a(\mathbf{r}') d\mathbf{v}']^{-1} \quad (5)$$

로 주어진다. 이와 같은 근사법은 이상체와 주변 매질간의 전기전도도 차이가 클 경우에도 비교적 정확히 각 요소에서의 전기장을 근사할 수 있는 것으로 알려져 있다(Habashy *et al.*, 1993, 조인기, 서정희, 1998).

그린텐서

그린텐서는 지하에 존재하는 전류 쌍극자 송신원에 의한 수신점에서의 전기장을 나타낸다. 전자탐사 모델링을 위해서는 특정 미소체에 유도된 전기장에 의한 다른 미소체에서의 전기장을 계산해야 하므로 그린텐서의 계산이 필요하며, 이 경우 송신원과 측정점이 모두 지하 매질에 존재하게 된다. 우선 3차원 문제에서 전기장의 그린텐서는 다음과 같이 주어진다(Hohmann, 1975; 1988).

$$G_{xx} = \frac{e^{-ik_b R}}{4\pi\sigma_b R} + \frac{k_b^2}{4\pi\sigma_b} \int_0^\infty \frac{u-\lambda}{u+\lambda} e^{-u(z+z')} J_0(\lambda\rho) d\lambda + \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial x^2} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R} \right) + \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial x^2} \int_0^\infty \left(2 - \frac{\lambda}{u} \right) e^{-u(z+z')} J_0(\lambda\rho) d\lambda \quad (6.1)$$

$$G_{xy} = \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial x \partial y} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R} \right) + \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial x \partial y} \int_0^\infty \left(2 - \frac{\lambda}{u} \right) e^{-u(z+z')} J_0(\lambda\rho) d\lambda \quad (6.2)$$

$$G_{xz} = \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial x \partial z} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R} \right) + \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial x \partial z} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R_s} \right) \quad (6.3)$$

$$G_{yx} = G_{xy} \quad (6.4)$$

$$G_{yy} = \frac{e^{-ik_b R}}{4\pi\sigma_b R} + \frac{k_b^2}{4\pi\sigma_b} \int_0^\infty \frac{u-\lambda}{u+\lambda} e^{-u(z+z')} J_0(\lambda\rho) d\lambda + \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial y^2} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R} \right) + \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial y^2} \int_0^\infty \left(2 - \frac{\lambda}{u} \right) e^{-u(z+z')} J_0(\lambda\rho) d\lambda \quad (6.5)$$

$$G_{yz} = \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial y \partial z} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R} \right) + \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial y \partial z} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R_s} \right) \quad (6.6)$$

$$G_{zx} = G_{xz} \quad (6.7)$$

$$G_{zy} = G_{yz} \quad (6.8)$$

$$G_{zz} = \frac{k_b^2}{4\pi\sigma_b} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R} \right) + \frac{k_b^2}{4\pi\sigma_b} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R_s} \right) + \frac{1}{4\pi\sigma_b \partial z^2} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R} \right) + \frac{k_b^2}{4\pi\sigma_b \partial z^2} \left(\frac{e^{-ik_b R}}{R_s} \right) \quad (6.9)$$

$$u^2 = \lambda^2 - k_b^2$$

$$\rho^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$$

$$R^2 = \rho^2 + (z-z')^2$$

$$R_s^2 = \rho^2 + (z+z')^2$$

2.5차원 문제에서의 탈분극텐서를 구하기 위해서는 위의 3차원 그린텐서를 y -축에 대하여 무한적분을 수행해 주어야 한다. 우선 탈분극텐서의 계산을 위하여

$$\Lambda(\mathbf{r}) = (k_b^2 \mathbf{I} + \nabla \nabla) \int_S \frac{\sigma_a(\mathbf{r}')}{\sigma_b} \left(\int_{-\infty}^{\infty} [g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \text{image terms}] dy' \right) ds' \quad (7)$$

로 정의하자. 전체공간에 대한 탈분극텐서는 Torres-Verdin and Habashy(1995), 조인기, 서정희(1998)에 이미 언급된 바 있으므로 여기서는 지표 경계면에 의해 발생하는 영상원의 처리에 대하여 기술한다. (6), (7)식에 나타난 바와 같이 영상원의 처리에서 가장 문제가 되는 점은 다음에 주어지는 2개의 무한적분이다.

$$s = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{u-\lambda}{u+\lambda} e^{-u(z+z')} J_0(\lambda r) d\lambda \right) dy \quad (8)$$

$$t = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \left(2 - \frac{\lambda}{u} \right) e^{-u(z+z')} J_0(\lambda r) d\lambda \right] dy \quad (9)$$

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

이때 y -축에 대한 무한적분은 실질적으로 r 에 만 관련된다. 따라서 이 무한 적분은 Bessel 함수의 무한적분에 해당된다. 이제

$$\int_{-\infty}^{\infty} J_0(\lambda r) dy = \frac{2 \cos(\lambda(x-x'))}{\lambda} \quad (10)$$

의 관계식(Prudnikov *et al.*, 1986)을 이용하면

$$s = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{u-\lambda}{u+\lambda} \right) \frac{1}{u} e^{-u(z+z')} \cos(\lambda(x-x')) d\lambda \quad (11)$$

$$t = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\left(2 - \frac{\lambda}{u} \right) \lambda e^{-u(z+z')} \cos(\lambda(x-x')) \right] d\lambda \quad (12)$$

이 되어 λ 에 대한 무한적분만을 수행하면 된다.

영상원과 관측점 사이의 거리가 크므로 점원으로 가정하면 미소체에 대한 면적분은 함수값에 단순히 미소체의 면적을 곱해주면 된다. 이제 미소체를 반경 $a = \sqrt{\Delta x \Delta z / \pi}$ 인 원통형 이상체로 가정하고 그린 텐서에 영상원에 의한 항을 포함시키면

1) $\rho \geq a$ 일 경우

$$\begin{aligned} \Lambda_{xx} = & ik_b a I_1(ik_b a) \left[K_0(ik_b \rho) + \frac{K_1(ik_b \rho)}{ik_b \rho} - \frac{(x-x')^2}{\rho^2} K_2(ik_b \rho) \right] \\ & + \frac{Sk_b^2}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{u-\lambda}{u+\lambda} \right) \frac{1}{u} e^{-u(z+z')} \cos(\lambda(x-x')) d\lambda \\ & - \frac{S}{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\left(2 - \frac{\lambda}{u} \right) \lambda e^{-u(z+z')} \cos(\lambda(x-x')) \right] d\lambda \end{aligned} \quad (13.1)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_{xz} = \Lambda_{zx} = & -ik_b a I_1(ik_b a) \frac{(x-x')(z-z')}{\rho^2} K_2(ik_b \rho) \\ & - ik_b a I_1(ik_b a) \frac{(x-x')(z+z')}{\rho_s^2} K_2(ik_b \rho_s) \end{aligned} \quad (13.2)$$

$$\Lambda_{yy} = ik_b a I_1(ik_b a) K_0(ik_b \rho) + \frac{Sk_b^2}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{u-\lambda}{u+\lambda} \right) \frac{1}{u} e^{-u(z+z')} \cos(\lambda(x-x')) d\lambda \quad (13.3)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_{zz} = & ik_b a I_1(ik_b a) \left[K_0(ik_b \rho) + \frac{K_1(ik_b \rho)}{ik_b \rho} - \frac{(z-z')^2}{\rho^2} K_2(ik_b \rho) \right] \\ & - ik_b a I_1(ik_b a) \left[K_0(ik_b \rho_s) + \frac{K_1(ik_b \rho_s)}{ik_b \rho_s} - \frac{(z+z')^2}{\rho_s^2} K_2(ik_b \rho_s) \right] \end{aligned} \quad (13.4)$$

2) $\rho \leq a$ 일 경우

$$\begin{aligned} \Lambda_{xx} = & 1 - ik_b a K_1(ik_b a) / 2 \\ & + \frac{Sk_b^2}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{u-\lambda}{u+\lambda} \right) \frac{1}{u} e^{-u(z+z')} d\lambda - \frac{S}{2\pi} \int_0^{\infty} \left[\left(2 - \frac{\lambda}{u} \right) \lambda e^{-u(z+z')} \right] d\lambda \end{aligned} \quad (14.1)$$

$$\Lambda_{xz} = \Lambda_{zx} = 0 \quad (14.2)$$

$$\Lambda_{yy} = 1 - ik_b a K_1(ik_b a) + \frac{Sk_b^2}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{u-\lambda}{u+\lambda} \right) \frac{1}{u} e^{-u(z+z')} d\lambda \quad (14.3)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_{zz} = & 1 - ik_b a K_1(ik_b a) / 2 \\ & - ik_b a I_1(ik_b a) \left[K_0(ik_b \rho_s) + \frac{K_1(ik_b \rho_s)}{ik_b \rho_s} - \frac{(z+z')^2}{\rho_s^2} K_2(ik_b \rho_s) \right] \end{aligned} \quad (14.4)$$

(13), (14)식에서 $\rho = \sqrt{(x-x')^2 + (z-z')^2}$, $\rho_s = \sqrt{(x-x')^2 + (z+z')^2}$, $S = \Delta x \Delta z$ 이며, 이들은 전체공간의 반응과 지표경계면에서 유발된 영상원에 의한 반응을 모두 포함하고 있다.

마지막으로 탈분극 텐서는

$$\Gamma(\rho) = \left[\mathbf{I} + \sum_j^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_j(\rho) \right]^{-1}, \quad \hat{\sigma}_j = \frac{\sigma_j}{\sigma_b} \quad (15)$$

이므로

$$\Gamma(\rho) = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} 1 + \sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_{zzj} & 0 & - \sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_{xzj} \\ 0 & D \left(+ \sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_{yyj} \right)^{-1} & 0 \\ - \sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_{zsj} & 0 & 1 + \sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_{xxj} \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서

$$D = \left(1 + \sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_{xxj} \right) \left(1 + \sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_{zzj} \right) - \left(\sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_{xsj} \right) \left(\sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_{aj} \Lambda_{zsj} \right) \quad (17)$$

자기장의 계산

이상체 내에서의 전기장이 계산되면 암페어의 법칙으로부터 자기장을 계산할 수 있다. 즉

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_R) = \mathbf{H}_p(\mathbf{r}_R) - \frac{1}{i\omega \mu_0} \int_S \sigma_a \int_{-\infty}^{\infty} \nabla_R \times \mathbf{G}(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}') \cdot \Gamma(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}_p(\mathbf{r}', \mathbf{r}_T) dy' dS \quad (18)$$

∇_R 은 수신점 좌표에 대한 미분을 의미한다. HCP 배열을 사용하는 소형루프 전자탐사법에서 측정되는 자기장의 수직성분은

$$H_z(\mathbf{r}_R) = H_{pz}(\mathbf{r}_R) - \frac{1}{i\omega\mu_0} \int_S \sigma_a \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial G_{yy}}{\partial x_R} \Gamma_{yy} E_{py} - \frac{\partial G_{xx}}{\partial y_R} \Gamma_{xx} E_{px} \right) dy dS \quad (19)$$

로 주어진다.

한편 HCP 배열 소형루프 전자탐사에서 송신루프가 지상의 일정 높이 $z_T(\leq 0)$ 에 위치할 경우 지하 이상체에서의 일차 전기장은 다음과 같이 주어진다(Hohmann, 1988).

$$E_x^p(x, y, z) = -\frac{k_b m}{4\pi\sigma_b} \frac{(y-y_T)}{r_T} \int_0^{\infty} \frac{2\lambda}{\lambda+u} e^{\lambda z_T} e^{-u z} \lambda J_1(\lambda r_T) d\lambda, \quad z \geq 0 \quad (20)$$

$$E_y^p(x, y, z) = \frac{k_b m}{4\pi\sigma_b} \frac{(x-x_T)}{r_T} \int_0^{\infty} \frac{2\lambda}{\lambda+u} e^{\lambda z_T} e^{-u z} \lambda J_1(\lambda r_T) d\lambda, \quad z \geq 0 \quad (21)$$

따라서 2차 자기장의 수직 성분은

$$H_{z2}(\mathbf{r}_R) = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \sum_i \int_{S_i} \sigma_{ai} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial G_{yy}}{\partial x_R} \Gamma_{yy} E_{py} - \frac{\partial G_{xx}}{\partial y_R} \Gamma_{xx} E_{px} \right) dy dS$$

$$= \frac{m}{4\pi^2} \sum_i \sigma_{ai} \Delta S_i \int_0^{\infty} \left[\frac{(1+ik_b R_R)}{R_R^3} e^{-ik_b R_R} + \frac{1}{r_R} \int_0^{\infty} \frac{u-\lambda}{u+\lambda} e^{-u(z_R+z)} J_1(\lambda r_R) d\lambda \right]$$

$$\cdot \left[\int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda+u} e^{\lambda z_T} e^{-u z} \lambda J_1(\lambda r_T) d\lambda \right] \cdot \left[\frac{(x-x_R)(x-x_T)\Gamma_{yy} + (y-y_R)(y-y_T)\Gamma_{xx}}{r_T} \right] dy \quad (22)$$

(22)식에서 m 은 송신원의 자기쌍극자 모멘트, $r_T^2 = (x-x_T)^2 + (y-y_T)^2$, $r_R^2 = (x-x_R)^2 + (y-y_R)^2$, $R_R^2 = (x-x_R)^2 + (y-y_R)^2 + (z-z_R)^2$, $\Delta S_i = \Delta x_i \Delta z_i$ 이며, (22)식의 무한적분은 수치적 방법을 통하여 계산된다. 이때 탈분극 텐서는 이미 y -축에 대한 무한적분이 수행된 상태이므로 (22)식의 계산에서는 상수로 간주한다.

마지막으로 HCP 배열을 사용하는 소형루프 전자탐사법에서 반무한 공간에 의한 수직 일차 자기장은

$$H_z = \frac{m}{4\pi} \int_0^{\infty} \left[e^{-\lambda|z_R-z_T|} + \frac{\lambda-u}{\lambda+u} e^{\lambda(z_R-z_T)} \right] \lambda^2 J_0(\lambda r_{TR}) d\lambda \quad (23)$$

$$r_{TR}^2 = (x_R-x_T)^2 + (y_R-y_T)^2$$

로 주어진다(Hohmann, 1988). 일반적인 HCP 배열에서와 같이 송수신 루프의 높이가 같다고 가정하면

$$H_z = -\frac{m}{4\pi R^3} + \frac{m}{4\pi} \int_0^{\infty} \left[\frac{\lambda-u}{\lambda+u} e^{2\lambda z_T} \right] \lambda^2 J_0(\lambda r_{TR}) d\lambda \quad (24)$$

이 되어 진공 중에서의 일차 자기장과 반무한 공간에 의한 이차 자기장의 합으로 나타남을 알 수 있다.

타당성 검토 및 고찰

본 논문에서는 앞서 기술한 바와 같이 확장 Born 근사법을 이용하여 반무한 공간에 대한 2.5차원 소형루프 전자탐사 반응을 이론적으로 유도하였다. 이를 근거로 2.5차원 소형루프 전자탐사 모델링 프로그램을 작성하고, 그 결과를 기존의 모델링 결과와 비교하였다. 비교를 위하여 사용된 모델은 정승환 등(2002)에 의해 제안된 정사각형 이상체 모델로, 이상체 상부까지의 심도는 15 m, 전기비저항 10 ohm-m, 크기 10 m × 10 m이다. 배경매질, 즉 반무한 공간의 전기비저항은 100 ohm-m이며, 사용된 송수신 배열은 HCP 배열, 송수신기는 지표면에 위치하는 것으로 설정하였다(Fig. 1). 송수신기 간격은 40 m, 사용된 주파수는 3, 10, 30 kHz이며, 수치해의 계산에서는 이상체를 1 m × 1 m의 크기를 갖는 정사각형 요소로 분할하였다.

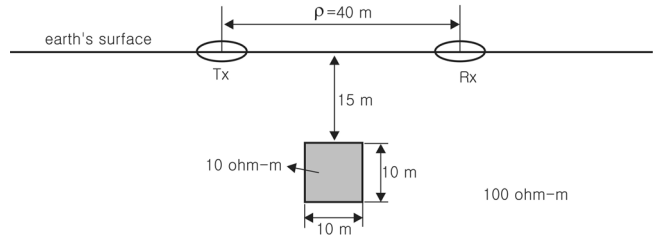


Fig. 1. Source-receiver configuration over a 2D earth model.

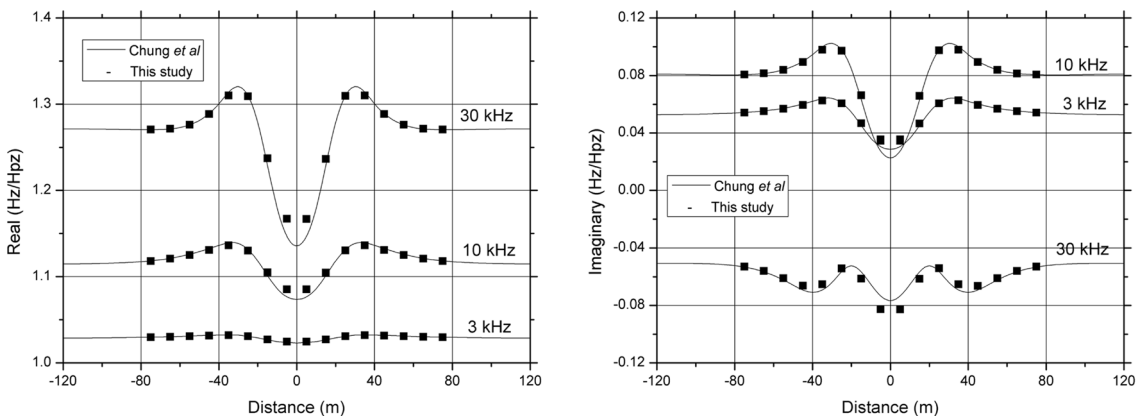


Fig. 2. HCP small loop EM responses curves for the given model in Figure 1. Solid rectangles represent the results of FEM (Chung et al., 2002) and solid line those of extended Born approximation.

Fig. 2는 Fig. 1의 모델에 대하여 얻어진 동상과 이상성분 변화곡선이다. 사각형은 유한요소법에 의한 반응곡선(정승환 등, 2002)이며, 실선은 본 연구에서 계산된 결과이다. 비록 이상체 직상부에서 약간의 차이를 보이지만, 전반적으로 두 결과가 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 이상체 직상부에서 나타나는 오차는 다양한 원인이 있을 수 있다. 우선 유한요소법을 이용하여 2.5차원 소형루프 전자탐사의 반응을 계산하기 위해서는 여러 개(대개 16개 정도)의 공간과수 k_y 에 대한 반응을 구하고 이를 역푸리에 변환해야 한다. 또한 H_{xz} 을 구하기 위해서는 계산된 결과에 대하여 수치적으로 미분값을 구해야 하며, 이 과정에서 발생하는 오차를 피하기는 쉽지 않다. 물론 확장 본 근사법의 경우에도 근본적으로 근사법이라는 한계를 가지고 있으며, (22)식 등에 주어진 무한적분을 수치적분에 의존하게 되므로 오차를 수반할 가능성이 있다. 또한 (16)식의 탈분극 텐서의 계산에서 계산의 편의를 위하여 2차원 가정을 도입하고 y -축 방향 성분을 무시하고 있다. 따라서 2.5차원 모델링을 근사적으로 계산하는 과정에서 당연히 오차를 수반할 수밖에 없다. 결국 유한차분법은 수치적 계산과정에서 오차가 발생하지만, 본 연구에서 사용된 확장 본 근사법의 경우에는 근본적인 가정에서 오차가 수반되므로, 유한요소법이 보다 정확하다고 볼 수 있다.

반면 계산시간의 측면에서는 본 연구에서 사용된 확장 본 근사법이 훨씬 유리한 것으로 생각된다. 앞서 기술한 바와 같이 유한차분법이나 유한요소법을 사용하여 2.5차원 모델링을 수행할 경우, 여러 개의 과수에 대한 행렬방정식을 구성하고 이 해를 계산해야 함은 물론, 이를 차후에 다시 역푸리에 변환해야 한다. 비록 행렬식이 일정 띠틈를 갖고 대칭이라고 해도, 이 선형방정식의 해를 구하는 데는 상당한 시간이 소요될 수밖에 없다. 반면 확장 본 근사법의 경우에는 선형방정식의 해를 구하지 않으며, 단순히 3×3 크기를 갖는 탈분극 텐서의 곱과 그 역행렬을 계산하면 된다. 비록 y -축에 대한 무한적분에 상당한 시간이 소요되기는 하지만, 이는 대형 선형방정식의 해를 구하는 것보다 계산시간을 절감할 수 있을 것으로 보인다. 나아가서 역산에 이 확장 본 근사법을 적용한다면 모델링은 물론 감도행렬의 계산이 훨씬 용이하므로 계산시간을 크게 절감할 수 있다(Torres-Verdin and Habashy, 1995).

결론 및 향후 연구방향

확장 본 근사법을 사용하여 HCP 배열 소형루프 전자탐사법의 2.5차원 모델링을 수행하였다. 모델링을 위하여 반무한 공간에 대한 2.5차원 탈분극 텐서를 유도하였으며, 이를 바탕으로 프로그램을 작성하고 그 결과를 기존의 유한요소법(정승환 등, 2002)의 결과와 비교하여 그 타당성을 검토하였다. 비교결과 전반적으로 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었으며, 단지 이상체 직상부에서 약간의 차이를 보이는 것으로 나타났다. 이

차이는 본 연구의 확장 본 근사법이 탈분극 텐서의 계산시 y 방향 성분을 무시하는데서 오는 오차인 것으로 판단된다. 물론 이 오차는 그리 크지 않으며, 전체적 반응 양상을 파악하는 데는 무리가 없어 보인다.

한편 확장 본 근사법은 향후 역산 프로그램의 개발에 매우 효과적인 방법이다. 즉 확장 본 근사법은 모델링에서 대형 행렬방정식의 해를 구하지 않아도 되며, 역산시 감도행렬(Jacobian matrix)의 계산이 용이하므로 역산 프로그램의 개발에 효과적으로 적용될 수 있다(Torres-Verdin and Habashy, 1995). 따라서 이 논문에서 제안된 확장 본 근사법에 의한 2.5차원 소형루프 전자탐사 모델링은 역산 프로그램의 개발에 활용 가능할 것으로 기대된다.

사 사

본 연구는 농림부 연구비지원에 의한 “방조제체체 영상화 및 비저항 모니터링 연구”의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

- 고광범, 1998, 2.5차원 전자탐사 수치모델링 및 역해, 공학박사 학위논문, 서울대학교.
- 권형석, 2001, Cagniard 임피던스를 이용한 수평 자기쌍극자 송신원 전자탐사 자료의 해석, 공학박사학위논문, 서울대학교.
- 설순지, 송윤호, 조성준, 손정술, 정승환, 2002, 소형 루프 전자탐사법을 이용한 매설물 탐지 및 지하 전기비저항 영상화, 물리탐사, **5**, 309-315.
- 조인기, 서정희, 1998, 확장된 Born 근사에 의한 시추공간 전자탐사 2.5차원 모델링, 물리탐사, **1**, 127-135.
- 조인기, 심현미, 1998, 확장된 Born 근사에 의한 EM 토모그래피, 물리탐사, **1**, 155-160.
- 조인기, 최경화, 1999, 확장된 Born 근사에 의한 시추공간 3차원 전자탐사 모델링, 물리탐사, **2**, 142-148.
- 조인기, 임진택, 2003a, 소형루프 전자탐사법에서의 주과수 수직탐사, 물리탐사, **6**, 119-125.
- 조인기, 임진택, 2003b, 주과수 수직 전자탐사 자료의 1차원 역산, 물리탐사, **6**, 180-186.
- 정승환, 김정호, 송윤호, 조성준, 이명중, 이성곤, 설순지, 손정술, 2002, 전기 전자탐사를 이용한 지하구조의 3차원 진단기술 개발(I), 과학기술부
- Habashy, T. M., Groom, R. W., and Spies, B. R., 1993, Beyond the Born and Rytov approximations, *Journal of Geophysical Research*, **98**, 1759-1775.
- Hohmann, G. W., 1975, Three-dimensional induced polarization and electromagnetic modeling, *Geophysics*, **40**, 309-324
- Hohmann, G. W., 1988, Numerical modeling for Electromagnetic Methods of Geophysics, in Nabighian, M.N. Ed., *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics-Theory*, Vol. 1, Soc. Expl. Geophys.
- Prudnikov, A. P., Brychkow, Y. A., and Marichev, O. I., 1986, *Integrals and Series*, Golden and Breach Science Publishers.

- Sasaki, Y., Son, J. S., Kim, C. R., and Kim, J. H., 2007, Resistivity Calibration error estimations for small-loop electromagnetic method, 한국물리탐사학회, 대한지구물리학회 공동학술대회 학술발표논문집, 한국지질자원연구원, 2006년 7월 7-8일. 대전, 189-194.
- Sasaki, Y., and Meju, M. A., 2006, A multidimensional horizontal loop controlled electromagnetic inversion method and its use to characterize heterogeneity in aquiferous fractured crystalline rocks, *Geophys. J. Int.*, **166**, 59-66.
- Song, Y., Kim, J. H., and Chung, S. H., 2001, An efficient 2.5-D inversion of loop-loop EM data: *Proc. 5th SEGJ Internat. Symp.*, 153-160.
- Torres-Verdin, C., and Habashy, T. M., 1995, Rapid 2.5 dimensional forward modeling and inversion via a new nonlinear scattering approximation, *Radio Science*, **29**, 1051-1079.