

중학생들의 수학과 평가 결과의 파지 1) 유형 분석

김 민 주 (순천대학교 교육대학원)
강 윤 수 (순천대학교)

본 연구에서는 중학생들이 수학 평가 결과를 어떻게 파지하는지를 탐구하고자 하였다. 이를 위해, 측정 시기, 문항 유형, 성적, 평가요소 등을 학생들이 평가결과를 파지하는데 중요한 요인이라고 보고 이 변인들과 관련된 학생들의 평가결과 파지 유형을 분류하였다. 이를 토대로, 두 명의 연구 참여자를 선정하여 심층면담을 진행함으로써 그들의 평가에서 핵심적인 역할을 하는 요소가 무엇이며 그것이 향후에 어떤 형태로 파지되어 나타나는지를 분석함으로써 중학생들의 수학과 평가 결과의 파지 유형을 분석하였다.

I. 서 론

시험은 이를 준비하는 학생들에게 어떤 의미로 존재하는가?

시험은 학생들에게 무엇을 제공하는가? 혹은 무엇을 제공해야 하는가?

NCTM(1995)은 평가가 학생들이 기대했던 목표에 도달했는지의 여부 판단, 학생 개개인의 전전정도 평가, 학습개선을 위한 교수학적 결정에 필요한 자료, 제공된 교육프로그램의 효율성 판단 등의 목적으로 활용되어야 한다고 주장하였다. 이러한 권고는 그 후로도 일관되게 강조되어, NCTM(2000)에서는 평가가 수학 학습을 지속시키며, 교사와 학생 모두에게 유용한 정보를 제공하는 것으로 그 역할과 의미를 부여하였다.

우리나라 제7차 교육과정(교육부, 1999) 또한 학생 개개인의 전인적인 성장과 수학 학습을 돋고, 교사 자신의 수업 방법을 개선하기 위한 것이라고 평가 목적을 명시함으로써 상대평가를 통해 학생들을 일렬로 줄 세우는 선발적인 목적보다는 평가가 일련의 수학 교수 학습 과정의 중요한 부분으로써 시행되고, 그 결과가 연계되는 수학 학습의 개선적 지도를 위한 자료로 활용될 수 있어야 함을 지적하고 있다.

그러면, 현재 우리나라 수학교육에서 행해지고 있는 평가는 이러한 목적에 얼마나 충실히 따르고 있는가? 많은 수학교사들이 성적으로 학생들을 줄 세우는 구태를 벗고 수학 교수-학습 과정을 개

1) 여기서는 평가 문항과 관련된 수학적 개념의 구조(관계망)가 어떤 형태로 기억되고 보존되는지와 관련된 협의의 의미로 이 용어를 사용하기로 한다.

* ZDM 분류 : D63

* MSC2000 분류 : 97C40

* 주제어 : 평가, 평가 파지, 평가결과 해석

선하는데 필요한 중요한 자료로서 평가결과를 활용하려고 시도하고 있다. 하지만, 아직도 많은 학생들이 평가결과가 자신의 수학학습 진전 정도를 평가하는데 어떤 의미를 제공하는지를 신중하게 분석하기보다는 수치화된 점수나 석차에 더 많은 관심을 보이고 있으며, 많은 교사들이 개별 문항에 대한 평가결과를 분석하여 교수-학습 과정을 개선시키려는 노력보다는 종합점수를 평가를 통해 얻을 수 있는 유일한 정보라고 잘못 생각하는 경향이 있다. 이러한 흐름을 감안하고 교육과정에서 제시한 평가 목적을 달성하기 위해서는 다양한 평가도구 개발이나 평가방법에 대한 연구뿐만 아니라 평가의 주요 당사자인 학생, 교사, 학부모에게 평가가 어떤 의미를 제공하는지와 관련된 심층적인 연구 등 좀 더 다양한 연구가 필요하다.

그러나 최택영·송병국(2001)에 의하면 1990년대 석사 학위 전체 논문 중 평가에 관한 연구는 2.3%에 불과한 것으로 조사되어, 수학교육의 다른 분야에 비해 평가에 대한 연구가 매우 미흡하다는 것을 알 수 있다. 더구나 이미 수행된 연구조차도 수행평가 과제 개발(박미숙, 1999; 유현주, 2002), 평가 기준 개발(이종연, 2002; 최승현, 황혜정 & 신항균, 2002), 평가 문항의 개발 및 활용 가능성(장경윤, 권오남 & 최명례, 1998), 특정한 평가 방법의 효율성과 적용가능성(박배훈, 류희찬 & 이대현, 2000;) 등 수행평가 문항 개발이나 적용에 관한 연구가 주류를 이루고 있어서, 평가에 대한 연구가 좀 더 다양한 관점에서 체계적으로 진행될 필요가 있음을 말해 준다.

그나마, 최근 들어서 수학학습 평가에 대한 교사의 인식 조사(정경화, 2004), 절대 평가에 대한 교사, 학생들의 의식 및 교육효과 분석(박종역, 2002), 평가에 대한 피드백이 수학과 학업 성취와 사회적 태도에 미치는 영향(김은주, 2003) 등 평가에 대한 새로운 인식을 반영하는 연구들이 진행되었다. 하지만 이들은 모두 설문지법을 통한 정량연구라는 한계성 때문에 ‘평가결과가 학생들에게 어떤 의미를 제공하는가?’ 등 평가와 관련된 미시적인 접근을 통해 얻을 수 있는 세세한 내용을 담아내기 힘들다.

이에 본 연구는 학교수학의 총괄평가가 학생들에게 어떤 의미를 제공하는지를 탐구해 보고자 한다. 이를 위해, 이미 시행한 총괄평가의 평가도구를 일정한 시차를 두고 다시 시행하는 방법을 통해 평가결과의 파지율을 조사하거나, 문항 유형을 변형하여 다시 시행함으로써 문항 유형에 따른 파지 정도를 측정하는 방법 등을 통해 평가결과의 파지 유형을 분석하고자 한다. 그런 다음, 위의 과정에서 수집된 자료를 바탕으로 학생면담을 실시함으로써 평가결과가 학생들의 학습을 이해하는데 어떤 의미를 제공하는지를 살펴보고자 한다.

II. 연구 방법 및 자료수집

1. 연구 대상

본 연구에서는 지방의 중소도시에 위치한 K중학교 1, 2학년 각각 두개 반 학생들을 대상으로 자료를 수집하였다. 이 연구는 특별한 실험이나 처치가 없는 상태에서 평가와 관련된 학생들의 일반적

인 성향을 알아보기 위한 목적으로 진행되므로 연구대상자를 선정하는 과정에서는 특정한 기준이 없었다. 다만, 면담대상자는 학생들이 수행한 서술형 평가결과를 토대로 서로 상대적인 성향을 보인 두 학생을 선정하였다.

2. 연구 방법

이 연구는 학교 수학에서 평가결과가 학생들에게 어떻게 폐지되는지를 알아보기 위한 목적으로 설계되었으므로 정량적 자료와 정성적 자료가 모두 필요하다. 즉, 평가 후 적정 기간이 지난 후에 학생들의 폐지율을 알아보거나 문항 유형에 따른 폐지율을 확인하기 위해서는 정량적 자료가 필요하며 특정한 문제의 풀이방법이나 관련 개념의 폐지 형태를 확인하기 위해서는 면담을 통해 수집한 정성적 자료가 필요하다. 따라서 본 연구에서는 정량적, 정성적 방법을 모두 활용하는 혼합 연구적 접근 방법이 활용되었다.

3. 자료수집

1) 측정시기에 따른 폐지율

학생들의 평가결과가 시간이 경과함에 따라 어떻게 폐지되는지를 확인하기 위하여 K중학교에서 2005년 7월부터 2006년 7월까지 아래와 같은 조사를 실시하였다.

① 1차 검사

2005년 7월 1학기 기말고사를 실시한 K중학교 1학년 1반 학생들(35명: 남15, 여20)을 대상으로 시험 실시 일주일, 한 달 경과 후 각각 동일한 시험지를 이용하여 재시험을 실시하여 기말고사 결과와 비교, 분석하였다.

② 2차 검사

2006년 5월 1학기 중간고사 실시 후 2학년 1반 학생들(37명: 남19, 여18)을 대상으로 위와 동일한 방법으로 시험 실시 3주, 두 달 경과 후 재시험을 실시함으로써 측정시기에 따른 평가결과의 폐지형태를 조사하였다.

2) 문항유형에 따른 폐지효과

본 연구에서는 이미 실시된 시험의 문항 유형을 바꾸어 일정 시간이 경과한 후에 다시 실시함으로써 문항 유형에 따른 학생들의 폐지 형태를 조사하였다.

① 1차 검사

2005년 12월 2학기 기말고사를 실시한 K중학교 1학년 3반과 4반 학생들을 대상으로 시험 실시 일주일 후에 각각 기말고사와 동일한 시험지로 문항 유형을 달리 하여 시험을 실시하였다.

<표 1> 문항유형에 따른 1차 파지율 조사 대상 구성

1학년 3반 (38명: 남19, 여19)	객관식 21문항, 주관식 4문항 등 총 25문항으로 구성된 기말고사 시험지 원본을 그대로 사용하여 시험을 실시하였다.
1학년 4반 (38명: 남19, 여19)	주관식으로 변경하기 힘든 5문항을 제외한 나머지 20문항을 주관식으로 변경하여 총 25문항으로 시험을 실시하였다.

이와 함께, 학생들의 파지 형태를 좀 더 구체적으로 확인하기 위해 수학담당 교사가 선정해 준 8 문항에 대해 각 반에서 서술형 풀이가 가능하다고 판단되는 수학성적이 비교적 우수한 학생들(3반: 3명, 4반: 4명)을 선정하여 문제해결 과정을 작성하도록 요구한 후에 그들의 수행과정을 관찰함으로써 학생들의 문제해결 전략을 확인하고자 하였다.

② 2차 검사

2006년 5월 1학기 중간고사를 실시한 K중학교 2학년 1반과 5반 학생들을 대상으로 시험 실시 3주 후에 각각 기말고사와 동일한 시험지와 문항 유형만 바꾼 시험지를 활용하여 시험을 실시하였다.

<표 2> 문항유형에 따른 2차 파지율 조사 대상 구성

2학년 1반 (37명: 남19, 여18)	객관식 22문항, 주관식 3문항 등 총 25문항으로 구성된 중간고사 시험지 원본을 그대로 사용하여 시험을 실시하였다.
2학년 5반 (37명: 남17, 여20)	주관식으로 변경하기 힘든 10문항을 제외한 나머지 15문항을 주관식으로 변경한 25문항으로 시험을 실시하였다.

서술형 풀이를 위해 선정된 학생들이 다른 학생들과 같은 교실에서 시험을 치러 그들을 심도 있게 관찰하는데 한계가 있었던 1차 검사의 한계를 극복하기 위해 2차 검사에서는 중간고사 시험 직후 2명의 학생을 따로 선정하여 각각 다른 날짜에 서술형 풀이를 실시하였다.

3) 면담

측정시기와 문항 유형을 각각 달리하여 실시한 검사 결과에서 드러난 학생들의 파지율을 토대로 학생들의 파지 형태를 파악하기 위하여 서술형 풀이 대상자로 선정된 학생들을 대상으로 면담을 실시하였다. 면담과정에서는 풀이과정에서 드러나지 않는 그들의 문제해결 전략이 무엇인지를 파악하기 위한 질문이 제시되었으며, 그들이 이미 수행한 자료를 검증하는 방식으로 진행하였다. 이 과정에서는 주로 평가와 관련된 수학적 개념들이 학생들에 의해 어떤 형태로 파지되는가하는 문제, 수량화된 평가결과가 학생들에게 어떤 의미가 있는가하는 문제 등을 드러내려고 노력하였다.

III. 결과 분석 및 논의

1. 측정시기에 따른 파지 형태

학교에서 총괄평가로 실시된 중간고사와 기말고사 시험 실시 후에 일정한 시간이 경과됨에 따라 평가내용에 대한 학생들의 파지율이 어떻게 변하는지를 알아보기 위해 2005년, 2006년에 각각 두 번씩 모두 네 번에 걸쳐 파지율 검사를 실시하였다.

<표 3> 측정시기에 따른 파지율 조사 대상 구성

	2005-1 중간고사(1차)	2006-1 기말고사(2차)
대상	1학년 1반 총 35명	2학년 1반 총 37명
시기	1학기 기말고사 실시 일주일 • 한 달 경과 후 실시	1학기 중간고사 실시 3주일 • 두 달 경과 후 실시
평균 (원 시험 평균)	64.3점	68.3점

이와 같은 조사 결과 학생들의 파지율은 성적에 따라 다르게 나타났는데 원 점수 분포에 따른 파지율은 다음과 같다.

<표 4> 원점수 분포에 따른 파지율

기말고사	일주 후		한 달 후		중간고사		3주 후		두 달 후		
	0 이상~30 미만	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	0 이상~30 미만	30~40	40~50
2005-1 중간고사(1차)	35.6%	23.3%	38.4%	19.6%	67.8%	46.1%	75.7%	45.6%	60.2%	12.1%	50.0%
2006-1 기말고사(2차)	95.8%	90.3%	95.5%	87.9%	92.9%	64.3%	76.3%	54.5%	58.8%	40.0%	51.6%

측정시기에 따른 파지율 관련 자료의 분석과정을 통해 다음을 확인할 수 있다.
 첫째, 전체적으로 시간이 경과함에 따라 파지율이 낮아지고 있지만 성적에 따라 파지율의 변화가 다르다. 즉, 성적이 낮은 학생들은 시간이 경과함에 따라 파지율이 급격하게 낮아지는 반면에 성적이 좋은 학생들은 비교적 오랜 시간이 지나도 높은 파지율을 보였다. 이러한 현상은 학생들의 파지율을 상위그룹(평균이상)과 하위그룹(평균이하)로 구분하여 재구성한 다음 표에 의하면 좀 더 분명해진다.

<표 5> 상위그룹과 하위그룹의 파지율 비교

		상위그룹	하위그룹
2005년	일주 후	93.3%	49.4%
	한 달 후	84.7%	25.8%
2006년	3주 후	92.4%	64.3%
	두 달 후	81.0%	46.8%

특히, 2006년(2차) 자료에 의하면 원점수를 기준으로 했을 때, 파지율의 변화가 세 영역으로 구분되는 특징을 보인다. 즉, '50점 미만', '50~80점', '80점 이상'으로 구분된다. 이렇게 세 영역으로 확연히 구분되는 이유를 명확하게 설명해 줄 수 있는 구체적인 자료는 없지만 이러한 양상은 2005년(1차) 자료에서도 유사하게 나타난다.

둘째, 성적이 좋은 학생들과 그렇지 못한 학생들은 파지형태가 다르다. 다음은 2006년 1학기 중간 고사 실시 3주일 후에 치러진 재시험 결과를 '상위 10명'(평균 97.2점)과 '하위 10명'(평균 33.6점)으로 구분하여 그들이 수행한 재시험에서 답이 바뀐 문항 수를 비교한 자료이다. 여기서 'O→X'은 원시험에서 정답을 선택했다가 재시험에서 오답을 선택한 경우이며 그 반대의 경우를 'X→O'로 표시했다.

<표 6> 상,하위그룹별 답안 선택 변화

점수	O→X	X→O
20	3	2
28	1	4
28	3	7
28	4	4
32	4	4
36	7	2
36	2	7
40	6	1
44	6	4
44	1	5
합계	37	40

하위 10명의 답안 변화

점수	O→X	X→O
92	1	2
96	1	0
96	1	1
96	2	1
96	1	1
96	1	1
100	0	0
100	0	0
100	1	0
100	0	0
합계	8	6

상위 10명의 답안 변화

원시험에서 '하위 10명' 학생들은 총 25문항 중 평균 8.4개의 문제를 맞추었다. 그런데 위의 자료에 의하면 'O→X'로 파지된 문제는 평균 3.7개이므로 그 비율은 44%가 되고 'X→O'로 파지된 문제의 비율은 24.1%이다. 이는 하위그룹 학생들은 시험에서 각 문항에 관련된 핵심적 개념에 의존하지 않고 무작위로 답을 선택하고 있음을 보여주는 사례이다.

이에 반해, '상위 10명' 학생들은 'O→X'로 파지된 문항 비율은 3.3%이고 'X→O'로 파지된 문항 비율은 87.5%로 파지율이 매우 높다는 것을 알 수 있다.

2. 문항 유형에 따른 과제 형태

시험 실시 후 학생들의 파지율이 문항 유형에 따라 어떻게 달라지는지를 알아보기 위해 원시험의 문항 유형을 달리하여 재시험을 실시³⁾하고 그 결과를 분석하였다. 2005년(1차)의 경우는 1학년 3반과 4반을 대상으로 일주일 후에 재시험을 실시하였는데 3반은 원시험 문제를 그대로 사용하고 4반은 문항유형 변경이 가능한 20문항을 주관식으로 변경하여 시험을 실시하였다. 한편, 2006년(2차) 조사에서는 2학년 1반과 5반을 대상으로 원시험 실시 3주 후에 재시험을 실시하였는데 1반은 원시험 문제를 그대로 사용하고 5반은 문항변경이 가능한 15문항을 주관식으로 변경하여 재시험을 실시하였다. 재시험 결과 문항 유형별 파지율은 다음과 같게 나타났다.

<표7> 문항 유형별 파지율

	원시험 유형		문항형태 변경	
	O→X	X→O	O→X	X→O
2005년	10.8%	52.2%	30.2%	38.4%
2006년	19.3%	41.1%	23.0%	25.8%

위의 자료를 바탕으로 다음을 확인할 수 있다.

첫째, 2005년의 경우 원시험에서는 맞았으나 재시험에서는 틀린 답을 선택한 경우가 원시험 유형은 10.8%, 문항형태가 변경된 유형은 30.2%로 나타나 파지율이 현저히 낮아지는 것을 확인할 수 있다. 이에 반해, 2006년의 경우는 19.3%와 23%로 상대적으로 차이가 적게 나타났다. 하지만 이 경우는 문항형태를 변경한 문항 수가 15문항(2005년은 20문항)인 것을 감안하면 문항 유형이 학생들의 파지율에 큰 영향을 미친 것으로 평가할 수 있다. 특히, 2005년에는 문항형태를 변경하여 재시험을 치른 반(1학년 4반)의 평균(64.87)이 1학년 3반의 평균(60.03)과 비교적 큰 차이가 있었음에도 불구하고 재시험에서 평균이 크게 역전되는 현상이 나타나 문항 유형이 학생들의 파지율에 미치는 효과가 적지 않음을 입증해 주었다.

재시험에서는 원시험 문제의 형태만 변경하여 그대로 활용하는데도 불구하고 이처럼 파지율에 큰 차이가 나는 것은 평가 결과로 얻어지는 학생들의 점수를 해석하는데 문항 형태가 중요한 변수가 될 수 있음을 말해 준다.

3) 2005년에 실시된 재시험에서 객관식문항을 풀이한 3반은 30분이 경과하자 과반수이상의 학생들이 풀이를 종료한 반면에 주관식 문항을 풀이한 4반은 30분경과 시 $\frac{1}{3}$ 의 학생만 풀이를 종료하여 동일한 문제임에도 불구하고 주관식 풀이가 객관식 풀이에 비해 상당히 많은 시간이 소요됨을 확인할 수 있었다.

둘째, 문항 유형을 달리하여 재시험을 실시하였을 때, 'X → O'형 평가율이 현저히 떨어지는 것을 확인할 수 있다. 이는 시험이 실시된 후에 평가내용에 대한 피드백이 이루어지지만 그것은 해당 문제에 대한 답이 무엇인지를 확인하는데 그치고 틀린 문제의 풀이방법을 확인하거나 관련된 내용을 이해하려는 시도가 상대적으로 부족했음을 말해 준다.

셋째, 대상 학생들의 원시험 성적이나 재시험 실시 시기에 상관없이 주관식 문항으로 변경했을 때 평가율이 더 낮게 나타나는 것은 현행 평가제도에서 주관식 문항의 비율을 더 높일 필요가 있음을 말해 준다.

3. 오답률에 따른 문제 유형 비교

2006년 1학기 중간고사를 실시한 후에 2학년 1반 학생들을 대상으로 3주 후와 두 달 후에 다시 동일한 문제로 재시험을 시행하여 평가율이 가장 낮은 4문제와 평가율이 가장 높은 4문제를 선정하여 분석함으로써 이 문제들이 갖는 특성을 비교하였다.

평가율이 높은 문항들은 대개 원시험에서도 정답율이 높은 반면, 평가율이 낮은 문항들은 원시험에서 정답율이 낮은 문항들이었다. 평가율이 높은 문제들은 단순 기억에 의해 풀 수 있는 특성을 가진 반면, 평가율이 낮은 문제들은 이해하고 적용하는 과정을 통해 해결할 수 있는 통합적 접근을 요구하는 문제들이었다. 가장 정답율도 높고 평가율도 높은 문항은 순환소수의 순환마디를 묻는 다음 문제로 시간이 흐른 후에 학생들은 순환마디의 의미는 잘 기억하지 못하면서도 여전히 정답을 선택하는 특징을 보여주었다.

문제4) 다음 중에서 순환소수의 순환마디를 옮기 짹자온 것은?

- | | | |
|---|---|---|
| ① $0.\overline{47373737} \dots \Rightarrow 473$ | ② $1.\overline{212121} \dots \Rightarrow 212$ | ③ $34.\overline{34343434} \dots \Rightarrow 43$ |
| ④ $150.\overline{060606} \dots \Rightarrow 5$ | ⑤ $0.\overline{567567567} \dots \Rightarrow 5675$ | |

한편, 정답율과 평가율이 가장 낮은 다음 문제는 단위가 서로 다른 측정값의 오차의 한계를 비교하는 문제로 시간이 지남에 따라 학생들은 오차의 한계를 기억하면서도 단위 사이의 관계를 정확하게 이해하지 못해 정답을 찾지 못하는 특성을 보여 주었다.

문제9) 다음은 반올림하여 얻은 측정값이다. 오차의 한계가 가장 작은 것은?

- | | | |
|-----------------------------|--|--------------------------------------|
| ① 47.5cm | ② 59mm | ③ $2.97 \times \frac{1}{10}\text{m}$ |
| ④ $3.50 \times 10\text{mm}$ | ⑤ $3.700 \times \frac{1}{10}\text{km}$ | |

이는 평가가 단순히 점수로써 학생들의 능력을 폴아하는 척도로서의 역할보다는 평가결과를 좀 더 세밀하게 분석하고 그 결과를 교수-학습 과정에 적절히 활용함으로써 교사나 학생 모두에게 유용한 자료가 될 수 있도록 해야 함을 시사하고 있다.

4. 면담결과 분석

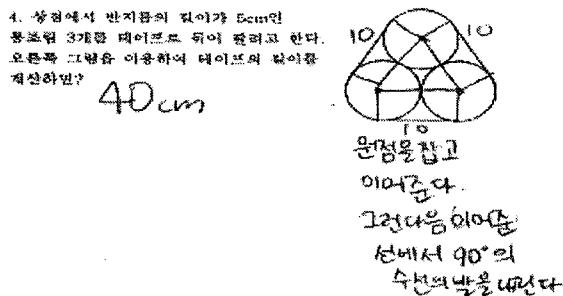
서술형 풀이에 참여한 학생들을 대상으로 모두 세 번의 면담이 실시되었다. 세 명의 학생 중 동일한 점수를 얻고서도 서로 상반된 문제 해결 능력을 보인 두 학생⁴⁾의 면담 자료를 바탕으로, 평가 결과와 학생의 개념 이해도 사이의 관계를 살펴봄으로써 평가결과의 파지 형태를 살펴보았다.

1) 학생 A

2005년 12월 13일 기말고사가 실시된 일주일 후인 12월 20일에 실시된 서술형 풀이에 참여한 ‘학생A’를 대상으로 2006년 1월 17일 면담을 실시하였다.

학생A는 기말고사에서 만점을 맞은 학생으로 서술형 답안지에 이해하기 힘든 풀이과정이 많이 포함되어 있어서 면담대상자로 선정되었다. 면담은 자신의 답안지를 설명하게 하는 형식으로 진행되었다. 여기서는 학생A의 문제해결 성향을 가장 잘 드러내는 문제를 중심으로 면담 결과를 분석하였다.

‘문제4’는 반지름의 길이가 5cm인 통조림 세 개를 묶으려고 할 때 필요한 테이프의 길이를 구하는 문제이다. 통조림을 묶기 위해 필요한 테이프의 길이는 세 변의 길이 ($10 \times 3 = 30\text{cm}$)와 호의 길이 ($10\pi \times \frac{120}{360} \times 3 = 10\pi$)의 합인 $30 + 10\pi$ 가 된다. 학생A는 원시험에서는 정답을 선택하였지만, 서술형 풀이에서는 이해할 수 없는 표현을 활용하여 풀이하였다.



<그림1> 학생A의 4번 문제 풀이

면담을 통해 이 학생이 이해하고 있는 풀이과정을 알아보았다.

연구자 : 그리고 이 문제는?

학생A : 이 문제요? 이건요 학원에서 나온다고요 가르쳐 줬어요.

연구자 : 학원에서? (웃음) 그랬는데?

4) 학생 A : 성적은 우수하지만 객관식 문항을 서술형으로 바꿔서 시험을 실시했을 때 풀이가 능숙하지 못한 학생

학생 B : 성적도 우수하고 서술형 풀이에도 능숙한 학생

학생A : 나왔어요. 그래 가지고요 적중예상문제라는게 있거든요. 근데 거기에서 다 나온 거예요~ 예상 했던 것이요 그래 가지고 아~ 다행이다 싶었어요.

.....중략.....

학생A : 작년에 나왔던 문제인데요

연구자 : 아! 이게 작년에 나왔던거야?

학생은 이 문제를 처음 학원에서 접하게 됐으며 작년 시험 문제와 동일한 유형의 문제여서 어려움 없이 풀이 했다고 말하고 있다. 하지만, 풀이과정에서 활용된 호의길이 구하는 방법도 숙지하지 못한 채 문제를 풀고 있었다.

연구자 : 부채꼴?

학생A : 아~부채꼴 3개가 나오잖아요. 그래 가지고 어차피 여기 반지름이 5cm 이니까요 여기하고 나누면요 딱 똑같을 거 아니예요. 여기도 5cm고 여기가 5cm이니까 여기도 5cm 그래서 여기가 전부 다 10cm가 되잖아요 같으니까요 그래서 10cm로 잡고요 그런 다음에요 여기 호의 길이 구하는 공식이 반지름곱하기 360도 분에 네모 있잖아요..

학생의 풀이를 정리해 보면 다음과 같다.

지름을 연결한 보조선 각 변의 길이는 10cm이므로

테이프의 길이는 $10 + 10 + 10 + \underline{\text{부채꼴의 호의 길이}}$

↓

(공식) 반지름 $\times \frac{\text{중심각}}{360}$ 이라고 알고 서술하였으나

$$(풀이) 5 \times 2 \times \frac{120}{360} \times 3 = 10$$

$$\therefore 10 + 10 + 10 + 10 = 40$$

학생의 풀이에서 알 수 있듯이 가장 기본이 되는 부채꼴의 호의 길이 구하는 방법도 인지되어 있지 않은 상태에서 반복적인 학습을 통해 습득한 풀이과정은 학생 스스로에게도 큰 혼란을 주고 있는 것으로 보였다. 결과적으로 객관식 시험에서는 정답을 선택했지만 서술형 풀이에서는 부채꼴의 호의 길이 구하는 과정에서 π 를 생략하여 $30 + 10\pi(cm)$ 가 정답이지만 40cm라고 풀이하는 오류를 범하였다.

‘문제7’은 기둥의 밑면과 높이를 제시하고 결넓이를 구하게 하는 문제로, 기둥의 밑면과 높이만 주어졌지만, 결넓이를 구하기 위해서는 기둥의 겨우도를 이용하여 풀이하는 것이 자연스럽다.

$$\text{즉, 밑면의 넓이} : 16\pi \times \frac{90}{360} \times 2 = 8\pi$$

$$\text{옆면의 넓이} : 8\pi \times \frac{90}{360} \times 10 + 4 \times 10 \times 2 = 20\pi + 80$$

$$\text{결넓이} = 8\pi + 20\pi + 80 = 28\pi + 80 \text{ 이다.}$$

하지만 학생A는 겨냥도 없이 몇 개의 식만으로 문제를 풀었으며, 그 결과도 오답임을 확인할 수 있다.

7. 다음 도형은 기둥의 밑면을 나타낸 것이다. 기둥의 높이가 10
일 때 겉넓이를 구해보자?

$$\begin{aligned}
 & 80\pi \\
 & \frac{4}{16\pi} \times \frac{90}{360} = 4\pi \\
 & \times 2\pi \leftarrow 274\pi \\
 & \frac{8\pi}{8\pi} \\
 & \times 10 \leftarrow \text{높이} \\
 & \frac{80\pi}{80\pi}
 \end{aligned}$$

<그림2> 학생A의 7번 문제 풀이

면담을 통해 학생A의 풀이과정이 의미하고 있는 내용이 무엇인지를 살펴보았다.

연구자 : 그 다음에 7번은?

학생A : 7번이요? 이것은 조금 쉽던데.. 이게요 겉넓이를 구하는 거잖아요!

여기 넓이를 구해요. 반지름 곱하기 반지름이니깐 16π 곱하기 360 분에 90 도니깐 그럼 4π 가 나오잖아요. 그런 다음에요 2개가 있으니까요 곱하기 2를 해줘요 그럼 8π 가 나오잖아요 그런 다음에 여기 호의 길이 구한 다음에 이걸 더하고 음~~호의 길이 구한 다음에 여기 10 곱해서... (작고 빠른 목소리로) 저도 잘 모르겠는데요.

연구자 : 다시 한 번 풀어보세요.

학생A : (다시 문제를 살피고 있다.) 2π 가 나오잖아요.

연구자 : 어디가?

학생A : 호의 길이가요. 그런 다음에 곱하기 10 음~ 내가 이걸 어떻게 풀었을까?

문제를 쉽게 풀었다는 학생A의 처음 대답과는 달리 풀이를 확인하고 설명하는 과정에서 여전히 겨냥도 없이 눈으로만 문제를 풀이하고 있었으며 설명이 매끄럽지 못하자, 학생 스스로 당황하면서 계속 고민하기보다는 쉽게 풀이를 포기해 버리는 모습을 확인할 수 있었다. 학생A의 풀이는 다음과 같다.

밑넓이 구하는 공식 : $16\pi \times \frac{90}{360} = 4\pi$

위 아래 밑넓이 2개 = $4\pi \times 2 = 8\pi$

겉넓이구하는 공식 : 밑넓이 × 높이

$$\therefore 8\pi \times 10 = 80\pi$$

다시 말해, 학생A는 겉넓이를 구하는 방법과 부피를 구하는 방법을 구분하지 못하고 있었다. 이 외에도 학생A는 서술형 풀이를 요구받은 8개의 문제에 대한 바른 풀이를 거의 제시하지 못하고 논리적으로 이해되지 않은 풀이과정을 통해 답을 추측하였다.

2) 학생B

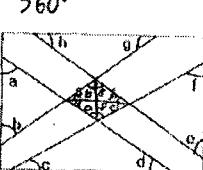
학생B도 기말고사에서 만점을 맞은 학생으로 면담은 자신의 풀이과정을 설명하게 하는 방식으로 진행하였다. 학생B는 중학교 1학년 학생임에도 불구하고 문제에서 요구하는 내용을 잘 찾아냈고 풀이과정을 작성할 때도 필요한 공식이나 풀이과정을 상세하게 기술해 나가는 능력이 다른 학생들에 비해 뛰어나 면담대상자로 선정되었다. 하지만 학생B도 자신이 작성한 풀이과정을 설명하는 과정에서 수학적으로 타당하지 못한 방법으로 문제를 해결하는 모습을 보였다.

'문제1'은 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 합과 같고 사각형의 외각의 합은 360° 라는 성질을 이용하여 요구되는 각의 크기를 구하는 문제이다. 아래의 문제에서 일반적인 풀이과정을 살펴보면 $\angle a + \angle b + \dots + \angle g + \angle h$ 는 중앙에 있는 사각형의 외각의 합이 되므로 그 크기는 360° 가 된다.

그런데, 학생B의 풀이를 살펴보면 다른 문제에 비해 풀이과정이 정확하지 않으며 보조선만을 이용하여 풀이했음을 알 수 있다.

* 다음 각 문항의 풀이를 빈 공간에 자세히 작성하세요.

1. 아래 그림에서 $\angle a + \angle b + \dots + \angle g + \angle h$ 의 합을 구하면 ?



<그림3> 학생B의 1번 문제 풀이

면담 과정에서 풀이과정과 보조선의 의미를 물어보았다.

연구자 : 여기에 보조선을 그었던 것 같던데 어떤 의미에서 보조선을 그었는지 궁금해서, 이 문제를 어떻게 생각하고 푼 거야?

학생B : 저는 지금 여기가 사각형이라고 생각을 하구요. 여기와 여기가 평행하게 그었다고 생각을 하고 써 놓은 건데 지금 보니깐 표시가 돼서 잘은 모르겠고 어쨌든 간에 이 각하고 이 각하고 지금 크기가 같잖아요. 그러기 때문에 결국에는 $f+e$ 하고 저는 이렇게 평행하다는 가정 하에 이렇게 썼는데 어쨌든 이 두각하고 이 두각하고 더 한 거하고 같을 거라고 생각을 하고 보조선을 그어서.. (나머지 부분도 똑같이 보조선을 그어 두 직선이 평행하다고 생각하며 풀이함)

학생B는 초등학교 때부터 수학에 관심이 많았으며 평상시 학업과정에서 우수한 수학능력을 보여

주었다고 한다. 그래서 그는 수학에 대한 기초가 탄탄하게 다져져 있는 학생이었다. 하지만 정확하지 않은 풀이에 대해서 의문을 갖지 않고 ‘어쨌든 간에’, ‘같을 거라고 생각을 하고’라는 표현을 써가며 보조선이 큰 사각형의 각 변에 평행하다고 나름대로 가정하면서 문제를 풀고 있었다. 이 외에도 ‘너무 뻔하게 가운데 있는 도형이더라고요’ 등의 표현을 사용함으로써 시험에 나온 내용은 이전에 풀이한 문제들을 떠올리며 반복적인 문제 풀이를 통해 얻은 결과를 나름대로 일반화 하는 논리적 비약의 경향이 있음을 확인할 수 있었다.

IV. 결 론

본 연구에서는 중학생들이 수학과 평가결과를 어떻게 파지하는지를 탐구해 보고자 하였다. 이를 위해, 파지 형태에 영향을 미치는 가장 중요한 변인으로 측정시기, 문항 유형, 원시험 성적, 문제 특성 등을 결정하고 이와 관련된 조사를 진행하여 자료를 수집하였다. 이 과정을 통해, 다음을 확인하였다.

첫째, 원시험 성적에 따라 학생들의 파지 형태는 다르게 나타난다.

전체적으로 시간이 경과함에 따라 평가결과에 대한 파지율이 낮아지고 있지만 성적에 따라 파지율의 변화가 다르다. 즉, 성적이 낮은 학생들은 시간이 경과함에 따라 파지율이 급격하게 낮아지는 반면에 성적이 좋은 학생들은 비교적 오랜 시간이 지나도 높은 파지율을 보였다. 또한, 성적이 낮은 학생들은 ‘O→X’형 변화만큼이나 ‘X→O’형 변화율이 크게 나타난 반면 성적이 높은 학생들은 파지율도 높은 테다 ‘X→O’형의 변화율 또한 크게 나타났다. 이는 성적이 낮은 학생들은 각 문제와 관련된 개념을 이해한 바탕에서 문제를 풀기보다 특별한 정보 없이 답을 고르는 반면 성적이 높은 학생들은 문제의 구조나 해결과정에 포함된 원리들을 비교적 오랫동안 기억하며 시험이 끝난 후에도 자신이 틀린 문제를 다시 학습하여 자신의 잘못을 확인하고 있음을 보여주는 사례이다.

둘째, 평가 문항 유형은 학생들의 학업성취도를 평가하는데 큰 영향을 미친다.

두 번을 대상으로 원시험의 문항유형과 문항 유형을 변경한 평가도구로 각각 재시험을 실시하였을 때, 원시험과 동일한 문항 유형으로 시험을 치른 반은 일부 문제를 주관식으로 바꿔 재시험을 치른 반에 비해 파지율이 현저히 높게 나타났다. 객관식 문항의 시험에서는 각 문제에서 요구하는 개념의 이해나 풀이방법을 모른 채로 정답을 선택할 가능성이 상대적으로 높기 때문에 같은 점수를 획득한 학생들이라도 실제 수행능력에서는 큰 차이가 날 수 있다는 것이다.

셋째, 평가결과에 대한 피드백이 정답을 확인하는 정도에 그친다.

객관식 문항에 대한 파지율이 주관식 문항에 대한 파지율보다 현저히 높게 나타날 뿐만 아니라 ‘X→O’형의 변화율도 객관식 문항에서 현저히 높게 나타났다. 이는 학생들이 시험을 치른 후에 자신이 틀린 문제를 세밀하게 분석하지 않고 정답이 무엇인지를 확인하는 정도의 피드백을 받고 있음을 보여주는 것이다.

넷째, 양적으로 측정된 학생들의 평가 결과만으로 그들의 수학적 능력을 측정하는 것은 한계가 있을 수 있다.

동일한 점수를 획득한 두 학생을 대상으로 면담을 통해 그들의 풀이과정을 설명해 보게 했을 때 그들 사이의 문제 이해 수준에는 상당한 차이가 있었다. 그들 중 한 학생(학생A)은 서술형 풀이를 요구받은 거의 모든 문제의 해결과정에 심각한 오류를 내포하고 있었다. 특히, 문제해결과 관련된 아이디어가 수학적 근거를 갖지 못하거나 추측된 경우가 많았으며 기억하고 있는 비슷한 유형의 문제와 무리하게 결부시키려는 경향이 두드러지게 나타났다. 또한, 비교적 풀이과정을 잘 정리한 학생(학생B)도 문제를 정확히 이해한 후에 풀이를 시도하기보다 '이런 문제는 ~와 같이 풀어라'식의 형식에 의존하여 해결하려는 경향을 나타내었다. 이는 평가결과로 얻게 된 수치화된 점수가 그 학생의 수학적 성취정도를 파악하는 유일한 잣대가 될 수 없음을 의미한다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1999). 중학교 교육과정 해설(III). 서울: 고려출판
- 김은주 (2003). 수학과 평가에 대한 실태 조사 및 피드백이 수학과 학업 성취와 사회적 태도에 미치는 영향. 한국교원대학교 석사학위 논문
- 박미숙 (1999). 중학교 2학년용 수학 수행 평가문항 개발 및 적용에 관한 연구. 한국교원대학교 석사학위 논문
- 박배훈·류희찬·이대현 (2000). 수학교육에서 포트폴리오 평가방법에 관한 연구. 한국교원대학교 교수논총 16. pp.85~101
- 박종역 (2002). 수학과 절대평가에 대한 교사, 학생들의 의식 및 교육 효과 분석. 한국교원대학교 석사학위 논문
- 여성중·이봉주·이대현 (2000). 서술형 수행평가의 개념과 활용 방안. 수학교육 워크샵 2, pp.207-219
- 유현주 (2002). 수학적 힘의 신장을 위한 수행평가 과제개발 및 적용에 관한 연구. 학교수학 4, p.513-537
- 이종연 (2002). 고등학교 수학의 정의적 영역에 대한 수행평가 기준 개발. 학교수학 4, pp.193~204
- 장경윤·권오남·최명례 (1998). 중학교 수학평가 문항의 개발 및 그 활용 가능성의 탐색. 초중고의 평가도구개발연구 pp.187~262
- 정경화 (2004). 중학교에서 시행되고 있는 수학학습평가에 대한 교사의 인식 조사. 한국교원대학교 석사학위 논문
- 최승현·황혜정·신향균 (2002). 수학과 성취기준과 평가 기준 및 예시 평가도구개발 연구. 한국수학교육학회 시리즈 B <수학교육연구> 12, pp.145-162

최택영·송병근 (2001). 1990년대 우리나라 수학교육 연구 동향. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> 40, pp.77-92

NCTM(1995). *Assessment standards for school mathematics*, VA: NCTM

NCTM(2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, VA: Author.

Analysis of Middle School Students' Retention Types about Results of Evaluation in School Mathematics

Kim, Min-Ju

Graduate School of Education, Sunchon National University, Jeonnam, Korea

E-mail: minju01@hanmail.net

Kang, Yun Soo

Department of Mathematics Education, Sunchon National University, Jeonnam, Korea

E-mail: yskang@sunchon.ac.kr

This research is aimed to inquiry retention types of middle school students about results of evaluation in school mathematics. For this purpose, we selected evaluation time, problem types, evaluation score, evaluation factors as important factors which influence to students' retention types. Then we classified students' retention types about results of evaluation in school mathematics. From this results, we selected two students as participants, and collected data through depth interviews of them. In depth interviews, we focused on 'what is the core factor influenced to students' evaluation', 'how the core factors reappear in the future'. Through this process, we analyzed middle school students' retention types about results of evaluation in school mathematics.

* ZDM Classification : D63

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C40

* Key Words : assessment, retention of assessment results, analysis of assessment results