한국수학사학회지 제20권 제2호(2007년 5월), 1-18

南秉吉의 方程式論

서강대학교 수학과 홍성사
sshong@sogang.ac.kr

숙명여자대학교 수학과 홍영희
yhhong@sookmyung.ac.kr

19세기 朝鮮 算學者 李尙爀, 南秉吉은 九章算術, 數理精蘊 등을 연구한 후 宋, 元代의 수학을 구조적으로 연구하여 朝鮮 算學이 크게 발전하는 전기를 마련하였다.

이 논문에서는 南秉吉의 저서 輯古演段과 無異解를 조사하여 그의 方程式論을 연구한다. 南秉吉은 李尙爀과 공동 연구를 통하여 宋, 元代와 西洋 數學의 方程式論을 함께 구조적으로 정리하였다.

주제어 : 南秉吉, 李尙爀, 輯古演段, 無異解, 輯古算經, 益古演段, 測圓海鏡

0. 서론

朝鮮시대 전체에 걸쳐서 가장 뛰어난 수학자는 李尙爀(1810 ~?)과 南秉吉(1820 ~ 1869)이다. 그들은 算書를 가장 많이 출판한 학자이고, 또 그 산서들은 구조적이고 창의적인 내용을 포함하고 있기 때문이다.

우리는 이미 일련의 논문을 통하여 李尙爀의 수학적 업적을 조사하였다([13], [14]). 한편 羅士琳(Luo Shi Lin, 1774~1853)의 **四元玉鑑細艸**(Si yuan yu jian xi cao, 1835, [11])를 연구한 저서로 李尙爀의 **四元玉鑑**([6])과 南秉吉의 **玉鑑細艸詳解**(1855?, [2])를 조사하여 19세기 朝鮮에서 方程式에 대한 이론적 접근을 정리하였다([16]).

본 논문은 위의 연구의 계속으로, 南秉吉의 수학, 특히 그의 方程式에 관한 이론을 연구하는 것을 목적으로 한다. 李尙爀과 南秉吉은 중인과 양반의 신분적인 차이가 있음에도 자료의 공유와 공동 연구를 지속적으로 진행하여 훌륭한 업적을 이루어 내었다. 이들의 관계가 최초로 나타난 것은 南秉吉이 李尙爀의 **揆日考**(1850, [7])에 서문을 써 준 것이다. 이후에 이들의 모든 저서에 서로 도운 일을 적고 있어서, 李尙爀과 南秉吉의 업적은 모두 공동 작업의 결과로 이루어진 것으로 볼 수 있다. 따라서 이들에 대한 역사적 연구는 통합적으로 이루어져야 한다.

본 논문에서는 [16]에서 조사한 南秉吉의 저서에 대한 결과와 함께, 그의 **輯古演段**

(1854 ~1855?, [12])과 **無異解**(1855, [12])를 조사하여 南秉吉의 方程式論을 연구한다.

첫째 절에서는 南秉吉의 산학 연구의 발전 과정을 알아본다.
둘째 절과 셋째 절은 각각 南秉吉의 저서 **輯古演段**과 **無異解**를 조사하여 이들이 19세기 조선 산학에 미친 영향을 연구한다.

조선 산학에 관한 史料는 **韓國科學技術史資料大系 數學編**([12]), 중국 산학은 **中國科學技術典籍通彙**(Zhong guo ke xue ji shu dian ji tong hui) **數學卷**(Shu xue juan, [10])과 **中國歷代算學集成**(Zhong guo li dai suan xue ji cheng, [11])을 사용한다.
朝鮮과 中國의 算書로 참고문헌의 번호가 없는 경우 이들에 들어 있는 것을 뜻한다.

1. 南秉吉의 算學

南秉吉은 모두 7권의 산서를 남겼다. 이 중에 서문이 없는 것은 **玉鑑細艸詳解**와 **九章術解** 두 권인데, **九章術解**에는 저자가 간단한 拔을 달고 있다. 한편 출판 연대가 나타나 있지 않은 저서는 위의 두 산서와 **劉氏句股術要圖解**, **輯古演段**이 있다. 전자는 李尙爀이 句股術要를 구해 준 사실이 서문 - 往者*李君志叟*曾見 某家有*句股術要*云 故紹介得見乃寫本而編名*劉氏*焉 - 에 나타나 있어서 1850년 이후일 것으로 추정된다.
輯古演段은 저자의 서문에 출판된 햇수가 나타나 있지 않지만 李尙爀의 **借根方蒙求**(1854) - 及見此說甚惜 其有成書 而未刊而時 李君志叟*適有借根方蒙求之術* - 가 언급되므로 1854년경에 출판된 것이 틀림없다. 또 그의 저서 **無異解**(1855)에 **新法步天歌**(1862, [9])의 저자 李俊養의 拔이 들어 있는데 이 拔에 "又有中星新表及*輯古演段*等書"라 하여, 그는 **輯古演段**이 이미 출판된 것으로 언급하고 있어서 **輯古演段**의 출판 연도는 1854년과 1855년 사이가 된다.
한편 南秉吉은 **輯古演段**의 서문에 그가 이미 **九章算術**(Jiu zhang suan shu) - 余究研*九數*十年于玆矣 - 을 오랜 기간 동안 연구하였음을 나타내고 있다. **九章算術**을 체계적으로 연구하여 저술한 **九章術解**는 朝鮮의 **九章算術**에 관한 유일한 算書이다. 서문이 없어서 연대를 알 수 없지만 적어도 **輯古演段**이 출판되기 이전에 출판된 것으로 추정된다. 이와 함께 **劉氏句股術要圖解**도 **輯古演段**보다 먼저 출판된 것으로 추정된다. 이들에서 **輯古演段** 이후에 그가 지속적으로 사용하고 있는 借根方比例나 天元術 혹은 四元術이 전혀 나타나지 않고 방정식의 표현을 實, 從, 廉, 隅를 사용하여 나타내고 있고, 또 다항식의 연산에 관한 해설이 생략되어 있기 때문이다. 劉徽(Liu Hui)의 **海島算經**(Hai dao suan jing)과 秦九韶(Qin Jiu Shao, 1202~1261)의 **數書九章**(Shu shu jiu zhang, 1247)을 연구하여 南秉吉이 저술한 **測量圖解**(1858)가 **輯古演段**보다 후에

출판되었지만, 借根方比例는 사용하지 않고 있다. 그러나 이는 뒤에 언급될 **數書九章** 때문인 것으로 보인다. 한편 **玉鑑細艸詳解**에서 그는 正負相當의 개념으로 方程式을 이해하였는데([16]), 이 개념은 **輯古演段**에는 나타나 있지 않고 **無異解**에는 나타난다. 따라서 **玉鑑細艸詳解**도 1855년경에 저술된 것으로 보인다. 천문학에 관한 저술이지만 수학과 관계가 깊고, 李尙爀이 서문을 쓰고 교정을 본 南秉吉의 **量度儀圖說**(1855, [3]), 또 南秉吉이 서문을 쓴 李尙爀의 **算術管見**(1855) 등을 보면, 이 두 사람의 공동 연구는 19세기 중엽에 가장 활발하게 진행되었음을 알 수 있다.

전술한 **揆日考**의 서문에서 南秉吉은 "**六藝之敎 數居其一 曆象之學是也**"라 하여 수학과 曆象을 동일시하고 있다. 그는 말년에 가서 "**數雖藝 法理微奧爲*儒門之首學 經世之實用* 故古之博雅君子 莫不硏究於此耳**"([8])와 같이 언급하여 수학 자체의 이론적 체계로 수학은 儒門之首學이고, 또 응용에 뛰어난 학문임을 주장하고 있다. 南秉吉은 金祖淳(1765 ~1832)의 외손자로 태어나, 1848년 翰林召試에 합격(憲宗實錄 14년)한 후 1850년에 修撰(哲宗實錄 2년)에 임명된다. 李尙爀은 1831년 式年試 陰陽科에 입격하고, 1832년(籌學入格案은 1832년, 籌學先生案 癸巳(1833년)仕)에 籌學 取才에 합격하였다. 그는 1850년경에는 雲科 正으로 觀象監에서 일하고 있었을 것으로 추정되는데, 이때 **揆日考**를 저술하고 이에 南秉吉이 서문을 쓰고 있다. 따라서 1850년경에 이들 두 사람의 주요 관심사는 천문학임을 알 수 있다. 이 때 그들은 천문학의 雜科와 취재시험의 과목인 **數理精蘊**(Shu li jing yun), **曆象考成**(Li xiang kao cheng)을 연구하였을 것이다([15], [18]). 이 결과는 李尙爀의 **借根方蒙求**로 나타난다.

輯古演段을 출판하기 이전에 南秉吉은 李尙爀과 함께 **九章算術**, 句股術 등 초보적이지만 동양 수학에서 가장 기본이 되는 수학을 모두 연구하였고, 이에 더하여 **數理精蘊**을 연구하여 이론과 algorithm 모두에 대한 철저한 준비가 이루어진 수학자로 발전할 수 있었다.

이 후에 그들은 **四元玉鑑細草**와 함께 **知不足齋叢書**(Zhi bu zu zhai cong shu)를 접하게 된다. 이는 **輯古演段**의 서문 - 近讀鮑氏知不足齋叢書 - 에 나타난다. 鮑氏는 鮑廷博(Bao Ting Bo, 1728 ~1814)으로, 이 총서에는 **孫子算經**(Sun Zi suan jing), **五曹算經**(Wu cau suan jing), **張丘建算經**(Zhang qiu jian suan jing), **輯古算經細艸**(Ji gu suan jing xi cao), **測圓海鏡細草**(Ce yuan hai jing xi cao), **益古演段**(Yi gu yan duan, 1259), **弧矢算術細草**(Hu shi suan shu xi cao) 등이 포함되어 있다. 宋 , 元代의 **楊輝算法**(Yang Hui suan fa, 1274~1275), **算學啓蒙**(Suan xue qi meng, 1299), **詳明算法**(Xiang ming suan fa) 등 초보적인 算書만 연구되던 조선에서, 李冶(Li Ye, 1192-1279)의 **測圓海鏡**(Ce yuan hai jing, 1248년 완성, 1282년 출판), 益古演段과 朱世傑(Zhu Shi Jie)의 **四元玉鑑**(Si yuan yu jian, 1303)이 南秉吉과 李尙爀에 의하여 연구되므로 19세기 朝鮮의 수학은 획기적으로 발전을 이루게 되어, 이 두 사람의 관심이 천문학에서 수학으로 옮겨지면서 많은 산서를 출판하게 되었다. 최종적으로 南秉吉은 **算學正義**(1867, 李尙爀 校正), 李尙爀은 **翼算**(1868)을 출판하는데, 이는 조선 산

학에서 가장 훌륭한 업적이다. 南秉吉은 그의 마지막 해인 1869년 3월 하순에 趙羲純의 저서 **算學拾遺**에 서문을 남겼다. 그는 唐, 宋代에 이루어진 중국 수학이 明代에 제대로 전해지지 못하고, 이어 隆慶(1567 ~1572), 萬曆(1573 ~1619) 시대에 서양 수학이 들어와 크게 떨치고 세상의 이목을 일신 - 如線隆萬之際 西人幾何之術大鳴于世耳目一新 - 하였다고 한 후 아래와 같이 적고 있다.

> 子時厥後 王曉庵 梅勿庵 江愼修 焦里堂 諸賢 或專門用工 或治經傍通
> 李尙之 宋勉之 羅茗香 易蓉湖相繼辯析 而阮芸臺以經術文章發揮
> 而暢明之筭家奧旨似無餘蘊

이 후에 저자 趙羲純과 **算學拾遺**에 대한 언급을 한 후 다음과 같이 적고 있다.

> 余嘗有輯古演段 測量圖解 算學正義 等諸書之述 又取劉氏句股術要
> 洪氏 九一集 李生 算學管見及翼算 印而布之 其於象數雖無獨得之見
> 亦可爲學之勤而好之篤矣

王曉庵은 **圖解**(Tu xie)의 저자인 천문학자 王錫闡(Wang Xi Chan, 1628 ~1682), 梅勿庵은 천문학, 수학에 관한 저서 60권을 저술한 梅文鼎(Mei Wen Ding, 1633 ~1721)이다. 江愼修는 **翼梅**(Yi mei, 1741)의 저자인 江永(Jang yong, 1681 ~1762), 焦里堂은 里堂學算記(Li tang sue suan ji)의 저자인 焦循(Jiao Xun, 1801년 擧人)이고, 李尙之는 **益古演段**, **測圓海鏡**에 注를 달고, 또 **天元句股細草**(Tian yuan gou gu xi cao, 1806), **開方說**(Kai fang shuo, 1819), **弧矢算術細草**를 저술한 李銳(Li Rui, 1768 ~1817)이다. 宋勉之는 **數書九章札記**(Shu shu jiu zhang zha ji, 1842)의 저자인 宋景昌(Song Jing Chang)이며, 羅茗香은 **四元玉鑑細艸**의 저자인 羅士琳이고 阮芸臺는 **疇人傳**(Chou ren chuan)의 저자인 阮元(Yuan Yuan, 1764 ~1849)이다. 이들 명단에 **測量圖解**에 李尙爀이 쓴 서문에 나타나는 戴震(Zai Zhen, 1723 ~1777)이 빠져 있다. **九章算術**에 대한 校勘과 원문에는 언급되어 있지만 실전된 그림들을 추가한 戴震의 **九章補圖**(Jiu zhang bu tu)는 **九章算術**에 관한 매우 중요한 업적이고 조선의 산학자들도 이를 통하여 圖解에 대한 연구가 이루어 졌을 것이다. 이외에 그의 **句股割圓記**(Gou gu ge yuan ji)는 **測量圖解**의 서문에 인용되고 있다. 이는 南秉吉이 明末부터 淸代의 뛰어난 대표적 수학자들을 모두 연구하고 있었음을 나타내고 있다.

위에 언급된 여러 학자들 중에 특히 李尙爀과 南秉吉의 산학과 천문학에 많은 영향을 끼친 사람은 梅文鼎이다. 특히 그의 **方正論**(Fang zheng lun, 1674)과 **少廣拾遺**(Shao guang shi yi, 1692)를 집중적으로 연구하였다([8]).

梅文鼎은 그의 저서 **中西算學通序**(Zhong xi suan xue tong xu)에서 다음과 같이

주장하고 있다([10]).

數學者徵之於實 實則不易 不易則庸 庸則中 中則放之四海九州而準

이 저서를 그들이 본 증거는 없지만 南秉吉이 수학을 "儒門之首學 經世之實用"으로 인정한 것과 일맥상통한다. 또 南秉吉과 李尙爀이 연구하였을 가능성은 매우 큰 梅文鼎의 **塹堵測量**(Qian du ce liang)에서 다음과 같이 언급하고 있다([10]).

數者所以合理也 曆者所以順天也 法有可採何論東西 理所當明何分新舊

南秉吉은 **劉氏句股術要圖解**의 서문에서 近代華儒諸集 *以數理爲格致之先務多*所闡揚으로 언급하고 있다.

이에 더하여 **方正論**의 다음 문장은 **數理精蘊**에 스며들어 있는데, 南秉吉과 李尙爀은 이들을 통하여 수학을 이론적으로 연구하였다. 따라서 그들의 수학에 관한 저술이 그 이전의 算書와 질적으로 구별되고 조선 산학의 근대화를 이루는 계기가 되었다.

算學書 ***有例無論*** **則** ***不知作法根源*** ***一再傳而多誤*** **蓋由於差本書欲明** ***算理***
故 ***論多於例*** **每卷之首 皆有** ***總論*** **以爲之提綱 然後擧例以實其說 則假如也**
以例中或有疑似之端 仍各有說以反覆申明之

또 엄격한 정의가 수학적 사고에서 가장 중요하다는 사실을 **方正論** 一에서 다음과 같이 강조하고 있다.

名不正則言不順 **諸本方正 皆以二色三色四色等分款立法 而不分和較**
宜其端緖糾紛而說之滋謬也 故 ***先正其名***

이와 같은 서술 방법은 南秉吉의 **算學正義**와 李尙爀의 **翼算**에 잘 나타나 있다. 이들 두 사람은 明代에 잊혀진 宋, 元代의 수학을 그대로 유지하면서 한편으로 중국에 들어온 서양 수학의 방법을 연구하여 "今有" 形態의 산학에서 벗어나 이론적인 기초위에 수학을 연구할 수 있었다.

특히 전술한 대로 南秉吉은 **九章算術**, **數理精蘊**을 이미 연구한 토대위에 중국 수학사에서 가장 뛰어난 宋, 元代의 秦九韶, 楊輝, 朱世傑, 李冶를 연구하므로 그는 李尙爀과 함께 가장 위대한 조선의 산학자의 자리를 차지할 수 있게 되었다. 한편, 중국의 산학뿐 아니라 李尙爀의 **算術管見**, **翼算**을 언급하면서, 19세기 이전에 朝鮮에서 출판된 算書로 가장 뛰어난 洪正夏(1684 ~?)의 **九一集**도 함께 연구하여, 朝鮮 算學에 대한 관심을 보이고 있다.

이어서 그는 아래와 같이 서술하고 있다.

近得此書 而讀之莫逆于心函剞劂 蓋古算明於正負 西法長於比例

而我東寥寥之餘 能解唐顧之所未解 能發李宋之所未發 數固無窮而才固難量也

將見東方之學者永有標準 拔茅彙進 無愧於中國 豈不重可幸歟

물론 此書는 趙羲純의 **算學拾遺**를 뜻하고, 古算은 전통적인 중국 算學을 뜻한다. 중국 산학은 正負에서 앞서 있고 西法은 서양에서 들어온 수학을 뜻한다. 이 경우에 正負는 방정식의 풀이까지 포함한다. **數理精蘊** 등에 포함되어 있는 開放術과 비교하면 增乘開方法은 월등히 훌륭한 algorithm이다. **數理精蘊**에 들어 있는 다항방정식 $p(x)=a_0$ ($p(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x$, a_0은 양수)의 풀이를 간단히 설명하면 다음과 같다. 먼저 初商 α를 추정한 후 次商을 구하기 위하여 $a_0-p(\alpha)$를 계산하여 이를 次商을 위한 實이라 하고 $p'(\alpha)$ ($p'(x)$는 $p(x)$의 도함수)를 次商을 위한 法이라 하여 $p'(\alpha)y=a_0-p(\alpha)$에서 해의 근사값 β를 추정한 후 $p(\alpha+\beta)$를 계산하고 위의 방법을 되풀이하여 다음 商을 구한다. 이에 비하여 增乘開方法은 다항식 $p(x)-a_0$에 組立除法을 기계적으로 되풀이 사용하여 次商을 위한 방정식을 구한 다음 자리수가 적어진 β만 사용하여 다음 商을 구하므로 계산도 줄일 수 있다. 물론 次商과 그 다음 商을 위한 방정식의 모든 계수를 구하는 일은 번거롭지만, 그 다음 商의 경우 β만 사용하여 계수를 구한다. 우리는 $p'(x)=na_nx^{n-1}+(n-1)a_{n-1}x^{n-2}+\cdots+2a_2x+a_1$을 익숙하게 사용하고 있지만, **數理精蘊**의 방법은 이를 이용하여 $p'(\alpha+\beta)$와 $p(\alpha+\beta)$를 계산하기만 하면 되지만, $\alpha+\beta$와 β의 자리수를 생각하면 이 계산도 매우 번거로운 것이다. 더욱이 增乘開方法은 **九章算術**의 제곱근, 세제곱근을 구하는 방법에서 유추된 것으로 이는 정사각형, 정육면체를 이용하여 간단히 설명되는 것에 비하여([1], [19]), **數理精蘊**의 방법은 도함수의 개념을 사용하지 않고는 이해하기 어려운 것이다. 따라서 방정식의 해법에 관한 한 중국 수학이 매우 앞서 있음을 쉽게 알 수 있다. 이를 南秉吉은 적시하고 있다. 더 나아가 梅文鼎의 손자인 梅瑴成(Mei Ke Cheng, 1681~1763)이 그의 저서 **赤水遺珍**(Chi shui yi zhen)의 서문에서 **測圓海鏡**을 제대로 이해하지 못한 **句股等六論**(Gou gu deng liu lun)의 저자인 唐順之(Tang Shun Zhi, 號 荊川, 1507~1560)와 **測圓海鏡分類釋術**(Ce yuan hai jing fen lei shi shu, 1550), **弧矢算術**(Hu shi suan shu, 1552) 등의 저자인 顧應祥(Gu Ying Xiang, 號 箬溪道人, 1483 ~1565) 때문에 天元術이 제대로 전달되지 못하게 되었다고 공격하고, 서양 수학으로 들어온 借根方比例는 天元術과 같은 것임을 주장하였다([8]). 따라서 明代에 중국의 方程式論이 퇴보하는 과정을 거치는데 반하여, 朝鮮에서는 天元術과 增乘開方法을 계속하여 사용하므로 朝鮮의 方程式論은 제대로 발전할 수 있었고, 또 다음 절에서 논할 李鋭와 宋景昌이 제대로 밝혀내지 못한 이론을 南秉吉 자신이 제대로 밝혀내었다는 사실

모두 헤아릴 수 없지만, 趙羲純과 같은 수학자가 계속 나타나서 후진이 따라 발전할 수 있어서, 중국 수학에 부끄럽지 않게 되기를 기대하고 있다. 그의 마지막 해에 조선 산학에 대한 그의 태도를 볼 수 있는 중요한 자료이다. 그러나 불행하게도 그가 타계한 후에 조선의 산학은 더 이상의 발전을 이루지 못하고 20세기를 맞게 되었다. 李尙爀, 南秉吉, 南秉哲(1817 ~1863) 세 학자가 19세기에 이룬 업적은 한국수학사에서 가장 뛰어난 것으로 이는 南秉吉의 수학에 대한 깊은 이해와 많은 자료 수집과 걸출한 수학자인 李尙爀과의 공동연구를 통하여 이루어진 것이다.

2. 輯古演段

전술한 대로 南秉吉은 1797년에 李銳가 쓴 **益古演段**의 拔에서 85字를 **輯古演段**의 서문에 인용하였다. 이 인용문에서 唐 王孝通(Wang Xiao Tong)의 **輯古算經**(Ji gu suan jing)은 매우 어려운 책이지만, 天元術을 사용하면 쉽게 해결할 수 있다고 하였다. **輯古算經**은 모두 20 문제로 이루어져 있는데 제1문은 간단한 계산으로 해결되는 것이지만 그 나머지 19 문제는 모두 2차 이상의 방정식들이다. 특히 제2문부터 제14문까지는 입체 도형의 부피에 관한 문제로 **九章算術**의 商功장의 내용을 이해하여야 해결할 수 있는 문제들이고, 또 방정식의 해법은 **九章算術**의 少廣장에 들어 있는 開方法을 이해하여야 하는 것들이다. 전술한 대로 **輯古算經**은 天元術이 도입되기 전인 唐代 7세기경에 저술된 산서이므로 다항식의 연산에 익숙하지 않은 채 방정식을 구성하고 이를 實, 方法, 廉法, 隅 등을 사용하여 나타내고, 또 그 계수들이 구성되는 과정을 이해하기가 매우 어렵게 되어 있다. 전술한 李銳의 拔은 **益古演段**에서 사용한 天元術과 이를 설명하기 위한 演段法을 **輯古算經**에 적용할 수 있는 가능성을 언급한 것이다.

演段法은 중국 산학에서 오랫동안 사용된 방법이다. 실제로 **周髀算經**(Zhou bi suan jing)에서 句股術의 증명으로 여러 그림을 사용하였다. 한편 대수적 이론을 도해를 통하여 설명한 것은 **九章算術**에서 비롯되었다. 少廣의 제12 ~16문이 제곱근을 구하는 문제이다. 이를 설명하는 開方에서 도형을 사용하고 있는데 이에 대한 설명만 있고 그림은 실전되었고, 또 제19 ~22문이 세제곱근을 구하는 문제로 이를 설명하는 開立方에서 마찬가지로 그림이 실전된 설명만 들어 있다. 실전된 그림을 보충한 것이 전술한 戴震의 **補圖**이다. 실제로 그의 **補圖**는 제곱근의 次商뿐 아니라 그 다음 商까지 구하는 그림을 넣어서 增乘開方法을 설명하고 있다. 戴震의 **九章算術**은 李潢(? ~1811)에 의하여 완벽할 정도로 확장되어 **九章算術細草圖說**과 **海島算經細草圖說**로 그의 사후 1820년에 출판되었다. 이와 같이 기하적 도형을 통하여 다항식의 연산과 방정식의 구성을 나타낸 산서로 역사적으로 큰 의미가 있는 것이 **輯古算經**이다.

왜냐하면 **九章算術**에서 일반 2차방정식, 즉 1차항(從法)이 들어 있는 2차방정식은 句股장의 제20문 한 문제밖에 들어 있지 않고 물론 이를 實, 從法을 사용하여 방정식을 나타내었다. 한편 제곱근, 세제곱근을 구하는 과정에서 次商을 구하는 문제는 일반 2차, 3차방정식에 해당되지만, 이는 해를 구하는 과정만 있고 방정식으로 보지는 않았다. 그러나 **輯古算經**은 제1문을 제외하고 모두 2차 이상의 방정식이다. 실제로 3차방정식이 주를 이루는데 제2 ~14문은 여러 종류의 입체도형의 부피를 계산하는 과정에서 얻어지는 방정식들로 天元術과 같은 다항식의 연산을 사용하지 않고 이들을 구할 수 있었다는 것은 매우 놀라운 일이다. 제15 ~20문은 句股, 즉 직각삼각형에서 조건을 주고 변을 구하는 문제들로 4차방정식도 들어 있지만, $x^4+px^2=q$ 형태이므로 **輯古算經**에서는 2차방정식 형태로 해결하였다. 이들 모두를 기하적인 도형을 이용하여 實, 方法, 廉法을 구하고 있다. 방정식의 풀이에 대한 언급은 없고 다만 "從開立方除之"라 한 후 해를 적어 놓았다. 이와 같이 기하적인 도형을 이용한 다항식의 계산과 이를 통하여 방정식과 해를 구한 것은 **楊輝算法**의 **田畝比類乘除捷法**(Tian mu bi lei cheng chu jie fa, 1275)에도 들어 있다. 天元術을 사용하고 있으면서도 같은 방법으로 이를 확인 한 것이 **益古演段**이다. 또 朱世傑은 四元自乘演段之圖, 五和自乘演段之圖, 五較自乘演段之圖를 **四元玉鑑**의 머리에 넣어서

$$(x+y+z+u)^2=x^2+y^2+z^2+u^2+2xy+2xz+2xu+2yz+2yu+2zu$$

를 밝히고, 마찬가지로 직각삼각형에서 句, 股, 弦을 각각 x, y, z으로 나타내면, 五和, 즉 弦和和, 股弦和, 句弦和, 句股和, 弦較和인 $z+(x+y), y+z, x+z, x+y, z+(y-x)$의 합, 즉 5개 항의 합의 제곱을 나타내고, 五較, 즉 弦較較, 弦和較, 句弦較, 股弦較, 句股較인 $z-(y-x), (x+y)-z, z-x, z-y, y-x$의 합의 제곱을 나타내었다. 실제로 五和, 五較自乘演段之圖는 같은 형태로 중복된 것이다. 이는 四元術을 사용한 간단한 다항식 $x+y+z+u$의 제곱을 도형을 가지고 이해시킨 후에 일반 연산을 정의하려 한 것을 보이고 있다. 이와 같이 다항식의 연산을 그림을 통하여 나타내는 것은 梅文鼎의 **少廣拾遺**를 비롯하여 **數理精蘊**에 나타나고 이는 **數理精蘊補解**([18])에 그대로 사용되었다.

그러나 南秉吉은 **輯古演段**에서 **益古演段**을 언급하고 있지만 실제로 이와 같은 다항식의 연산을 설명하기 위한 방법은 전혀 사용하지 않고 있다. 전술한 대로 借根方比例에서 사용한 다항식의 연산을 통하여 방정식을 구성하였다. 이때 **九章算術**에서 얻어진 입체의 부피에 대한 결과를 사용한다. 문제에서 얻어진 부피가 **九章算術**에서 사용한 방법인 기본 도형, 즉 直六面體, 塹堵, 陽馬, 鼈臑 등으로 분해하여 그 부피의 합을 구한 것과 일치하는 것을 條段解라 하고 있다. 이는 南秉吉이 **益古演段**에서 사용한 이론을 제대로 이해하지 못하고 있음을 나타내는 것이다. 나아가, 南秉吉이 같은 **知不足齋叢書**에 들어 있는 張敦仁(Zhang Dun Ren)의 **輯古算經細草**(1801)를 전혀 언급하지 않고 있는 것은 매우 이상한 일이다. 왜냐하면 張敦仁은 南秉吉의 借根方比例

대신에 天元術을 사용하여 **輯古算經**의 문제를 풀었기 때문이다. 南秉吉은 그의 서문에서 "蓋借根方卽天元一法也"라 하여 이들 두 방법이 완전히 일치하는 것을 알고 있고, 또 借根方比例, 즉 **數理精蘊**에 들어 있는 方程式의 표현은 虛積, 즉 미지수를 根이라 하여 문제의 조건을 만족하는 다항식 부분과 眞積이 相等인 것을 구하고 다항식 부분에 상수항이 있는 경우 이를 소거하여, 즉 전술한 $p(x)=a_0$ ($x|p(x)$) 형태의 방정식과 天元術에서 이를 $p(x)-a_0=0$의 형태로 변환하여 방정식을 풀어내는 차이까지 자세히 이해하고 있었다. 실제로 李冶의 **益古演段**에서 항상 虛積을 寄左, 즉 左式으로 두고 眞積을 左式과 相消하여 방정식을 구하여 풀고 있다. 이는 일반적으로 天元術에서 항상 사용하고 있는 방법이다. 이를 "**李氏原書相消如積 雖未識廬山之面 各加相等 亦可爲閉門之轍矣**"로 그는 서문에서 언급하고 있다. 또, 李銳는 張敦仁의 **細草**에 算校를 하고, 또 拔을 달았다. 특히 張敦仁은 **輯古演段**의 마지막 세 문제에 脫字가 들어 있는데 이들을 보충하여, 특별히 검은 바탕에 흰 글자로 나타내었다. 南秉吉은 이 脫字를 언급하고, 또 李尙爀으로 하여금 이들을 메워 넣게 하였는데 張敦仁의 것과 두 문제에서 전혀 다른 숫자로 메워 놓고 있다. 따라서 우리가 참고하고 있는 **細草**를 南秉吉과 李尙爀이 함께 연구하였을 것으로 추정된다. 아래에 이들 두 사람의 방법을 비교하겠지만, 張敦仁을 배제하고 **益古演段**만 언급한 것은 이해할 수 없다. **輯古演段**에 대한 注를 단 책은 李潢(Li Huang)의 **輯古算經考注**(Ji gu suan jing kao zhu, 1832)가 있는데 이 책이 조선에 들어온 흔적은 찾을 수 없다.

輯古算經에서 취급한 도형은 전술한 九章의 기본 도형과, 仰觀臺(=**九章算術**의 芻童)와 이의 특별한 경우인 亭倉, **九章算術**의 羨除의 특수한 경우인 羨道(=龍尾隄=滑), 隄, 芻甍, 圓囤, 圓窖 등이다. 이들을 간단히 설명하면 아래와 같다([1], [19]).

塹堵는 삼각기둥, 陽馬는 밑면이 직사각형이고, 한 모서리가 밑면과 수직인 오면체이고, 鼈臑는 陽馬의 밑면을 대각선으로 잘라서 꼭지점을 이어 생기는 사면체로 수직인 한 모서리가 그대로 사용되는 것이다. 芻童은 밑면과 윗면이 모두 직사각형이고 이들 변들은 평행이고 대각선의 교점을 이으면 밑면과 수직이 되는 뿔대이다. 亭倉은 아래 윗면이 모두 정사각형인 芻童이다. 羨道는 앞면이 사다리꼴이고 뒷면이 선분으로 이루어지고, 앞면과 윗면이 수직인 오면체로, 앞면의 사다리꼴의 밑변과 뒷면의 선분의 길이가 같은 것이다. 이들의 길이가 다른 오면체를 九章에서 羨除라 한다. 따라서 羨道는 중앙 부분이 塹堵이고 양 옆 부분이 鼈臑로 이루어진 입체이다. 滑은 羨道, 즉 龍尾隄를 뒤집어 놓은 것이다. 隄는 밑면과 윗면이 모두 사다리꼴로 이루어진 육면체이다. 芻甍은 밑면이 직사각형이고 윗면이 선분으로 이루어진 오면체이고, 圓囤은 원뿔대이고, 圓窖는 원기둥을 포함하는 원뿔대이다. 이들의 변들의 길이를 나타내는 방법으로 사각형의 경우 廣(=東西의 길이)과 袤(=南北의 길이)를 사용하는데 일반으로 袤가 廣보다 큰 것으로 가정한다. 밑면과 윗면을 구별하는 것으로 上廣, 下廣, 上袤, 下袤를 사용한다.

袤, 下袤를 사용한다.

앞으로 輯古算經의 문항 번호($=k$) 대신에 輯古演段의 문항 번호($=k-1$)를 사용하기로 하자.

제1문은 두 마을에서 동원된 사람들이 仰觀臺와 羨道를 차례로 건설하는 문제이다. 仰觀臺 문제를 통하여 輯古算經의 문제들의 구조를 알아보자. 동원된 사람들이 같은 양의 일을 하여 5일에 仰觀臺의 건설을 끝내고, 上, 下廣 ($=a$, b), 上, 下袤 ($=c$, d); 上廣, 上袤; 높이($=h$)와 上廣사이의 차이가 각각 주어지는 가정에서, 이들 a, b, c, d, h를 구하는 문제이다. 輯古算經은 윗면을 밑면으로 정사영을 내려 생기는 기둥, 즉 上袤(c), 下袤(d)를 변으로 가지는 사다리꼴을 밑면으로 하고 上廣(a)을 높이로 하는 기둥과 그 나머지 부분으로 나누는데 그 나머지 부분을 네 귀퉁이의 陽馬와 두 개의 塹堵로 나누어 이들의 부피를 계산하여 實, 方法, 廉法, 즉 상수항, 1차항, 2차항의 계수를 구하고 3차항의 계수가 1인 3차방정식을 구성한 것이다. 자세한 내용은 [5]를 참조한다. 이 경우 도형도 들어 있지 않고 다만 實, 方法, 廉法을 주어진 정보에서 얻어내는 과정만 들어 있기 때문에, 이를 이해하는 것은 거의 불가능한 것이다. 이를 南秉吉은 上廣을 借一根, 즉 $x=a$로 놓고 나머지 변과 높이를 주어진 정보를 이용하여 $b=x+2$, $c=x+3$, $d=x+7$, $h=x+11$을 구한 후 芻童의 부피를 나타내는 식 $\frac{h}{6}[(2c+d)a+(2d+c)b]$를 이용하여 虛積을 x에 관한 3차다항식으로 구한다. 물론 이 경우 6배를 하여 정수 계수를 가지게 한다. 두 마을에서 동원된 사람들이 5일에 일한 양의 6배를 계산하여 이를 實積이라 하고, 虛積 =實積, 즉

$6x^3+102x^2+430x+374=10,440$을 얻은 후 양변에서 374를 빼서

$6x^3+102x^2+430x=10,066$

을 풀어 上廣 7丈을 구하고, 그 나머지 변과 높이를 구하고 있다. 輯古演段의 풀이와 비교하면 당연히 앞서 있음을 알 수 있다. 張敦仁의 細草는 借一根 대신에 天元一로 하고 그 나머지는 완전히 일치하는 방법을 사용하고 있다. 다만 제1문에서 주어진 정보는 모두 丈으로 주어지고 다만 일하는 사람들의 하루 일의 양만 尺으로 주어져 있는데, 張敦仁은 丈을 모두 10尺으로 바꾸어 관계식을 얻어 계산이 복잡하게 되었다. 南秉吉은 두 마을의 사람들이 한 일의 양을 尺으로 계산한 후 1丈^3=1,000尺^{3}을 이용하여 위에 얻어낸 방정식을 구하였다. 張敦仁은 虛積, 實積 대신에 臺積이라 하고 借根方의 위에 주어진 相等을 가지고 방정식을 나타내는 대신에 천원술에서는 개방식, 즉

$6x^3+1,020x^2+4,300x-10,066,000=0$을 얻어 이를 반으로 나누어 방정식

$3x^3+510x^2+2,150x-5,033,000=0$을 풀어 70尺을 얻는다.

한편 南秉吉은 仰觀臺의 변과 높이를 구한 후 이를 이용하여 仰觀臺, 즉 芻童의 부피를 條段解로 구하였다. 輯古算經의 방법과 달리 윗면을 한 면으로 하는 직육면체와 그 나머지를 네 귀퉁이의 陽馬와 네 부분의 塹堵로 나누어 이들의 부피의 합을 구하

여 문제에서 계산한 부피 1,740($=\frac{10,440}{6}$)丈을 구하였다. 이어서 첫째 마을과 둘째 마을이 일한 부분의 廣, 袤, 높이를 구하는데 張敦仁과 **輯古算經**은 둘째 마을의 높이를 구하고 있는데 南秉吉은 첫째 마을 부분의 높이를 구하였다. 실제로 이들 두 마을이 차지하는 부분이 모두 芻童이므로 위와 같은 방법을 사용하여 구하는 수를 얻어낸다. 羨道 부분도 위와 같은 방법으로 풀어내고, 첫째 마을이 한 부분은 여전히 羨道이므로 같은 방법으로 구한다. 둘째 마을이 일한 부분은 隄가 되어 이의 부피를 條段解로 첨가하고 있다. 물론 隄를 기본 도형으로 나누어 계산하는 것은 중요하지만 이는 제2문에서 다시 취급되고 있는 것으로 이 부분은 전체 부피에서 첫째 마을이 이룬 부분인 羨道의 부피를 빼면 얻어지는데, 이를 계산하고 있다. 이후 제7문까지 차례로 隄, 龍尾隄, 穿河, 즉 下廣이 같은 隄, 瀆, 穿窖, 즉 芻童, 亭倉, 芻甍 등을 다루고 이들의 부피를 條段解로 구하였다. 한편 제8문부터 圓窖, 方倉, 즉 밑면이 정사각형인 기둥을 다룬다. 圓窖는 제9 ~11문에서는 원기둥을, 제12, 13문에서는 원뿔대를 나타내고 있다. 풀이법은 제1문과 같은 방법을 사용하고 있다. 다만 제4문에서 네 마을에서 일한 부분에 대한 것을 南秉吉은 첫째 마을만 구하고 나머지는 같은 방법을 사용하면 구할 수 있다고 하였는데 張敦仁은 모두 구하였고, 제9문부터는 條段解가 생략되어 있다.

제14 ~19문은 모두 직각삼각형에 관한 문제들이다. 직각삼각형의 句, 股, 弦을 각각 a, b, c라 하고 α, β를 주어진 수라고 하면 제14문부터 조건은 차례로 다음과 같다.

$ab=\alpha,\ a+\beta=c;$ $\quad ab=\alpha,\ c=b+\beta;$ $\quad ac=\alpha,\ c=b+\beta;$

$bc=\alpha,\ a=c-\beta;$ $\quad bc=\alpha,\ a=\beta;$ $\quad b=\alpha,\ ac=\beta$

句股術, 즉 $a^2+b^2=c^2$과 함께 3원 연립방정식이지만, 모두 借一根하여 제17문까지 3차방정식을 얻어 이를 푼다. 특히 제 17문은 주어진 조건에서 방정식 $x^4=-3,025x^2+487,146x$를 얻은 후 兩邊各降一位, 즉 x로 나누어 3차방정식으로 풀고, 마지막 두 문제는 4차방정식(=三乘方)인데 모두 $x^4+px^2=q$ 형태이다.

句股에 관한 문제의 해법에 대하여, 張敦仁의 **細草**와 南秉吉의 演段을 비교하자.

제14문과 제16문은 완전히 일치한다. 제15문은 주어진 조건에서 弦을 찾는 문제로 南秉吉은 借一根을 弦으로 놓고 문제를 풀지만, 張敦仁은 天元一을 股로 놓고 있다. 또 그는 小數를 포함하고 있는 숫자의 산대 표시에서 1자리 숫자 아래에 單자를 적어 놓아 자리수를 나타내었다. 전술한 대로 제17문부터 제19문에 들어 있는 脫字를 메워 넣는데, 마지막 문제는 두 사람이 같은 숫자로 채워 넣고 있는데, 제17, 18문은 각각

$$bc=4,428\frac{3}{5},\ a=c-55\ \left(bc=4,739\frac{3}{5},\ a=c-54\frac{2}{5}\right);$$

$$bc=\frac{3}{50},\ a=\frac{7}{100}\ \left(bc=726,\ a=7\frac{7}{10}\right)$$

으로 조건을 주고 있다. 괄호 속이 張敦仁의 것이다.

제17문은 股를 구하는 문제로 南秉吉은 借一根을 股로 놓고 전술한 방법으로 股를 구

하였는데, 張敦仁은 天元一을 句로 놓고 방정식을 구하였다. 제18문 역시 股를 구하는 문제로 南秉吉은 股를 借一根으로 놓고 4차방정식을 구하였는데 張敦仁은 股의 제곱을 天元一로 놓아 2차방정식을 풀어 해의 제곱근을 구하여 股를 구하고 있다. 제19문은 두 사람이 같은 문제를 풀고 있는데, 제18문과 같이 南秉吉은 4차방정식을, 張敦仁은 2차방정식을 얻어 그 해의 제곱근을 구하고 있다. 7세기 王孝通의 **緝古算經**의 연대로 보아 張敦仁의 접근이 적절할 것으로 생각된다. 왜냐하면 3차방정식 이하의 해법은 **九章算術**의 제곱근, 세제곱근을 구하는 방법 속에 들어 있고, 또 3차 이하의 다항식의 연산도 정사각형, 정육면체를 통하여 이해할 수 있는 반면에, 4차방정식의 해법과, 4차원 입체를 상정하여 三乘方, 즉 x^4을 설명하기에는 너무 이르기 때문이다. 또 **緝古算經** 마지막 脫字된 부분이 "除之所得 又開方"으로 되어 있는 것으로 보아 전술한 4차방정식 대신에 張敦仁과 같이 풀었을 것이다.

李尙爀의 **借根方蒙求**와 그의 도움으로 脫字를 메운 것을 서문에서 언급한 것으로 보아 **緝古算經**도 그와 함께 연구한 것이 틀림없다.

한편 제1 ~8문까지는 한 입체에서 여러 미지수를 가지는 문제이지만 이들 사이의 관계가 1차식으로 간단히 정리가 되는 것들이다. 제9 ~13문은 서로 다른 두 종류의 입체에 관한 문제들이고 句股에 관련된 문제는 전술한 대로 3원 연립방정식이다. 그러나 그의 **玉鑑細艸詳解**에서 四元術을 사용하여 문제를 쉽게 해결할 수 있음을 언급하고 있는데, 전혀 그 방법을 사용하지 않고 다만 借根方 方法만 사용하고 있다. 이로 미루어 1854년경에 南秉吉의 주요 관심사는 **數理精蘊**과 **曆象考成**에 한정되어 있었을 것으로 추정되고, **益古演段**에서 사용된 天元術과 演段法의 관계를 정확하게 이해하지 못한 것으로 추정된다.

실제로 **緝古演段**에 들어 있는 3차방정식은 두 가지 형태

$ax^3 + bx^2 + cx = d$ 와 $ax^3 - bx^2 + cx = d$ ($0 \leq b$, c; a, d는 양수)이다.

제1, 6, 7, 15문에 들어있는 방정식이 후자이고 그 나머지는 모두 전자 형태이다. **緝古算經**과 張敦仁의 **細草**는 모두 이들을 구별하지 않고, **算經**은 "從開立方除之", **細草**는 "開立方"으로 통일되어 있다. 그러나 南秉吉은 **數理精蘊** 下編 24권의 분류법에 따라 "縱較立方開之"와 "縱和立方開之"로 구분하고 있다. 즉 제6, 7문에 들어 있는 방정식을 縱和立方, 그 나머지 모든 문제를 縱較立方으로 분류하고, 제15문은 위의 두 문제에 들어 있는 방정식과 같은 형태이지만, "初商立方內減少廉餘爲多廉 廉方法皆爲多 故以縱較開之"라 하여 縱較立方이 되는 이유를 붙여 놓았다.

南秉吉과 李尙爀이 張敦仁의 **緝古算經細草**를 연구하였는지는 정확하지 않지만, 그들이 **數理精蘊**의 借根方比例와 **九章算術**에 들어 있는 입체의 부피에 대한 이론을 완전히 이해한 바탕위에 난해한 **緝古算經**을 완벽하게 정리한 것이 **緝古演段**이다. 이는 서양 수학을 통하여 들어온 이론적 접근에 바탕을 두고 동양에서 취급해 온 실제 문제를 해결한 것이므로, **緝古演段** 이전의 조선의 산서와 구별되어 조선 수학에 새로운 전기를 마련한 것으로 **緝古演段**을 이해하여야 한다.

3. 無異解

南秉吉이 李冶의 **益古演段**과 **測圓海鏡**을 연구하면서, 이들 책에 李銳가 天元術과 借根方을 비교하여 案을 달았는데 李銳가 제대로 생각하지 못하고 있음을 지적하여 저술한 책이 **無異解**이다.

13세기에 저술된 두 算書는 오랜 세월을 거치면서 여러 사람들이 교정을 보았다. 李銳는 **測圓海鏡**의 覆校를 마치고, 1797년 3월 19일 拔을 달고, **益古演段**은 算校를 마치고, 1797년 11월 22일에 拔을 달았다. 두 책 모두 李銳 이전에 교정된 사실이 나타나 있는데, 李銳는 자신의 교정을 "銳案"이라는 글을 적어 그 이전의 교정을 나타내는 "案"자와 구별하여 놓았다.

18세기 중국 수학은 朱世傑이 잊혀 진 시기로, 그의 **算學啓蒙**, **四元玉鑑**이 전혀 연구되지 않았다. 1820년대에 이들 중요한 산서가 재발견되어 연구가 이루어졌다. 실제로 李冶의 저서에 비하여 朱世傑의 저서가 뛰어나다. 2차 이하의 방정식만 취급하고, 전술한 대로 도형을 이용하여 다항식의 연산을 설명하려고 한 **益古演段**은 天元術에 관한 초기 저서로 볼 수 있다. **測圓海鏡**도 오직 직각삼각형과 그에 내접하는 원의 성질에서 방정식을 구성하고 있지만 天元術의 표현 방법도 통일되어 있지 않은 상태이다. 天元術은 이미 확립된 것으로 기술한 **算學啓蒙**과 이를 확장하여 四元術을 도입하고, 기하적인 사고가 들어 있지만 새로운 이론인 堆垛術을 이용한 방정식의 구성 등을 포함한 **四元玉鑑**은 방정식론에 관한 한 가장 뛰어난 산서이다. 南秉吉과 李尙爀은 羅士琳의 **四元玉鑑細草**와 조선에서 오랫동안 연구된 **算學啓蒙**과 함께 **數理精蘊**에 들어 있는 方程式論에 대한 연구가 끝난 상태에서([16], [18]), **無異解**를 저술하였다. 李冶의 方程式論과 借根方만 연구한 李銳와 비교하면, **無異解**의 논지를 쉽게 이해할 수 있다.

전술한 대로 **數理精蘊**의 방정식은 $p(x)=a_0$ ($x|p(x)$) 형태이고, 중국의 전통적 방정식은 $p(x)-a_0=0$ 형태이다. 이는 방정식의 풀이 방법과도 깊은 관련이 있다. 增乘開方法은 반드시 후자의 형태로 변형한 후에 적용할 수 있기 때문이다. 따라서 중국의 방정식은 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$가 같다는 조건을 주고, $f(x)=g(x)$를 구하여 相消하여 방정식 $h(x)=0$ 형태를 얻어내는 것이다. 이 때 다항식을 나타내고, 조건을 만족하는 다항식을 연산을 이용하여 구하는 과정이 천원술이다. 문제는 **數理精蘊**과 마찬가지로 $p(x)=a_0$ ($x|p(x)$) 형태의 방정식에 익숙한 학자들은 天元術에서 이를 $p(x)-a_0=0$이라는 개념으로 바꾸는 것, 즉 어떤 현상이 0과 같다는 것에 대하여 거부감을 가지고 있었다. **數理精蘊**의 모든 문제는 전자의 형태로 주어지고, 동양 수학에도 어떤 현상이 0과 같다는 것을 나타내지 못하고 있다. 따라서 다항식 $h(x)$와 방정식 $h(x)=0$을 구별하지 못하고 같은 기호를 사용하고 다만 후자의 경우에

"開方式"이라는 단어를 붙여 구별하는 정도이다. 더욱이, **益古演段**, **算學啓蒙** 등의 산서에서 $f(x)=g(x)$를 나타내지 못하고, 다만 먼저 구한 식을 "寄左", 후에 구한 식 혹은 숫자를 下式이라 한 후 "下式與寄左相消" 하여 방정식을 얻어낸다. 그러나 **測圓海鏡**은 "下式爲同數與左相消"라 하여 $f(x)=g(x)$에서 $h(x)=0$을 구하는 것을 나타내고 있다. 따라서 교정까지 본 李銳가 **測圓海鏡** 卷 二의 제14문의 銳案에서 **無異解**의 서문에 인용한 대로 "**(今歐羅巴所傳)借根方出於立天元術** ***其加減乘除之法竝同*** **惟此** ***相消法與借根方兩邊加減則有異***"라고 한 것은 이해할 수 없는 것이고 이를 南秉吉은 "**此說甚惑矣 盖立天元術則加減後** ***歸之一行 而正負相當 借根方法則加減後仍分兩邊 而 彼此相等*** **此特殊一行與兩邊也**"라 하여 전술한 것을 그대로 들어내고 一行($h(x)=0$, 즉 $h(x)$)과 兩邊($f(x)=g(x)$)이 같은 것은 당연한데, 이를 다르다고 주장하는 것은 잘못 되었음을 지적하고 있다. 특히 이 문장에서 **四元玉鑑細草**에 들어 있는 正負相當으로 방정식을 이해하고 있는 것을 나타내고 있으므로([16]), **玉鑑細艸詳解** 이후에 **無異解**를 저술한 것을 들어내고 있다.

李銳가 그의 주장을 펼친 **益古演段**과 **測圓海鏡**에 들어 있는 문항들을 택하여, 南秉吉은 이를 "愚案"이라는 단어로 시작하여 그의 논지를 주장하고, 그리고 나서 해당 문항을 天元術 대신에 借根方을 사용하여 문제를 풀어 놓은 것이 **無異解**이다.
따라서 **無異解**에는 전술한 "案", "銳案" 그리고 "愚案" 등 세 案이 들어 있다.

우리는 **無異解**의 문항들도 차례로 번호를 붙여서 조사한다. **益古演段**과 **測圓海鏡**에 들어 있는 문장들은 가능한 대로 생략하고 원문을 참조하기로 한다([10], [11]).

제1문은 **益古演段**의 제1문이다. 案과 銳案은 각각 다항식을 천원술로 나타내는 방법에 대하여 언급하고 있다. 案에서 "太"를 "眞數"와 같다고 한 것으로 보아 이 案을 쓴 학자도 **數理精蘊**의 借根方에 더 익숙한 사람임을 알 수 있다. 한편 銳案에서는 "眞積曰太極旁記太字 虛數曰天元旁記元字"라 하여 상수항과 일차항을 각각 太極, 虛數로 이해하고 있다. 愚案은 借根方法에 따라 "太卽眞數也 元卽根也 自乘冪卽平方也"라 하여 **數理精蘊**을 그대로 인용하고 있다. 전술한 대로 **益古演段**은 최고차 항이 2차항이므로 平方까지만 언급하고 있다. 虛積을 구하여 寄左한 후 眞積을 구한 후 "與左相消"에 이어 "凡言相消者皆兩邊加減一數也"로 案에 相消를 정의하고 있다. 물론 이 경우 "一數"는 한 식을 뜻한다. 이에 대하여 銳案 "**此案非也 蓋西人借根方卽古立天元一 而借根方兩邊加減與立天元一相消 其法逈殊加減法 如案所云若相消法則但以寄左數減後數或以後數減寄左數 故曰相消也**"가 들어 있고, 이 문장 다음에 "說詳見余所校 **測圓海鏡**中"이 있는데, 이 부분은 **無異解**에 생략되어 있다. 이는 **測圓海鏡** 卷 二의 제14문을 뜻한다. 이 案에서 서문에서 인용한 문장에 이어, "**蓋相消止用減 兩邊加減法則兼用加二法**"이라 하고 있다. 즉 相消는 오직 뺄셈만 사용하지만 加減法은 덧셈도 함께 사용한다고 주장한다. 다시 **無異解**로 돌아와 "**愚案兩邊加減與相消法本無二 致特語有詳畧耳說詳見下**"로 이어진다. 이어서 銳案이 서로 다르다는 것을 주장하고 이에 대하여 愚案은 그렇지 않다고 주장한다. 이에 대한 기본적인 설명은 위에서 언급한 것과 같다. 李

銳가 등식 $A=B$로부터 등식 $A+C=B+C$, $A-C=B-C$가 얻어지는 것을 借根方의 加減法으로 생각하고 있지 않다는 것으로 설명하여야 한다. 앞에서 설명한 대로 借根方의 방정식은 반드시 $p(x)=a_0$ ($x|p(x)$, a_0은 양수) 형태이어야 하는데 만일 $p(x)$에 상수항이 들어 있는 경우 이를 이항하여 위의 형태를 구하는 것을 加減法으로 이해하여 생기는 오해인 것이다. 즉 $p(x)$의 상수항의 부호에 따라 이항하는 과정은 덧셈과 뺄셈으로 나누어지기 때문이다. 그러나 상수항이 음수인 경우에 양변에 그 절대값을 더하는 것으로 이항을 이해하고 있는데, 이는 $-(-b)=b$ (b는 양수)로 보면 여전히 뺄셈인 것이다. 이와 같은 방법은 **數理精蘊**은 물론이고, 南秉吉 자신도 **緝古演段**과 **無異解**에서 계속 사용하고 있다. 따라서 李銳는 좁은 의미에서 借根方의 加減法을 뜻하는데 반하여 相消는 한 변을 이항하여 방정식 $h(x)=0$ 형태를 얻는 것을 뜻하기 때문에 엄격한 의미에서 서로 다르다고 할 수도 있는 것이다. 또 $h(x)=0$과 $-h(x)=0$은 동치이므로 左數 =後數에서 左數 − 後數와 後數 −左數는 天元術의 방정식으로 보아 동치이므로 문제가 전혀 없지만, 借根方의 방정식 $p(x)=a_0$에서 a_0을 양수로 정하면 $p(x)$의 계수는 일의적으로 정해진다. 따라서 李銳의 案을 좁은 의미에서 가감법으로 이해하면 된다. 물론 南秉吉의 이론이 李銳의 이론보다 앞서는 것은 틀림없고 이를 “正負相當”과 “彼此相等”을 통하여 제대로 기술하고 있다. 전술한 대로 南秉吉은 朱世傑을 완전히 읽은 상태이기 때문에 李銳와 비교가 되지 않고, 마지막에 **益古演段**의 문제를 借根方을 써서 풀어 놓았는데, 李尙爀의 借根方蒙求와 마찬가지로 **數理精蘊**의 等號를 사용하지 않고 있다.

제2문은 **益古演段**의 제7문이다. 이 경우 구한 등식은 $11x^2-28x-196=16,284$에서 相消에 의하여 얻어진 상수항은 兩邊의 상수항의 합이 되는 것으로 相消도 덧셈을 사용하는 것으로 **測圓海鏡**에서 주장한 “兼用加二法”이 相消에도 적용된다고 愚案을 달고 “**雖無銳案 有足以發明 無二之證 故引而下之耳**”라 하였는데 정확한 설명은 아니다. 왜냐하면 전술한 대로 여전히 뺄셈이기 때문이다.

앞으로는 相消와 加減法에 대한 논의는 무의미하므로 더 이상 그들의 논의에 대하여 언급하지 않겠다.

제3문은 **益古演段**의 제11문에 들어 있는 又問이다. 天元術과 借根方의 표현 방법에 대한 논의, 즉 正, 負와 多, 少에 대한 것이다. 이 문제는 정사각형의 한 변을 구하는 문제인데 정사각형의 대각선의 길이가 문제에서 유용하게 사용되기 때문에 대각선을 天元一($=x$)로 놓고 $\sqrt{2}=\frac{7}{5}$, 즉 方五斜七로 하여 정사각형의 한 변의 길이를 $\frac{5}{7}x$로 보아 정사각형의 넓이를 $\frac{x^2}{1.96}$으로 계산하고 있다. 句股術을 바로 쓰면 정사각형의 넓이는 $\frac{x^2}{2}$으로 되어 방정식이 훨씬 간단하게 되는데 이를 복잡하게 사용

하였다. 南秉吉은 그의 借根方 풀이에서 5:7대신에 10:14를 사용하고 있다.

제4문은 益古演段의 제40문이다. 이 문제에서 방정식 $x^2+bx+ac=0$의 해가 α 이기 위한 필요충분조건은 $\frac{\alpha}{a}$가 $ax^2+bx+c=0$의 해가 된다는 사실을 連枝同體術 卽通分開方得數 而後約之者라 하고, 이를 써서 문제를 풀고 있다.

제5문은 測圓海鏡 卷 二 제14문이다. 전술한 대로 天元術에 대한 해설을 가장 많이 포함하고 있는 문항이다. 天元術에 의한 다항식 표기 방법과 이에 따르는 多項式의 연산에 대하여 해설하고 있다. 相消에 대한 銳案이 다음과 같이 들어 있다. "相消卽相減 方程所謂直除是也 可以又數減寄左數 亦可以寄左數減又數 故曰相消也 凡相消所得算式有誤竝如法算正"이라 하고 위의 서문에 인용된 문장으로 이어진다. 전술한 대로 특별한 의미가 없는 내용들이다. 그는 상수항이 없는 경우에 방정식의 차수를 내릴 수 있는 것, 즉 輯古演段의 제17문의 경우에 대하여 天元術에서 이에 대응하는 것이 없다고 하였지만 이는 李銳가 충분한 자료를 가지지 못한 것을 나타낼 뿐이다. 그리고 나서 增乘開方法에 대한 설명을 하고 飜法, 益積法에 대한 언급을 하고 있다([17]). 李銳의 增乘開方法에 대한 이해가 부족함을 나타내고 있다. 그는 顧應祥의 分類釋術을 참조하였다. 愚案은 당연히 李銳가 이들을 제대로 이해하지 못하고 있음을 들어내고 있다. 李銳의 天元術과 借根方을 비교하려면 이 문항부터 시작하여야 하는데, 南秉吉은 제5문으로 선택하였다.

제6문은 測圓海鏡 卷 三 제10문이다. 주어진 조건을 만족하는 방정식은

$960x^3-x^4=100,800x^2$이 되어 "各降二位"하여 2차방정식 $960x-x^2=100,800$을 얻는데, 測圓海鏡에 방정식의 계수가 잘못되어 있음을 李銳가 지적하고 있는데, 文淵閣 四庫全書([4])에는 잘못되어 있고, 知不足齋叢書에는 이미 교정되어 있다.

제7문은 測圓海鏡 卷 三 제11문이다. 이 문항에서 "銳案 得兩邊數者加減之法也 得一邊數者相消之法也"라 한 것은 전술한 내용을 이해하고 있음을 나타내는 문장이다.

천원술에서 사용하고 있는 相消法과 借根方에서 사용하고 있는 加減法에 차이가 있다고 한 李銳의 주장을 南秉吉이 적절하게 반박하고 있는 것이 無異解인데 각자의 관점이 다른 것에서 생긴 오해라고 볼 수도 있는 것이다. 이를 통하여 南秉吉은 數理精蘊의 借根方比例와 天元術을 정확하게 연결할 수 있게 되었다.

4. 結論

九章算術 이래 동양 산학은 문제 해결이 가장 중요한 주제로 이어져 왔다. 실생활과 관계되는 문제들의 해결을 통하여 그 속에 내포하고 있는 수학적 구조를 밝혀내는 과정이 수학이었다. 그러나 수의 연산에 관한 구조와 같이 간단한 경우를 제외하고는 수학적 구조를 생각하기에는 한계가 있다. 문제의 설정도 구조적인 경우는 매우 드물

게 나타난다. **九章算術**은 오래 전에 완성되었지만 비교적 통일된 구조를 갖춘 산서이다. 그 후에 수학이 발전하였으나 이를 뛰어넘지는 못하였다.
송, 원대에 天元術, 四元術의 도입으로 방정식에 대한 이론이 확립되고, 또 增乘開方法의 도입으로 방정식의 풀이도 완전히 해결되었다. 불행하게도 이는 명대에 실전되고, 그 과정에 서양 수학이 들어오게 되었다. 서양 수학은 17세기 朝鮮에 들어오게 되었지만 송, 원대의 방정식론에 익숙한 조선 산학자에게 크게 환영받지 못하고, 다만 천문학자들이 이를 활용하는 정도에 머물렀다([18]). 따라서 구조적인 접근을 시도한 서양 수학은 조선 산학에 전혀 영향을 주지 못하였다. 19세기에 중국에서 송, 원대의 수학과 서양 수학의 융합이 이루어지고, 또 이들이 조선에 유입되어 李尙爀, 南秉吉 두 산학자들에 의하여 연구되었다. 특히 그들은 천문학계에서 활용된 **數理精蘊**과 함께 **九章算術**, **測圓海鏡**, **益古演段**, **四元玉鑑**을 연구하여 이들을 통일된 구조로 연구할 수 있는 기틀 위에 많은 저서를 출판하였다. 이 중에 南秉吉은 李尙爀과 공동 연구를 통하여 **緝古演段**, **無異解**를 출판하여 방정식을 구조적으로 접근하여 연구하였다. **緝古演段**(1854 ~1855)은 唐代의 **緝古算經**의 현대적 해설서이고, **無異解**(1855)는 등식에 대한 이론을 정립한 것이다. 두 저서는 현대 수학으로 이행될 가능성을 보이는 최초의 조선 산서가 되었다. 이들의 연구 결과는 더욱 확장되어 **算學正義**(1867), **翼算**(1868)으로 출판되었다. 그러나 두 학자의 연구 결과가 제대로 전수되지 못하고 조선의 산학이 끝을 맞게 됨으로 한국 수학의 발전에 단절이 생기게 되었다.

참고 문헌

1. 郭書春 匯校, *九章算術*, 瀋陽 遼寧教育出版社, 1990.
2. 南秉吉, *玉鑑細艸詳解*, 東北大學校 圖書館.
3. 南秉吉, *量度儀圖設*, 韓國科學技術史資料大系, 天文學編, 10卷, 驪江出版社, 1986.
4. 文淵閣 *四庫全書* 子部 天文算法類, 104권, 商務印書館, 1986
5. 吳文俊 主編, *中國數學史大系*, 1卷-8卷, 北京師範大學出版社, 1998
6. 李尙爀, *四元玉鑑*, 延世大學校 圖書館.
7. 李尙爀, *揆日考*, 韓國學中央硏究院 圖書館
8. 李尙爀, *翼算* 상편, 하편, 홍성사 역, 教友社, 2006.
9. 李俊養, *新法步天歌*, 韓國科學技術史資料大系, 天文學編, 6卷, 驪江出版社, 1986.
10. *中國科學技術典籍通彙* 數學卷 全五卷, 河南教育出版社, 1993.
11. *中國歷代算學集成*, 上, 中, 下, 山東人民出版社, 1994.
12. *韓國科學技術史資料大系*, 數學編, 1卷 - 10卷, 驪江出版社, 1985.
13. 홍성사, 朝鮮 算學의 堆垛術, 한국수학사학회지 19(2006), No. 2, 1-24.

14. 홍성사, 홍영희, 朝鮮 算學者 李尙赫의 方程式論, 한국수학사학회지 17(2004), No. 1, 1-14.
15. 홍성사, 홍영희, 朝鮮의 算學訓導와 算學敎授, 한국수학사학회지 19(2006), No. 3, 1-20.
16. 홍성사, 홍영희, 朝鮮 算學과 四元玉鑑, 한국수학사학회지 20(2007), No. 1, 1-16.
17. 홍성사, 홍영희, 장혜원, 퇧積과 益積의 歷史, 한국수학사학회지 18(2005), No. 3, 39-54
18. 홍영희, 朝鮮 算學과 數理精蘊, 한국수학사학회지 19(2006), No. 2, 25-46.
19. K. Shen, J. N. Crossley, A. W.-C. Lun, *The Nine Chapters on the Mathematical Arts*, Oxford University Press, 1999.

Nam Byung Gil and his Theory of Equations

Department of Mathematics, Sogang University **Sung Sa Hong**
Department of Mathematics, Sookmyung Women's University **Young Hee Hong**

In the middle of 19th century, Chosun mathematicians Nam Byung Gil(南秉吉) and Lee Sang Hyuk(李尙爀) studied mathematical structures developed in Song(宋) and Yuan(元) eras on top of their early studies on Jiu zhang suan shu(九章算術) and Shu li jing yun(數理精蘊). Their studies gave rise to a momentum for a prominent development of Chosun mathematics in the century.

In this paper, we investigate Nam Byung Gil's JipGoYunDan(輯古演段) and MulHae(無異解) and then study his theory of equations. Through a collaboration with Lee Sang Hyuk, he consolidated the eastern and western structure of theory of equations.

Key Words: Nam Byung Gil(南秉吉), Lee Sang Hyuk(李尙爀), JipGoYunDan(輯古演段), MulHae(無異解), Ji gu suan jing(輯古算經), Yi gu yan duan(益古演段), Ce yuan hai jing(測圓海鏡)

2000 Mathematics Subject Classification: 01A13, 01A25, 01A55, 12-03, 12E12

논문 접수: 2007년 2월 심사 완료: 2007년 4월