

탐구학습을 위한 교과서 재구성에 관한 소고

- 초등학교 4학년을 중심으로 -

김원덕¹⁾ · 임해경²⁾

현재 초등학교 학생들은 도형 영역을 어려워하고 있으며, 학교 수학에서 배운 도형 관련 지식을 실제 생활에 잘 적용시키지 못하고 있다. 도형의 성질을 제대로 알지 못하거나, 도형 사이의 포함관계를 이해하지 못하며, 전형적인 예에서 조금만 벗어나면 무슨 도형인지 알아채지 못하는 학생들이 많이 있다. 이에 본 연구에서는 학생들이 수학의 기하적 개념들을 쉽고 재미있게 학습할 수 있도록 하기 위하여 van Hiele의 이론을 바탕으로 하여 GSP를 활용할 수 있도록 교과서를 재구성하였다. 또한 재구성한 교과서가 실제 학생들의 van Hiele 수준 상승에 어떤 효과가 있는지 살펴보고, 초등학교 도형 학습에 GSP가 활발히 활용될 수 있는 계기를 마련하는데 목적이 있다.

[주제어] 탐구학습, van Hiele의 수준이론, 교과서 재구성, GSP

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

최근 학습자의 주도적 학습력을 강조하는 7차 교육과정의 취지 아래 수학을 의미있게 학습할 수 있는 학습 방법에 관한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 그러나 아직 교실 수업은 교사 주도적인 주입식 학습 지도 방법에서 크게 벗어나지 못하고 있다(박교식, 1996). Freudenthal은 수학을 인간의 정신적 활동이라고 할 때, 수학적 활동의 본질적인 특징을 수학적 활동이라고 보고 있다. 또한 수학적 현상을 수학적 수단인 본질로 조직하는 것을 의미하며, 학생들의 생생한 현실과 추상화된 수학을 점진적으로 연결시키고자 하는 활동임을 주장하였다. 따라서 학생들이 현실상황이든 수학적상황이든 실제적 현상 가운데에서 그 본질을 찾는 활동을 경험하도록 해야 한다. 수학에서도 실험, 추측, 증명, 모의실험 등의 활동이 필요한 것이다(임정현, 2004). 따라서, 수학의 추상적인 내용으로 위와 같은 활동을 학생들이 경험하도록 하기 위해서는 실제 사물을 이용한다거나 탭그림, 쌓기나무와 같은 조작자료를 수업에 도입하는 것과 더불어 컴퓨터의 활용이 매우 효과적이다. 이러한 시대적 흐름을 배경으로 도형 영역에서 탐구학습에 효과적인 여러 가지 교수·학습 소프트웨어가 수학교육에 도입되어 널리 활용되고 있으며, 그에 대한 연구도 활발히 이루어지고 있다. 그 중 대표적인 탐구형 소프트웨어라고 할 수 있는 GSP(Geometer's SketchPad)에 대한 관심이 증가하면서 자료의 개발과 활용 방법에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다.

1) [제1저자] 송정서초등학교

2) 광주교육대학교 수학교육과

다양한 예를 보여주거나, 도형의 성질에 대해 스스로 탐구하는 것이 힘든 현재 교실 수업에 GSP를 적시적소에 활용한다면 학생들의 자기 주도적 학습 능력을 향상시킬 수 있을 뿐만 아니라 수학에 대한 흥미와 관심을 불러일으킬 수 있을 것이다(추신혜, 2003). 그러나 현 교과서를 가지고 수업을 진행하면서 이러한 탐구형 소프트웨어자료를 활용하는 것은 무리가 있다. 임해경(2004)은 컴퓨터 활용 실태를 분석해 본 결과 현재의 교과서가 지필 환경에 익숙하도록 쓰여 있기 때문에 교사들 스스로 교과서의 재구성을 해야 하는 어려움이 있음을 지적하였다. 이렇듯 탐구형 소프트웨어를 현장에서 적극적으로 활용하기 위해서는 교과서의 재구성이 절실히 요구된다. 따라서 수학교과서는 지필환경에서 벗어나 학생들이 직접 조작해보고 탐구해 봄으로써 수학적 지식을 습득할 수 있도록 구성되어야 한다. 그러기 위해 본 연구에서는 van Hiele의 5단계 지도 방법을 바탕으로 하여 GSP를 활용할 수 있도록 교과서를 재구성하고자 한다.

또한, 교과서 재구성이 실제 교수-학습에 어떤 효과가 있는지 살펴보고, 초등학교 도형 학습에 GSP가 활발히 활용될 수 있는 계기를 마련하고자 한다.

2. 연구문제

가. 제 7차 수학교과서에 van Hiele의 기하학적 사고 수준이론은 어떻게 적용되어 있는가?

나. van Hiele의 5단계 지도 방법에 따른 GSP 활용을 위한 교과서 체제는 어떻게 구성하는 것이 효과적인가?

다. 나에서 재구성한 내용은 학습자의 기하학적 사고 수준 변화에 어떤 영향을 주는가?

II. 이론적 배경

1. Freudenthal의 수학적 이론

Freudenthal에 따르면 수학은 상식으로부터 출발해서 내용과 형식의 교대작용을 거치면서 점진적으로 형식화되어 가는 인간의 활동이며, 수학의 출발점은 현실이고 수학은 이런 현실을 이해하기 위한 수단이다. 현행 학교 수학은 기성산물로서의 수학을 가르치기 때문에 학생들이 변수에 특별한 수치를 대입하는 형태의 문제를 해결하는 알고리즘 연습에만 매달려 수학의 응용과는 거리가 먼 활동만을 하는데 그 문제점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 학생의 현실상황이든 수학적 상황이든 현상 가운데에서 그 정리 수단인 본질을 찾는 활동, 즉 현상에 질서를 부여하는 활동을 학생들이 경험하도록 해야 한다. 수학을 인간의 정신적 활동이라고 할 때 수학적 활동의 본질적인 특징을 Freudenthal은 수학적 활동이라고 보고 있다. 수학적 활동의 원동력은 반성적 사고 태도이다.

2. Freudenthal의 수학 학습 지도론

가. 안내된 재발명 원리

학습자에게 수학적 활동의 재발명을 경험시키는 학습 지도 방법이다. Freudenthal은 수학적 사고는 수학적 사고, 곧 수학적 활동이 일어나는 실제적 과정을 재현하여 경험시킴으로써 배울 수 있다고 주장했다.

나. 교수학적 현상학

교수학적 현상학이 의미하는 바는 학생들이 수학의 완성된 구조를 직접적으로 접하게 하는 것이 아니라 학생들 스스로 재발명의 과정을 통해 조직화의 수단인 수학적 대상을 찾아내도록 하고, 그러한 수학적 수단들을 현상 속에서 다루어 보도록 함으로써 수학적 대상에 대한 심상을 구성하게 하여 그것을 반성에 의한 수준 상승으로 이끌어가게 하는 것이다.

다. 학습 수준 이론

Freudenthal은 수학적 과정은 역사적으로는 점진적 도식화 과정인 거시적 학습 과정이며 심리적으로는 수준의 비약과 관점의 전환이 거듭되는 불연속적인 과정이라고 말했다. 이러한 Freudenthal의 학습 수준 이론은 수학을 현상학적으로 분석하는 과정에서 인류의 학습과정과 개인의 학습과정 사이에 동형성이 있다고 본 관점에서 기인하며, 그의 이론이 적용된 대표적인 예가 van Hiele의 수준이론이다.

2. van Hiele의 기하학적 사고 수준 이론

가. 통찰력

van Hiele의 부부는 초기부터 그들이 가르쳤던 학생들의 직관적인 통찰력을 개발하기 위한 방안을 찾는 데 관심을 기울였다. 그들은 통찰력을 다음과 같이 정의하고 있다. 통찰력이란

- ① 생소한 상황에서도 주어진 과제를 수행할 수 있고,
- ② 그 상황에서 요구되는 행동을 능숙하게(정확하게, 적절하게) 실행하며
- ③ 그 상황을 해결하는 방법에 따라 신중하고도 의식적으로(계획적으로) 수행하는 능력이라고 보았다.

학생들이 통찰력을 가진다는 것은 그들이 하고 있는 것이 무엇이며, 그들이 왜 그것을 하는지, 그리고 그들이 그것을 언제 할 것인지를 이해하고 있다는 것이다. 또한 통찰력을 가지고 있는 학생은 문제해결에 그들의 지식을 응용할 수 있게 된다(한태식, 1989).

나. van Hiele의 기하학적 사고 수준

(1) 제 0수준 : 인식 이전

이 수준에서 학생들의 판단 대상은 특정한 모양이나 촉감 자극이다. 이런 판단의 결과 '같은 모양'을 시각적으로 인식하는 단계이다(양규모, 2002, 재인용). 일반적으로 초등학교 이전 수준이다.

(2) 제 1수준 : 영상(visualization)

기하적인 개념이 가지고 있는 성질과 특징을 구분할 수 없고 단지 그림이나 구체적 활

등을 통해 개념을 전체로서 보는 단계이다. 학생은 주변 대상을 외관에 따른 모양과 기하학적 외형에 의해 감지한다.

(3) 제 2수준 : 분석(analysis)

이 수준의 학생들은 도형의 성질에 의해 모양을 인식하고 특성 지을 수 있다.

(4) 제 3수준 : 비형식적 연역(informal deduction)

학생은 추상적 개념을 형성할 수 있고, 개념을 만들기 위한 필요 충분 조건을 구별하고 이해하며, 도형을 성질의 배열에 따라 위계적으로 분류할 수 있다. 그러나 아직 연역의 완전한 관계를 이해하지는 못한다.

(5) 제 4수준 : 형식적 연역(formal deduction)

학생들은 제 4수준에 이르러서 공리적 체계 안에서 이론을 세운다. 명제가 연구의 대상이 되며 명제들 사이의 논리적 관계를 통하여 무정의 용어, 공리, 공준, 정의, 정리, 증명의 의미와 역할을 이해하고 기하의 연역체계를 파악한다. 학교 수학에서 도달할 수 있는 수준은 제 4수준까지라고 한다.

(6) 제 5수준 : 엄밀 과정(rigor)

이 수준은 고등학교 수준을 훨씬 넘은 단계로서 기하를 매우 추상적인 수준에서 볼 수 있는 단계이다. 기하학의 체계 자체가 연구의 대상이 되며 여러 가지 공리체계를 비교할 수 있다.

다. van Hiele의 수준에 근거한 학습 단계

위에서 언급한 것처럼 van Hiele의 사고 수준의 진행은 나이나 신체적 성숙보다는 교육에 더 많이 의존한다. 따라서 교육 내용이나 제재만큼 교육의 방법이나 조직이 중요하다. 이러한 주장을 위해 van Hiele은 질의 안내 단계, 안내된 탐구 단계, 명료화 단계, 자유 탐구 단계, 통합 단계라는 연속적인 5가지 학습 단계를 제안하였다.

라. van Hiele의 기하학적 사고 수준의 특성

연속성(Sequence), 발전성(Advancement), 인접성(Adjacency), 언어성(Linguistics), 분리성(Separation)

III. 연구 내용 및 방법

1. 연구대상

초등 수학 교과서에 제시된 내용 중 4학년 나단계 5. 사각형과 도형만들기 부분을 선정하여 van Hiele의 수준이론에 근거하여 교과서의 설명과 문제 부분의 수준을 분석하고, 그 중 한 차시를 선정하여 이를 재구성한 수업과 그렇지 않은 수업을 광주광역시 광산구에 소재하고 있는 S초등학교 4학년 두 반에 적용한 후 비교 분석하여 그 효과를 연구하고자 한다.

2. 연구방법

가. 연구문제 1

○ 제 7차 수학교과서에 van Hiele의 기하학적 사고 수준이론은 어떻게 적용되어 있는가?

이 연구 문제를 해결하기 위해서 제 7차 교육과정이 적용되어 있는 초등학교 4학년 교과서의 2학기 5단원을 설명과 문제 부분으로 나누어 그 수준을 분석하였다. 이를 토대로 각 차시별 내용이 van Hiele의 기하학적 사고 수준이론에 따라 어떻게 제시되어 있는지 분석해 보았다.

나. 연구문제 2

○ van Hiele의 5단계 지도 방법에 따른 GPS 활용을 위한 교과서 체제는 어떻게 구성하는 것이 효과적인가?

van Hiele의 기하학적 사고 수준이론에 근거하여 교과서 내용을 분석한 결과를 토대로 한 차시를 선정하여 이를 van Hiele의 5단계 지도 방법에 따라 재구성하였다.

다. 연구문제 3

○ 나.에서 재구성한 내용은 학습자의 기하학적 사고 수준 변화에 어떤 영향을 주는가?
GPS를 활용하여 van Hiele의 5단계 지도 방법에 따라 재구성한 수업과 그렇지 않은 수업을 실시하여 그 효과를 비교하였다.

IV. 연구의 실체

1. 교과서의 van Hiele 사고 수준 분석

제 7차 교육과정의 초등학교 4학년 나단계 5. 사각형과 도형만들기 단원의 수준을 분석한 결과는 다음 [표 1]과 같다.

[표 1] 4학년 나단계 5. 사각형과 도형만들기 단원 교과서 분석

차 시 주 제	수 준	
	설명	질문, 문제
1차시 - 사다리꼴 알아보기	1, 2	2
2차시 - 평행사변형 알아보기	1, 2, 3	2
3차시 - 마름모 알아보기	1, 2	2, 3
4차시 - 직사각형과 정사각형 알아보기	1, 2	2, 3
5차시 - 다각형과 정다각형 알아보기	1, 2	2
6차시 - 대각선 알아보기	1, 2	2
7차시 - 여러 가지 모양 만들기	1, 2	2, 3
8차시 - 재미있는 놀이, 문제해결 실생활에 적용하기	.	1, 2, 3

2. 학생들의 van Hiele 수준 검사, 분석

가. 분석 대상

본 연구는 시카고 프로젝트에서 유시스킨이 개발한 van Hiele 수준 검사지를 사용하여 광주광역시 광산구에 소재한 S초등학교 4학년 두 학급 62명을 대상으로 한다.

나. 분석 방법

본 연구는 학생들이 4학년 나단계 교과서의 5단원 사각형과 도형만들기 단원도입 전에 실시하였다. 테스트 시간은 40분으로 제한하였으며, 각 담임교사에 의해 실시되었다.

다. 검사 도구

본 연구에서 사용한 van Hiele 수준 검사지는 시카고 프로젝트에서 유시스킨이 개발한 5지 선다형문항을 번역한 것이다.

라. 검사 결과 처리

van Hiele 수준 테스트의 수준 부여 방법은 유시스킨이 시카고 프로젝트에서 사용한 4개 통과 방법을 사용하였다.

마. 분석 결과

연속적으로 반 힐 수준을 이행한 학생을 '적합자'라고 하고 그렇지 않은 경우, 예를 들면 제 1수준에 실패하고 2수준에 도달한 학생을 '비적합자'라고 분류한다. 학생들은 62명 중 58명(93.5%)이 적합자이고 4명(6.5%)은 비적합자이다. 적합자의 각 수준별 분포를 정리하면 다음과 같다.

[표 2] 수준별 학생 분포

	0수준	1수준	2수준	3수준	4수준	5수준	계
A학급	6명	22명	·	·	·	·	58명
B학급	8명	21명	1명	·	·	·	

분석결과 제 7차 교육과정의 초등학교 4학년 나단계 5. 사각형과 도형만들기 단원의 수준은 대부분 2, 3수준이었으나, 학생들은 1수준에 머무르고 있어서 3수준의 내용을 학습하는데 무리가 따를 것으로 판단되었다. 따라서 본 연구자는 학생들의 수준 상승을 위해 GSP를 활용하여 교과서를 재구성할 필요가 있다고 판단하였다.

3. 수업의 실제

가. 수업 전개 계획

초등학교 4학년 나단계 5. 사각형과 도형만들기 단원의 반 힐 수준은 주로 1, 2, 3수준이었다. 따라서 학생들이 사전에 준비되어 있어야할 수준은 0, 1, 2수준이어야 하나, 대부분의 학생들이 0수준과 1수준에 머무르고 있으므로 학생들이 연속적으로 상위 수준에 도달하게 하기 위하여 교과서의 내용을 재구성하여 수업을 전개 하였다. 재구성시 van Hiele의 질의 안내 단계, 안내된 탐구 단계, 명료화 단계, 자유 탐구 단계, 통합 단계라는 연속적인 5가지 학습 단계를 적용하였으며, 효과적인 탐구학습을 위해 탐구형소프트웨어 GSP

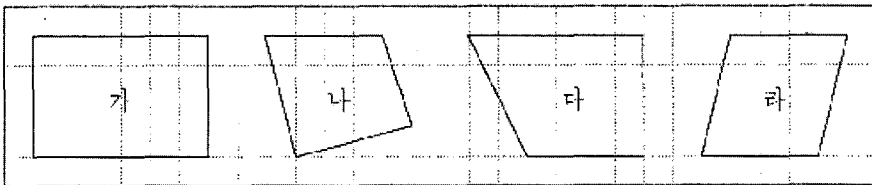
를 활용하였다. 학급당 0수준은 6명, 1수준은 10명씩을 선정하여 A학급의 학생들을 실험반, B학급의 학생들을 비교반으로 하였다. 일주일간 아침 자율학습 시간과 컴퓨터 재량시간을 활용하여 컴퓨터실에서 GSP에 대한 기초적인 사용법을 배우기 위한 오리엔테이션 시간을 갖도록 하였다. 학생들은 GSP에 대하여 매우 흥미로워하며 적극적으로 참여하였다. 그러나 컴퓨터 조작이 서툰 학생들이 몇 명 있으며, 수업 시간 중 수학적 의사소통의 기회를 더 적극적으로 마련하기 위하여 2인 1PC 환경에서 연구 수업을 진행하였다.

나. 교과서의 재구성

(1) 7차 교육과정 교과서 분석

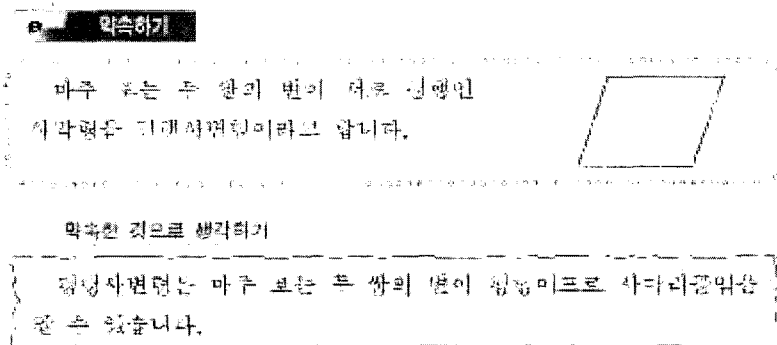
<그림 1> 에서 살펴볼 수 있듯이 활동 1에서는 ‘마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행인’이라는 분류 기준을 제시하여 학생들이 스스로 탐구할 기회를 제한하고 있다.

활동 1 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행인 사각형을 찾아보시오.



<그림 1> 7차 교육과정 4-나 교과서 활동 1

<그림 2>의 ‘약속하기’의 그림은 평행사변형의 전형적인 예만 보여주는 문제점이 있으며, ‘약속한 것으로 생각하기’는 아직 2수준에 도달하지 못한 상태에서 3수준의 내용이 도입되기 때문에 van Hiele이론의 연속성에 저해 요인이 된다. 따라서 학생들이 순차적인 경험을 바탕으로 수준상승을 이룰 수 있도록 교과서를 재구성할 필요가 있다.



<그림 2> 7차 교육과정 4-나 교과서 약속하기

또한 교과서에 제시된 도형들이 모두 전형적인 평행사변형의 예만 보여주고 있어 학생들이 다양한 시각에서 관찰할 기회가 없는 문제점이 있다.

(2) van Hiele의 학습단계에 따라 재구성된 교과서³⁾ 내용

A. 질의 안내 단계

- 선수학습 상기 질문하기
- 1차시 학습내용을 예와 반례를 들어 설명하기
- 학습목표 파악하기

B. 안내된 탐구 단계

- 활동 1 : 여러 가지 사각형 분류하기
 학생이 분류 기준을 정하여 분류하기
- 직사각형과 평행사변형의 공통점과 차이점 찾기
- 약속하기
- 활동 2 : 모눈종이에 평행사변형 그려보고 오려서 성질 탐구하기

C. 명료화 단계

- 활동 3 : GSP를 활용하여 다양한 모양의 평행사변형 그리기
- 활동 4 : GSP로 그린 여러 개의 평행사변형의 공통점 찾기
 짝 그리고 모둠별로 토론하고 발표

D. 자유탐구 단계

- 활동 5 : GSP프로그램을 이용하여 자유롭게 평행사변형 탐구하기

E. 통합단계

- 익히기 1 : 평행사변형의 성질을 이용하여 변의 길이 알아내기
- 익히기 2 : 평행사변형의 성질 찾아내기
- 익히기 3 : 평행사변형은 사다리꼴인가? GSP를 활용하여 탐구하여보자.
- 생활에서 알아보기 : 우리 생활에서 평행사변형으로 되어 있는 것들 찾아보기

V. 결과 분석 및 논의

수업 후 van Hiele 수준 검사지를 실험반 16명, 비교반 16명에게 다시 테스트한 결과 수준 변화는 다음 표 [표 3]과 같다.

0수준과 1수준의 학생들을 비교해 보면 실험반 학생들의 수준이 더 많이 향상되었음을 알 수 있다. 특히 3수준까지 도달한 학생수를 살펴보면 실험반은 총 7명 비교반은 3명으로 실험반의 학생들이 비교반의 학생들 보다 더 많은 수가 3수준에 도달했음을 알 수 있다. 또한 수업 중에도 비교반 보다는 실험반 학생들이 훨씬 흥미로워하고 학습의욕이 높았으며, 수업 후 면담을 통하여 실험반 학생들은 대부분 수학에 긍정적인 태도를 보였으며, 자신감을 갖게 되었음을 알 수 있었다. 반면 컴퓨터를 다루는 실력이 현저히 떨어지는 한 학생은 오히려 GSP활용을 어려워하며 수업에 참여하기를 부담스러워하는 모습을 볼 수 있었다. 이 학생을 제외한 나머지 학생들의 수준 상승 정도를 보았을 때 새로 구성한 교과서의 내용이 학생들에게 연속성에 위배됨이 없이 자연스럽게 학습되었으며, 학생들의 수준 상승에 효과가 있음을 증명하는 결과라고 할 수 있다.

3) 재구성된 교과서와 교수·학습 과정안은 각각 부록 1, 부록 2에 둔다.

[표 3] 실험반과 비교반의 수준 변화

수업전	실험반		수업전	비교반	
	수업후	학생수		수업후	학생수
0수준	0수준	1명	0수준	0수준	1명
	1수준	3명		1수준	4명
	2수준	1명		2수준	1명
	3수준	1명		3수준	.
1수준	0수준	.	1수준	0수준	.
	1수준	2명		1수준	1명
	2수준	2명		2수준	6명
	3수준	6명		3수준	3명

따라서 본 연구 결과 연구자가 van Hiele의 5단계 지도 방법에 따라 재구성한 교과서의 내용에 따라 교수하면 현행 교과서보다 학생들의 기하에 대한 수준 향상에 있어서 더 효과적이라는 사실을 알 수 있으며, 특히 탐구형소프트웨어 GSP를 활용하여 학생들이 스스로 탐구할 수 있는 기회를 제공함으로써 수준 상승의 효과를 높일 수 있음을 알 수 있다.

VI. 결론 및 제언

1. 결 론

재구성된 교과서의 적용 실험을 위하여 광주송정서초등학교 4학년 두 반에서 표집학생을 선정하여 일주일간 GSP의 기본 기능을 익힌 후 한 차시 분량의 수업을 실시하였다. 수업 후 다시 van Hiele 수준 검사지를 통하여 학생들의 수준향상 정도를 테스트 한 결과와 학생들이 작성한 학습지, 소감문 및 연구자에 의해 관찰된 수업 내용을 바탕으로 다음과 같은 연구 결과를 얻을 수 있었다.

첫째, 제 7차 초등학교 수학과 교육과정의 4학년 도형 영역의 5단원의 내용을 van Hiele 이론에 따라 분석한 결과 대부분의 내용이 2, 3수준이었다.

둘째, van Hiele 수준 검사지를 통해 학생들의 기하학적 사고 수준을 분석한 결과 대부분의 학생들이 0수준과 1수준에 머무르고 있었다. 교과서의 내용은 2, 3수준임을 고려할 때 van Hiele 이론의 연속성에 위배됨이 없도록 하기 위해서는 교과서를 재구성해야 할 필요가 있었다.

셋째, van Hiele의 5가지 학습 단계를 바탕으로 하여 탐구형 소프트웨어 GSP를 활용할 수 있는 교과서를 재구성하여 적용한 결과 기존의 교과서로 수업한 학생들보다 사고 수준의 향상 정도가 더 뛰어났음을 알 수 있었다.

넷째, 컴퓨터 소프트웨어 GSP를 활용함으로써 학생들의 호기심을 자극하여 적극적인 학습 분위기를 조성할 수 있었으며, 스스로 탐구할 수 있는 기회를 제공하여 자신감 향상에 크게 기여할 수 있었다.

따라서 본 연구는 현행 교과서의 구성이 van Hiele 이론의 연속성에 위배가 되며, 학생

들의 수준과도 맞지 않는 문제점을 GSP를 활용한 교과서 재구성을 통하여 극복하고 효과적인 도형 학습을 하는데 도움을 줄 것이다. 또한 초등학교 도형 영역 수업에 GSP가 적극적으로 활용될 수 있는 계기를 마련하고자 한다.

2. 제 언

본 연구에서 GSP활용하여 재구성한 교과서는 초등학교 도형 영역을 지도하는데 유용하게 사용될 수 있고, 그러한 수업이 학생들의 긍정적인 수학적 태도 형성 및 도형 영역의 수준 향상에 효과를 줄 것으로 기대할 수 있다. 하지만 이는 학기 초부터 GSP를 활용한 수학 수업을 꾸준히 전개하는 교사의 노력이 따라야하며, 학생들이 수학적 개념을 바르게 이해하고 흥미를 갖고 수업에 참여하도록 하기 위해서 교사 스스로 많은 연구를 하여야 할 것이다.

또한 본 연구가 4학년 학생들을 소규모로 선정하여 적용하였고 그 대상이 한 학년에 한정되었으며, 한 차시 수업에 한정되어 있었던바 앞으로는 다른 학년과 전반적인 도형 영역을 대상으로 적용한 실험결과 및 실험 연구가 뒤따라야 할 것으로 보인다.

van Hiele의 수준 검사지는 평면도형에만 국한되어 있으며, 그 내용이 초등학교 학생들의 전반적인 도형 수준을 알아보기에는 역부족이라는 생각이 들었다. 입체도형이나 측정 영역에 관한 연구가 이루어져야겠다. van Hiele의 5가지 학습 단계를 바탕으로 한 GSP활용 수업 방법이 더욱 심도 있게 연구된다면 학생들의 기하적 사고 수준 향상에 많은 도움이 될 것이다.

참 고 문 헌

- 고금자 (2001). GSP를 활용한 활동 수업이 기하학적 사고와 수학적 태도에 미치는 영향. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 교육부 (1999). 초등학교 교육 과정 해설 (IV). 대한 교과서 주식회사.
- 교육부 (2001). 초등학교 수학 4-나 교과서 및 수학익힘책. 대한 교과서 주식회사.
- 김상룡 (2001). 7차 초등 수학 교과서의 문제점 및 개선점에 관한 소고, *과학·수학 교육연구 논문집*, 24, 71-84.
- 김수미 (1991). van Hiele의 기하 학습 수준 이론. 제 9회 수학교육학 세미나 자료집, 34, 32~54.
- 김현미 (1999). 반 힐레 이론에 근거한 초등학교 도형지도. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 류희찬 (2002). 프로이덴탈의 수산화 이론과 현실적 수학교육. *청남수학교육 논문집* 10, 1~19.
- 맹종만 (2001). 탐구형 기하 소프트웨어 활용을 통한 도형 개념 형성 및 성질 탐구에 관한 연구. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 박교식 (1996). 우리나라 초등학교의 수학 교수·학습에서 볼 수 있는 몇 가지 특징. *대한 수학교육학회 논문집*, 6(2), 9-113.
- 배윤희 (2002). 초등학교 도형 개념 학습에서의 GSP 활용 방안 연구: 4-나 단계를 중심으로. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 양규모 (2002). van Hiele 이론에 근거한 도형학습 수준 분석과 자료 개발에 관한 연구. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 이미금, 이숙, 조주은, 윤미영 (1993). van Hiele이론에 따른 교과서 분석(내각의 합과 사각형의 성질을 중심으로), *대한수학교육학회 추계수학교육학 연구발표대회 논문집* 21, 333~350.
- 이소진 (2001). 반 힐 모형에 따른 교과서의 재구성 및 그에 따른 학습 효과. 충북대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 임정현 (2004). 프로이덴탈의 수산화 활동을 위한 소프트웨어의 활용. 경희대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 임해경, 김인철 (2004). 초등학교 수학 수업에서의 컴퓨터 활용 실태 분석 및 개선 방안, *수학교육학 논총*, 26, 79-96.
- 추신해 (2003). 탐구형 소프트웨어 GSP를 활용한 웹 기반 도형 교수·학습 자료 개발 및 활용 방안. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 한태식 (1989). van Hiele 기하 인지 발달 이론과 증명 능력에 관한 기초 연구. 연세대학교 석사 학위 논문.
- 황의태 (2000). 초등 기하학습에서 Geometer's Sketchpad 활용에 관한 연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.
- Crowley, M. L. (1987). *The van Hiele model of the devolment of geometric thought*. NCTM. Learning and Teaching Geometry. K-12 1987 Yearbook.
- National Council of Teachers of mathematics (2000). *Principles and standards for Mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Usiskin, Z. (1982). *van Hieles levels and achievement in Secondary school Geometry*:

Final Report od CDASSG. University of Chicago.

van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education.* London, Academic, Inc.

van Hiele, P. M. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among Adolescents. *Jouranl for Research in Mathematics Education. monograph number 3.* 86-102.

<Abstract>

**A Study on the Restructuring of a Textbook for Inquisitive Learning
- Focused on the 4th Grade in Elementary School -**

Kim, Won-Deok⁴⁾; Rim, Hae Kyung⁵⁾

In order to help students learn geometric concepts in mathematics in an easy and interesting way, the present study restructured the textbook so that it utilizes GSP based on van Hiele's theory. In addition, we purposed to examine how effective the restructured textbook is in enhancing students' van Hiele level and to lay a base for the active use of GSP in learning figures in elementary school.

In conclusion, the results of this study is expected to solve problems in the structure of the current textbook such as the violation of continuity in van Hiele's theory and inconsistency between the level of textbook contents and students' level through the restructuring of the textbook using GSP and provide helps for effective figure learning.

In addition, this research is expected to be an opportunity for the active use of GSP in teaching figures in elementary school.

Keywords : inquisitive learning, van Hiele's geometric thinking level theory, GSP, restructuring of a textbook

4) 20000404love@hanmail.net

5) hkrim@gnue.ac.kr

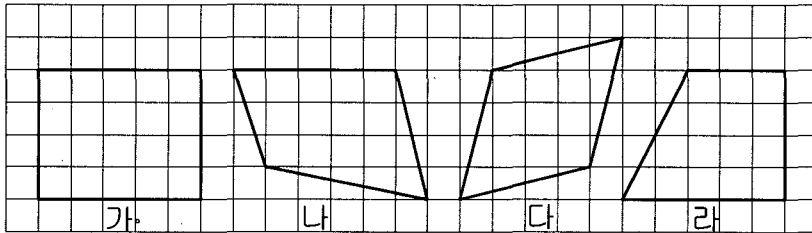
<부록 1>

평행사변형을 알아봅시다.



활동 1

◆ 다음의 여러 가지 사각형을 분류하여 봅시다.



- 분류 기준을 정해봅시다.

- 내가 정한 분류 기준에 따라 도형을 분류해 봅시다.

_____ 와 _____



약속하기

마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행인 사각형을 ()라고 합니다.



활동 2

◆ 모눈종이에 평행사변형을 그려 봅시다.

◆ 오려내어 다음과 같이 접어보고 변의 길이와 각의 크기를 알아봅시다.



활동 3

◆ GSP프로그램을 활용하여 여러 모양의 평행사변형을 그려봅시다.



활동 4 - 모둠별로 토론하기

◆ GSP로 그린 평행사변형들의 공통점을 찾아봅시다.

① _____

② _____

③ _____



활동 5

◆ GSP로 그린 평행사변형을 마음껏 움직여보세요.

◆ 평행사변형은 또 어떠한 특징을 가지고 있습니까?

① _____

② _____

③ _____

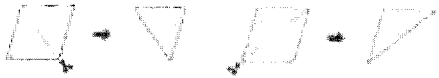


생활에서 알아보기

◆ 우리 생활 주변에서 평행사변형을 찾아서 적어봅시다.

<부록 2>

재구성 교과서 교수·학습 과정안

일 시	2006년 11월 14일 화요일 (4교시)		대 상	실험반 학생 16명 (0수준 6명, 1수준 10명)	
장 소	컴퓨터실		차도교사	김원덕	
단 원	5. 사각형과 도형 만들기		차시	2/10	
본시주제	평행사변형 알아보기				
학습목표	① 평행사변형을 이해하고, 식별할 수 있다. ② 평행사변형의 성질을 안다. ③ 평행사변형을 그릴 수 있다.				
학습자료	교 사	프로젝션 TV, GSP프로그램, 칠교판			
	학 생	PC, 모눈종이, 가위, 기본학습지			
질의 안내	전체 활동	● 전시학습 확인 및 동기유발 < 전시학습 상기 > - 지난 1차시 학습내용 질문하기 - 사다리꼴의 예와 반례 들기 < 동기유발 > - 칠교판 제시하여 무슨 도형으로 이루어졌는지 찾아보기(삼각형, 정사각형, 평행사변형) - 배우지 않은 새로운 도형 찾아내기 ● 학습목표 파악하기 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> 평행사변형을 알아보자. </div>	5'	<input type="checkbox"/> 칠교판 <input type="checkbox"/> 칠교판에 있는 도형들 중에서 배우지 않은 도형을 스스로 찾아낼 수 있도록 유도한다.	
		● 활동 1. 여러 가지 사각형 분류하기 - 학생스스로 분류 기준 정하기 - 직사각형과 평행사변형의 공통점과 차이점 찾기 ● 약속하기 - 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행인 사각형을 ()라고 합니다.		10'	<input type="checkbox"/> 학생들이 스스로 분류 기준을 정할 수 있도록 돕는다.
		● 활동 2. 모눈종이에 평행사변형 그려보기 - 모눈종이에 평행사변형 그리기 - 오려내어 접어보면서 성질 탐구하기 <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>			<input type="checkbox"/> 모눈종이, 가위 <input type="checkbox"/> 안내된 탐구 단계에서 교사의 발문을 통해 학생들의 행동을 적절한 탐구로 이끌어야한다.

<p>영 화</p>	<p>작 업 모 동 활 동</p>	<p>● 활동 3. GSP를 활용하여 평행사변형 그리기 - 짝과 함께 여러 가지 모양의 평행사변형을 그린다.</p> <p>● 활동 4. 평행사변형의 공통점 찾기 - GSP를 활용해 여러가지 평행사변형의 공통점을 찾기 - 짝과 토론한 후 모둠별로 토론하여 기록하기</p>	<p>10'</p>	<p><input type="checkbox"/> 자신이 찾은 공통점을 모둠원과 토론할 때 적극적으로 말할 수 있는 허용적 분위기를 조성한다.</p>
<p>자 유 탐 구</p>	<p>개 별 활 동</p>	<p>● 활동 5. GSP로 평행사변형 성질 탐구하기 - 꼭지점 움직여보기 - 변의 길이, 각의 크기 달리해보기 - 대각선의 길이 측정해보기 - 자유롭게 평행사변형을 탐구한 후 정리한다.</p>	<p>5'</p>	<p><input type="checkbox"/> 학생들이 자유롭게 탐구할 수 있도록 한다.</p>
<p>통 합</p>		<p>● 기본학습지 해결하기 - 익히기 1 : 변의 길이, 각의 크기 알아내기 - 익히기 2 : 평행사변형의 성질 찾기 - 익히기 3 : 평행사변형은 사다리꼴이라고 할 수 있는가? (GSP로 탐구하기)</p> <p>● 생활에서 알아보기 - 생활 주변에서 평행사변형으로 되어 있는 것 찾아보기</p> <p>● 차시 예고하기 - 마름모에 대하여 알아보자.</p>	<p>10'</p>	<p><input type="checkbox"/> 기본학습지 <input type="checkbox"/> 익히기 3의 활동은 제 3수준의 내용으로 꾸준히 학습단계를 밟아 순차적으로 학습이 이루어지도록 한다.</p>

